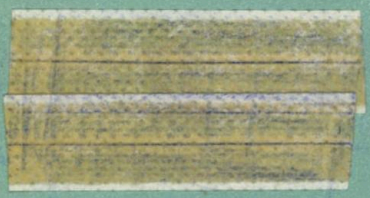
F 1130



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXII NUMĂRUL 1 ANUL 1970
IANUARIE—FEBRUARIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

MŰSZAKI KÖNYVTÁR
1983

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXII — NUMĂRUL 1

IANUARIE — FEBRUARIE
1970

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă* ; Academician prof. *Marin Bercovici* ; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* ; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua* ; Conf. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific) ; Prof. *Constantin Ionescu-Bujor*, Profesor emerit ; Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu* ; Prof. ing. *Ștefan Mantea* ; Prof. dr. ing. *Marius Preda* ; Prof. ing. *Mihai Renert* ; Conf. *Mircea Soare* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru* ; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

ECONOMIE POLITICĂ

Rozalia Soare

Cu privire la eficiența economică a acționării electrice în agricultură 17

FIZICĂ

Diana Moisil

Sur la technique utilisée pour un montage ellipsométrique à photomultiplicateur 23

CHIMIE

D. Camboli, Maria Stoia, L. Papahagi, D. Brașoveanu

La synthèse et la structure des combinaisons nouvelles des ions Pn^{2+} et Cu^{2+} avec la 2-mercapto-1, 3-thiazoline 27

REZISTENȚA MATERIALELOR

St. Bratu

Studiul răsucirii barei cu secțiunea dreptunghiulară prin metoda analogiei cu rețelele electrice 31

TEORIA MECANISMELOR

N. I. Manolescu, I. Tempea

Sinteza structurală a lanțurilor cinematice plane articulate cu $e = 10$ elemente $c_5 = 13$ articulații și grad de libertate $L_3 = 4$ 39

TERMOTEHNICA

Al. Dănescu, I. Iordache, E. Dămăceanu

Ionizarea flăcărilor difuziv turbulente — Stabilirea zonei de concentrație maximă a ionilor în flăcările difuziv turbulente deschise . 71

MAȘINI — UNELTE

C. Dumitraș

Beitrag zur ermittlung der Beziechungen für die Berechnung der spezifischen Schnittkraftkomponenten beim Drehen 81

ENERGETICĂ

C. Dinculescu, P. Buhuș

O metodă pentru studiul siguranței în funcționarea sistemelor tehnice 93

METALURGIE

M. Ienciu

Studiul termodinamic al sistemului PbS-CH_4 105

TRANSPORTURI

Al. Popa

Optimizarea tonajelor trenurilor 119

Резюме

Р. Соаре Д. К. 338.063.44 : 63

К вопросу об экономической эффективности применения электричества в сельском хозяйстве.

В работе дается краткий обзор различных видов сельскохозяйственных работ, где применяется электроэнергия. На основании экономических данных — размеры капиталовложений, величина удельных капиталовложений, сроков окупаемости и естественных показателей, а также на основании данных расхода металла и экономии топлива — доказывается несомненная экономическая выгодность применения в сельском хозяйстве электрической энергии по сравнению с термической.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 1/1970

Д. Мойсил К. К. 534.8

О технике, использованной при эллипсоидальном монтаже с фотоумножителем.

В работе исследуются экспериментальные погрешности, появляющиеся при определении извлеченного положения в том схлучае, когда применяется способ Аркера : в указанный метод вносятся некоторые улучшсния.

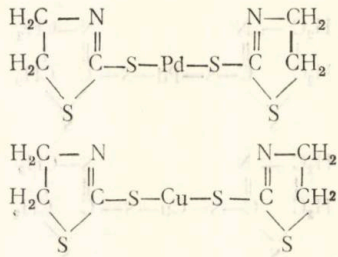
Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

Д. К. 541

Д. Камболи, Мария Стоя,
Л. Папахаджи, Д. Брашовяну

Синтез и структура некоторых новых соединений Pd^{2+} и Cu^{2+} с меркаптотиазолином.

Работа имела целью установить способность реатрования меркапто 1—3 тиазолина с серией би и три-валентных ионов. Были получены осадки с наличием ионов Pd^{2+} и Cu^{2+} из раствора $PdCl_2$ и $CuSO_4$. Комплексные соединения имеют формулы.



Проверка формул производилась путем химического анализа осадков и путем получения спектров комплексных соединений в инфракрасной области.

Был также определен предел разбавления при котором металлические ионы могут быть разделены ; для обоих ионов этот предел порядка 10^{-5}.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

Summary

R. Soare D.C. 338.063.44 : 63

Concerning the Economic Efficiency of Electric Drive in Agriculture.

The author presents in brief the multiple applications of electric power in the agricultural processes. Relying on value indicators: amount of investment, specific investment, term of recovery and on natural indications; metal consumption, fuel economy, the author stresses the superiority of the economic efficiency of the electric drive over the thermal drive.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D. Moisil D.C. 534.8

Concerning the Method Used in an Ellipsometric Photomultiplier Arrangement.

The author studies the experimental errors occuring in determining the extinction position whon Archer's procedure is used, improving thus the indicated method.

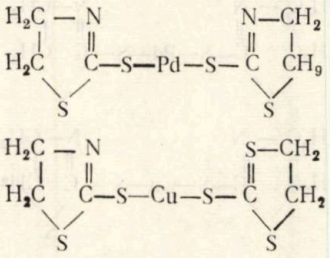
Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D.C. 541

D. Camboli, Maria Stoia, L. Papahagi, D. Braşoveanu

Synthesis and Structure of New Combinations of Pd^{2+} and Cu^{2+} with Mercaptotiazoline.

This work aimed at establishing the complexing capacity of 2 mercapto 1-3 tiazoline with a series of bivalent and trivalent iones. Precipitates with Pd^{2+} and Cu^{2+} iones were obtaind from solutions of $PdCl_2$ and $CuSO_4$. The complex combinations have the formulae:



The formulae were checked by the chemical analysis of the precipitates and by carrying out of the infra-red spectres of the two complex combinations.

Further was determined the dilution limit at which may be identified the metallic iones; it is of about 10^{-5} for both iones.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

Ст. Брату

Д, К, 539.4 ; 621.311

Исследование кручения Балки прямоугольного сечения по аналогическому методу с электрическими цепями.

В данной работе описано кручение балки прямоугольного сечения по новому методу исчисления — аналогически с методом для исчисления электрических цепей.

Результаты, полученные с помощью этого метода, почти совпадают с результатами, полученными Сент-Венан.

Главное преимущество этого метода, по сравнению со всеми остальньми употребляемыми до сих пор, состоит в том, что она может быть использована без никаких труднотей при исследовании кручения балок любог сечения. Кроме этого она представляет собой новый метод исчисления для кручения балок некругового сечения.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

Н. Манолеску, И. Темпя

Д. К. 621.8

Структурный синтез плоских кинематических шарнирных цепей, с е = 10 звеньям, C_5 = 13 шарнирам и со степенью свободы L_3 = 4.

В работе представлены особенности составления плоских шарнирных цепей с е = 10, C_5 = 13 и L_3 = 4 методом применения понятия группы Ассура (6). Определяются структурные возможные варианты и указываются критерии, которые могут применяться для устранения тождественных цепей со структурной точки зрения. В итоге получаются 230 кинематических цепей, упорядоченных после того по их структурным характеристикам.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

Д. К. 621.1.01

А. Дэнеску, И. Иордаке, Е. Дэмэчеану

Ионизация диффузивного вихревого пламени — стабилизация зоны максимальной сосредоточенности ионов в диффузивном вихревом открытом пламени.

На основе теоретического анализа процес са обмена массы в диффузивном вихревом пламени в свободной топливной газовой струе определяется зона максимальной сосредоточенности ионов в этом пламени.

Выполненные экспериментальные работы с пламенем болотного газа подтвердили теоретические предпосылки.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D.C. 539.4 : 621.311

St. Bratu

Study of the Rectangular Cross-section Bar Twisting, bi the Method of Analogy with the Electric Networks.

Within this work is studied the twisting of a rectangular cross-section bar, by means of a new calculation method, the method of analogy with the electric networks.

The results obtained by means of this method are very close to the accurate ones obtained by Saint-Vernant.

The great advantage of this method compared to those known up to now, is the fact that it may be applied without any difficulty for the study of the twisting of bars with any cross-section. In addition to this, it appears as a new calculation method for the twisting of bars with noncircular cross-sections.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D.C. 621.8

N. Manolescu, I. Tempea

Structural Synthesis of the Plane Kinematic Chains Joined with $e = 10$ Links, $c = 13$ Joints and Degree of Liberty. $L_3 = 4$.

The particularities of the forming of plane joined chains with $e=10$, $c_5=13$ and $L_3=4$ are presented, by the method of using the ASSUR-group notion (6). The possible structural variants are determined and the criteria which may be used for avoiding chains structurally identical are indicated. Finally there are obtained 230 kinematic chains, which are further systematized according to their structural characteristics.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D.C. 621.1.01

Al. Dănescu, I. Iordache, E. Dămăceanu

The Ionization of Diffusively Turbulent Flames — the Determination of the Area of Maximum Concentration of Ions in Diffusively Turbulent Naked Flames.

On ground of the theoretical analysis of the mass exchange process in diffusively turbulent flames in combustible gas free jets, the authors determine the area of maximum concentration on ions in these flames.

The experiments carried out with methane gas flames have confirmed the theoretical premises.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

К. Думитраш ДК. 621.9

К вопросу о выведении уравнении для расчета удельных сил процесса резания.

В статье предлагаются новые математические отношения для определения удельных сил резания на продольных токарных станках, установленные на основе экспериментально полученных данных.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

К. Динкулеску, П. Бухуш Д. К. 621.311.2

Метод для исследования надежности работы технических систем.

В работе представлен метод для определения некоторых из главных показателей надежности работы технической системы в случае, когда знакомы показатели составляющих элементов.

Уточняется метод для установления общей средней продолжительности удовлетворительных, а также неудовлетворительных состояний достаточно длинного временного промежутка, в течение которого система должна быть способной обеспечить бесперебойность своей работы.

Для определения числа и средней продолжительности удовлетворительных, а также неудовлетворительных состояний предлагается метод среднего числа переходов между граничными состояними.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

М. Енчиу Д. К. 669.27.8

Термодинамические изучения системы $PbS - CH_2$.

В работе анализируются термодинамические возможности использования болотного газа в качестве редуктора для сернистого свинца.

Термодинамическне расчеты показывают, что главные реакции процесса редукции болотного газа следующие :

$$2\ PbS + CH_4 = 2\ Pb + C + H_2S$$
$$PbS + CH_4 = Pb + C + H_2 + H_2S$$
$$PbS + H_2 = Pb + H_2S,$$

которые развертываются с большой скоростью, начиная со средних температур.

Также указывается, что второстепенные реакции процесса редукции/химические реакции между болотным газом, серой, сернистым углеродом и сероводородом/имеют высокую термодинамическую вероятность в случае, если в системе существуют углерод и сероводород.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

А. Попа ДК. 625.28

Улучшение грузоподъемности поездов.

Грузоподъемность и скорость движения поездов являются двумя параметрами, определяющими всю деятельность железных дорог.

Определение грузоподъемности должно быть сделано как с точки зрения пропускной способности, так и с экономической точки зрения.

Из этого вытекает необходимость установления оптимальной грузоподъемности поезда, которая позволила бы максимальную способность с минимальной стоимостью.

В настоящей работе представлены математические соотношения для определения грузоподъемности товарных поездов этих соотношенйй на цифровой счетно-решающей машине.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

C. Dumitraş D.C. 621.9

Contributions to the Establishment of Equations Concerning the Calculation of Specific Forces in the Process of Chipping.

The author presents in the paper new mathematical relations for the determination of the specific forces of the components Fx, Fy and Fz in the process of chipping by longitudinal turning, established on ground of the results obtaned experimentally.

Bul. Inst. politehnic, ‚Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

C. Dinculescu, P. Buhuş D.C. 621.311.2

A Method for the Study of Safety in the Technical Systems Operation.

The authors present in the ppaer a method for the determination of some of the main safety indicators in a technical system operation in the case the safety indicators of its components are known.

They specify a method for the determination of the mean total duration of states of success and respectively, of states of insuccess long enough to ensure properly a continous service.

In order to determine the number and mean duration of states of success and respectively of states of insuccess, the authors suggest the method of the mean number of passigns between the limit sub-states.

Bul. Inst. politehnic, ‚Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

M. Ienciu D.C. 669.21.8

Thermodynamic Study of the PbS-CH_2 System.

The author analyses in the paper the thermodynamic possibilities of using methane gas as a reducer for lead sulphide.

The thermodynamic calculations carried out show that the main reactions of the reduction process with methane gas are the following :

$$2\,PbS + CH_4 = 2\,Pb + C + H_2S$$
$$PbS + CH_4 = Pb\,C\,H_{2+} + H_2S$$
$$PbS + H_2 = Pb + H_2S$$

which occur easily, even at mean temperatures.

Likewise, the author shows that the side reactions of the reduction process (reactions between the methane gas, sulphur, carbone sulphide and sulphurated hydrogen) have a high thermodynamic probability in case carbon and sulphurated hydrogen result in the system.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

A.I. Popa D.C. 625.28

Optimization of the Train Tonnage.

Tonnage and circulation speeds of trains are two parameters which determine the whole activity of the railways.

The determination of the tonnages shoulgd be made so that it should be advantageous both from the point of view of the transport capacity and from the economic point of view. Thus, there results the necessity of establishing some optimum tonnages per train which should permit a maximum traffic at a minimum cost.

In the present work, the author establishes the mathematical relations leading to the determination of the goods trains tonnages and the logical diagrams for their programming on a digital electronic computer.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

Résume

C.D. 338.063.44 : 63

R. Soare

Sur l'efficience économique de l'entraînement électrique en agriculture.

L'auteur présente succintement les multiples applications de l'énergie électrique dans les processus agricoles. A partir des indicateurs de valeurs : l'importance de l'investition, l'investition spécifique, le terme de récupération et des indicateurs naturels, la consommation de métal, l'économie de combustible, l'auteur fait ressortir la supériorité de l'efficience économique de l'entrainement électrique par rapport à l'entraînement thermique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D. Moisil C.D. 534.8

Sur la technique utilisée pour un montage ellipsométrique à photomultiplicateur.

L'auteur étudie les erreurs expérimentales qui apparaissent au moment de l'établissement de la position d'extinction dans le cas où l'on utilise le procédé indiqué par Archer ; il apporte une amélioration à la méthode indiquée.

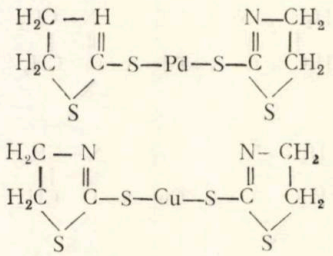
Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

C.D. 541

D. Camboli, Maria Stoia, L. Papahagi, D. Braşoveanu

Synthèse et structure de certaines combinaison nouvelles du Pd^{2+} et Cu^{2+} avec la mercaptothiasoline.

Cette étude a poursuivi l'établissement de la capacité de complexion de 2 mercapto 1-3 thiasoline avec une série d'ions bivalents et trivalents- On a obtenu des précipités avec les ions Pd^{2+} et Cu^{2+} de la solution de $PdCl_2$ et $CuSO_4$. Les combinaisons complexes ont les formules :



La vérification des formules a été faite par l'analyse chimique des précipités et à l'aide des spectres en infrarouge des deux combinaisons complexes.

On a déterminé aussi la limite de dilution à laquelle peuvent être décélés les ions métalliques cette limite est de l'ordre de 10^{-5} pour les deux ions.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

Zusammenfassung

D.K. 338.063.44 : 63

R. Soare

Uber die Wirtschaftlichkeit des elektrischer Antriebs in der Landwirtschaft.

Es werden kurzfassend die vielfachen Anwendungen der elektrischen Energie für Landwirtschaftsvorgänge vorgestellt. An Hand der Wertindikatoren wie Kapitalanlagenumfang, spezifische Kapitalanlage, Weiderelagungsfrist und der Naturindikatoren wie Metall verbrauch, Treibstoffersparnis, wird die überlegene Wirtschaftlichkeit des elektrischen Antriebs gegenüber dem thermischen Antrieb, hervorgehoben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D. Moisil D.K. 534.8

Über die bei einer ellipsometrischen Montage mit Photovervielfacher verwendete Technik.

Es werden die bei der Feststellung der Löschlage, falls das von Archer vorgeschlagene Verfahren angewendet wird, auftretende Versuchsfehler studiert. Eine Verbesserung der angeführten Methode wird erbracht.

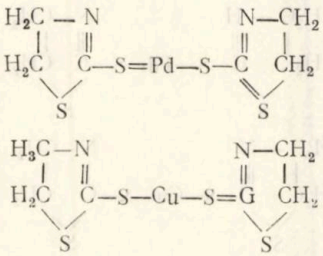
Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D.K. 541

D. Camboli, Maria Stoia, L. Papahagi, D. Braşoveanu

Synthese und Beschaffenheit neuer Verbindungen von Pd^{2+} und Cu^{2+} mit Merkaptothiazolin.

Vorliegende Arbeit hat die Bestimmung der Komplexionsleistung von 2 Merkapto 1-3 Thiazolin mit einer Reihe bi- und trivalenter Ionen verfolgt. Man hat Niederschläge mit den Pd^{2+} und Cu^{2+} — Ionen aus der $PdCl_2$ und $CuSO_4$-Lösung erhalten. Die komplexen Verbindungen haben die Formeln :



Die Formeln wurden durch chemische Analyse der Niederschläge und Ausführung der Infrarotspektren beider Komplex-Verbindungen überprüft.

Gleichzeitig wurde die Verdünnungsgrenze bestimmt bei der die Metallionen dezeliert werden können ; dieses gilt für beide Ionen der 10^{-5} Ordnung.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

C.D. 539.4 : 621.311

St. Bratu

Etude de la torsion de la barre à section transversale rectangulaire par la méthode de l'analogie avec les réseaux électriques.

Dans cette étude, on étudie la torsion d'une barre à section transversale rectangulaire à l'aide d'une nouvelle méthode de calcul, la méthode de l'analogie avec les réseaux électriques.

Les résultats obtenus à l'aide de cette méthode sont très rapprochés des résultats exacts obtenus par Saint-Venant.

Le grand avantage de cette méthode par rapport à celles connues jusqu'à présent consiste en ce qu' elle peut être appliquée sans aucune difficulté pour l'étude de la torsion des barres à n'importe quelle section transversale. En outre, elle constitue une nouvelle méthode de calcul pour la torsion des barres à sections transversales non-circulaires.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

C.D. 621.8

N. Manolescu, I. Tempea

Synthése structurale des chaînes cinématiques planes articulées $e = 10$ éléments, $C_5 = 13$ articulations et degré de liberté $L_z = 4$.

On présente les particularités de la formation des chaînes planes articulées à $e=10$, $c_5=13$ et $L_3=4$, par la méthode de l'utilisation de la notion de groupe ASSUR (6). On détermine les variantes structurale possible et on indique les critériums qui peuvent être utilisés pour l'enlevèment des chaînes identiques du point de que structural. On obtient finalement 230 chaînes cinématiques, systématiséés ensuite d'près leurs caracteristiques structurales.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

C.D. 621.1.01

Al. Dănescu, I. Iordache, E. Dămăceanu

Ionisation des flammes diffusément turbulementes-détermination de la zone de concentration maximum des ions dans les flammes diffusément turbulentes nues.

A partir de l'analyse théorique du processus d'échange de masses des flammes diffusément turbulentes dans les jets libres de gaz combustibles, les auteurs déterminent la zone de concentration maximum d'ions dans ces flammes.

Les expériences effectuées avec des flammes de gaz méthane ont confirmé les prémisses théoriques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D.K. 539.4 : 621.311

St. Bratu

Studium der Torsion einer Stange mit Recheckquerschnitt durch die Methode der Analogie mit elektrischen Netzen.

In dieser Arbeit wird die Torsion einer Stange mit Rechteckquerschnitt durch eine neue Berechnunhsmethode, die Methode der Analogie mit elektrischen Netzen, studiert.

Die durch diese Methode erzielten Ergebnisse, gleichen annäherud den genauen Ergebnissen, die von Saint-Venant erhalten wurden.

Der grosse Vorteil dieser Methode gegenüber den anderen bisher bekannten Methoden besteht in der Möglichkeit sie ohne Schwierigkeiten beim Studium der Stangen mit jedem Querschnitt anzuwenden. Ausserden stellt sie eine neue Berechnungsmethode für die Torsion der Stangen mit Rechteckquerschnitt dar.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D.K. 621.8

N. Manolescu, I. Tempea

Struktursynthese der ebenen kinematischen Gelenk Ketten, mit e = 10 Glieder, $c_5 = 13$ Gelenke und dem Freiheitsgrad $L_3 = 4$.

Es wird die Eigenheit der Zusammenstellung der ebenen Gelenk Ketten, mit $e=10$, $c_5=13$ und $L_3=4$ durch die Anwendung des Gruppenbegriffs ASSUR (6) angegeben. Es werden die möglichen Strukturvarianten und die Kriterien gezeigt, die für die Beseitigung der von strukturalem Gesichtspunkt identischen Ketten benützt werden können. Zum Schluss erhält man 230 kinematische Ketten, die darauffolgend nach ihren Strukturdaten systematisiert werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D.K. 621.1.01

Al. Dănescu, I. Iordache, E. Dămăceanu

Ionisierung der diffusiv-turbulenten Flammen — Feststellung der Ionen-Höchstkonzentrationszone in den offenen diffusiv-turbulenten Flammen.

Auf Grund der theoretischen Analyse der Massentauschvorganges aus diffusiv-turbulenten Flammen in freien Brenngasstrahlen, wird die Ionen-Höchstkonzentrationszone dieser Flammen festgestellt.

Die mit methangasflammen durchgeführten Versuche haben teoretische Voraussetzungen bestätigt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

C. Dumitraş C.D. 621.9

Contributions à l'établissement des équations concernant le calcul des forces spécifiques dans le processus coupe.

L'article présente de nouvelles relations mathématiques pour la détermination des forces spécifiques des composantes F_x, F_y et F_z dans le processus de coupe par turnage longitudinal, établies à partir des résultats obtenus par voie expérimentale.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

C. Dinculescu, P. Buhuş C.D. 621.311.2

Une méthode pour l'étude de la sûreté de fonctionnement des systèmes techniques

Les auteurs présentent dans l'ouvrage une méthode pour la détermination de certains des principaux indicateurs de la sûreté de fonctionnement d'un système technique dans le cas ou l'on connaît les indicateurs de la sureté de ses élements composants. Les auteurs précisent une méthode pour établir la durée moyenne totale des etats de de succès et respectivement des états d'insuccès dans un intervalle de temps suffisamment long dans lequel le système devrait être capable d assurer correctement un service continu.

Pour la détermination du nombre et de la durée moyenne des états de succès et respectivement des états d'insuccès, les auteurs proposent la méthode du nombre moyen de passages entre les sous-états limites.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

M. Ienciu C.D. 669.21.8

Etude thermodynamique du système Pbs-CH_2.

L'auteur analyse dans l'ouvrage les possibilités thermodynamiques d'utilisation du gaz méthane, comme réducteur pour le sulfure de plomb.

Les calculs thermodynamiques effectués indiquent que les réactions principales du processus de réduction avec du gaz méthane sont les suivantes :

$$2\,PbS + CH_4 = 2\,Pb + C + H_2S$$
$$PbS + CH_4 = Pb + C + H_2 + H_2S$$
$$PbS + H_2 = Pb + H_2S$$

qui se déroule facilement dès les températures moyennes.

De même, l auteur constate que les réactions secondaires du processus de réduction (réactions entre le gaz méthane, le soufre, le sulfure de carbone et l'hydrogène sulfuré) ont une probabilité thermodynamique élevée dans le cas où dans le système il résulte du carbone et de l'hydrogène sulfuré.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

Al. Popa C.D. 625.28

Optimisation des tonnages des trains.

Les tonnages et les vitesses de circulation des trains sont deux paramètres qui déterminent toute l'activité des chemins de fer.

La détermination des tonnages doit être faite de telle sortre que cell-ci soit avantageuse tant du point de vue de la capacité de transport que du point de vue économique. Il en résulte donc la nécessité de l'établissement de tonnages optimaux par train qui permettent un trafic maximum à un prix de revient minime.

Dans cet ouvrage, l'auteur établit les relations mathématiques pour la détermination des tonnages des trains de marchandise et les schémas logiques pour leur programmation sur un calculateur électronique numérique.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

D.K. 621.9

C. Dumitraş

Beitrag zur ermittlung der Beziechnungen für die Berechnung der spezifischen Schnittkraftkomponenten beim Drehen.

Der Artikel beschreibt die Ermittlung neuerer Gleichungen zur Berechnung der spezifischen Schnittkraftkomponenten Fx; Fy und Fz die bei der Drehbearbeitung verwendbar sind.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

C. Dinculescu, P. Buhuş D.K. 621.311.2

Methode für des Studium der Betriebssicherheit der technischen Systeme.

Die arbeit zeigt eine Methode für die Feststellung gewisser Hauptindikatoren der Betriebssicherheit eines technischen systems, falls die Sicherheitsindikatoren der Bestandteilen bekannt sind.

Eine Methode fur das Feststellen der gesamten Durchschnittsdauer der Erfolg- und Misserfolg-Zustände in einer genug langen Zeitspanne, in welcher das System einwadfrei einen kontinuierlichen Betrieb sichern sollte, wird umgerissen.

Zwecks Feststellung der Anzahl und Durchschnittsdauer der Erfolg- und Misserfolg-Zustände wird die Methode der Durchschnittzahl der Ubergänge zwischen den Grenz-Unterzuständen, vorgeschlagen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

M. Ienciu D.K. 669.21.8

Thermodynamisches Studium des PbS-CH_2-Systems.

In diesem Werk werden die thermodynamischen Möglichkeiten der Anwendrung von Methangas als Reduktionsmittel für Bleisulfid, zergliedert.

Die durchgeführten thermodynamischen Berechnungen dass die Hauptreaktionen des Reduktionsvorganges mittels Methangas die folgenden sind:

$$2\,PbS + CH_4 = 2\,Pb + C + H_2S$$
$$PbS + CH_4 = Pb + C + H_2 + H_2S$$
$$PbS + H_2 = Pb + H_2S$$

die sich leicht, schon bei mittleren Temperaturen, entwickeln.

Ferner wird festgestellt das die Nebenreaktionen des Reduktionsvorganges (Reaktioner zwischen Methangas, Schwefel, Schwefelkohlenstoff und Schwefelwasserstoff) eine hohe thermodynamische Wahrscheinlichkeit aufweisen, falls in System Kohlenstoff und Schwefelwasserstoff, auftreten.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

Al. Popa D.K. 625.28

Optimalisierung der Eisenbahnzugtonnagen.

Die Tonnagen und Fahrtgeschwindigkeiten der Eisenbahnzüge sind zwei Parameter, welche die gesamte Tätigkeit der Eisenbahnen bestimmen.

Fie Tonnagenbestimmung muss derart vorgenommen werden, dass diese sowohl vom Standpunkt des Transportvermögens, als auch vom wirtschaftlichen Standpunkt aus, vorteilhaft werden. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit der Festellung von optimalen Tonnagen pro Zug, welche einen maximalen Verkehr bei minimalem Kostenpreis gestatten.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 1/1970

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 1

ECONOMIE POLITICĂ

C.Z.: 338.063.44 : 63

CU PRIVIRE LA EFICIENȚA ECONOMICĂ A ACȚIONĂRII ELECTRICE ÎN AGRICULTURĂ *

ROZALIA SOARE

Acordînd o importanță deosebtiă dezvoltării intensive și multilaterale a agriculturii, Congresul al X-lea al P.C.R. a trasat jaloanele ridicării în continuare a nivelului tehnic al acestei ramuri economice în următorii ani. În agricultură eforturile principale trebuie îndreptate în viitor spre dezvoltarea multilaterală a producției, asigurarea unei puternice baze tehnice materiale, sporindu-se în acest sens mijloacele de mecanizare și chimizare și extinzîndu-se irigațiile.

Ridicarea nivelului tehnic presupune și folosirea unei forme de energie corespunzătoare. Dacă în procesele de arat, semănat, în genere pentru procesele mobile, este eficientă în etapa actuală energia mecanică furnizată de tractoare, în procesele staționare calculele tehnico-economice dovedesc că este eficientă utilizarea energiei electrice.

Procesele staționare din agricultură care pot fi acționate electric sînt multiple și din cele mai variate. Exemplu acționarea instalațiilor de preparare și distribuirea furajelor, a instalațiilor pentru alimentarea cu apă a fermelor zootehnice, a instalațiilor de muls și prelucrarea primară a laptelui, acționarea batozelor, a diverselor instalații din sere, a incubatoarelor, a pompelor în vederea irigațiilor etc.

În țara noastră aplicațiile energiei electrice au căpătat o extindere din ce în ce mai mare în special în cadrul fermelor specializate și în întreprinderile pentru mecanizarea agriculturii. Acum cînd electrificarea cuprinde marea majoritate a localităților rurale, aplicațiile energiei electrice se cer a fi extinse tot mai mult, în toate unitățile agricole ținînd seama că acționarea electrică se dovedește a fi superioară acționării termice atît sub aspectul tehnic cît și cel economic. De asemenea consumul de energie electrică cerut de aceste instalații, cu excepția stațiilor de pompare în vederea irigațiilor, se poate realiza la nivelul puterii actuale instalate, majoritatea proceselor programîndu-se în perioadele golurilor de sarcină.

În vederea punerii în evidență a superiorității acționării electrice față de cea termică, eficiența economică în cele două situații se poate analiza cu ajutorul următorilor indicatori valorici: mărimea investiției, investiția specifică, cheltuielile de producție, durata de recuperare, pre-

*Manuscris predat la redacție la 10 martie 1969.

cum și a indicatorilor naturali : consumul de metal, combustibil, forța de muncă.

În unitățile agricole electrificate investițiile cerute de acționarea cu motoare electrice a utilajelor și instalațiilor sînt cu mult mai reduse decît în cazul acționării cu motoare termice deoarece costul motoarelor electrice este inferior celor termice iar transmisiile mașinilor și instalațiilor acționate electric sînt mai simple. În cazul acționării cu motoare termice sînt necesare ambreiaje, cutii cu viteză, transmisii care măresc valoarea investițiilor. De asemenea se cer spații pentru depozitarea combustibilului.

În cazul în care unitatea agricolă nu este racordată la rețeaua electrică se impun o serie de cheltuieli suplimentare care însă pot fi în scurt timp recuperate pe seama ridicării eficienței economice în procesele agricole electrificate.

În cazul în care se face acționarea cu motoare electrice investiția specifică se poate calcula cu relația :

$$i_{spe} = \frac{C_m + C_{ii} + C_r}{E} \tag{1}$$

în care : i_{spe} reprezintă investiția specifică în cazul acționării cu motoare electrice în lei/kWh

C_m — costul motoarelor electrice în lei ;

C_{ii} — costul instalației interioare în lei ;

C_r — cota pentru racord în lei ;

E — energia consumată anual pentru acționare în kWh.

Investiția specifică în cazul acționării cu motoare termice se poate determina cu relația :

$$i_{spt} = \frac{C'_m + C_{td} + C_{tr}}{E} \tag{2}$$

în care : i_{spt} reprezintă investiția specifică în cazul acționării termice ;

C'_m — costul motorului termic ;

C_{td} — costul transportului și depozitării combustibilului ;

C_{tr} — cheltuieli pentru transmisie.

Atunci cînd localitatea este electrificată ($C_r = 0$) iar dacă cheltuielile pentru instalația electrică interioară le considerăm aproximativ egale cu cheltuielile pentru transport, depozitare și pentru transmisie, în cazul acționării cu motoare termice ($C_{ii} = C_{td} + C_{tr} = C_0$) rezultă :

$$i_{spe} = \frac{C_m + C_0}{E} \; ; \quad i_{sqt} = \frac{C'_m + C_0}{E}$$

Cum însă costul motoarelor electrice este mai mic decît costul motoarelor termice ($C_m < C'_m$) rezultă că și investiția specifică în cazul acționării electrice este mai mică decît în cazul celei termice, pentru acționarea unei instalații care cere aceeași energie anuală

$$i_{spe} < i_{spt}$$

Pentru a compara eficiența economică a acționării electrice față de acționarea termică din punct de vedere al prețului de cost este necesar a se calcula în cele două cazuri : costul unității de energie, de acționare (lei/kWh).

Prețul de cost unitar mediu se poate exprima prin relația :

$$P_{am} = \frac{C_{am}}{V_{am}}$$

în care : C_{am} reprezintă cheltuielile anuale medii de producție actualizate (lei[an). Se determină cu relația

$$C_{am} = \frac{\sum_{k=1}^{k=m} A_k \, s_1^k}{T_a} + \frac{p_r \, {}^0/_0 \, I_a}{100 \, T_a} + E_m + S_m + M_m + N_m \qquad (3)$$

V_{am} — volumul mediu al producției (kWh/an).

Considerînd că este realizat același volum anual de energie de acționare, fie cu motoarele electrice fie cu cele termice înseamnă că prețul de cost unitar mediu al unui kWh va fi mai mic în cazul în care cheltuielile anuale medii actualizate vor fi mai mici.

Analizînd comparativ cele două forme de acționare se poate constata, că în cazul acționării electrice valorile termenilor componenți ai prețului de cost sînt mai mici decît în cazul acționării cu motoare termice.

Astfel : cota anuală de amortizare exprimată de primul termen este în general mai mică în cazul acționării cu motoare electrice decît în cazul acționării cu motoare termice, pentru că, pe de o parte, după cum s-a arătat, investițiile ce necesită a fi amortizate sînt mai mici în primul caz deoarece costul motoarelor electrice este mai mic, iar pe de altă parte pentru că durata de funcționare a acestora este mai mare $T_{ae} > T_{at}$. Așa de exemplu un motor electric are o durată de funcționare de circa 50.000 ore (15 ani) iar motoarele termice 20.000—25.000 ore (7—8 ani).

Alt termen al cheltuielilor anuale de producție, cota de amortizare a cheltuielilor anuale de reparații, la fel este mai mică în cazul acționărilor electrice întrucît investițiile după cum s-a arătat sînt mai mici $I_{ae} < I_{ae}$, iar durata de funcționare mai mare $T_{ae} > T_{at}$.

(Notațiile care au indici (e) se referă la acționarea electrică iar (t) la acționarea cu motoare termice).

Totodată cota procentuală alocată pentru reparații și întreținere este cu mult mai mică în cazul motoarelor electrice datorită construcției lor mai simple și siguranței mari în funcționare ($p_{re} < p_{rt}$).

Cît privește prețul mediu al energiei, calculele conduc la aceeași concluzie că acesta este mai redus în cazul acționării electrice. În calcul s-au avut în vedere tarifele diferențiate și mai reduse pentru agricultură.

În ceea ce privește cel de al patrulea termen al prețului de cost și anume cheltuielile cu salariile și acestea sînt mai mici în cazul acționării electrice în comparație cu cea termică datorită faptului că : motoa-

rele electrice nu necesită o supraveghere permanentă, în consecinţă personalul necesar este cu mult mai redus.

Ceilalţi termeni ai preţului de cost (M_m şi N_m) sînt de asemenea mai mici în cazul acţionării electrice sau cel puţin egali faţă de acţionarea termică.

Faţă de cele arătate este evident că cheltuielile anuale medii pentru obţinerea aceleiaşi cantităţi de energie de acţionare sînt mai mici în cazul acţionării cu motoare electrice faţă de acţionarea cu motoare termice.

În ceea ce priveşte influenţa factorului timp ea este similară pentru ambele cazuri.

Termenul de recuperare reprezintă raportul dintre investiţiile făcute şi economiile realizate în urma investiţiilor, sau raportul dintre diferenţele de investiţii şi diferenţele între preţurile de cost.

În cazul considerat, datorită faptului că şi investiţiile şi preţul de cost în cazul acţionării electrice sînt mai mici decît în cazul acţionării cu motoare termice, calculul termenului de recuperare nu are sens întrucît soluţia este evident mai avantajoasă.

Pentru a ilustra eficienţa economică superioară a acţionării electrice a instalaţiilor pentru irigaţii în comparaţie cu ocţionarea termică, un exemplu îl constituie situaţia de la staţia de irigaţii I.A.S. Olteniţa. Pînă în 1963 a funcţionat o staţie de pompare acţionată cu motoare termice, care apoi s-a transformat într-o staţie modernă constituită din electropompe.

Iniţial staţia era formată din 8 pompe fiecare acţionată de către un motor de 45 CP (sau $45 \times 0{,}736 = 33$ Kw) debitul unei pompe fiind de 540 mc/h. Ulterior staţia a fost alcătuită din 5 electropompe a 130 kW, fiecare electropompă realizînd un debit de 2780 mc/h. Din aceste date reiese că în cazul acţionării electrice cu o energie de 1 kilowatoră se pompează 24,4 mc (2780 : 130) iar în cazul acţionării cu motoare termice, cu 1 kilowatoră energie termică consumată se pompează 16,4 mc apă (540 : 33). Se constată că în cazul acţionării termice, cu acelaş consum de energie se obţine un efect mai mic, în comparaţie cu acţionarea electrică iar preţul de cost al unui mc de apă în cazul acţionării termice este mai mare. În perioada în care staţia a funcţionat cu motopompe preţul unui mc de apă era de 0,080 lei iar în condiţiile actuale este de numai 0,0035 lei.

Eficienţa economică mai ridicată a acţionării electrice rezultă şi din situaţia altor staţii de pompare pentru irigaţii sau alimentări cu apă. Preţul unui mc. de apă pompat la staţia Dunărica este de 0,018 lei, la staţia centrului de experimentări Fundulea de 0,065 lei, în timp ce staţia de alimentare cu apă I.A.S. Cisnău jud. Buzău — acţionată termic — este de 2,90 lei.

În ceea ce priveşte indicatorii naturali : consumul de metal, economia de combustibil, forţă de muncă, aceştia sînt de asemenea în favoarea acţionării electrice.

Astfel greutatea motoarelor electrice utilizate în agricultură este mult mai mică decît cea a motoarelor termice. Exemplu un motor electric de 4 kW cîntăreşte 72 kg în timp ce un motor termic de aceeaşi putere 380 kg, deci de 5,2 ori mai mult. Economia de metal este de 302 kg. Ţinînd seama că în toate unităţile agricole există circa 13.058 puncte

de consum și că în fiecare unitate ar fi necesare circa 10 motoare, economiile de metal, pe total puncte de consum, ar fi considerabile și anume de 39.435.160 kg metal în comparație cu utilizarea motoarelor termice.

Acționarea electrică asigură și economii importante de combustibil. Motoarele termice funcționează, după cum este cunoscut cu motorină sau benzină, ori producerea energiei electrice se poate realiza cu combustibili inferiori și cu energia apelor, ceea ce asigură economisirea hidrocarburilor lichide care pot fi valorificate în alte domenii cu rezultate mult mai pozitive.

În alegerea sistemului de acționare electrică sau cu motoare termice trebuie avut în vedere politica partidului și statului nostru cu privire la utilizarea surselor energetice. Ținînd seama de cerințele industriei chimice, hidrocarburile lichide sînt dirijate spre această ramură unde se asigură o valorificare superioară a acestora micșorîndu-se volumul lor destinat în scopuri energetice.

Acționarea electrică, în comparație cu acționarea termică asigură și o economie de forță de muncă. Motoarele electrice fiind mai simple, funcționează cu mai mare siguranță și în consecință nu necesită o supraveghere permanentă. În cadrul combinatelor avicole, zootehnice, unde motoarele sînt situate la distanțe nu prea mari un electrician poate controla pînă la 30 de motoare electrice, exemplu (Combinatul avicol Periș) în timp ce motoarele cu combustie internă necesită o supraveghere permanentă și individuală.

În cazurile în care în unitatea agricolă există numai un motor, prezența unui electrician este necesară. În acest caz economia de forță de muncă este posibilă numai în cazul în care normarea muncii se va face în om/ore și se va asigura o calificare multilaterală a lucrătorilor, astfel încît un electrician să poată presta în timpul disponibil și alte activități.

În agricultură și în special în zootehnie se impune acționarea electrică și prin faptul că motoarele electrice funcționează fără zgomot ; ori menținerea liniștei este o condiție în cadrul complexului de măsuri zooigienice cerute de creșterea animalelor în sisteme științifice.

O altă calitate a motorului electric este aceea că folosește energie din surse exterioare ceea ce face să dispară necesitatea de a avea rezerve de combustibil lîngă agregatul electric.

Durata de pornire a motorului electric este foarte scurtă, practic instantanee și nu depinde de condițiile meteorologice înconjurătoare. Aceasta înseamnă o mare economie de timp și combustibil. O oră cheltuită pentru pornirea unui motor cu ardere internă echivalează cu 100 ore de lucru normal al motorului. Deoarece în agricultură, numeroase procese necesită întreruperi, motorul electric se dovedește a fi mult mai avantajos. Pe lîngă faptul că nu necesită timp pentru pornire, motorul electric nu cere operații pregătitoare (alimentare cu combustibil, ulei și apă) și nici eforturi fizice mari care sînt cerute de motoarele termice. Faptul că nu depinde de condițiile meteorologice este un alt avantaj deoarece lucrările agricole de iarnă, primăvară și toamnă se execută la temperaturi scăzute ale aerului și au loc adesea în încăperi neîncălzite.

Motorul electric suportă supraîncărcări mari. Multe lucrări agricole solicită supraîncărcări pe care motorul termic cu piston din cauza capacității sale insuficiente de a le suporta trebuie să dispună de o rezervă de putere prevăzută în mod special pentru învingerea rezistențelor temporare, căci în caz contrar motorul se oprește.

Motorul electric nu produce gaze vătămătoare în timpul funcționării. Procesul electromagnetic care stă la baza transformării energiei electrice în energie mecanică neavînd legătura cu procesele chimice, nu produce gaze și duce la condiții sanitaro-igienice mai bune decît în cazul motoarelor cu ardere internă.

Agricultura cere o gamă foarte variată de motoare, ori capacitatea mare de divizare a energiei electrice permite construirea motoarelor de puteri diferite începînd cu cîțiva waţi pînă la motoare cu o putere de sute de kilowaţi. Exemplu, la fermele de lapte puterea motorului necesară pentru acționarea unui separator poate să fie pînă la un kilowat, pentru mulsul vacilor de la 2,5—3 kilowaţi iar a motorului pentru tocatul paielor și porumbului verde pentru siloz de 5-10 kilowaţi și mai mare.

Un alt avantaj al motorului electric și totodată o proprietate a sa este universalitatea în folosire (iluminat, forță motrice, încălzire, tratamente cu raze etc.).

Motoarele electrice sînt folosite atît pentru acționarea unor mașini individuale cum este cazul în cadrul CAP-urilor și IAS-urilor cît și a liniilor tehnologice automate în cazul combinatelor de tip industrial. La mașinile și agregatele de forță, pentru simplificarea schemelor cinematice, îmbunătățirea funcționării diferitelor organe și mașini precum și pentru mărirea randamentului mașinii se folosește acționarea cu mai multe motoare. Aceasta este posibilă numai sub forma acționării electrice. Rezultatele se concretizează și într-o economie de forță de muncă, într-o îmbunătățire a funcționării instalației și prin mărirea siguranței în funcționare.

Superioritatea acționării electrice este vizibilă atît sub aspectul consecințelor valorice cît și sociale ceea ce impune extinderea acesteia pe o scară tot mai largă. Conducătorii unităților agricole trebuie să manifeste mai mult interes pentru introducerea energiei electrice într-un număr mai mare de procese din agricultură deoarece pe lîngă faptul că acționarea electrică a mașinilor este superioară, ea contribuie la sporirea considerabilă a productivității muncii.

Catedra de economie politică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

N. Ceaușescu Raport la cel de-al X-lea Congres al P.C.R. Ed. politică, 1969.
Listov P. N. Echipamentul instalațiilor electrice rurale. Ed. Tehnică 1963.
Nistor I., Florescu Dobra V. Mecanizarea și electrificarea fermelor zootehnice Ed. Didactică 1965.
Popescu Băran. Creșterea industrială a păsărilor.
Runov B. A. Mecanizarea și electrificarea fermelor zootehnice în S.U.A., 1966.
* * * Electrification rurale ONU Vol. I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 1

FIZICA

C.Z.: 534.8

SUR LA TECHNIQUE UTILISÉE POUR UN MONTAGE ELLIPSOMÉTRIQUE À PHOTOMULTIPLICATEUR *

DIANA MOISIL

L'ellipsométrie consiste à déterminer deux grandeurs adimensionnelles ψ et Δ, caractéristiques du matériel. Lorsqu'une onde de lumière monochromatique, polarisée rectilignement, tombe sur une surface réfléchissante, la lumière réfléchie, est, en général, polarisée elliptiquement. Si l'on désigne par $\tilde{r}_p$ et $\tilde{r}_s$, les coefficients complexes de réflexion de Fresnel des ondes réfléchies polarisées dans le plan d'incidence et, respectivement, dans un plan normal au plan d'incidence, on peut mettre le rapport entre ces coefficients sous la forme :

$$\frac{\tilde{r}_p}{\tilde{r}_s} = \operatorname{tg}\psi\, e^{i\Delta}$$

où $\operatorname{tg}\psi$ désigne la partie réelle de ce rapport et Δ le déphasage ayant lieu, après la réflexion, entre l'onde polarisée dans le plan d'incidence et l'onde polarisée dans le plan normal au plan d'incidence. Les grandeurs ellipsométriques ψ et Δ, qui constituent l'information sur l'état de polarisation de l'onde réfléchie, dépendent des constantes optiques du matériel réfléchissant, de l'épaisseur des pellicules superficielles du matériel et de l'angle d'incidence. La précision correspondant à la détermination de l'épaisseur des couches minces et des constantes optiques est évidemment limitée par la précision de la détermination des grandeurs ellipsométriques ψ et Δ,

La présent travail traite de quelques erreurs expérimentales qui apparaissent lors de l'établissement de la position d extinction, donc de la détermination des grandeurs ellipsométriques, et indique une méthode de travail appropriée à la correction de ces erreurs.

L'ellipsomètre ayant servi à effecteur les déterminations expérimentales consiste en un goniomètre horizontal sur le limbe duquel glissens deux curseurs. L'un d'eux porte un polaroïde servant de polariseur et l'autre un polaroïde servant d'analyseur, aussi qu'un compensateur Sénarmont. Au centre du cercle du goniomètre, il y a un petit plateau tournant, dont l'axe de rotation coincide avec l'axe du goniomètre. Le plateau porte un support où l'on introduit l'échantillon à étudier. La précision de la lecture des azimuts du polariseur et de l'analyseur est de 1'. Les déterminations ont été effectuées en lumière modulée, avec un photo-

* Ouvrage reçu à la rédaction le 5 Mars 1969.

multiplicateur ΦEY-17. Si les indications du microvoltmètre sont enregistrées autour des positions d'extinction aussi bien de l'analyseur que du polariseur et si l'on applique la méthode appelée des „angles symétriques" [1], [2], la précision atteint 2'. Rappelons que, en première approximation, la grandeur ψ est fournie par l'azimut du polariseur, à l'extinction, mesuré depuis le plan d'incidence, tandis que $\frac{\Delta}{2}$ est égal à la différence entre l'azimut de l'analyseur, mesuré lui aussi depuis le plan d'incidence et l'angle 45°.

L'échantillon étant monté sur le plateau du goniomètre, on tâche d'obtenir l'extinction en faisant tourner l'analyseur et le polariseur, tout en maintenant le compensateur fixe, avec l'azimut de son axe rapide à 45° par rapport au plan d'incidence. C'est la technique indiquée par Archer [2] qui est appliquée : ayant déterminé la position approximative, on construit les courbes qui, pour une position fixe de l'analyseur, donnent l'intensité du courant à la sortie du photomultiplicateur, en fonction des indications du polariseur. La position exacte du polariseur est déterminée en mesurant les indications de celui-ci, correspondant à des intensités égales des deux cotés du minimum ; c'est la moyenne de ces deux valeurs qui est la valeur exacte P_m du minimum. Afin de déterminer la position de l'analyseur correspondant au minimum, le polariseur est placé à la valeur P_m et ensuite on applique le même méthode que pour la détermination de la position de celui-ci.

Nos observations ont montré l'apparition, lors de la détermination des valeurs P_m et A_m, de certaines erreurs. Si, par exemple,en continuant, on fixe l'analyseur à la valeur A_m et l'on répète l'opération pour déterminer cette fois-ci la position de P_m on trouvera une nouvelle valeur $P'_m \neq P_m$, la différence entre P'_m et P_m étant supérieure à l'erreur expérimentale. Et, de même, avec le polariseur fixé à l'indication P'_m, on trouvera pour le minimum de l'analyseur la valeur $A'_m \neq A_m$. La détermination du minimum d'extinction requiert donc plusieurs opérations et pas seulement deux, ainsi que le recommande Archer. Evidemment, le nombre d'opérations nécessaire sera d'autant moindre que la détermination de la position approximative d'extinction a été plus exacte.

Si l'on construit les courbes de l'intensité du courant en fonction de la position du polariseur, correspondant à plusieurs positions fixes de l'analyseur (fig. 1), on trouvera, naturellement que l'intensité du courant varie avec la position de l'analyseur. Il faut, pourtant, remarquer que les minima des diverses courbes sont déplacés les uns par rapport aux autres ; on peut voir que, pour des positions fixes de l'analyseur, prises des deux côtés de la position A_m, les courbes d'intensités minima aproximativement égales se coupent (fig. 2). C'est exactement ce qui arrive si l'on tâche d'obtenir l'extinction dans les autres quadrants. La figure 3 montre la variation des position du polariseur à l'extinction en fonction des positions de l'anlyseur en deux quadrants différents. Les échantillons qui ont permis de faire ces déterminations consistaient en

des couches minces de plomb, placées soit dans le vide, soit dans l'air. Les mêmes opérations que ci-dessus, mais cette fois le polariseur étant maintenu en diverses positions fixes, tandis que l'on fait tourner l'analy-

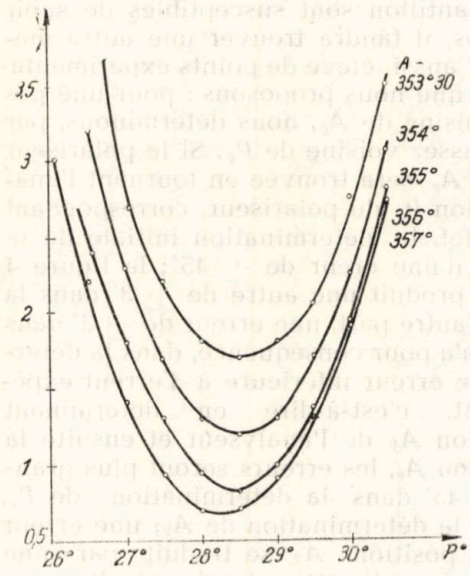


Fig. 1

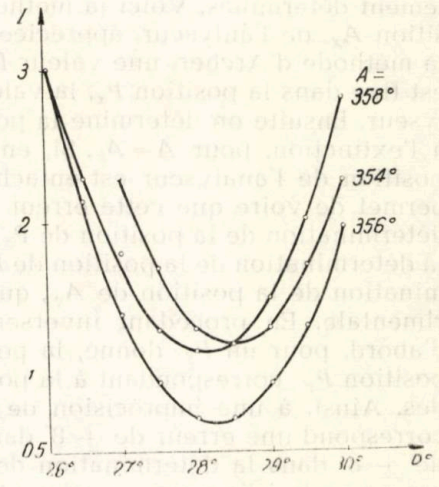


Fig. 2

seur, fournissent les mêmes courbes, dont les minima sont déplacés les uns par rapport aux autres. Si, sur le même graphique, on fait représenter la valeur de A_m en fonction des diverses positions du polariseur, bien entendu autour des positions d'extinction, ainsi que la valeur de P_m correspondant aux diverses positions de l'analyseur (fig. 4), c'est le croisement des deux courbes qui donnera l'extinction ; soient A_e et P_e ces positions.

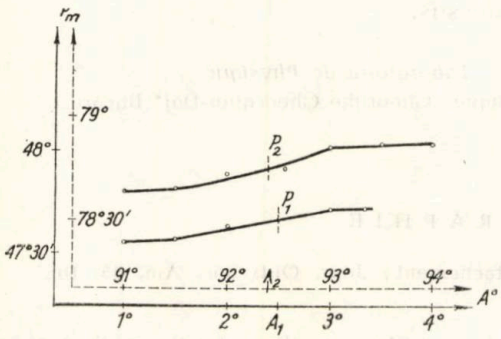


Fig. 3

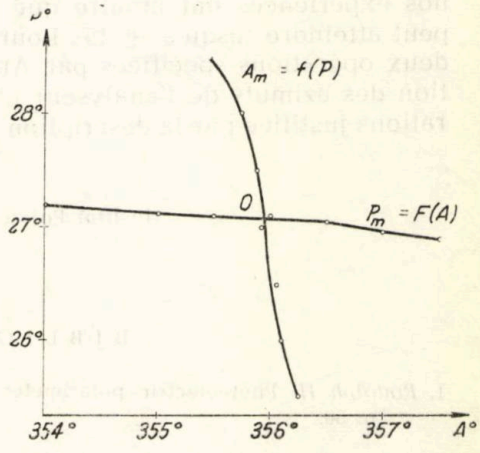


Fig. 4

Le procédé à suivre pour la détérmination de l'extinction est la construction d'une paire de famille de courbes comme celles de la figure 4 ; or une pareille opération est bien laborieuse. Par conséquent, si les propriétés de la surface de l'échantillon sont susceptibles de subir des modifications dans cet intervalles, il faudra trouver une autre méthode, ne nécessitant pas un nombre aussi élevé de points expérimentalement déterminés. Voici la méthode que nous proposons : pour une position A_x de l'anlyseur, appréciée voisine de A_e, nous déterminons, par la méthode d'Archer, une valeur P_x assez voisine de P_e. Si le polariseur est fixé dans la position P_x, la valeur A_e sera trouvée en tournant l'analyseur. Ensuite on détermine la position P_e du polariseur, correspondant à l'extinction, pour $A = A_e$. Si, en effet, la détermination initiale de la position de l'analyseur est entachée d'une ereur de $\pm$ 45' ; la figure 4 permet de voire que cette erreur en produit une autre de $\pm$ 3' dans la détermination de la position de P_x. D'autre part, une erreur de $\pm$ 3' dans la détermination de la position de P_x n'a pour conséquence, dans la détermination de la position de A_e, qu'une erreur inférieure à l'erreur expérimentale. En procédant inversement, c'est-à-dire en déterminant d'abord, pour un P_y donné, la position A_y de l'analyseur et ensuite la position P_e correspondant à la position A_y, les erreurs seront plus grandes. Ainsi, à une imprécision de $\pm$ 45' dans la détermination de P_y, correspond une erreur de $\pm$ 8' dans la détermination de A_y; une erreur de $\pm$ 8' dans la détermination de la position A_y se traduit par une erreur égale à l'erreur expérimentale dans la détermination de P_e.

Remarquons que, si l'on se contente des deux opérations indiquées par Archer, c'est-à-dire de la construction de deux courbes seulement, du type de celle que représentent les figures 1 et 2, les erreurs entachant la détermination des azimuts du polariseur et de l'analyseur, à l'extinction, seront supérieures aux erreurs expérimentales. Les erreurs dans la détermination des az muts à l'extinction ne seront égales aux erreurs expérimentales qu'au cas où la position approximative d'extinction est déterminée à moins de $\pm$ 15' près, par rapport à la position réele. Or, nos expériences ont montré que l'écart de la position approximative peut atteindre jusqu'à $\pm$ 45'. Pour conclure, nous recommandons qu'aux deux opérations spécifiées par Archer, on substitue, pour la détermination des azimuts de l'analyseur et du polariseur, la suite des trois opérations justifiée par la description ci-dessus.

Laboratoire de Physique
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Rudolph H.* Photoelectric polarimeter attachement ; Jour. Opt. Soc. Am. 45, 1955, p. 50.

2. *Archer R. J.* Determination of the properties of films on silicon by the method of ellipsometry. Jour. Opt. Soc. Am. 52, 1962, p. 970.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 1

CHIMIE

C. Z.: 541

LA SYNTHÈSE ET LA STRUCTURE DES COMBINAISONS NOUVELLES DES IONS Pd^{2+} ET Cu^{2+} AVEC LA 2-MERCAPTO-1, 3-THIAZOLINE *

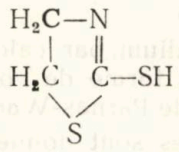
D. CAMBOLI, MARIA STOIA, L. PAPAHAGI, D. BRAȘOVEANU

Dans la présente note on cherche d'établir la capacité de complexer de la 2-mercapto 1-3 thiazoline avec une série des ions bi- et trivalents. On a essayé d'obtenir des combinaisons avec les suivants ions :

1. Fe^{3+} (d'une solution $FeCl_3$)
2. Co^{2+} (d'une solution $Co(NO_3)_2$)
2' Co^{3+} (d'une solution $Co_2(SO_4)_3$)
3. Ni^{2+} (d'une solution $(CH_3COO)_2Ni$)
4. Pd^{2+} (d'une solution $PdCl_2$)
5. Pt^{4+} (d'une solution $PtCl_4$)
6. Cu^{2+} (d'une solution $CuSO_4$)
7. Zn^{2+} (d'une solution $ZnCl_2$)

On a obtenu des précipités stables avec les ions Pd^{3+} et Cu^{2+}.

I. La 2-mercapto 1-3 thiazoline (1,2)



a le poids moléculaire 119,258 et se sépare d'une solution aqueuse sous forme de cristaux aciculaires.

La substance a le point de fusion 106°—107°C, est soluble dans l'alcool éthylique, le chloroforme et l'acide acetique, ainsi que dans l'eau et le benzène (en chauffant).

Elle est insoluble dans les acides minéraux.

II. Synthèse et analyses

a) On ajoute goutte à goutte et en agitant une solution de $PdCl_2$ dans une solution aqueuse de 2 mercapto 1-3 thiazoline.

* Ouvrage reçu à la rédaction le 7 Décembre 1968.

On obtient un précipité jaune qui d'abord se dissout dans le milieu de réaction, mais qui se dépose dans un certain délai.

b) Dans une autre variante, on introduit dans une solution alcoolique de 2-mercapto 1-3 thiazoline, a froid et en agitant, une solution de $PdCl_2$.

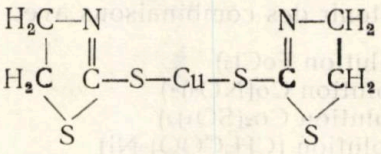
La synthèse de la combinaison complèxe avec l'ion Cu^{2+} a été réalisé en introduisant dans la solution aqueuse de la substance organique, à froid et en agitant, une solution de $CuSO_4$.

On obtient un précipité, qu'on laisse se déposer pendant une heure pour faciliter la filtration.

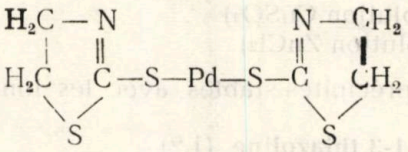
Les précipités obtenus avec l'ion Pd^{2+} autant que celui obtenu avec l'ion Cu^{+2} se laissent filtrer facilemant. On lave les précipités avec de l'eau et puis avec de l'éther.

L'analyse des précipités

Les formules proposées pour les deux combinaisons sont :



Poids moléculaire : 299,94



Poids moléculaire : 342,80

On a déterminé le palladium par calcination jusqu'au métal et le cuivre en le précipitant sous forme de combinaison complèxe avec la pyridine, l'azote par la methode Parnas-Wagner.

Les résultats des analyses sont donnés dans le tableau (1).

Tableau 1

Combinaison avec le cuivre				Combinaison avec le palladium			
cuivre, %		azote, %		palladium, %		azote. %	
calculé	trouvé	calculé	trouvé	calculé	trouvé	calculé	trouvé
21,17	20.07	9,33	9,28	31,04	30,28	8,17	8,13
—	21,04	—	9,00	—	30,54	—	8,14

III. **Spectres d'absorbtion en infrarouge**

On a employé un spectrophotomètre Karl Zeiss Jena Type UR-10 qui permet d'obtenir des spectres dans le domaine compris entre 400—4000 cm^{-1}.

Les maxima d'absorbtion correspondant aux grouppements SO_4 (3, 4, 5) se trouvent entre 610—680 cm^{-1} et 1130—1180 cm^{-1} ; dans la note (5) on mentionne pour 20 sulphates un maximum à 670 cm^{-1}.

Dans les tableaux ci-dessous on a présenté les résultats des spectres en infrarouge pour les combinaisons étudiées dans la présente note.

Maxima d'absorbtion en i.r.

Tableau II

Ligand libre	Intensité des bandes de transmission %
438	50
547	49
589	52
657	60
700	60
758	62
710	57
858	47
862	45
940	67
1010	73
1560	85
1095	41
1160 (d)	47
1210	55
1260	62
1300	79
1350	40
1420 (d)	58
1524	86
2860	68
2940	68
3000	71
3160	78

Tableau III

Ligand libre	Ligand complexé	Intensité des bandes de trans. %	Observations
438	438	19	
547			
589	580	20	
657	660	18	
700	695	19	
758			
710			
858			
862	860	23	
940	950	32	
1010	984	48	
1060	1050	81	maximum
1095			dédoublé
1160	1160	16	
1210	1204	27	
1260	1263	23	
1300	1310	51	
1350			
1420	1440	26	maximum
1524			dédoublé
	1540	74	
	1642	16	
2860	2860	39	
2940	2943	41	
3010			
3160			

On constate qu'on retrouve les maxima caractéristiques au ligand organique déplacés entre —10 et +10 cm^{-1}.

Il n'est pas possible d'étudier les maxima correspondants aux ions de chlore parcequ'ils correspondent aux valeurs moindres que 400 cm^{-1}. Les maxima correspondants aux grouppements SO_4^{2-} ont été rétrouvés dans les domaines caractéristiques (610—680 et 1130—1180 cm^{-1}).

On a détérminé le spectre d'absorbtion de la 2-mércapto 1-3-thiazoline non mentionné dans la littérature. Il est présenté dans le tableau 2,

Les dates spectrales confirment la formation des combinaisons complèxes, ainsi qu'on a constaté par la voie chimique.

V. Décelation des ions

On a déterminé la limite maxime de dilution des ions métalliques avec lesquels on obtient un précipité dans les mêmes conditions que celles mentionnées dans les notes relatives au même réactif. Des quatre procédés employés dans la microanalyse, notamment-les réactions sur une plaque de porcelaine, sur une lamelle de microscope, dans une microéprouvette et sur du papier de filtre, on constaté que le plus indiqué est celui sur le papier de filtre, car les réactions sont plus sensibles.

Les épreuves ont été effectuées sur le papier analitique quantitatif bande bleue, en appliquant avec une pipette calibrée une goutte de la solution contenant l'ion étudié; on sèche le papier pour que la goutte ne se répande pas excessivement. Ensuite on ajoute une goutte d'une solution aqueuse de 1% 2-mercapto 1-3 thiazoline et l'on expose le papier aux vapeurs de HCl. Pour l'ion Pd^{2+} la réaction est aussi positive dans un milieu alcalin (au lieu d'exposer le papier de filtre à l'action de l'acide chlorhydrique on l'expose aux vapeurs de NH_3). On constate ainsi que dans le cas d'autres ions que l'ordre dans lequel on ajoute les réactifs joue un rôle important, l'ordre mentionné ci-dessus permettant de réaliser la meilleure sensibilité.

Dans le cas d'ions de Cu^{2+} apparaît une coloration jaune-verdâtre, tandis que pour l'ion Pd^{2+} la coloration est brune-claire.

Les solution initiales des sels de $PdCl_2$ et $CuSO_4$ contiennent 1 mg cation pour un ml.

La pipette employée a donné 48 gouttes par millilitre, donc chaque gouttes des solutions initiales contient 21 μg cation.

En diluant les solution on a atteint la limite de perception des réaction pour une goutte contenant 0,25 μg Pd^{2+} et 7,7 μg Cu^{2+}.

Le calcul de la limite de perception conduit aux données suivantes:

$$D_{Cu} = 25{,}4.10^{-5} \qquad D_{Pd} = 1{,}2.10^{-5}$$

Dans les traités d'analyses qualitative la sensibilité mentionnée pour les ions Pd^{2+} et Cu^{2+} est de l'ordre 10^{-5}, donc nos dates concernant la décelation des ions Cu^{2+} et Pd^{2+} peuvent être encadrées parmi les plus sensibles.

La chaire de chimie général
Institut Polytechnique "Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Majundav A. K.*, — Chakrravartty-Anal Chim. Acta 19.372 (1958).
2. *Chrzsszczewski J., Kosinski M., Kupska D.*, — Lodz Towarz Nauk, Wydzial (2,27—32—1956).
3. *Cross A. D.*, — Introduction to practical infrared spectroscopy Londra, Buttreworth, 1960.
4. *Nakamoto K., Fujita J., Tamaka S., Koboyaski M.*, — J. Am. Chem. Soc. 79, 1957, p. 4904.
5. *Rad C. N.* — Chemical applications of infrared spectroscopy 1963 Academic Press New-York and London.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 1

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z.: 539.4 : 621.311

STUDIUL RĂSUCIRII BAREI CU SECȚIUNEA DREPTUNGHIULARĂ PRIN METODA ANALOGIEI CU REȚELELE ELECTRICE *

ȘTEFAN BRATU

Studiul solicitării la răsucire a barelor de secțiune circulară și inelară este relativ simplu și el se găsește în manualele de rezistența materialelor. Pentru bare cu alte forme de secțiuni este mult mai complicat și formează una dintre problemele clasice ale teoriei elasticității, rezolvarea lui fiind dată de către Barré de Saint-Vénant.

Saint-Vénant a stabilit că pentru calculul eforturilor unitare de răsucire, la barele de secțiuni necirculare, trebuie găsită o funcție a eforturilor unitare Φ (y, z), care este constantă sau nulă pe contur și ale cărei derivate parțiale, într-un punct oarecare al secțiunii, dau componentele efortului unitar tangențial în acel punct,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \tau_{zx}; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\tau_{yx} \tag{1}$$

Funcția eforturilor unitare este legată de momentul de răsucire prin relația

$$M_t = 2 \int_A \Phi \cdot dA, \tag{2}$$

integrala efectuîndu-se pe aria secțiunii.

Relația care leagă răsucirea specifică θ de funcția Φ (y, z) este

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -2G\theta \tag{3}$$

În principiu, prin stabilirea expresiei funcției Φ (y, z) și apoi prin aplicarea relațiilor (1) și (2) se poate rezolva problema răsucirii pentru orice secțiune. La unele secțiuni, ca de exemplu la secțiunea eliptică, stabilirea expresiei funcției Φ (y, z) este destul de simplă. Pentru alte secțiuni, cum este și cea dreptunghiulară, stabilirea analitică a funcției Φ (y, z) este foarte greu de făcut sau chiar imposibil. De aceea, în prezent, studiul barelor cu asemenea secțiuni se face prin diverse metode

* Manuscris predat la redacție la 15 decembrie 1968.

experimentale, printre care se pot cita : metoda analogiei cu membrana, metoda numerică, metoda grafică, etc.

În lucrarea de faţă se rezolvă problema răsucirii barei cu secţiune dreptunghiulară prin analogia cu reţelele electrice.

Se consideră o bară cu secţiunea dreptunghiulară (fig. 1), cu raportul laturilor 4/3, supusă la un moment de răsucire M_t.

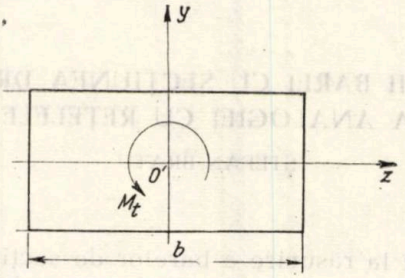


Fig. 1

În lucrarea [1] se arată că există o analogie între funcţia eforturilor unitare $\Phi(y, z)$ exprimată prin diferenţe finite

$$\Phi_a + \Phi_b + \Phi_c + \Phi_d - 4\,\Phi_k = -2\,G\,\theta\,\Delta^2$$

şi potenţialele din nodurile unei reţele electrice cu rezistenţe

$$V_a + V_b + V_c + V_d - 4\,V_k = RI_k$$

Mai departe, în lucrarea [1], se studiază variaţia eforturilor unitare tangenţiale pe secţiune, comparîndu-se apoi, cu metoda exactă a lui Saint-Venant. Se constată că eforturile unitare τ_{zx} şi τ_{yx}, calculate prin cele două metode sînt practic egale.

Lucrarea de faţă, bazîndu-se pe verificarea metodei, făcută în lucrarea [1], stabileşte formulele de calcul la răsucire pentru bara cu secţiune dreptunghiulară, avînd raportul laturilor 4/3.

În baza analogiei care există între funcţia eforturilor unitare $\Phi(y, z)$, exprimată prin diferenţe finite şi potenţialele din nodurile unei reţele electrice cu rezistenţe, în lucrarea [1] s-a ajuns la următoarele expresii ale funcţiei $\Phi(y, z)$:

$$\Phi_{(z)} = K\left[V_0 + z\frac{(\Delta 1)_0}{1!\,\Delta} + z(z-\Delta)\frac{(\Delta 2)_0}{2!\,\Delta^2} + z(z-\Delta)(z-2\Delta)\frac{(\Delta 3)_0}{3!\,\Delta^3} + \ldots\right] \tag{4}$$

$$\Phi_{(y)} = K\left[V_0 + y\frac{(\Delta 1)_0}{1!\,\Delta} + y(y-\Delta)\frac{(\Delta 2)_0}{2!\,\Delta^2} + y(y-\Delta)(y-2\Delta)\frac{(\Delta 3)_0}{3!\,\Delta^3} + \ldots\right] \tag{5}$$

unde :

$(\Delta 1)_0$, $(\Delta 2)_0$, $(\Delta 3)_0$ ...sînt diferenţe finite de ordinul 1,2,3,... în origină ;

Δ — este distanţa dintre două noduri vecine (fig. 2) ;

k — coeficient care are expresia

$$K = \frac{2\,G\,\theta\Delta^2}{RI_k} \tag{6}$$

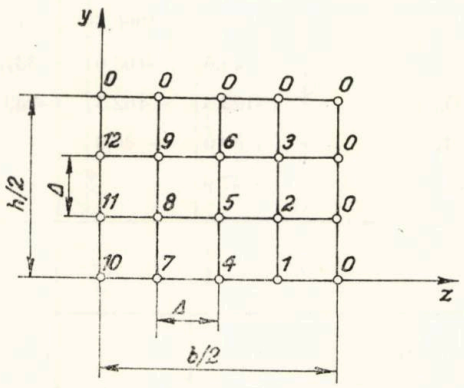


Fig. 2

Determniarea valorilor funcţiei Ø (y, z) în nodurile 10, 7, 4 ,1, 0, de pe axa 0' z, se face folosind relaţia (4), tabelul 1 din lucrarea [1] şi tabelul 1. Rezultatele sînt concentrate în tabelul 2.

Tabelul 1

Nodul	10	7	4	1	0
V_n	1 261,5	1 202,3	1 013,9	638,3	0
$(\Delta 1)_n = V_{n+1} - V_n$	— 59,2	— 188,4	— 375,6	— 638,3	—
$(\Delta 2)_n = (\Delta 1)_{n+1} - (\Delta 1)_n$	— 129,2	— 187,2	— 262,7	—	—
$(\Delta 3)_n = (\Delta 2)_{n+1} - (\Delta 2)_n$	— 58,0	— 75,5	—	—	—
$(\Delta 4)_n = (\Delta 3)_{n+1} - (\Delta 3)_n$	— 17,5	—	—	—	—

Tabelul 2

Nodul	10	7	4	1	0
z	0	Δ	2Δ	3Δ	4Δ
Φ	1261,5 K	1202,3 K	1013,9 K	638,3 K	0

Determinarea valorilor funcţiei Ø (y, z) în nodurile 11, 8, 5, 2,0, se face folosind relaţia (4), tabelul 1 din lucrarea [1] şi tabelul 3. Rezultatele sînt concentrate în tabelul 4.

Tabelul 3

Nodul	11	3	5	8	0
V_n	1126,1	1080,5	911.6	580,4	0
$(\Delta 1)_n = V_{n+1} - V_n$	— 45,6	—168,9	—331,2	—580,4	—
$(\Delta 2)_n = (\Delta 1)_{n+1} - (\Delta 1)_n$	—123,3	—162,3	—249,2	—	—
$(V3)_n = (\Delta 2)_{n+1} - (\Delta 2)_n$	— 39,0	— 86,9	—	—	—
$(\Delta 4)_n = (\Delta 3)_{n+1} - (\Delta 3)_n$	— 47,9	—	—	—	—

Tabelul 4

Nodul	11	8	5	2	0
z	0	Δ	2Δ	3Δ	4Δ
Φ	1 126,1 K	1 080,5 K	911,6 K	580,4 K	0

Determinarea valorilor funcţiei Φ (y, z) în nodurile 12, 9, 6, 3, 0, se face folosind relaţia (4), tabelul 1 din lucrarea [1] şi tabelul 5. Rezultatele sînt concentrate în tabelul 6.

Tabelul 5

Nodul	12	9	6	3	0
V_n	721,4	689,5	592,2	385,5	0
$(\Delta 1)_n = V_{n+1} - V_n$	—31,9	— 97,3	—206,7	—385.5	—
$(\Delta 2)_n = (\Delta 1)_{n+1} - (\Delta 1)_n$	—65,4	—109,4	—178,8	—	—
$(\Delta 3)_n = (\Delta 2)_{n+1} - (\Delta 2)_n$	—44,0	— 69,4	—	—	—
$(\Delta 4)_n = (\Delta 3)_{n+1} - (\Delta 3)_n$	—25,4	—	—	—	—

Tabelul 6

Nodul	12	9	6	3	0
z	0	Δ	2Δ	3Δ	4Δ
Φ	721,4 K	689,5 K	592,2 K	385,5 K	0

Din calculele efectuate, ale căror rezultate sînt menționate în tabelele 2, 4 și 6, se observă că funcția $\Phi(y, z)$ are valoarea maximă în centrul de greutate al secțiunii și este nulă pe contur. În fig. 3 este reprezentată secțiunea dreptunghiulară a barei alese cu valorile funcției $\Phi(y, z)$ din fiecare nod.

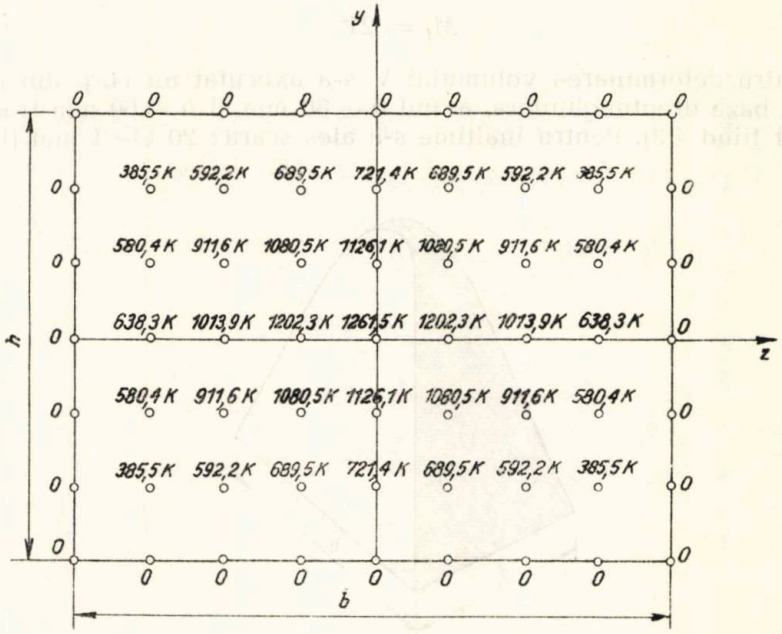


Fig. 3

Unind punctele de pe secțiune, care îndeplinesc condiția $\Phi(y, z) =$ const., obținem o serie de curbe așa cum se arată în fig. 4. În orice punct al secțiunii tangenta la curba $\Phi(y, z) =$ const. dă direcția eforțului unitar tangențial τ în acel punct.

Rezolvarea integralei din relația (2) se poate face aplicînd metoda măsurătorilor pe modele. Dacă considerăm că valorile funcției $\Phi(y, z)$

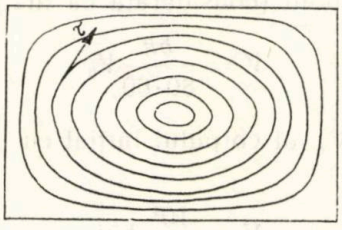


Fig. 4

din nodurile secţiunii (fig. 3) ar reprezenta înălţimile unui corp, cu baza dreptunghiulară (secţiunea barei), integrala din relaţia (2) reprezintă tocmai volumul acestui corp

$$\int_A \Phi \, dA = V \tag{7}$$

În acest caz relaţia (2) devine

$$M_t = 2V \tag{8}$$

Pentru determinarea volumului V s-a executat un corp din plastilină, cu baza dreptunghiulară, avînd $b = 80$ mm şi $h = 60$ mm (raportul laturilor fiind 4/3). Pentru înălţime s-a ales scara : 20 $\varnothing = 1$ mm (fig. 5).

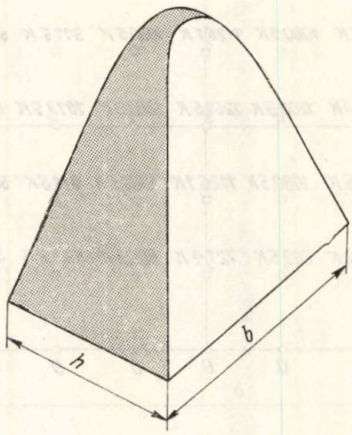


Fig. 5

Scufundînd acest corp într-un vas cu apă şi măsurînd volumul apei dislocuite (ţinîndu-se cont de scara aleasă pentru înălţime) s-a obţinut volumul corpului respectiv

$$V_0 = 4 \cdot 10^6 K \tag{9}$$

În general, pentru o bară cu secţiunea dreptunghiulară (avînd raportul laturilor 4/3) cu baza b şi înălţimea h, supusă la răsucire, volumul corpului rezultat din secţiunea ei şi valorile funcţiei $\varnothing\,(y, z)$ din diverse puncte ale secţiunii (considerată ca înălţimi), este

$$V = \frac{bh}{80 \cdot 60} V_0 \tag{10}$$

Înlocuind volumul V_0 al corpului iniţial cu valoarea din relaţia (9) în relaţia (10), se obţine

$$V = \frac{10^4}{12} bhk \tag{11}$$

Înlocuind volumul V din relația (11) în relația (8) rezultă

$$M_t = \frac{10^4}{6} bhk \tag{12}$$

Înlocuind coeficientul K din relația (6) în relația (12) se obține

$$M_t = \frac{10^4}{3} \frac{bhG\theta\Delta^2}{RI_k} \tag{13}$$

Cunoscînd că $R = 100\ \Omega$, $I_K = 3{,}78$ mA (vezi pag. 67 și 68 din lucrarea [1] și că $\Delta = \frac{b}{8}$, relația (13) devine

$$\boxed{\theta = \frac{Mt}{0{,}137\ Ghb^3}} \tag{14}$$

S-a obținut relația (14), cu ajutorul căreia se poate calcula unghiul de răsucire specifică θ la orice bară cu secțiunea dreptunghiulară, cu raportul laturilor 4/3, supusă la răsucire.

Din studiul eforturilor unitare tangențiale în bara de secțiune dreptunghiulară, supusă la răsucire, făcut în lucrarea [1], a rezultat că efortul unitar tangențial maxim apare pe contur, la mijlocul laturii mari (vezi fig. 8 din lucrarea [1]), iar valoarea sa (vezi tabela 17 din lucrarea [1] este

$$\tau_{max} = 0{,}594\ G\theta b \tag{15}$$

Înlocuind unghiul de răsucire specifică θ din relația (14) în relația (15) se obține

$$\boxed{\tau_{max} = \frac{M_t}{0{,}230\ hb^2}} \tag{16}$$

S-a obținut relația (16) cu ajutorul căreia se poate calcula efortul unitar tangențial maxim τ_{max} în orice bară cu secțiunea dreptunghiulară avînd baza b și înălțimea h și raportul laturilor 4/3, supusă la răsucire cu un moment de răsucire M_t.

Comparînd relații (14) și (16) cu relațiile 7.31 și 7.33 din lucrarea [2], se poate afirma că studiul răsucirii barei cu secțiunea dreptunghiulară făcut prin metoda analogiei cu rețelele electrice duce, cu o mică aproximație, la aceleași relații de calcul ca studiul făcut de Saint-Venant.

Marele avantaj pe care-l prezintă însă această metodă, față de celelalte metode cunoscute pînă în prezent, este că ea se poate aplica, fără nici o dificultate, la studiul răsucirii barelor avînd orice secțiune. În afară de aceasta ea apare ca o nouă metodă de calcul pentru răsucirea barelor cu secțiuni necirculare.

Catedra de rezistența metalelor
Institutul Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Şt. Bratu şi N. Iliescu* — Studiul eforturilor unitare în bara de secţiune dreptunghiulară supusă la torsiune prin analogie cu reţelele electrice. Buletinul Institutului politehnic Bucureşti, tom 26, fasc. 1, 1964.

2. *Gh. Buzdugan* — Rezistenţa materialelor, Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1964.

3. *S. D. Ponomariov, V. L. Biderman, C. K. Liharev, V. M. Makuşin, N. N. Malinin, V. J. Feodosiev* — Calculul de rezistenţă în construcţia de maşini, vol. I, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1960.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 1

TEORIA MECANISMELOR

C.Z.: 621.8

SINTEZA STRUCTURALĂ A LANȚURILOR CINEMATICE PLANE ARTICULATE CU e = 10 ELEMENTE $c_5 = 13$ ARTICULAȚII ȘI GRAD DE LIBERTATE $L_3 = 4$. *

N. I. MANOLESCU, I. TEMPEA

§ 1. Introducere

§ 1.1. Metodele de alcătuire a lanțurilor cinematice plane articulate pentru un număr de elemente e, un număr de articulații c_5 și grad de libertate L_3 date, între acestea existînd relația cunoscută:

$$L_3 = 3e - 2c_5, \tag{1}$$

pot fi împărțite, pe baza lucrărilor de specialitate existente, în două:

a) Prima metodă utilizată într-o serie de lucrări [3], [4,] [5] constă în determinarea în prealabil a variantelor structurale posibile pentru datele considerate. Se trece apoi la alcătuirea schemelor structurale ale lanțurilor respective utilizînd teoria grafurilor.

b) Cea de a doua metodă expusă mai pe larg în lucrarea [6] se bazează pe utilizarea noțiunii de grupă ASSUR. Această metodă, pentru lanțurile plane articulate cu $L_3 = 4$, constă în adăugarea la două elemente legate între ele printr-o cuplă de clasa a V-a (lanț cinematic deschis) a diferitelor grupe ASSUR plane articulate, pînă la completarea numărului de elemente, respectiv cuple cinematice ale lanțului respectiv.

§ 1.2. Cea de a doua metodă are după părerea noastră un caracter mai unitar, putînd fi utilizată atît la alcătuirea lanțurilor plane (familia $f = 3$) cît și pentru lanțurile de diferite familii. Din acest motiv și datorită altor avantaje prezentate în [6] se va utilizat această metodă și în lucrarea de față.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București 1—3 noiembrie 1968.

Tabelele cu lanțurile plane articulate pentru diverse cazuri tratate în lucrare se găsesc la redacția Buletinului și pot fi puse la dispoziția cititorilor la cerere.

§ 2. Principiile de alcătuire a lanțurilor cinematice plane articulate cu $e = 10$, $c_5 = 13$, $L_3 = 4$

§ 2.1. *Determinarea pe cale analitică a combinațiilor de elemente de diferite ranguri „j" din structura lanțurilor.*

Pentru un număr de elemente e respectiv cuple c_5 date ,variantele de lanțuri distincte structural se deosebesc între ele fie prin numărul elementelor de diferite ranguri „j" din structura lanțului, fie prin modul de legare a acestor elemente [12].

Pentru determinarea combinațiilor de elemente de diferite ranguri „j" se stabilește mai întîi rangul maxim al elementelor pe baza relației [6] :

$$e_{min} = 2\, j_{max}, \tag{2}$$

în care e_{min} este numărul minim de elemente ale lanțului cinematic plan articulat cu $L_3 = 4$, în structura căruia se află elemente de rang „j".

Totodată se utilizează relațiile cunoscute [6], [7] :

$$e = \sum_{j=2}^{j} n_j \tag{3}$$

$$2\, c_5 = \sum_{j=2}^{j} j\, n_j \tag{4}$$

$$J_{max} = \frac{1}{2}(e_{min} + 4 - L_3) \tag{5}$$

în care n_j reprezintă numărul de elemente de rang „j" din structura lanțului.

Pentru $e = 10$, $c_5 = 13$ rezultă :

$$J_{max} = 5 \tag{2'}$$

$$10 = n_2 + n_3 + n_4 + n_5 \tag{3'}$$

$$26 = 2\, n_2 + 3\, n_3 + 4\, n_4 + 5\, n_5 \tag{4'}$$

Relațiile (3'), (4') alcătuiesc un sistem de 2 ecuații cu 4 necunoscute. Prin rezolvarea acestui sistem se obțin 7 combinații de soluții între n_2, n_3, n_4, n_5 [2] [5], indicate în tabela nr. 1b (ca rezultat al legării diadei la lanțul cu e = 8).

§ 2.2. *Determinarea combinațiilor de elemente de diferite ranguri „j" din structura lanțurilor obținute pe baza metodei de alcătuire cu ajutorul grupei Assur [6].*

2.2.1. Alcătuirea lanțurilor pe baza grupelor Assur nu necesită determinarea prealabilă a combinațiilor dintre numărul de elemente de diferite ranguri „j", acestea rezultînd din însăși operația de obținere a lanțurilor.

Principiul care stă la baza alcătuirii lanțurilor plane articulate cu ajutorul grupelor Assur, enunțat anterior poate fi interpretat pe baza următoarelor teoreme :

Teorema 1 — Lanțurile cinematice care satisfac relația $3e - 2c_5 = L_3 = 4$ *pot fi alcătuite prin legarea la lanțurile cu :*

$e - 2$; $e - 4$; $e - 6$; ...2 *elemente a grupelor ASSUR cu respectiv :*

$$n' = 2, c_5' = 3 ; \quad n' = 4, \quad c_5' = 6 ; \quad n' = 6,$$

$$c_5' = 9 \ldots n' = e - 2 ; \quad c_5' = c_5 - 1$$

În acest mod se obțin toate variantele posibile ale lanțului cinematic (e, c_5, $L_3 = 4$) prin legarea grupelor ASSUR la lanțul deschis format din două elemente și o articulație ($e = 2$, $c_5 = 1$).

Pe baza teoremei enunțată mai sus, lanțurile cu $e = 10$, $c_5 = 13$; $L_3 = 4$ se pot obține prin următoarele operații din :

a) Lanțurile cu $e = 8$, $c_5 = 10$ + grupa ASSUR cu $n' = 2$, $c_5' = 3$ diada cu $z_g = 0\,(c_{5e}' = 2)$

(Tabela 3)

b) Lanțurile cu $e = 6$, $c_5 = 7$ + grupele ASSUR cu $n' = 4$, $c_5' = 6$ (fig. 4) (Watt și Stephenson)

și, anume : triada cu $z_g = 0\,(c_{5e}' = 3)$

tetrada cu $z_g = 1\,(c_{5e}' = 2)$,

c) Lanțul cu $e = 4$, $c_5 = 4$ + grupele ASSUR cu $n' = 6$; $c_5' = 9$ (redate în tabela 6) în număr de zece cu

$$z_g \in (0,2) ;$$

d) Lanțul deschis cu $e = 2$, $c_5 = 1$ + grupele ASSUR cu $n' = 8$; $c_5' = 12$ redate în lucrarea [7] în număr de 172 cu

$$z_g \in (0,3).$$

Din lucrările [6] și [7] care au studiat această metodă de alcătuire rezultă o concluzie care se poate formula prin :

Teorema 2 — Lanțurile cinematice (e, c_5) *alcătuite prin legarea une diade* ($n' = 2$; $c_5' = 3$) *la lanțurile cu* $e - 2$ *elemente și* $c_5 - 3$ *articulații, dau toate combinațiile posibile între numărul elementelor n de diferite ranguri „j" aflate în structura lanțurilor rezultante.*

Lanțurile obținute cu ajutorul celorlalte grupe ASSUR conform *teoremei Nr. 1* duc la *variante distincte numai prin ordinea legării între ele a elementelor de diferite ranguri „j".*

Alcătuirea lanțurilor cinematice cu un e și c_5 date, ținînd seama de cele două teoreme de mai sus, se face deci pornind de la lanțul cu ($e - 2$; $c_5 - 3$) la care se adaugă diada ($n' = 2$, $c_5' = 3$) care mo-

difică rangul „j" ale elementelor la care se leagă cuplele exterioare ($c'_{5e} = 2$).

Se poate enunța astfel următoarea teoremă :

Teorema — 3 — Prin adăugarea unei diade la un lanț dat, rangul „j''_e" al elementelor lanțului rezultant la care s-au legat cuplele exterioare ($c'_{5e} = 2$) ale diadei crește cu unitatea :

$$j_r = j_e + 1 \tag{6}$$

Prin aplicarea acestei teoreme se poate stabili numărul combinațiilor elementelor de diferite ranguri n_j posibile în structura lanțului rezultant.

Astfel :

a) Lanțul cu $e = 4$, $c_5 = 4$ (patrulaterul articulat) se obține prin legarea diadei (3, 4) la lanțul cinematic deschis (1,2) format din două elemente de rang $j = 1$ legate între ele printr-o cuplă $c_5 = 1$ (fig. 1-a).

Se vede că rangul celor două elemente ale lanțului inițial (1,2) au devenit în lanțul rezultant

$$j_r = j_e + 1 = 1 + 1 = 2 \tag{6'}$$

b) Lanțurile cu $e = 6$; $c_5 = 7$ (Watt și Stephenson) se obțin prin legarea diadei (5, 6) la lanțul patrulater articulat (1, 2, 3, 4). Prin aceasta rangul a două din elementele patrulaterului articulat au devenit (fig. 1b) :

$$j_r = j_e + 1 = 2 + 1 = 3, \tag{6''}$$

(3 și 4 la lanțul Watt ; 2 și 4 la lanțul Stephenson).

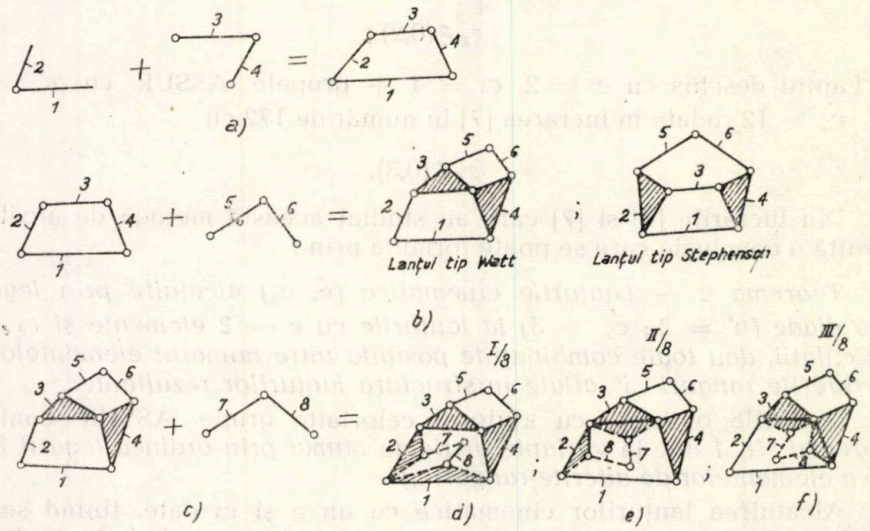


Fig. 1. Determinarea combinațiilor dintre numărul de elemente de diferite ranguri pe baza metodei de alcătuire a lanțurilor

Structura acestor lanţuri în funcţie de rangul „j" al elementelor va fi deci :

$$n_2 = 4\ ;\ n_3 = 2,\ \text{(o singură variantă)}$$

Conform teoremelor de mai sus se observă că :

— prin adăugarea a două diade la lanţul cinematic deschis cu $n_1 =$ şi $c_5 = 1$ rezultă lanţul Watt sau Stephenson, iar dacă se adaugă una din grupele ASSUR cu $n' = 4\ ;\ c_5 = 6$ (Triada şi tetrada din fig. 4) rezultă numai lanţul Stephenson.

c) Lanţurile cu e = 8 ; $c_5 = 10$ (16 lanţuri) au fost alcătuite pe baza celor de mai sus în lucrarea [6] şi sînt reproduse în tabela 3.

Structura acestor lanţuri în funcţie de rangul „j" al elementelor se determină — după cum se ştie — fie din rezolvarea sistemului de ecuaţii (3), (4), (5) în care :

$$j_{max} = 4$$

$$8 = n_2 + n_3 + n_4$$

$$20 = 2\,n_2 + 3\,n_3 + 4\,n_4$$

fie prin aplicarea teoremelor 1, 2, 3 ; obţinîndu-se tabela Nr. 1 a.

În fig. 1c, d, e, f sînt date cîte un exemplu din fiecare notaţie de combinaţii (conform col. 10 din tabela 1a).

— *Lanţurile 8/13 8/14 8/15 şi 8/16* alcătuite în [6] se încadrează ca structura în combinaţiile I_8 (8/13) ; 8/15 ; 8/16) şi II/8 (lanţul 8/14).

d) *Pentru lanţurile cu e = 10 ; $c_5 = 13$; $L_3 = 4$* (230 de lanţuri [3], [5]), în lucrarea [6] s-a indicat metoda de alcătuire luînd ca exemplu lanţul 8/1 (II_8) la care s-a adăugat diada (9, 10).

În tabela 1b — folosind teoremele de mai sus s-au determinat cele *7 combinaţii distincte* (notate în ultima coloană în I_{10}—VII_{10}) rezultate din cele trei combinaţii ale lanţurilor cu e = 8, $c_5 = 10$ la care s-a adăugat diada (9, 10).

S-au obţinut aceleaşi soluţii care ar fi rezultat din rezolvarea sistemului de ecuaţii (2') (3') (4').

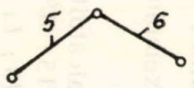
e) Metoda propusă formulată în teoremele de mai sus este — după părerea noastră — simplă deoarece se poate aplica pentru alcătuirea de lanţuri cu un număr de elemente oricît de mare.

Astfel de exemplu în tabela 2 s-a determinat structura lanţurilor cu e = 12, $c_5 = 16$ şi $L_3 = 4$.

Au rezultat 15 combinaţii distincte obţinute din cele 7 ale lanţurilor cu e = 10 ; $c_5 — 13$ la care s-a adăugat succesiv diada (11, 12) (În ultima coloană s-au notat cu I_{12}...XV_{12}).

Tabela nr. 1 a

Determinarea structurii lanțurilor cinematice cu e = 8 ; $C_5 = 10$ și $L_3 = 4$
în funcție de numărul și rangul j al elementelor nj ($j = 2, 3, 4$)

Structura lanțului cu $e = 6$, $C_5 = 5$		+	Diada  $n_2 = 2$; $C_5 = 3$; $(j = 2)$		=	Nr. elementelor de rang j Structura lanțurilor rezultate $e = 8$; $C_5 = 10$; $L_3 = 4$			Notația combinațiilor distincte
Nr. elem. de rang j			Modul de legare a cuplelor exterioare			Nr. elementelor de rang j			
n_2	n_3					n_2	n_3	n_4	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	2	+	cu 5 la n_2	cu 6 la n_2		4	4	0	I_8
			cu 5 la n_2	cu 6 la n_3		5	2	1	II_8
			cu 5 la n_3	cu 6 la n_3		6	0	2	III_8

Determinarea structurii lanţurilor cinematice cu e = 10 ; C_5 = 13 şi L_3 = 4
în funcţie de numărul şi rangul elementelor *nj* (*j* = 2, 3, 4, 5)

Structura lanţurilor cu $e = 8$; $C_5 = 10$; $L_3 = 4$			+	Diada $n' = 2$; $C' = 3$; $(j = 2)$		=	Structura lanţurilor rezultate $e = 10$; $C_5 = 13$; $L_3 = 4$				Notaţia combinaţiilor distincte
ul elementelor de rang j				Modul de legare a cuplelor exterioare ($C'_{5e} = 2$)			Nr. elementelor de rang j				
n_2	n_3	n_4					n_2	n_3	n_4	n_5	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	0	+	cu 9 la (n_2)	cu 10 la (n_2)	=	4	6	0	0	I_{10}
				cu 9 la (n_2)	cu 10 la (n_3)		5	4	1	0	II_{10}
				cu 9 la (n_3)	cu 10 la (n_3)		6	2	2	0	III_{10}
5	2	1	+	cu 9 la (n_2)	cu 10 la (n_2)	+	5	4	1	0	
				cu 9 la (n_2)	cu 10 la (n_3)		6	2	2	0	
				cu 9 la (n_2)	cu 10 la (n_4)		6	3	0	1	IV_{10}
				cu 9 la (n_3)	cu 10 la (n_3)		7	0	3	0	V_{10}
				cu 9 la (n_3)	cu 10 la (n_4)		7	1	1	1	VI_{10}
6	0	2	+	cu 9 la (n_2)	cu 10 la (n_2)	=	6	2	2	0	
				cu 9 la (n_2)	cu 10 la (n_4)		7	1	1	1	
				cu 9 la (n_4)	cu 10 la (n_4)		8	0	0	2	VII_{10}

Determinarea structurii lanțurilor cinematice cu $e=10$; $C_5=13$ și $L_3=4$ în funcție de numărul și rangul elementelor n_j ($j=2, 3, 4, 5, 6$)

Tabela nr. 2

Structura lanțurilor cu $e=14$; $C_5=13$; $L_3=4$					Diada $n'=2$; $C'_5=3$; $j=2$			Structura lanțurilor rezultate $e=12$; $C_5=16$; $L_5=4$					Notația combinațiilor distincte
Numărul elementelor de rang j					Modul de legale a cuplelor exterioare								
n_2	n_3	n_4	n_4										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
4	6	0	0	+	cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_2)	=	4	8	0	0	0	I_{12}
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_3)		5	6	1	0	0	II_{12}
					cu 11 la (n_3)	cu 12 la (n_3)		6	4	2	0	0	III_{12}
5	4	1	0	+	cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_2)	=	5	6	1	0	0	
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_3)		6	4	2	0	0	
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_4)		6	5	0	1	0	IV_{12}
					cu 11 la (n_3)	cu 12 la (n_3)		7	2	3	0	0	V_{12}
					cu 11 la (n_3)	cu 12 la (n_4)		7	3	1	1	0	VI_{12}
6	2	2	0	+	cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_2)	=	6	4	2	0	0	
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_3)		7	2	3	0	0	
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_4)		7	3	1	1	0	
					cu 11 la (n_3)	cu 12 la (n_3)		8	0	4	0	0	
					cu 11 la (n_3)	cu 12 la (n_4)		8	2	2	1	0	VII_{12}
					cu 11 la (n_4)	cu 12 la (n_4)		8	1	0	2	0	VIII_{12}

1	2			5		7	8	9	10	11	12	13	14
6	3	0	1	+	cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_2)	=	6	5	0	1	0	
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_3)		7	3	1	1	0	
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_5)		7	4	0	0	1	
					cu 11 la (n_3)	cu 12 la (n_3)		8	1	2	1	0	
					cu 11 la (n_3)	cu 12 la (n_5)		8	2	1	0	1	X_{12}
7	0	3	0	+	cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_2)	=	7	2	3	0	0	
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_4)		8	1	2	1	0	
					cu 11 la (n_4)	cu 12 la (n_4)		9	0	1	2	0	XII_{12}
7	1	1	1	+	cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_2)	=	7	3	1	1	0	
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_3)		8	1	2	1	0	
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_4)		8	2	0	2	0	
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_5)		8	2	1	0	1	
					cu 11 la (n_3)	cu 12 la (n_4)		9	0	1	2	0	
					cu 11 la (n_3)	cu 12 la (n_4)		9	0	2	0	1	XIII_{12}
					cu 11 la (n_4)	cu 12 la (n_5)		9	1	0	1	1	XIV_{10}
8	0	0	2	+	cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_2)	=	8	2	0	2	0	
					cu 11 la (n_2)	cu 12 la (n_5)		9	1	0	1	1	
					cu 11 la (n_6)	cu 12 la (n_6)		10	0	0	0	2	XV_{12}

Evident că și în acest caz aceste 15 variante ar fi rezultat din rezolvarea sistemului :

$$j_{max} = 6$$

$$12 = n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6$$

$$32 = 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + 5n_5 + 6n_6,$$

care considerăm că dă un mai mare volum de lucru decît metoda tabelară. Aceasta din urmă indică în același timp și *modul de legare* a articulațiilor exterioare. Metoda tabelară permite totodată alcătuirea lanțurilor cu o structură impusă, deoarece precizează structura lanțurilor de la care trebuie să se pornească, lucru ce rezultă imediat din însăși tabela 2.

§ 2.3. *Alcătuirea lanțurilor cinematice cu* $e = 10$, $c_5 = 13$ *și* $L_3 = 4$, *prin legarea unei diade la lanțurile cinematice cu* $e = 8$, $c_5 = 10$ *și* $L_3 = 4$.

2.3.1. Așa cum s-a arătat mai înainte o parte din lanțurile cu $e = 10$, $c_5 = 13$ rezultă prin legarea unei grupe ASSUR cu $n' = 2$, $c_5' = 3$ (diadă) la lanțurile cu $e = 8$, $c_5 = 10$. Cele 16 lanțuri cu $e = 8$, $c_5 = 10$ cunoscute [1], [4], [6] sînt redate în tabela 3. Ele au fost numerotate 8/1...8/16 și sînt prezentate în ordinea alcătuirii lor în [6].

Cele două cuple exterioare ale diodei nu pot fi legate la același element. Efectuînd toate combinațiile prin legarea acestor cuple exterioare la două din cele 8 elemente ale lanțului se obțin lanțurile cu $e = 10$, $c_5 = 13$ care conțin în structura lor cel puțin o diadă.

În general pentru un lanț cu $e = 8$, $c_5 = 10$ care nu prezintă nici o particularitate (simetrie totală sau parțială)numărul total de lanțuri rezultate va fi $C_8^2 = 28$. Prin operația de alcătuire pot apare însă lanțuri identice între ele. Aceste lanțuri pot fi împărțite în două categorii :

2.3.2. *Lanțuri identice care apar din același lanț inițial.*

Aceste variante nedistincte structural pot fi evitate prin analiza lanțului inițial cu $e = 8$, $c_5 = 10$ care le generează. Astfel prin legarea diadei (9, 10) la lanțul 8/1 cu 9 la 7 și 10 la 8 (fig. 2a) sau cu 9 la 6 și 10 la 5 (fig. 2b) se obțin două lanțuri care datorită simetriei lanțului inițial nu se deosebesc structural. De aceea una din cele două variante nu se va lua în considerație. Rezultă că prin studiul simetriei lanțurilor generatoare, pot fi înlăturate variantele nedistincte structural. Aceste cazuri au fost luate în considerație și în lucrarea [6] (tabela 4)

Un alt caz de lanț care generează lanțuri identice structural este cel al lanțului 8/3 (fig. 2c.). Acest lanț se poate prezenta sub forma din (fig. 2 d) prin transformarea conturului format din elementele 2, 3, 5, 6, 8, 7 de la prima reprezentare, în contur exterior. Se observă o schimbare a poziției elementelor în cele două reprezentări după cum urmează : 1 cu 5 ; 2 cu 6 ; 3 cu 4 ; 7 cu 8. Rezultă deci că lanțul rezultant, prin legarea diadei de exemplu la elementele 1 și 2 (fig. 2e) este identic ca structură cu cel rezultat prin legarea diadei de elementele 5 și 6 (fig. 2f) ș.a.m.d.

2.3.3. *Lanțuri identice provenite din lanțuri inițiale distincte.* Acest caz poate apare pentru lanțurile care au în structura două sau trei diade. Astfel prin legarea unei diade la elementele 1 ($j = 2$) și 4 ($j = 3$) ale lanțului 8/2 se obține un lanț cu două diade (7, 8) și (9, 10) fig. 3a. Dacă din acest lanț se extrage diada 7,8 se obține lanțul 8/1 fig. 3b. Deci lanțul cu e = 10 obținut în fig. 3a este identic structural

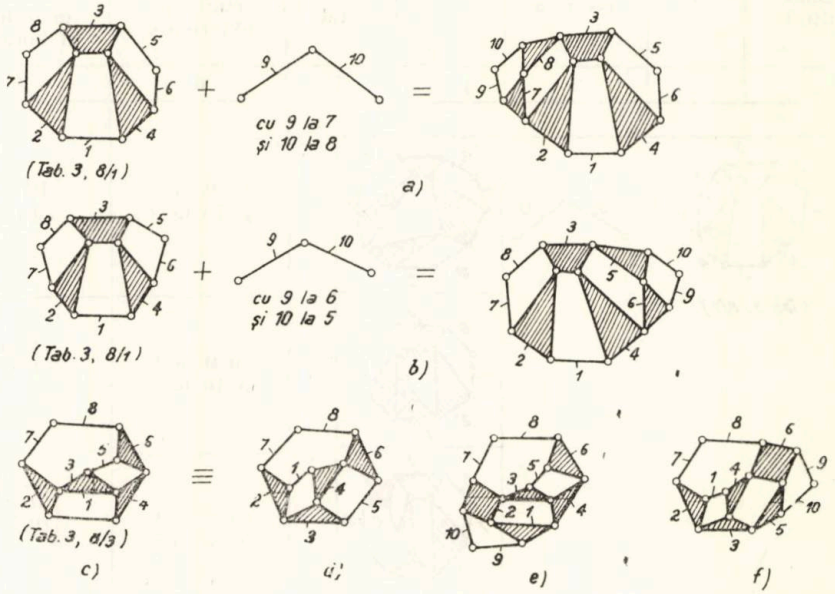


Fig. 2. Lanțuri nedistincte structural provenite din același lanț inițial prin operația de alcătuire de la § 20 30

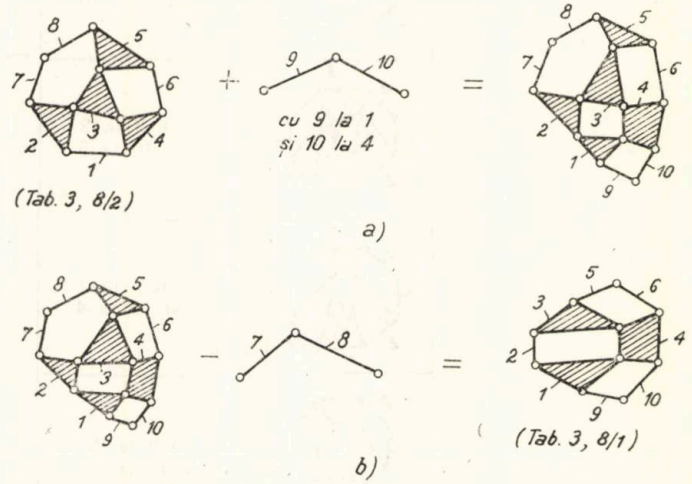
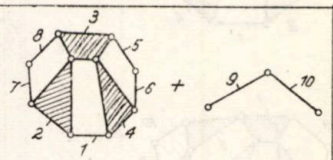
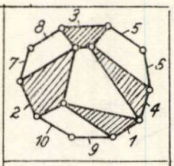
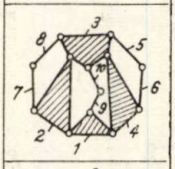
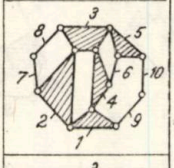
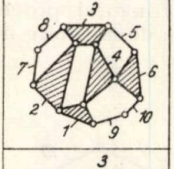
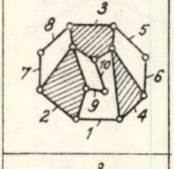
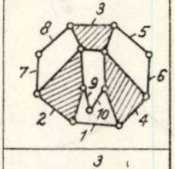
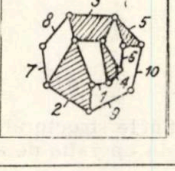


Fig. 3. Lanțuri nedistincte structural provenite din lanțuri inițial diferite prin operația de alcătuire la § 2.3.

Alcătuirea lanțurilor cinematice plane articulate cu $e=10$, $C_5=13$ și $L_3=4$ prin legarea unei diade la lanțurile cinematice cu $e=8$, $C_5=10$, și $L_3=4$

Lanțul cinematic inițial	+	Grupa assurică	=	Lanțul cinematic rezultat	Modul de legare a cuplelor exterioare	Varianta structurală și numărul de ordine al lanțului
1	2	3	4	5	6	7
 (Tab. 3, 8/1)					cu 9 la 1 și 10 la 2	III a 10/146 [1]
					cu 9 la 1 și 10 la 3	IV a 10/203 [2]
					cu 9 la 1 și 10 la 5	II a 10/51 [3]
					cu 9 la 1 și 10 la 6	II a 10/52 [4]
					cu 9 la 2 și 10 la 3	VI a 10/221 [5]
					cu 9 la 2 și 10 la 4	V a 10/218 **[6]**
					cu 9 la 2 și 10 la 5	III b 10/151 [7]

cu unul din lanțurile rezultate din 8/1 și deci nu va fi luat în considerație. În acest mod se evită apariția lanțurilor nedistincte structural.

Pe baza acestor principii s-au alcătuit lanțurile provenite prin legarea unei diade la lanțurile cu e = 8, c_5 = 10. Modul de legare a diadei și lanțurile rezultate sînt redate în tabela 4. Din această tabelă s-au eliminat evident lanțurile nedistincte structural.

Numărul de ordine al lanțului rezultant prin metoda de alcătuire indicată mai sus este trecut în coloana 7 în colțul din dreapta jos al fiecărei rubrici. Din cele 16 lanțuri cu e = 8, c_5 = 10, L_3 = 4 s-au obținut 181 de lanțuri cu e = 10, c_5 = 13 și L_3 = 4.

§ 2.4. *Alcătuirea lanțurilor cinematice plane articulate cu* e = 10, c_5 = 13 *și* L_3 = 4 *prin legarea grupelor cinematice cu* n' = 4, c_5 = 6 *la lanțurile tip Watt și Stephenson* (e = 6 ; c_5 = 7 ; L_3 = 4).

Prin legarea la aceste lanțuri a grupelor ASSUR cu n' = 4, c_5 = 6 în număr de două triade respectiv tetrada [(fig. 4 a și b)] se obțin noi lanțuri cu e = 10, c_5 = 3 și L_3 = 4.

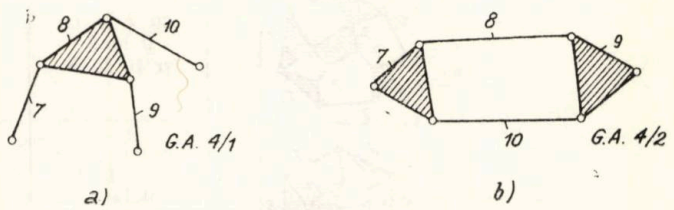


Fig. 4. Grupele Assur cu n' = 4, C'_5 = 6.
a) Triada ; b) Tetrada.

Pentru a se evita apariția variantelor nedistincte structural s-a ținut cont atît de simetria celor două lanțuri inițiale cît și a celor două grupe ASSUR.

De asemenea în operația de alcătuire a lanțurilor din această categorie trebuie să se țină seama de următoarea teoremă.

Teorema 4 — După operația de alcătuire a lanțurilor cu e elemente, c_5 *articulații și* L_3 = 4 *prin adăugarea la lanțul (e = 2,* c_5 = 3, L_3 = 4*), a unei diade, la operația de alcătuire în continuare prin adăugarea la lanțul (e = 4 ;* c_5 = 6, L_3 = 4*) a grupelor ASSUR cu* n' = 4 ; c_6 = 6 *se va evita apariția de diade în structura lanțului rezultant* (e ; c_5; L_3 = 4).

Este evident că nerespectarea acestei teoreme ar duce, prin extragerea diadei rezultate, la un lanț cu e = 2, c_5 = 3, L_3 = 4, care a fost folosit deja pentru aflarea unuia din cele 181 lanțuri anterioare.

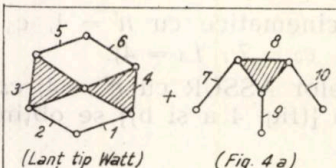
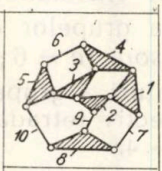
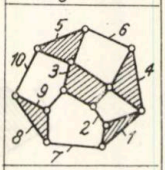
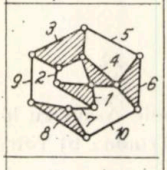
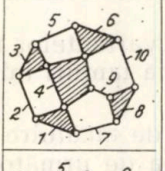
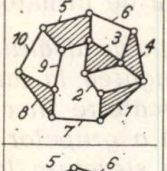
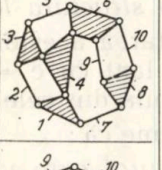
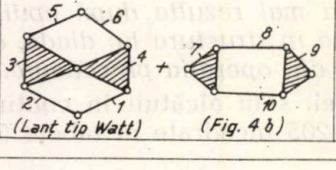
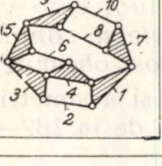
Ca un corolar se poate spune că :

Orice lanț distinct structural care va mai rezulta după epuizarea adăugării diadei, nu mai trebuie să conțină în structura lui diade, deoarece toate aceste lanțuri au fost obținute din operația precedentă.

Pe baza acestei teoreme și a simetriei, s-au alcătuit în continuare cele 24 de lanțuri numerotate de la 182—205 încadrate în tabela 5.

Tabela nr. 5

Alcătuirea lanțurilor cinematice plane articulate cu $e=10$, $C=13$ și $L_3=4$ prin legarea grupelor cinematice cu $n'=4$ și $C'_5=6$ la lanțurile tip Watt și Stephenson

Lanțul cinematic inițial	+	Grupa assurică	=	Lanțul cinematic rezultat	Modul de legare a cuplelor exterioare	Varianta structurală și numărul de ordine al lanțului
1	2	3	4	5	6	7
 (Lanț tip Watt)		(Fig. 4 a)			cu 7 la 1, 9 la 2 și 10 la 6	I c 10/30 [182]
					cu 7 la 1, 9 la 3 și 10 la 5	II c 10/125 [183]
					cu 7 la 1, 9 la 3 și 10 la 6	II c 10/126 [184]
					cu 7 la 1, 9 la 4 și 10 la 6	II c 10/127 [185]
					cu 7 la 1 și 9, 10 la 5	II c 10/128 [187]
					cu 7 la 1 și 9, 10 la 6	II c 10/129 [187]
 (Lanț tip Watt)		(Fig. 4 b)			cu 7 la 1 și 9 la 5	I c 10/31 [188]

§ 2.5. Alcătuirea lanțurilor cinematice plane articulate cu $e = 10$, $c_5 = 13$ *și* $L_3 = 4$ *prin legarea grupelor ASSUR cu* $n' = 6$ *și* $c_6 = 9$ *la patrulaterul articulat.*

Prin legarea grupelor ASSUR cu $n' = 6$, $c_5 = 9$ la acest lanț se obțin noi lanțuri cu $e = 10$, $c_5 = 13$ distincte de cele determinate anterior prin respectarea regulilor de mai jos.

Cele 10 grupe ASSUR [7] cu $n' = 6$, $c_5 = 9$ sînt redate în tabela 6 și sînt notate prin G.A. 6/1 ... G.A. 6/10.

Prin evitarea apariției lanțurilor nedistincte structural în cadrul acestei operații de alcătuire se ține cont atît de simetria patrulaterului cît și de a grupei ASSUR utilizate. Pentru înlăturarea lanțurilor cu cele determinate anterior se aplică următoaarea teoremă :

Teorema 5 — Dacă prin operația de alcătuire a unui lanț (e, c_5, $L_3 = 4$) *cu ajutorul unei grupe ASSUR* (n', c_5'), *în structura lanțului rezultant apare o grupă ASSUR* ($n' - 2k$; $c_5' - 3k$) ($k = 1,2...$) *folosită în operațiile anterioare atunci lanțul obținut nu este distinct structural.* Demonstrația acestei teoreme este ilustrată în fig. 5. Astfel prin legarea grupei ASSUR G.A. 6/1 la patrulaterul articulat cu : 5 la 1 și 7,8,10 la 2 se obține un lanț căruia îi apare în structură o diadă (fig.5a). Scoaterea acestei diade duce la obținerea lanțului 8/9) fig.5b). În consecință lanțul obținut prin operația din fig.5a a fost obținut și anterior din lanțul 8/9. Dacă aceeași grupă G.A. 6/1 se leagă la patrulater cu 5 la 1 și 7,8,10 la 3 se obține un lanț cu o triadă în strucură (fig.5c). Scoaterea acestei triade din structura lanțului rezultat duce la obținerea lanțului Stephenson (fig.5d). Deci și acest lanț cu $e = 10$ a fost obținut prin operația de alcătuire anterioară. Menționăm că această teoremă este o generalizare a teoremei 4.

Aplicarea acestei teoreme elimină — prin operația de alcătuire propusă în prezenta lucrare — lanțurile nedistincte structural. Tot pe baza acestei teoreme se constată că prin legarea grupelor ASSUR G.A. 6/1 ; 6/8 ; 6/9 ; 6/10 la patrulaterul articulat nu rezultă variante distincte structural de cele obținute anterior. Astfel prin legarea grupei G.A. 6/7 la patrulater cu 5 la 1 și 8 la 2 se obține un lanț cu o diadă (fig.5e).

Prin extragerea diadei din lanțul rezultant se obține lanțul 8/3 (fig.5f). Legarea aceleiași grupe cu 5 la 1 și 8 la 3 la patrulater (fig.5g) conduce la un lanț ce conține grupa ASSUR cu 4 elemente din fig.4b (tetrada). Prin scoaterea acestei grupe din lanț rezultă lanțul tip Watt (fig.5h).

Rezultate asemănătoare se obțin și prin utilizarea grupelor G.A. 6/8, 6/9, 6/10.

Alcătuirea lanțurilor cu $e = 10$, $c_5 = 13$ și $L_3 = 4$ pornind de la lanțul patrulater articulat este prezentată în tabela 7. S-au obținut 19 lanțuri numerotate după ordinea de alcătuire prin 206...224.

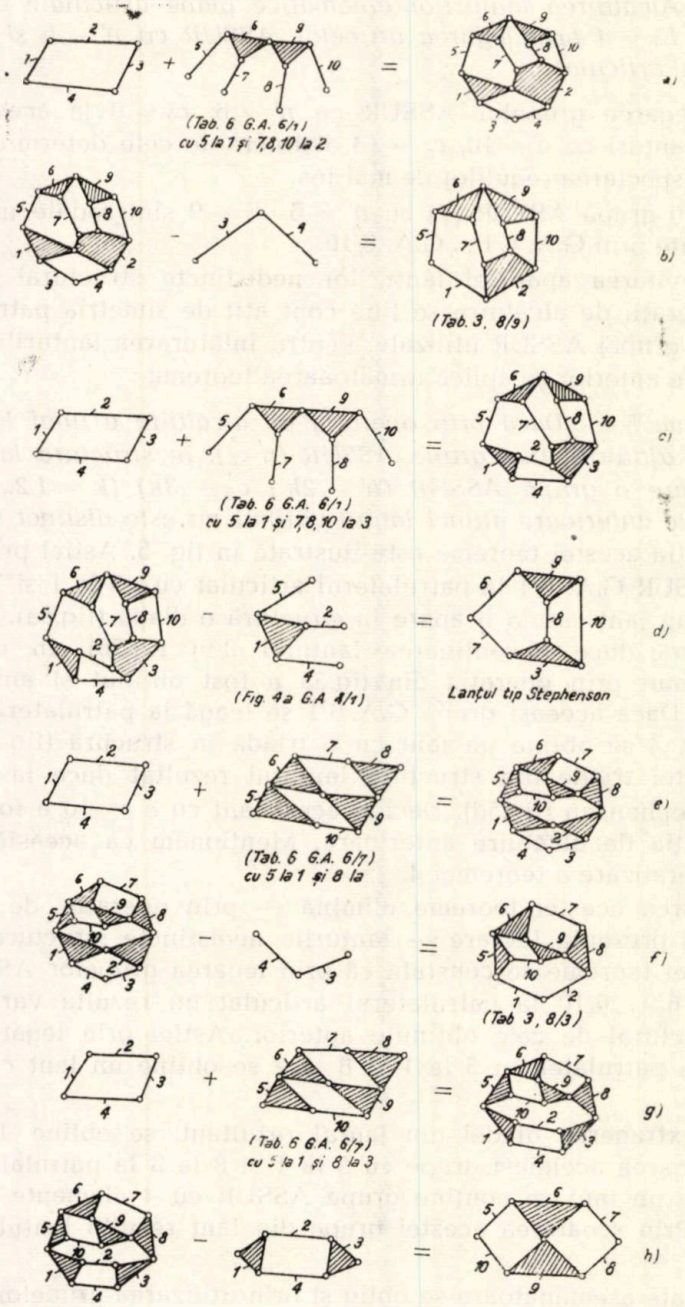
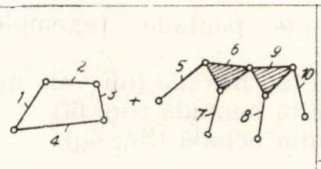
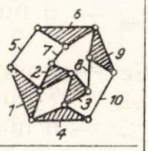
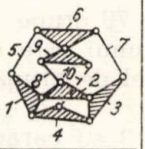
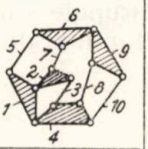
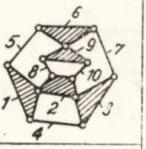
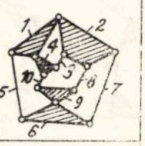
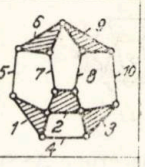
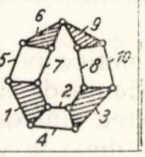


Fig. 5. Demonstrația teoremei 5, privind eliminarea variantelor nedistincte structural rezultate prin operația de adăugire a grupelor ASSUR (n', C'_5) la lanțurile cu e—n', C_5—C'_5, $L_3=4$)

Alcătuirea lanțurilor cinematice plane articulate cu $e=10$, $C_5=13$ și $L_3=4$ prin legarea unei grupe assurice cu $n'=6$, $C_5'=9$ la patrulaterul articulat

Lanțul cinematic inițial	+	Grupa assurică	=	Lanțul cinematic rezultat	Modul de legarea cuplelor exterioare	Varianta structurală și numărul de ordine al lanțului
1	2	3	4	5	6	7
					cu 5 la 1, 7 la 2, 8 la 3 și 10 la 4	I c 10/37 [206]
					cu 5 la 1, 7 la 3, 8 la 2 și 10 la 4	I c 10/38 [207]
					cu 5 la 1, 7 la 2 și 8, 10 la 4	II c 10/137 [208]
					cu 5 la 1, 7 la 3 și 8, 10 la 2	II c 10/138 [209]
					cu 5 la 1, 10 la 4 și 7, 8 la 2	II c 10/139 [210]
					cu 5 la 1, 10 la 3 și 7, 8 la 2	II c 10/140 [211]
					cu 5, 7 la 1 și 8, 10 la 2	III d 10/201 [212]

§ 2.6. Alcătuirea lanțurilor cinematice plane articulate cu $e = 10$; $c_5 = 13$ *și* $L_3 = 4$ *prin legarea grupelor ASSUR cu* $n' = 8$ *și* $c'_5 = 12$ *la lanțul cinematic deschis format din două elemente și o articulație* ($e = 2$, $c_5 = 1$).

Grupele ASSUR cu $n' = 8$ și $c_5 = 12$ au fost construite în [7]. Ele au fost sistematizate în funcție de numărul de conturi deformabile (z_g) și clasa Φ_{zg} a acestora, după cum urmează :

— o grupă cu z_g = o numită triadă (fig. 6a)
— 8 grupe cu $z_g = 1$ și $\Phi_{zg} = 4$ numite tetrade. Un exemlpu de astfel de grupă este prezentat în fig. 6b
— 5 grupe cu $z_g = 1$ și $\Phi_{zg} = 5$ numite pentade (exemple fig. 6c, d)
— 5 grupe cu $z_g = 1$ și $\Phi_{zg} = 6$ numite hexade (un ex, fig. 6e)
— o grupă cu $z_g = 1$ și $\phi_{zg} = 7$ numită heptadă (fig. 6f)
— o grupă cu $z_g = 1$ și $\Phi_{zg} = 8$ numită octadă (fig. 6g).

Urmează apoi un număr de 79 grupe cu două contururi deformabile ($z_g = 2$) dintre care cel puțin unul este de clasa IV-a ($\Phi_{zg} = 4$). În fig. 6h este reprezentată o astfel de grupă cu un contur cu $\Phi_{zg} = 4$ și un contur cu $\Phi_{zg} = 5$.

Cele 72 de grupe cu $z_g = 3$ se caracterizează prin faptul că au $Z_{gmax} = 3$ și $c'_{5emin} = 2$ fiind grupele care conțin în structura lor numărul maxim de contururi și cel minim de cuple exterioare. Un exemplu este reprezentat în fig. 6i.

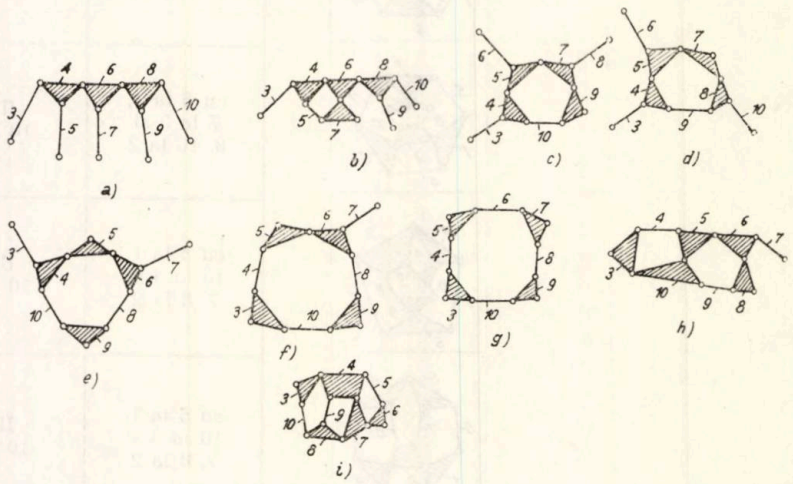


Fig. 6. Cîteva exemple de grupe ASSUR cu $n' = 8$, $C'_5 = 12$ [7]

Studiul acestor grupe cinematice pe baza teoremei 5 arată că numai patru dintre ele duc la variante de lanțuri distincte structural față de cele alcătuite anterior. Acestea sînt grupele din fig. 6a, c, d, e. Folosirea celorlalte grupe ASSUR duce la variante de lanțuri nedistincte structural.

Astfel grupele cu $z_g = 1$ și $\Phi_{zg} = 4$ conduc în general fie la lanțuri care conțin diade (fig.7a), fie la lanțuri care conțin grupe cu $n' = 4$, $c'_5 = 6$ adăugate la lanțurile cu $e = 6$, $c_5 = 7$ (fig. 7b).

Lanțuri nedistincte structural determină și grupele cu contururi de clase $\Phi_{zg} = 7$ și $\Phi_{zg} = 8$.

Grupele cu $z_g = 2$ avînd cel puțin un contur de clasa $\Phi_{zg} = 4$ conduc în general la aceleași lanțuri obținute cu ajutorul grupelor cu $\Phi_{zg} = 4$ însă cu un număr mai mic de elemente (fig. 7c).

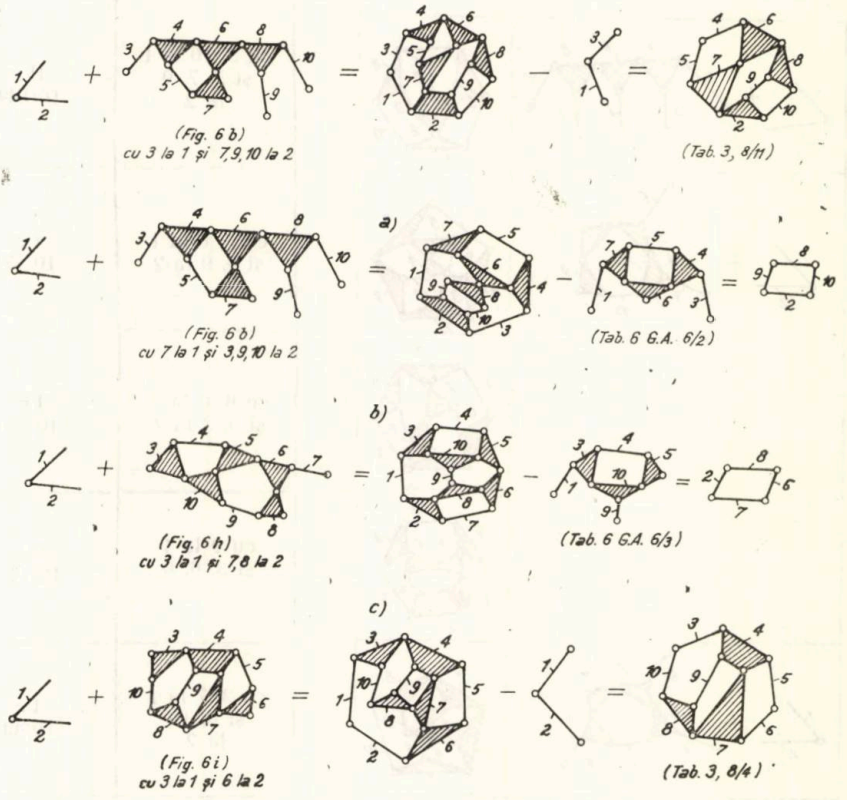
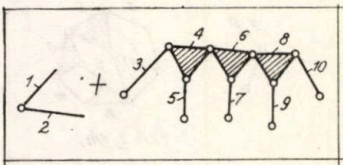
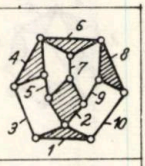
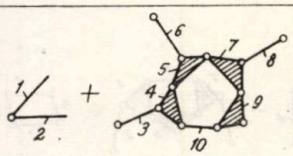
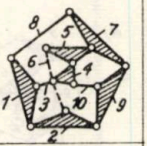
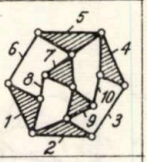
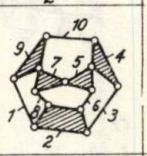
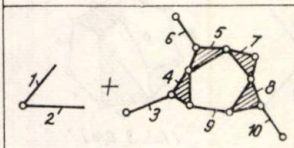
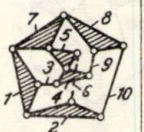
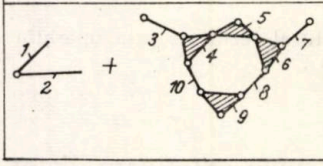
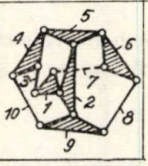


Fig. 7. Eliminarea variantelor nedistincte structural rezultate prin operația de alcătuire de la § 2,6.

Cele 72 grupe cu $z_g = 2$ avînd două cuple exterioare, determină fiecare prin legarea la cele două elemente articulate, cîte un lanț cu o diadă în structură (exemplu în fig. 7d).

Modul de alcătuire a lanțurilor cu ajutorul grupelor cinematice cu $n' = 8$, $c'_5 = 12$ este prezentat în tabela 8. Se obțin prin acest procedeu 6 lanțuri cu numerele de ordine 225—230.

Alcătuirea lanțurilor cinematice plane articulate cu e=10, $C_5=13$ și $L_3=4$ prin legarea grupelor cinematice cu $n'=8$ și $C_5'=12$, la lanțul cinematic deschis format din două elemente articulate între ele

Lanțul cinematic inițial	+	Grupa assurică	=	Lanțul cinematic rezultat	Modul de legare a cuplelor exterioare	Varianta structurală și numărul de ordine al lanțului
1	2	3	4	5	6	7
					cu 3, 10 la 1 și 5, 7, 9 la 2	II c 10/144 [225]
					cu 3, 8 la 1 și 6, 9 la 2	I c 10/47 [226]
					cu 6, 8 la 1 și 9, 3 la 2	I c 10/48 [227]
					cu 9 la 1 și 3, 6, 8 la 2	II c 10/145 [228]
					cu 3, 7 la 1 și 6, 10 la 2	I c 10/49 [229]
					cu 3, 7 la 1 și 5, 9 la 2	I c 10/50 [230]

§ 3. Sistematizarea lanțurilor cu e = 10, c_5 = 13 și L_3 = 4

§ 3.1. *Rezultatele obținute*

Prin alcătuirea lanțurilor cu e = 10, c_5 = 13 și L_3 = 4 pe baza metodei expuse s-au obținut 230 de lanțuri .Acest rezultat este în concordanță cu cel obținut în [5] prin metoda bazată pe teoria grafurilor.

§ 3.1 *Sistematizarea lanțurilor*

Pentru compararea lanțurilor, acestea au fost grupate în funcție de cele 7 combinații posibile între n_2, n_3, n_4, n_5 notate în tabelul 1b prin I_{10}...VII_{10}. În cadrul fiecăueia din aceste combinații structurale, lanțurile au fost grupate în funcție de numărul de diade cuprinse în structură. Pe baza acestei sistematizări lanțurile sînt prezentate în tabela centralizatoare nr. 9. În această tabelă ele au căpătat un nou număr de ordine în funcție de combinația de elemente (cifre romane I...VII) numărul de diade (a, b, c...) și numărul de ordine trecut la numitorul unei fracți ice are ca numărător numărul de elemente 10. Acest număr de ordine este trecut și în coloana 7 a fiecăruia din tabelele de alcătuire. De exemplu lanțul I_c 10/49 face parte din combinația structurală $I(n_2 = 4,\ n_3 = 6,\ n_4 = 0,\ n_5 = 0)$, nu are diade în structură (c), are e = 10 și numărul deordine 49.

Rezultatele numerice legate de această sistematizare sînt prezentate în tabela 10.

§ 4. Considerații privind studiul cinematic al mecanismelor cu e = 10, c_5 = 13 și M_3 = 1

§ 4.1 Prin fixarea unuia din cele zece elemente ale lanțurilor plane articulate cu e = 10, c_5 = 13 și L_3 = 4 se obțin mecanisme plane articulate cu e = 10, c_5 = 13 și grad de mobilitate M_3 = 1. Numărul de elemente mobile ale unui astfel de mecanism va fi evident $n = e - 1 = 9$.

§ 4.2. Complexitatea mecanismelor cu un număr mare de elemente, conduce la necesitatea utilizării unor metode de cercetare cinematică capabile să permită folosirea unor mijloace moderne de calcul. O astfel de metodă este metoda ciclurilor independente care permite utilizarea mașinilor electronice de calcul [10] sau calcul analogic [11]. Indicații asupra conducerii calculului cinematic pentru mecanismele complexe prin metoda ciclurilor independente sînt date în lucrarea [9].

§ 4.3 Numărul de cicluri independente z ale unui mecanism cu n = 9, c_5 = 13 și M_3 = 1 rezultă din relația dată în [7]

$$M_3 = n - 2z \tag{8}$$

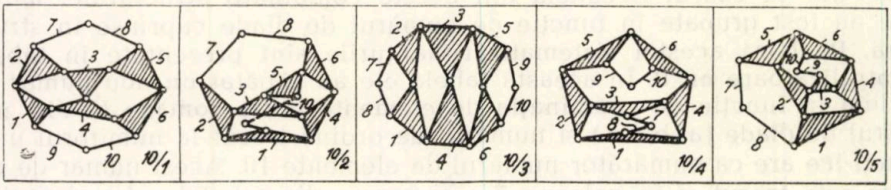
Această relație se mai poate scrie :

$$z = \frac{n - M_3}{2} \tag{8'}$$

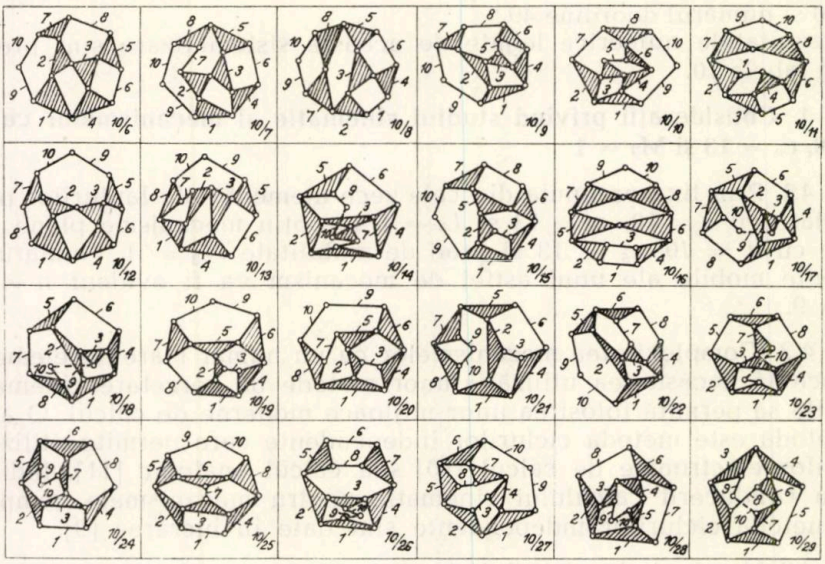
Lanțurile plane articulate cu $e=10$ elemente, $C_5=13$ articulații
și grad de libertate $L_3=4$

Combinația structurală I/10 $n_2=4$; $n_3=6$; $n_4=0$;

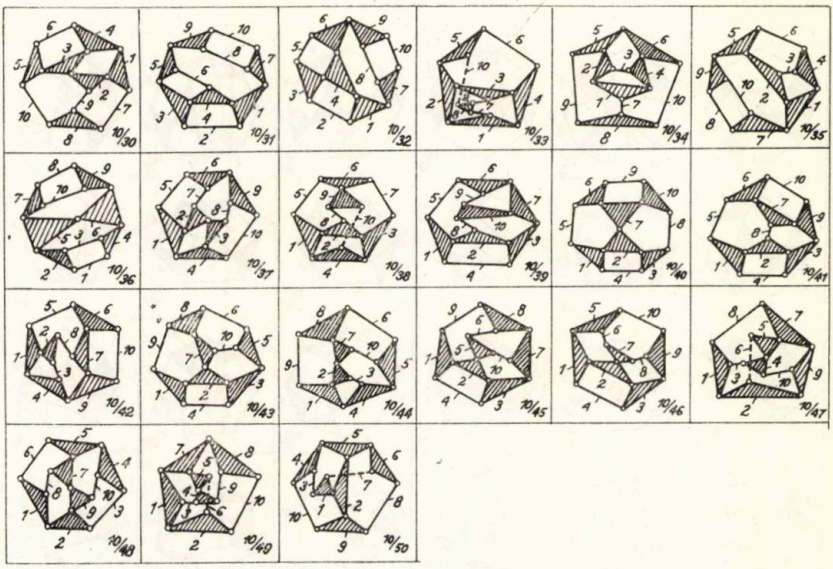
I a. *Lanțuri cu două diade*



I b. *Lanțuri cu o diadă*

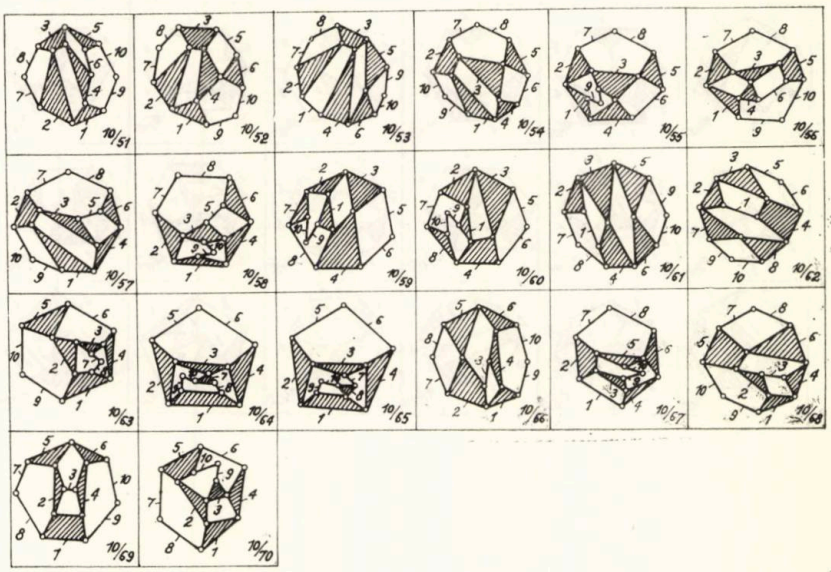


I c. *Lanțuri fără diade*

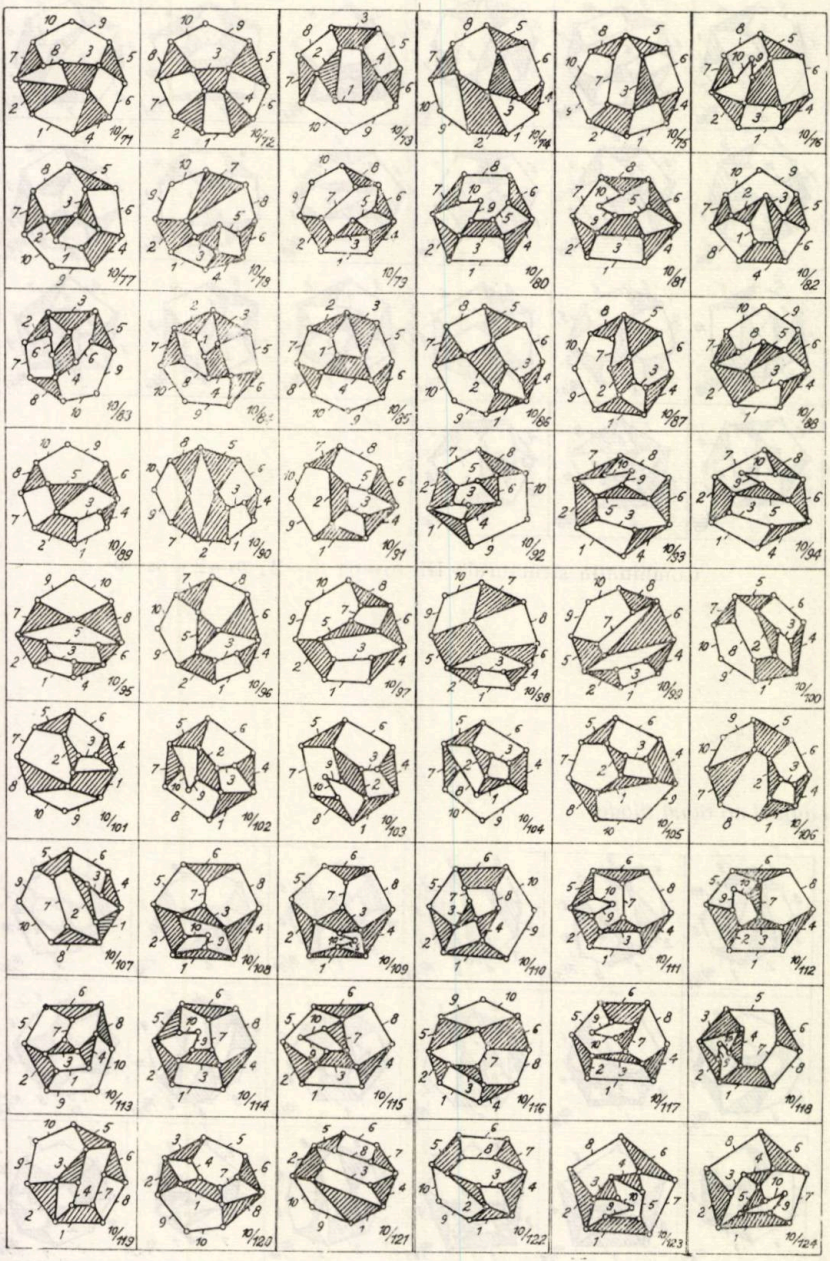


Combinația structurală III. $n_2=6$; $n_3=2$; $n_4=2$; $n_5=0$

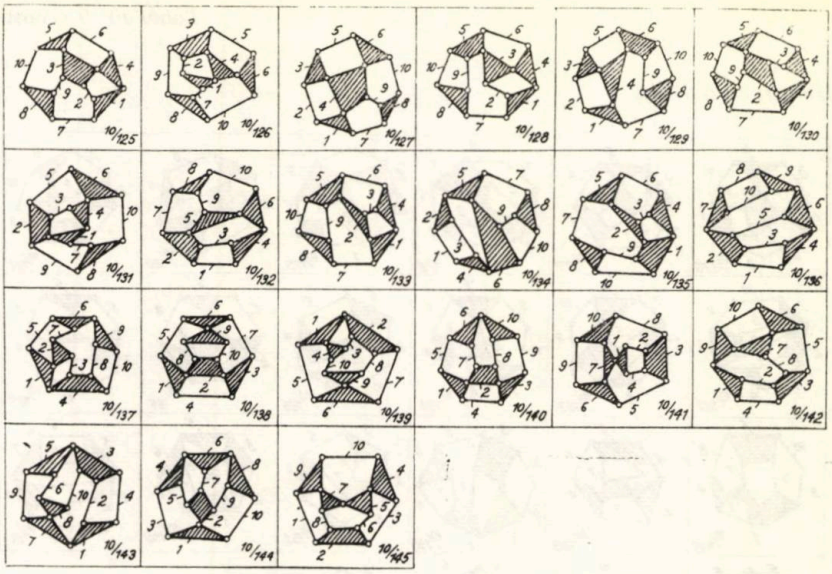
II a. *Lanțuri cu două diade*



II b. *Lanțuri cu o diadă*

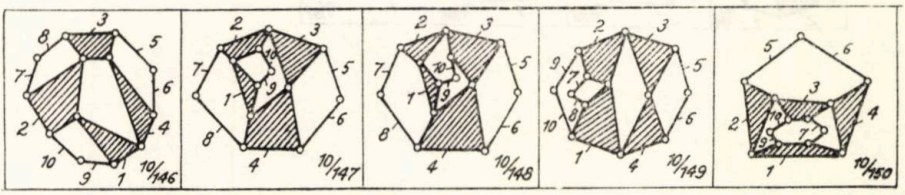


II c. *Lanțuri fără diade*

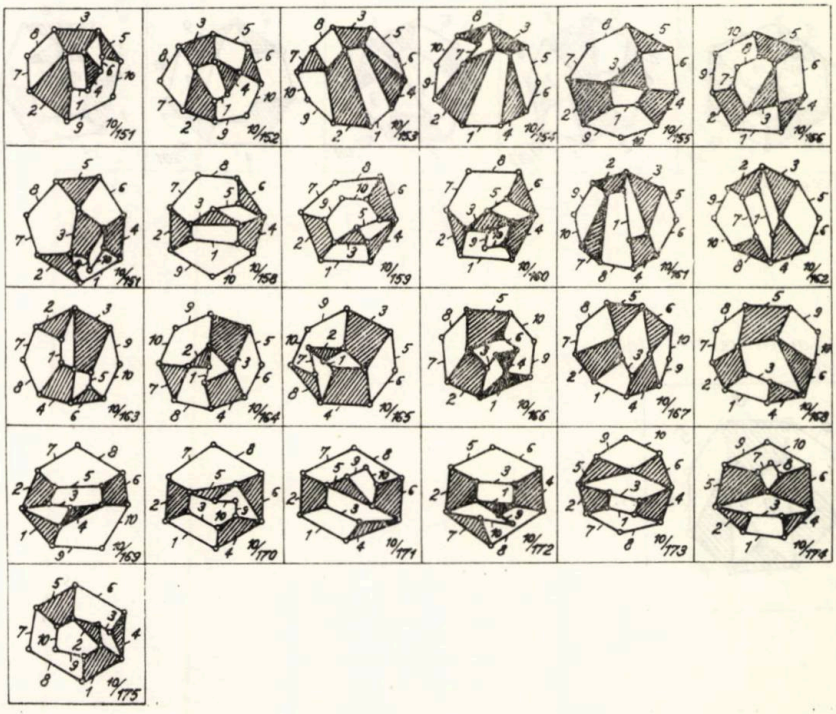


Combinația structurală II. $n_2=5$; $n_3=4$; $n_4=1$; $n_5=0$

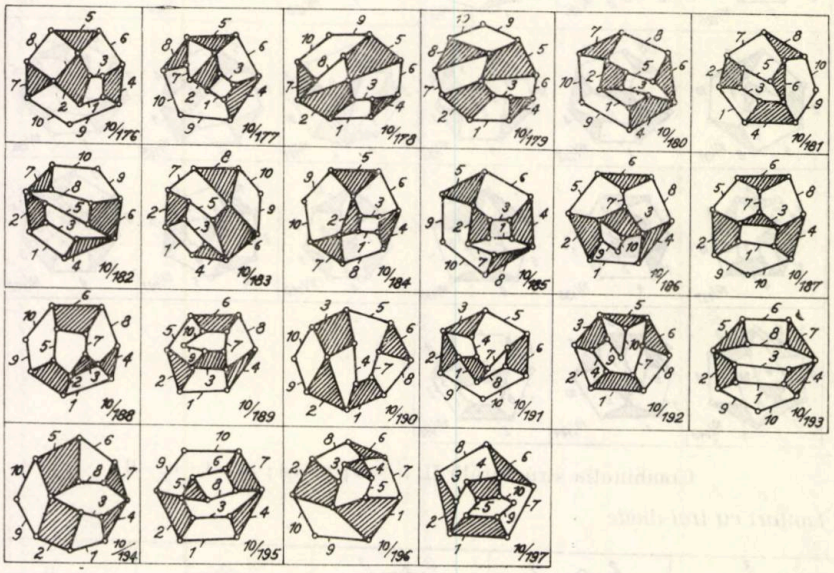
III a. *Lanțuri cu trei diade*



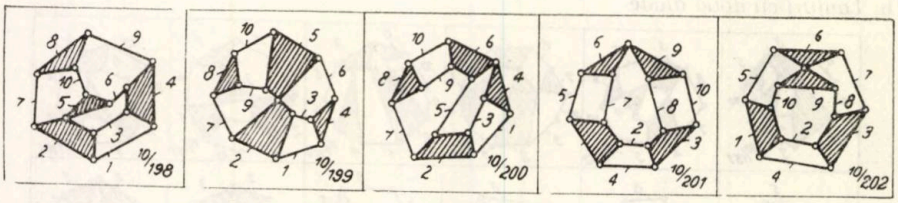
III b. *Lanțuri cu două diade*



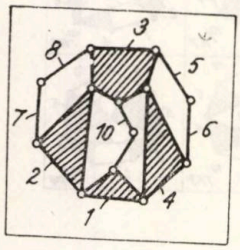
III c. *Lanțuri cu o diadă*



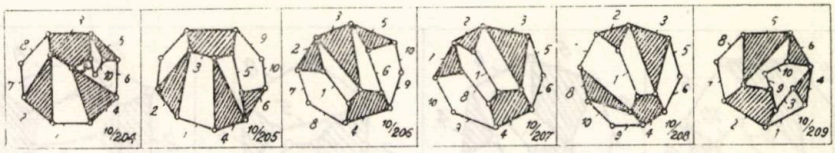
III d. *Lanțuri fără diade*



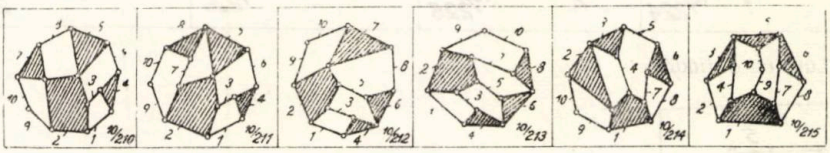
IV a. *Lanțuri cu trei diade*



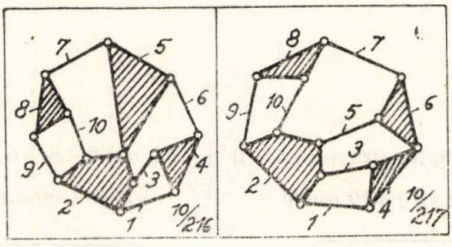
IV b. *Lanțuri cu două diade*



IV c. *Lanțuri cu o diadă*

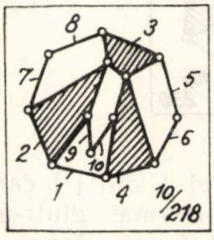


IV d. *Lanțuri fără diade*

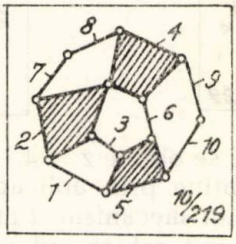


Combinația structurală V $n_2=7$; $n_3=0$; $n_4=3$; $n_5=0$

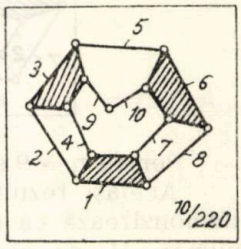
V a. *Lanț cu trei diade*



V b. *Lanț cu două diade*

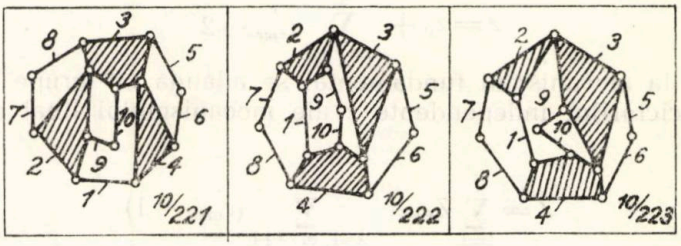


V c. *Lanț cu o diadă*

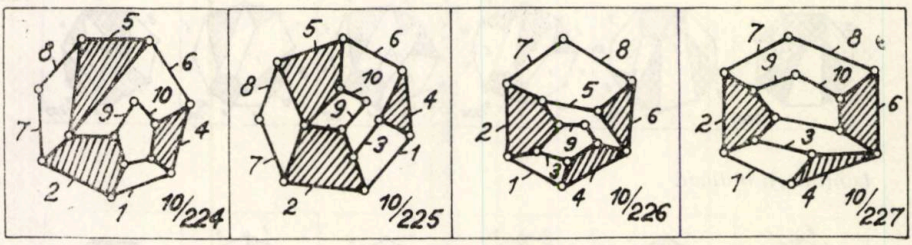


Combinația structurală VI $n_2=7$; $n_3=1$; $n_4=1$; $n_5=1$

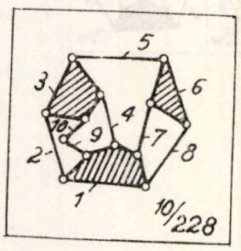
VI a. *Lanțuri cu trei diade*



VI b. *Lanțuri cu două diade*

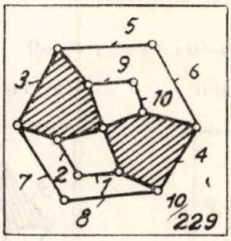


VI c. *Lanț cu o diadă*

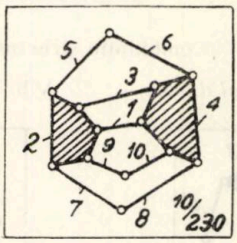


Combinația structurală VII $n_2=3$; $n_3=0$; $n_4=0$; $n_5=2$

VII a. *Lanț cu patru diade*



VII b. *Lanț cu trei diade*



Pentru $n = 9$ și $M_3 = 1$ se obține $z = 4$.

Același rezultat se obține prin aplicarea teoremei 1 din [9], care demonstrează că dacă la un mecanism fundamental (format dintr-un număr M_f de elemente conducătoare plus elementul fix) se leagă o grupă ASSUR de familia f cu z_g contururi deformabile și $\Sigma c'_{me}$ cuple cinematice exterioare, atunci numărul ciclurilor independente z ale mecanismului rezultant este determinat de formula:

$$z = z_g + \sum_{m=f+1}^{5} C'_{me} - 2 \qquad (9)$$

Dacă la mecanismul fundamental se adaugă „i" grupe cinematice, numărul ciclurilor independente z ale mecanismului final este dat de relația:

$$Z = \sum_{k=1}^{i} Z_{gk} + \sum_{k=1,\ m=f+1}^{i,5} (c'_{mek} - 1) \qquad (10)$$

Tabela nr. 10

Rezultatele numerice ale alcătuirii lanțurilor cu $e=10$; $C_5=13$ și $L_3=4$

Combinații între elemente conform tab. 1 b		Numărul de diade din structura lanț	Nr. de lanțuri
I/10	*c*	Lanțuri cu două diade	5
	d	Lanțuri cu o diadă	24
	e	Lanțuri fără diade	21
II/10	*c*	Lanțuri cu două diade	20
	d	Lanțuri cu o diadă	54
	e	Lanțuri fără diade	21
III/10	*b*	Lanțuri cu trei diade	5
	c	Lanțuri cu două diade	25
	d	Lanțuri cu o diad/	22
	e	Lanțuri fără diade	5
IV/10	*b*	Lanțuri cu trei diade	1
	c	Lanțuri cu două diade	6
	d	Lanțuri cu o diadă	
	e	Lanțuri fără diade	2
V/10	*b*	Lanțuri cu trei diade	1
	c	Lanțuri cu două diade	1
	d	Lanțuri cu o diadă	1
VI/10	*b*	Lanțuri cu trei diade	3
	c	Lanțuri cu două diade	4
	d	Lanțuri cu o diadă	1
VII/10	*a*	Lanțuri cu patru diade	1
	b	Lanțuri cu trei diade	1
Total	*a*	Lanțuri cu patru diade	1
	b	Lanțuri cu trei diade	11
	c	Lanțuri cu două diade	61
	e	Lanțuri cu o diadă	108
	d	Lanțuri fără diade	49
		Total	230

Dacă se consideră pentru exemplificare mecanismul obținut din lanțul I_c 10/36 prin fixarea elementului 1 se observă că acest mecanism poate fi considerat ca alcătuit din (fig. 8) :

— mecanismul fundamental format de elementul 1 fix și elementul motor 2 articulat la 1 ;

— diada formată din elementele 3 și 4 cu $z_{g1} = 0$ $c'_{5e_1} = 2$;

— diada formată din elementele 5 și 6 $z_{g_2} = 0$ $c'_{5e_2} = 2$;

— tetrada formată din elementele 7, 8, 9 și 10 cu $z_{g3} = 1$ $c'_{5e_3} = 2$;

Aplicînd relația (10) se obține :

$$z = (0 + 2 - 1) + (0 + 2 = 1) + (1 + 2 - 1) = 4.$$

Această metodă de studiu a ciclurilor independente permite totodată și o determinare precisă a acestora. Astfel conturul de elemente alcătuit de fiecare grupă ASSUR adăugată și mecanismul inițial reprezintă un ciclu independent. Cele 4 cicluri independente ale mecanismului din fig. 8 au fost notate prin I...IV.

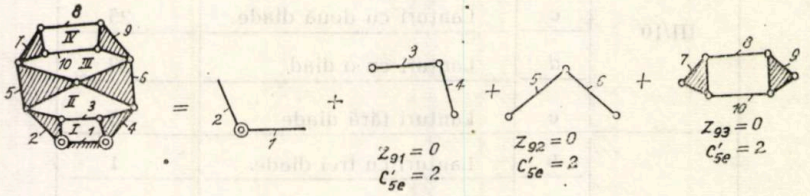


Fig. 8. Stabilirea ciclurilor independente ale unui mecanism cu e = 10, $C_5 = 13$ și $M_3 = 1$.

§ 4.3 Metoda de cercetare cinematică a mecanismelor plane articulate pe baza ciclurilor independente înlocuiește fiecare latură a conturului printr-un vector. Deoarece fiecare vector se caracterizează prin 3 necunoscute rezultă că numărul total de necunoscute va fi 3e = 30 pentru lanțurile cu e = 10 elemente.

Deoarece un element este fix și un alt element are mișcare cunoscută rezultă că rămîn 24 de necunoscute. Pentru fiecare din cele 4 contururi se pot scrie 3 ecuații vectoriale respectiv 7 ecuații scalare. Rezultă deci că studiul cinematic al mecanismelor cu e = 10 elemente, $C_5 = 13$ și $M_3 = 1$ conduce la un sistem de 24 ecuații cu 24 necunoscute.

Catedra de teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Hain, K.* — Die Analyse und Syntese der achtgliedriegen Getriebe, V. D. I. Berichte 5, 1955, 81—95

2. *Crossley, F. R. E.* — A contribuiton to Grüber's Theory in the Number Synthesis of Plane Mechanisms. Journal of Engineering for Industry February 1964. Transaction of the ASME, series B, p. 1—8.

3. — The Permutations of Ten — Link — Plane Kinematic Chains, Antriebstechnik, 3, 5, 181—185 (1964).

4. — The Permutations of Kinematic Chains of Eicht Members or Less from the Graph-Teoretic Viewpoint în Developments în Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 2, Oxford, Pergamon Press, 1965, p. 467—486.

5. *Woo, L. S.* — Type Sunthesis of Plane Linkage. Journal of Engineering for Industry, February 1967. Transactions of the ASME, series B, p. 159—173.

6. *Manolescu, N. I.* — O metodă unitară de alcătuire a lanțurilor cinematice și a mecanismelor plane de diferite grade de libertate și mobilitate St. Cerc. mec. apl., 17, 6, 1465—1512 (1964); Rev. roum, sci. teh., serie de Mécanique appliquée, 9, 4, 1269—1313 (1964).

7. *Monalescu, N, I.* — The Methods of Formation of the ASSUR Groups Function of *Antonescu, P.* the Number of Loops (z_g), and of the Rank of Links (j) Bul. Inst. *Erceanu, I.* politeh. „Gheorghe Gheorghiu Dej". XXVIII.3. pp. 59—83 (1966) București.

8. *Dizioglu, B.* — Getriebelehre. Bd. 1; Grundlagen, Braunschweig; Vieweg 1965.

9. *Manolescu, N. I.* — For a Unitary Point View în the Study of the Structural Analysis of Kinematic Chains and Mechanisms.

10. *Chinonis, Nicolas, P.* — Computer Makes Light Wark of Complex Linkage Design, Product. Engineering. Iuly 18.1966 pp. 57—59.

11. *Plander, I. Thomas, I* — Analysis of Mechanisms with Lower Pairs by Means of Electronic Analog Computers. Rev. Roum. Sci. Tehn. — Méc. Appl. Tome 12. 3. pp. — 643—661 (1967) București.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 1

TERMOTEHNICĂ

C.Z.: 621.1.01

IONIZAREA FLĂCĂRILOR DIFUZIV TURBULENTE STABILIREA ZONEI DE CONCENTRAȚIE MAXIMĂ A IONILOR ÎN FLĂCĂRILE DIFUZIV TURBULENTE DESCHISE *

AL. DĂNESCU, I. IORDACHE, E. DĂMĂCEANU

1. Introducere.

Procesul de ionizare, care are loc în flacără, în general, prezintă un interes deosebit atît din punct de vedere al controlului automat al prezenței flăcării în instalațiile de ardere, cît și al problemelor de magnetohidrodinamică.

Este cunoscut faptul că procesul de ionizare din flacără are loc în zona de reacție, în această zonă obținîndu-se și concentrația maximă de ioni.

Cercetările întreprinse de diferiți cercetători și prezentate în literatura de specialitate [1] [2] [3] se referă în special la flăcările laminare cu preamestec, flăcări la care zona de reacție este bine conturată, ceea ce face să se cunoască porțiunea din flacără ce trebuie investigată.

În cazul flăcărilor difuziv turbulente în jeturi de gaze combustibile, flăcări care au o largă aplicație în practica industrială, zona de reacție nu mai poate fi stabilită prin simpla observare a flăcări ca pentru flăcări laminare cu preamestec, pentru determinarea ei fiind necesare studii de amestecare a jeturilor în vederea stabilirii locului geometric al concentrațiilor stoechiometrice de gaze combustibile, loc ce corespunde, conform [4], cu zona de reacție a flăcării.

2. Determinarea zonei de concentrație maximă de ioni în flăcările difuziv turbulente deschise.

Concentrația maximă de ioni în flacără, conform [2] [3], se realizează în zona de reacție în punctele în care viteza de ardere este maximă. După cum se arată în literatura de specialitate [4], [5], această viteză maximă de ardere se obține în cazul unor concentrații de gaze

* Manuscris predat la redacție la 12 martie 1969.

combustibile în amestec cu comburantul foarte apropiate de concentrația stoechiometrică, astfel că determinarea locului geometric al concentrațiilor maxime de ioni în flacără difuziv turbulentă se poate face, cu suficientă aproximație, prin locul geometric al concentrațiilor stoechiometrice de gaze combustibile în amestec.

2.1. *Determinarea zonei de concentrație maximă de ioni în flăcările difuziv turbulente în jeturi libere de gaze combustibile cu viteză ambiantă nulă.*

Pentru determinarea zonei de concentrație maximă de ioni în flăcările difuziv turbulente deschise, zonă ce corespunde cu locul geometric al concentrațiilor stoechiometrice în amestec, se pornește de la expresia cîmpului de concentrații de gaze combustibile în amestec, care conform [4] [6] are forma :

$$\frac{X}{X_m} = F_2(\varphi) \tag{1}$$

în care :

X — valoarea concentrației molare într-un punct oarecare al jetului

X_m — valoarea concentrației molare pe axul jetului

$F_2(\varphi)$ — funcția de distribuție radială a concentrației de gaze combustibile

$\varphi = \frac{y}{ax}$ — ordonata adimensională, a fiind coeficientul de structură al jetului, avînd conform [6], valoarea $a = 0{,}07$ pentru jeturile libere cu viteză ambiantă nulă.

Locul geometric al concentrațiilor stoechiometrice este dat de relația :

$$\frac{X_{st}}{X_m} = [F_2(\varphi)]_{st} \tag{2}$$

în care :

X_{st} — concentrația molară stoechiometrică de gaze combustibile în amestec.

Pentru determinarea valorilor concentrației de gaze combustibile în amestec pe axul jetului de flacără X_m se pornește de la ecuația conservării masei de gaze combustibile în flacără, care pentru cazul jeturilor axial simetrice are forma :

$$2\pi \frac{\sigma T_0}{T_f} \int_0^{\infty} u X y \, dy = \pi R_0^2 u_0 X_0 \tag{3}$$

în care :

u — cîmpul de viteze în jet
R_0 — raza diuzei de ieşire a jetului de gaze combustibile
u_0 — viteza iniţială a jetului
X_0 — concentraţia molară iniţială de gaze combustibile în jet
T_0 — temperatura absolută a gazelor combustibile
T_f — temperatura absolută adiabatică a flăcării
σ — raportul dintre numărul de moli intraţi în reacţie şi numărul de moli rezultaţi din reacţie.

Cîmpul de viteze în jet u, conform [5], poate fi scris sub forma :

$$\frac{u}{u_m} = F_1(\varphi) \tag{4}$$

în care :

u_m — valoarea vitezei pe axul jetului
$F_1(\varphi)$— funcţia de distribuţie radială a vitezelor în jetul de flacără.

Ţinînd seama de ordonanţa adimensională φ cît şi de relaţiile (1) şi (4), ecuaţia conservării masei de gaze combustibile în jetul de flacără, poate fi scrisă după unele transformări sub forma :

$$2a^2x^2u_m X_m \frac{\sigma T_0}{T_f}\int_0^\infty F_1(\varphi)\cdot F_2(\varphi)\,\varphi\,d\varphi = R_0^2 u_0 X_0 \tag{5}$$

Explicînd ecuaţia (5) în raport cu X_m se obţine expresia concentraţiei de gaze combustibile pe axul jetului de flacără, care are forma :

$$X_m = \frac{1}{K_{12}}\cdot\frac{T_f}{\sigma T_0}\cdot\frac{u_0}{u_m}\cdot\frac{R_0^2}{a^2x^2}\cdot X_0 \tag{6}$$

în care :

$$K_{12} = 2\int_0^\infty F_1(\varphi)\cdot F_2(\varphi)\,\varphi\,d\varphi$$

Din analiza relaţiei (6) se constată că în componenţa acesteia intră şi valoarea vitezei pe axul jetului de flacără, a cărei determinare se face cu ajutorul ecuaţiei conservării impulsului, ecuaţie care pentru cazul jeturilor libere axial simetrice, cu viteza ambiantă nulă are forma :

$$2\pi\int_0^\infty \varrho\,u^2\,y\,dy = \pi R_0^2 u_0^2 \varrho_{01} \tag{7}$$

în care :

ϱ_{01} — densitatea iniţială a gazelor combustibile
ϱ — densitatea într-un punct oarecare din jetul de flacără.

Dacă se introduce relaţia (4) în (7) şi se ia în considerare, conform [4] [5], că densitatea medie în conturul stoechiometric al flăcării este constantă şi egală cu densitatea gazelor de ardere, atunci ecuaţia conservării impulsului poate fi scrisă şi sub forma :

$$2\,a^2\,x^2\,\varrho_f\,u_m^2\int_0^\infty [F_1(\varphi)]^2\,\varphi\,d\varphi = R_0^2\,u_0^2\,\varrho_{01} \tag{8}$$

în care :

ϱ_f — denistatea gazelor de ardere din flacără corespunzătoare temperaturii adiabatice a flăcării T_f.

Explicitînd relaţia (8) în raport cu u_m, se obţine expresia valorii vitezei pe axul jetului de flacără :

$$u_m = \frac{1}{\sqrt{K_{11}}}\sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}}\cdot\frac{R_0}{a\,x}\cdot u_0 \tag{9}$$

în care :

$$K_{11} = 2\int_0^\infty [F_1(\varphi)]^2\,\varphi\,d\varphi$$

Introducînd relaţia (9) în (6) se obţine

$$X_m = \frac{\sqrt{K_{11}}}{a\,K_{12}}\sqrt{\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}}}\cdot\frac{T_f}{\sigma\,T_0}\cdot\frac{R_0}{x}\cdot X_0 \tag{10}$$

sau dacă se ţine seama de relaţia (1), expresia :

$$X = \frac{\sqrt{K_{11}}}{a\,K_{12}}\sqrt{\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}}}\cdot\frac{T_f}{\sigma\,T_0}\cdot\frac{R_0}{x}\,X_0\,F_2(\varphi) \tag{11}$$

Valoarea raportului $\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}}$, conform [5], poate fi exprimată cu ajutorul relaţiei :

$$\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}} = \left[\frac{X_{st}}{X_0} + \frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1}\left(1 - \frac{X_{st}}{X_0}\right)\right]\frac{\sigma\,T_0}{T_f} \tag{12}$$

în care :

$\mathfrak{M}_2$ — greutatea molară a comburantului

$\mathfrak{M}_1$ — greutatea molară a gazelor combustibile

Punînd condiţia, în relaţia (11), ca valoarea concentraţiei să fie cea stoechiometrică se obţine locul geometric al concentraţiilor stoechiometrice sub forma :

$$[F_2(\varphi)]_{st} = \frac{a\,K_{12}}{\sqrt{K_{11}}}\sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}}\cdot\frac{\sigma\,T_0}{T_f}\cdot\frac{X_{st}}{X_0}\cdot\frac{x}{R_0} \tag{13}$$

Forma funcțiilor de distribuție radială atît pentru concentrații, cît și pentru viteze, pentru jeturile cu viteză ambiantă nulă conform [4], este de tipul Gauss, adică :

$$\left.\begin{aligned} F_1(\varphi) &= e^{-k_1\varphi^2} \\ F_2(\varphi) &= e^{-k_2\varphi^2} \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

În ceea ce privește valorile constantelor k_1 și k_2 din relația (14), acestea conform datelor din literatura de specialitate [4] [5], sînt $k_1 = 0{,}5$ și $k_2 = 0{,}25$, între funcțiile $F_1(\varphi)$ și $F_2(\varphi)$, existînd relația :

$$F_2(\varphi) = [F_1(\varphi)]^{\frac{1}{2}}$$

Avînd în vedere valorile constantelor k_1 și k_2, cît și expresia (14) se pot calcula valorile integralelor K_{11} și K_{12}.

$$K_{11} = 2\int_0^\infty [e^{-0{,}5\varphi^2}]^2\,\varphi\,d\varphi = 1$$

$$K_{12} = 2\int_0^\infty e^{-0{,}5\varphi^2}\cdot e^{-0{,}25\varphi^2}\,\varphi\,d\varphi = 1{,}33$$

Dacă se ține seama de valorile integralelor K_{11} și K_{12}, precum și de coeficientul de structură al jetului cu viteză ambiantă nulă, care are valoarea $a = 0{,}07$, atunci relația (13) poate fi scrisă sub forma :

$$e^{-0{,}25\varphi^2} = 0{,}0931\sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}}\cdot\frac{\sigma T_0}{T_f}\cdot\frac{X_{st}}{X_0}\cdot\frac{x}{R_0} \tag{16}$$

Dacă se logaritmează relația (16) se obține :

$$-0{,}25\varphi^2 = ln\left(0{,}0931\sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}}\cdot\frac{\sigma T_0}{T_f}\cdot\frac{X_{st}}{X_0}\cdot\frac{x}{R_0}\right) \tag{17}$$

Avînd în vedere că $\varphi = \dfrac{y}{a\,x}$, din relația (17) se obține, după unele transformări, locul geometric al concentrațiilor stoechiometrice, și deci și locul geometric al concentrațiilor maxime de ioni în flacără sub forma :

$$y_{st} = \pm\sqrt{\frac{-\,l_n\left(0{,}0931\sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}}\cdot\frac{\sigma T_0}{T_f}\cdot\frac{X_{st}}{X_0}\cdot\frac{x}{R_0}\right)}{0{,}25}}\cdot a\,x \tag{18}$$

sau

$$y_{st} = \pm\frac{0{,}07}{0{,}5}\,x\sqrt{-\,l_n\left(0{,}0931\sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}}\cdot\frac{\sigma T_0}{T_f}\cdot\frac{X_{st}}{X_0}\cdot\frac{x}{R_0}\right)} \tag{19}$$

Ecuația (19) dă locul geometric al concentrațiilor maxime de ioni în flăcările difuziv turbulente de gaze combustibile indiferent de natura combustibilului, nefăcîndu-se în acest sens nici-un fel de particularizare.

2.2. *Determinarea zonei de concentrație maximă de ioni în flăcările difuziv turbulente în jeturi libere de gaze combustibile cu viteză ambiantă variabilă.*

Flăcările difuziv turbulente în jeturi libere de gaze combustibile cu viteză ambiantă variabilă sînt caracterizate prin aceea că jetul de gaze combustibile este însoțit de jetul de comburant, fiind concentric cu acesta.

Pentru determinarea zonei de concentrație maximă de ioni în flăcările difuziv turbulente în jeturi libere axial simetrice de gaze combustibile cu viteză ambiantă variabilă se pornește de la relația (6), cu observația că în acest caz pentru stabilirea valorii vitezei pe axul jetului trebuie să se ia în considerație conservarea impulsului ansamblului celor două jeturi.

Ecuația conservării impulsului ansamblului celor două jeturi are forma :

$$2\pi\int_0^\infty \varrho\, u^2\, y\, dy = \pi R_1^2 u_{01}^2 \varrho_{01} + \pi (R_2^2 - R_1^2) u_{02}^2 \varrho_{02} \qquad (20)$$

în care :

R_1 — raza diuzei de ieșire a jetului de gaze combustibile

R_2 — raza gurii de ieșire a comburantului

u_{01} — viteza inițială a jetului de gaze combustibile

u_{02} — viteza inițială a comburantului

ϱ_{01} — densitatea gazelor combustibile

ϱ_{02} — densitatea comburantului.

Ținînd seama de relația (4) cît și de densitatea gazelor de ardere ϱ_f, ecuația conservării impulsului ansamblului celor două jeturi capătă forma :

$$2\, a^2 x^2 \varrho_f\, u_m^2 \int_0^\infty [F_1(\varphi)]^2\, \varphi\, d\varphi = R_1^2 u_{01}^2 \varrho_{01} \left[1 + \frac{\varrho_{02}}{\varrho_{01}} m^2 (R_2^{-2} - 1)\right] \qquad (21)$$

în care :

$m = \dfrac{u_{02}}{u_{01}}$ — raportul dintre viteza inițială a jetului de comburant și cea a jetului de gaze combustibile

$\bar{R}_2 = \dfrac{R_2}{R_1}$ — raza gurii de ieșire a comburantului raportată la raza diuzei de ieșire a jetului de gaze combustibile.

Explicînd relaţia (21) în raport cu u_m se obţine valoarea vitezei pe axul jetului de flacără în cazul jetului de gaze combustibile cu viteză ambiantă variabilă, care este dată de expresia :

$$u_m = \frac{1}{\sqrt{K_{11}}} \sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}} \cdot \frac{R_1}{a\,x} \left[1 + \frac{\varrho_{02}}{\varrho_{01}} m^2 (R_2^2 - 1)\right]^{\frac{1}{2}} u_{01} \qquad (22)$$

Introducînd relaţia (22) în (6) se obţine expresia concentraţiei pe axul jetului de flacără în cazul jeturilor libere axial simetrice cu viteză ambiantă variabilă, care are forma :

$$X_m = \frac{\sqrt{K_{11}}}{a K_{12}} \sqrt{\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}}} \cdot \frac{T_f}{\sigma T_0} \cdot \frac{R_1}{x} \left[1 + \frac{\varrho_{02}}{\varrho_{01}} m^2 (R_2^{-2} - 1)\right]^{-\frac{1}{2}} X_0 \qquad (23)$$

Dacă se ţine seama de relaţia (1) atunci cîmpul de concentraţii de gaze combustibile în jetul de flacără în cazul jeturilor libere cu viteză ambiantă variabilă va fi dat de expresia :

$$X = \frac{\sqrt{K_{11}}}{a K_{11}} \sqrt{\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}}} \cdot \frac{T_f}{\sigma T_0} \cdot \frac{R_1}{x} \left[1 + \frac{\varrho_{02}}{\varrho_{01}} m^2 (R_2^{-2} - 1)\right]^{-\frac{1}{2}} X_0 F_2(\varphi) \qquad (24)$$

Coeficientul de structură al jeturilor libere cu viteză ambiantă variabilă conform [5], poate fi determinat cu ajutorul relaţiei :

$$a = a_0 \sqrt{1 - m} \qquad (25)$$

în care :

a_0 = coeficientul de structură al jeturilor cu viteză ambiantă nulă, care are valoarea $a_0 = 0{,}07$.

Dacă se introduce, conform [5], noţiunea de rază echivalentă a jetului cu viteză ambiantă variabilă R_1^* dată de relaţia,

$$R_1^* = R_1 \left[1 + \frac{\varrho_{02}}{\varrho_{01}} m^2 (R_2^{-2} - 1)\right]^{-\frac{1}{2}} \qquad (26)$$

atunci cîmpul de concentraţii în jetul de flacără cu viteză ambiantă variabilă, va fi

$$X = \frac{\sqrt{K_{11}}}{a K_{12}} \sqrt{\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}}} \cdot \frac{T_f}{\sigma T_0} \cdot \frac{R_1^*}{x} X_0 F_2(\varphi) \qquad (27)$$

Comparînd relaţia (27) cu relaţia (11) dedusă pentru jeturile cu viteză ambiantă nulă se constată că cele două relaţii sînt identice ca structură, cu observaţia că în timp ce R_0 reprezintă raza reală a diuzei jetului de gaze combustibile, R_1^* reprezintă raza echivalentă a acestei diuze, care întotdeauna este mai mică decît raza reală.

Cu ajutorul relației (27) se poate determina locul geometric al concentrațiilor maxime de ioni în flacără din jeturile libere cu viteză ambiantă variabilă, care va fi dat de expresia :

$$F_2(\varphi) = \frac{aK_{12}}{\sqrt{K_{11}}} \sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}} \frac{\sigma T_0}{T_f} \cdot \frac{X_{st}}{X_0} \cdot \frac{x}{R_1^*} \tag{28}$$

Forma funcțiilor de repartiție radială și în acest caz, conform [5], este tot de tipul Gauss, astfel că relația (28) poate fi scrisă și sub forma:

$$e^{-k_2\varphi^2} = \frac{aK_{12}}{\sqrt{K_{11}}} \sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}} \cdot \frac{\sigma T_0}{T_f} \cdot \frac{X_{st}}{X_0} \cdot \frac{x}{R_1^*} \tag{29}$$

care logaritmată conduce la expresia

$$-k_2\varphi^2 = ln\left(\frac{aK_{12}}{\sqrt{K_{11}}} \sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}} \cdot \frac{\sigma T_0}{T_f} \cdot \frac{X_{st}}{X_0} \cdot \frac{x}{R_1^*}\right) \tag{30}$$

Ținînd seama de expresia ordonatei adimensionale φ, locul geometric al concentrației maxime de ioni, în flăcările difuziv turbulente în jeturi libere de gaze combustibile cu viteză ambiantă variabilă va fi dat de relația :

$$y_{st} = \pm ax \sqrt{\frac{-ln\left(\frac{aK_{12}}{\sqrt{K_{11}}} \sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}} \cdot \frac{\sigma T_0}{T_f} \cdot \frac{X_{st}}{X_0} \cdot \frac{x}{R_1^*}\right)}{k_2}} \tag{31}$$

Valoarea mărimii k_2 și în cazul jeturilor cu viteză ambiantă variabilă este $k_2 = 0{,}25$, [5], astfel că ecuația (31) poate fi scrisă și sub forma

$$y_{st} = \pm \frac{ax}{0{,}5} \sqrt{-ln\left(\frac{aK_{12}}{\sqrt{K_{11}}} \sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}} \cdot \frac{\sigma T_0}{T_f} \cdot \frac{X_{st}}{X_0} \cdot \frac{x}{R_1^*}\right)} \tag{32}$$

Valorile integralelor K_{11} și K_{12} din relația (32), după cum se arată în [5], depind de distanța x, tinzînd spre valorile $K_{11}=1$ și $K_{12}=1{,}33$, egale cu cele ale jeturilor libere cu viteză ambiantă nulă. Distanța x, raportată la raza diuzei de ieșire a jetului R_1, de la care valorile integralelor K_{11} și K_{12} sînt egale cu cele ale jeturilor libere cu viteză ambiantă nulă este, conform [5], de $\frac{x}{R_1} = 100 - 120$, distanță determinată experimental, ținîndu-se seama de limitele domeniului de stabilitate a flăcării.

De fapt distanța raportată $\frac{x}{R_1}$, conform [5] depinde de parametrul adimensional $\frac{\varrho_{02}}{\varrho_{01}}$ m^2 $(\overline{R_2^2}-1)$, însă mărimea acestui parametru nu poate depăși o anumită valoare deoarece flacăra ar deveni instabilă.

Pentru verificarea relaţiilor de calcul care permit determinarea zonei de concentraţie maximă a ionilor în flacără s-au făcut încercări experimentale pe flăcări de gaze naturale. Experimentările au fost efectuate pentru flăcări difuzive în jeturi de gaze combustibile cu viteză ambiantă nulă.

Pentru stabilirea pe cale experimentală a zonei de concentraţie maximă de ioni în flacără s-a utilizat o sondă de ionizare cu doi electrozi (sondă dublă) cu ajutorul căreia s-au determinat punctele din flacără, corespunzătoare valorilor maxime ale curentului maxim de ionizare.

Pentru determinarea curentului de ionizare sonda a fost introdusă în flacără, la diferite nivele faţă de gura arzătorului, căutîndu-se, prin încercări să se găsească locul în care curentul de ionizare este maxim.

Sonda de ionizare a fost alimentată de la o sursă stabilizată de tensiune, care avea posibilităţi mari de reglare a tensiunii, iar curentul de ionizare a fost măsurat cu ajutorul unui galvanometru cu spot luminos, al cărui grad de sensibilitate era de 7.10^{-8} A/diviziune.

Stabilirea zonei de concentraţie maximă de ioni s-a făcut faţă de axul jetului de flacără.

Schema de măsură a curentului de ionizare este prezentată în figura 1.

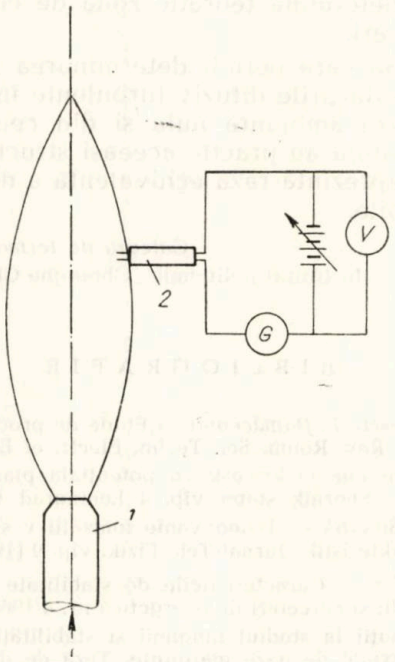


Fig. 1

În diagrama din figura 2 se prezintă rezultatele datelor experimentale, curba continuă reprezentînd valorile calculate cu ajutorul relației (19), iar punctele valorile experimentale.

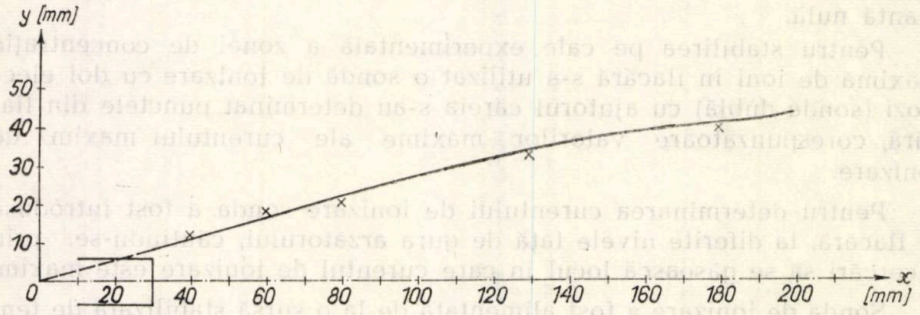


Fig. 2

Din analiza diagramei din figura 2 se constată că relațiile de calcul, determinate analitic, permit să se stabilească zona de concentrație maximă de ioni cu aproximație acceptabilă.

3. Concluzii

Pe baza analizei teoretice a procesului de schimb de masă din flăcările difuziv turbulente în jeturi libere de gaze combustibile (flăcări deschise) s-a putut determina teoretic zona de concentrație maximă a ionilor din aceste flăcări.

Relațiile de calcul care permit determinarea zonei de concentrație maximă a ionilor din flăcările difuziv turbulente în jeturi libere de gaze combustibile cu viteză ambiantă nulă și din cele în jeturi libere cu viteză ambiantă variabilă au practic aceeași structură, cu observația ca R_1^* din relația (32) reprezintă raza echivalentă a diuzei de ieșire a jetului de gaze combustibile.

Catedra de termotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"-București

BIBLIOGRAFIE

1. *G Bărănescu, Al. Dănescu, E. Dămăceanu* — Étude de processus d'ionisation flammes des hydrocarbures. Rev. Roum. Sci. Techn. Electr. et Energ. nr. 3/1969.
2. *S. I. Muhin* — Issledovanie elekriceskovo potențiala plameni. Aftomatizația otopitelinîh kotelinîh — Sbornik statei vîp. 4 Leningrad 1965.
3. *E. S. Semenov, A. S. Sokolik* — Issledovanie ionizații v sfericeskih plamenah metodom zondovîh harakteristik. Jurnal Teh. Fizik. vîp. 9 (1962).
4. *D. Grecov, I. Iordache* — Caracteristicile de stabilitate ale flăcărilor deschise în jeturi însoțite. Studii și cercetări de energetică nr. 4/1965.
5. *I. Iordache* — Contribuții la studiul lungimii și stabilității flăcărilor difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze mărgiinte. Teză de doctorat Inst. Politehnic — București 1969.
6. *G. N. Abramovici* — Teoria turbulentnîh strui. Fizmatgiz, Moscova 1960.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 1

MAȘINI-UNELTE

C.Z.: 621.9

BEITRAG ZUR ERMITTLUNG DER BEZIECHUNGEN FÜR DIE BERECHNUNG DER SPEZIFISCHEN SCHNITTKRAFTKOMPONENTEN BEIM DREHEN *

CONSTANTIN DUMITRAȘ

1. Einleitung

Die Untersuchungen der bei der Spanbildung auftretenden Verformungs-und Reibungsvorgänges und deren Zusammenhang mit den Schnittkräften nimmt in der Zerspanungsforschung einen breiten Raum ein.

Aus der /1/ ; /2/ ; /3/ ; /4/ ; /5/ ; /6/ geht hervor, dass die Schnittgraft beim Drehen mit Hilfe einer spezifischen Kraft, die mit dem entsprechenden Spanungsquerschnitt multiplizieren wird, ermitteln werden kann. Aus diesem Grund kann angegeben werden, dass die Festlegung der Gesetzmässigkeit der spezifischen Kraft beim Spanungsvorgang eine besondere Bedeutung hat.

Auf Grund der bisherigen Forschungen lässt sich feststellen, dass die spezifische Kraft zur Berechnung der Schnittkraft für die spanenden Verfahren mit geometrisch-bestimmter Schneide bereits ausführlich untersucht worden ist. Dabei zeigte es sich, dass die spezifische Kraf derer Gesetzmässigkei von Kienzle /1/ aufgestellt wurde, nur zur Ermittlung der Schnittkraft anwendbar ist.

Ob diese Gesetzmässigkeit, die auch für die spezifische Schnittkraft gilt, auch zur Ermittlung der Vorschub-und Passivkräfte gültig ist, dafür steht der endgültige Beweis noch nicht fest.

Der vorliegende Artikel verfolgt sowohl ein solchen Problemm zu erklären und als auch die erhaltenen Ergebnisse der durchgeführten Untersuchungen nachstehend darzustellen.

2. Durchführung der Versuche

Bei den Versuchen wurden geschmidete Rundlinge aus zwei unlegierte Baustähle C15 und C60, derer Kohlenstaffgehalt von 0,28 bzw. 0,71 % beträgt, ausgewählt, die in der industriellen Fertigung vielfach gebraucht werden. Die Schmiedehaut war glatt abgedreht, so dass einwandfreies, unverhertes Material bearbeitet wurde. Allerdings stellte

* Manuskript am 10 Februar 1969 eingegangen.

sich während der Versuche heraus, dass der Werkstoff der Knüppel nicht an allen Stellen gleichmäsig war und einzelne härten Stellen auftraten.

Als Werkstoff der Kerkzeuge wurden für sämtliche Versuche Hartmetalle auf WC-TiC-Co Basis angewendet, wie sie die Herstellerfirma für die Stahlbearbeitung beim Drehen vorschlägt. Eingesetzt wurde die Qualität HC20 A 16.

Die vollständige Geometrie der angewondten Schneide ist aus der Tabelle 1 zu entnehmen.

Tabelle 1

α	α_1	γ	λ	x	x'	ε	R (mm)	Facette		
								f = mm	α'	α'_1
10°	10°	0°	−5°	60°	18°	132°	0,5	1	5°	5°

Die Grösse des aufzuwendenden Spanwinkels wurde dabei durch Stichversuche bestimmt. Die Lage der Winkel ist aus Bild 1 zu erkennen.

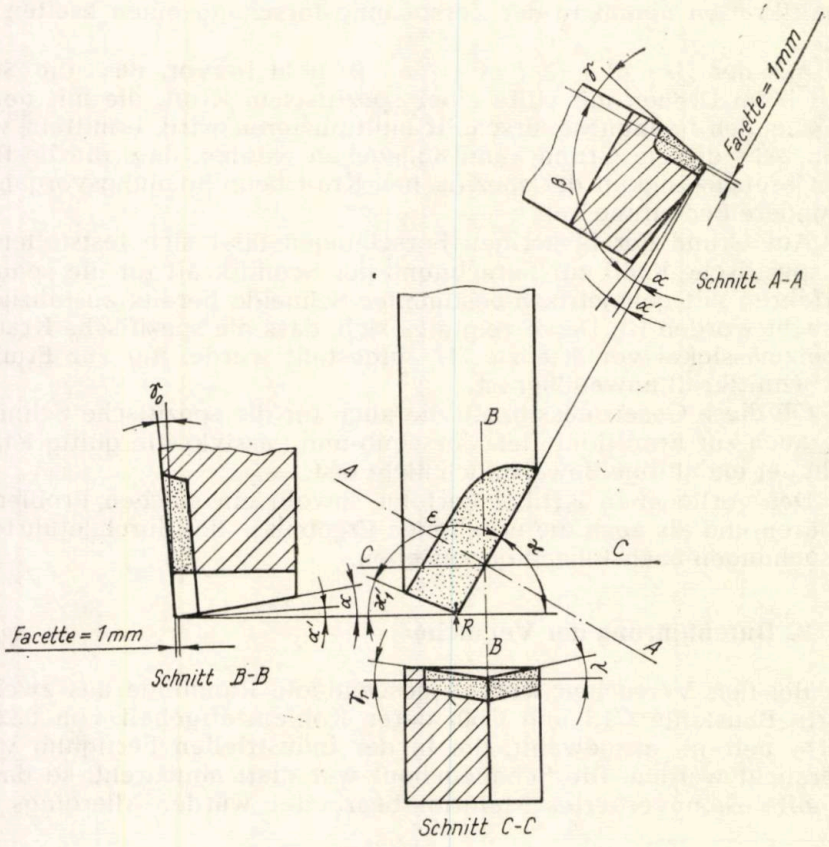


Bild 1

Alle Werkzeugschneiden wurden nach dem Vorschleifen mit SIC-Scheiben an der Facette mit einer Diamantscheibe feingeschliffen, so dass eine gleichmässige Aufbereitung gesichert war. Das Abschliffvolumen wurde dabei so gewählt, dass alle Verschleisserscheinungen an den Schneiden aus früheren Versuchsreihen mit Sicherheit beseitigt wurden.

Die Versuche wurden auf einer Drehmaschine DLZ 630-IV des VEB Grossdrehmaschinenbau „8 Mai" mit folgenden technischen Daten durchgeführt.

Spitzenentfernung	630 mm
Spindeldrehzahlen	18,Stufensprung $\varphi = 1{,}25$
Drehzahlbereich	28 bis. 1400 U/min
Vorschübe, länge	36, Stufensprung $\varphi = 1{,}25$
Vorschubbereich	0,036 bis 2,5 mm/U
Hauptantriebsleistung	15 kW

Jede Versuchsreihe wurde 10-mal widerholt, um Schwankungen innerhalb der Versuche auszugleichen. Da die Versuche nur kurzzeitig durchgeführt wurden, trat hindurch keine Motorenschädigung ein.

Zur Messung der Schnitt-und Vorschubkräfte wurde ein Schnitt kraftmessgerät nach Neubert /7/ verwendet, während für die Ermittlung der Passigkräfte eine spezielle induktive Messeinrichtung /8/ entwickelt wurde.

3. Auswertung und Darstelung der erhaltenen Erkenntnisse

Der Fachliteratur ist zu entnehmen, dass sich die entdeckeken Gesetzmässigkeit von Kienzle und Victor, Richter, Berthold und andere zur Berechnung der Schnittkraft im Fliessspanbereich des Spanungsvorganges in der Praxis als ausreichend erste Näherungen erwiesen haben. Frühere Forschungen hatten auch bereits angestrebt, die Gesetzmässigkeit für die Vorschub-und Passivkraft anzuwenden, aber in dieser Richtung liegt noch unzureichendes Material vor.

Ausgehend von der vektoriellen Darstellung der Kraftkomponenten würde sich dann mit Hilfe des Parallelograms der Kräfte durch die vektorielle Addition die Zerspankraft $\bar{F}_Z = \bar{F}_S + \bar{F}_V + \bar{F}_P$ genau ermitteln lassen.

Aus der vektoriellen Beziehung zur Berechnung der Zerspankraft geht hervor, dass sowohl die Schnitt-und Verschubkraft, als auch die Passivkraft einer Gesetzmässigkeit unterwerfen müssen, da alle drei Komponenten zusammen die Zerspankraft F_Z bilden.

Die Versuche haben bestätigt, dass sich zwischen den Kurvenverlauf der Schnitt-, Vorschub-und Passivkräfte als Funktion der Spanungsdicke h bzw. der Spanungsbreite b kein Unterschied feststellen lässt. Daraus ist ersichtlich, dass die Gesetzmässigkeit der spezifischen Kraft, die zur Berechnung der Schnittkraft gilt, auch für die Ermittlung der Vorschub-und Passivkräfte Gültigkeit hat.

Auf Grund der durch die Schnittkraftmessungen gewonnanen Erkenntnisse /8/ wurden zur Berechnung der Kraftkomponenten folgende Beziehungen aufgestellt :

$$F_Z = k_{s11s} \cdot b \cdot h^{1-m_z} + K_{so1s} \cdot b \qquad /kp/ \qquad (1)$$

$$F_V = k_{s11v} \cdot b \cdot h^{1-m_v} + K_{so1v} \cdot b \qquad /kp/ \qquad (2)$$

$$F_P = k_{s11p} \cdot b \cdot h^{1-m_p} + K_{so1p} \cdot b \qquad /kp/ \qquad (3)$$

Die Versuchsergebnnise zeigten, dass sich die Schnittkräfte im Fließspanbereich beim Drehen aus den eigentlichen Scherkräfte b.z.w. $F_{SS} = k_{s11s} \cdot b \cdot h^{1-m_s}$, $F_{SV} = k_{s11v} \cdot b \cdot h^{1-m_v}$, $F_{SP} = k_{s11p} \cdot b \cdot h^{1-m_p}$ und einer Vorlaufkräften $F_{OS} = K_{so1s} \cdot b$, $F_{OV} = K_{so1v} \cdot b$, $F_{OP} = K_{so1p} \cdot b$ die zur Überwindung der elastischen und plastichen Deformation der obersten Werkstoffschichten des Bearbeiteten Werkstoffes längs der Schneidkante erforderlich sind und eine Gefügeauflockerung der obersten Schnichten im Werkstück bewirkt, zusammensetzen. Dabei muss beachtet werden, dass sowohl die Scherkräfte die Vorlaukräfte eine ensprechende innere bzw. äussere Reibungskraft enthalten und plastischen Deformation der obersten Werkstoffschichten des bearbeiteten Werkstoffes längs der Schneidkante erforderlich sind und eine Gefügeauflockerung der obersten Schichten im Werkstück bewirkt, zusammensetzen. Dabei muss beachtet werden, dass sowohl die Scherkräfte die Vorlaufkräfte eine entsprechende innere bzw. äussere Reibungskraft enthalten.

Aus der Fachliteratur /1/ ; /2/ ; /3/ ; /9/ ; /10/ geht hervor, dass die spezifische Schnittkraft hauptsächlich von der Spanungsdicke **h**, dem Spanwinkel γ, dem Scherwinkel Φ, dem inneren und äusseren Reibungskoeffizienten μ_1 und μ_2, u.a. abhängt.

Die durchgeführten Versuche zeigten, dass die spezifische Scherkraft aller drei Kraftkomponenten, diesen Kurvenverlauf im Bild 2 und 3 im Doppelt-log-Feld mit der spezifischen Scherkraft k_s' und **h** als Koordinatenachsen dargestellt sind, nehmen im Fliessspanbereich nur von der Spanungskicke **h** exponentiell **ab,** und nicht von der Spanungsbereich b und dem Einstellwinkel $\varkappa$ abhängig sind.

Aus den dargestelltenden Beziehungen (1) .... (3) ergeben sich die Gleichungen zur Berechnung der spezifischen Schnittkräfte aller drei Komponenten F_S ; F_V ; F_P beim Drehen.

$$k_{ss} = \frac{k_{s11s}}{h^{m_s}} + \frac{K_{so1s}}{h} \qquad /kp/mm^2/ \qquad (4)$$

$$k_{sv} = \frac{k_{s11v}}{h^{m_v}} + \frac{K_{so1v}}{h} \qquad /kp/mm^2/ \qquad (5)$$

$$k_{sp} = \frac{k_{s11p}}{h^{m_p}} + \frac{K_{so1q}}{h} \qquad /kp/mm^2/ \qquad (6)$$

k_{s11s} ; k_{s11v} ; k_{s11p_2} sind die Hauptwerte der spezifischen Scherkräfte aller drei Komponenten in kp/mm², d.h. spezifische Kräfte bei einem ge-

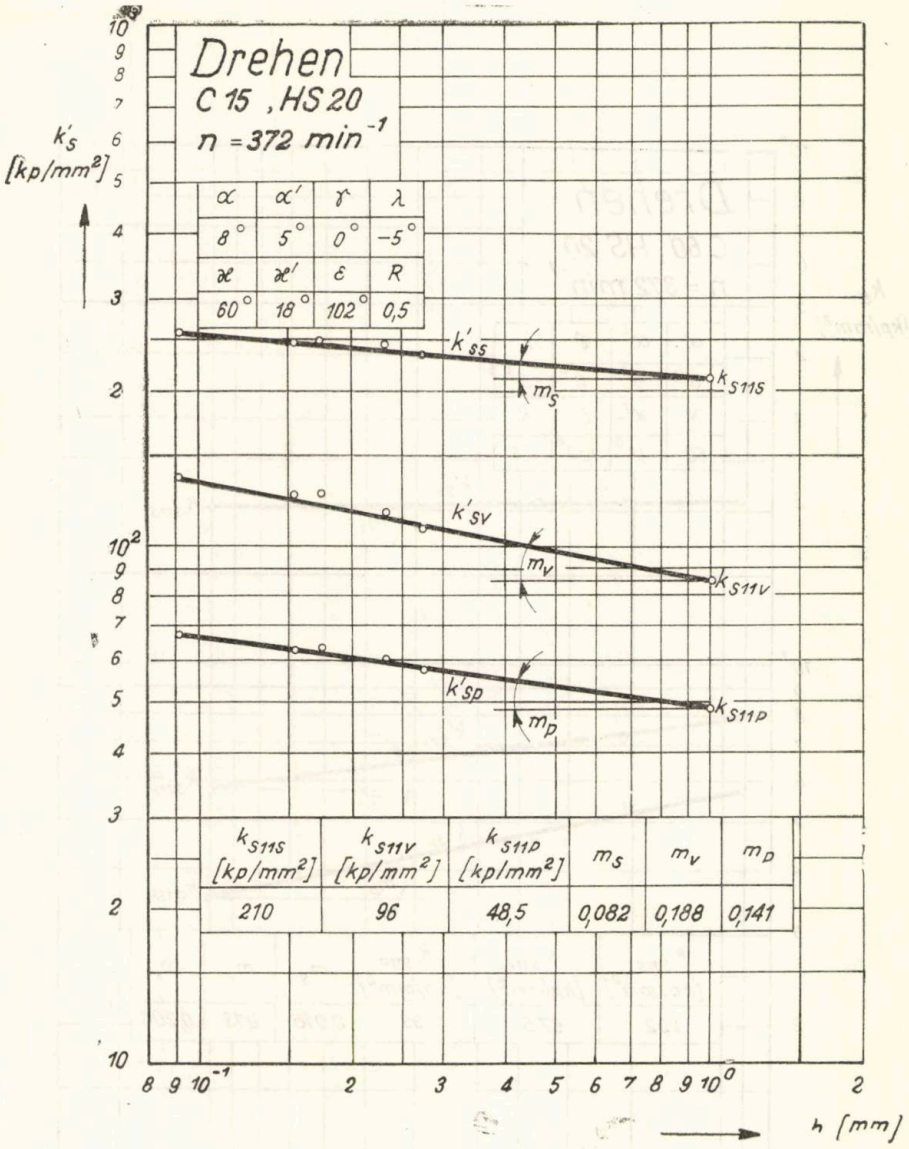


Bild 2

dachten Spanungsquerschnitt von 1 mm Spanungsdicke und 1 mm Spanungsbreite.

m_s, m_v und m_p bedeuten die Steigungsfaktoren der spezifischen Scherkräfte im log-System mit k_s' und h als Koordinatenachsen dargestellt.

Sowohl die ermittelten Werte für die Hauptwerte der spezifischen Scherkräfte aller drei Schnittkraftkomponenten als auch die Werte für den Tangens der Steigungswinkel m_s, m_v und m_p ergeben sich bei der Darstellung der Kurven für die spezifischen Scherkräfte im doppelt-lo-

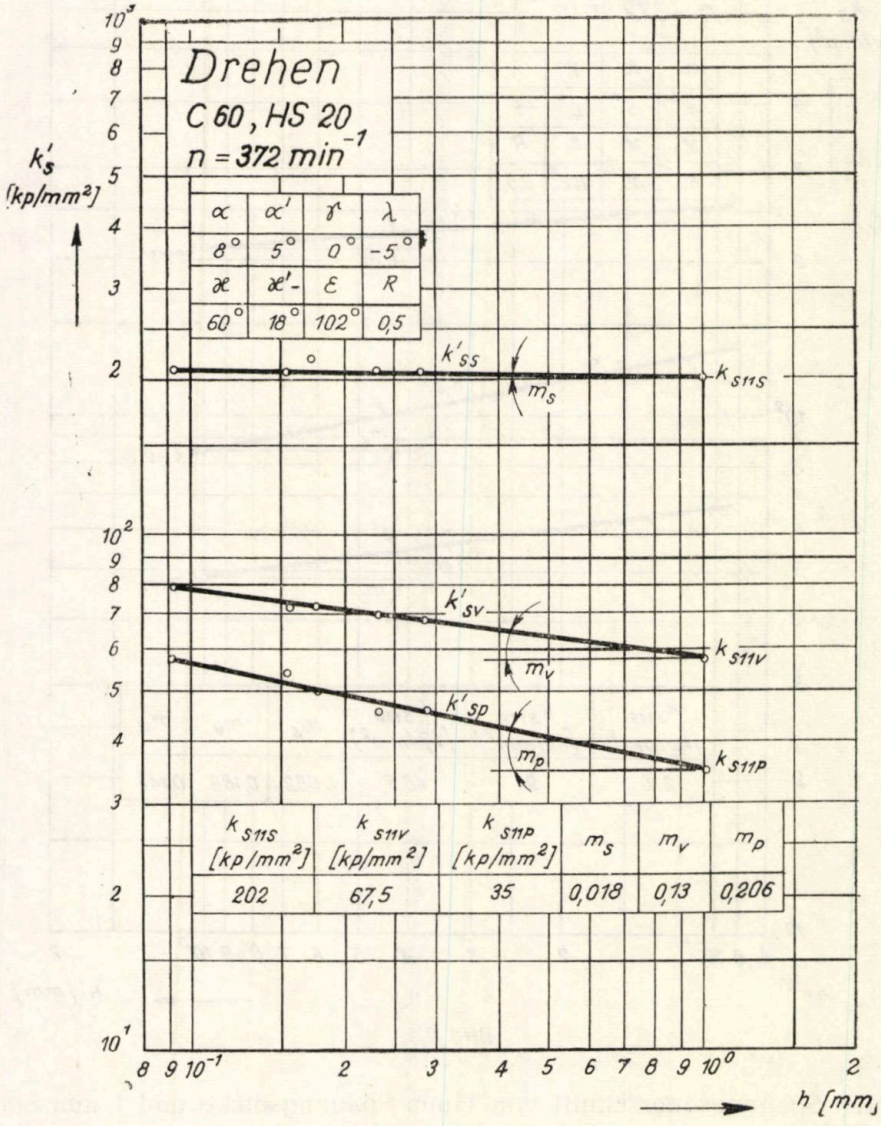

Drehen
C 60, HS 20
n = 372 min⁻¹
k's [kp/mm²]
α | α' | γ | λ
8° | 5° | 0° | -5°
æ | æ' | ε | R
60° | 18° | 102° | 0,5
k's s
k s11s
ms
k's v
k s11v
mv
k's p
k s11p
mp
k s11s [kp/mm²] | k s11v [kp/mm²] | k s11p [kp/mm²] | ms | mv | mp
202 | 67,5 | 35 | 0,018 | 0,13 | 0,206
h [mm]

Bild 3

garithmischen System (siehe Bild 2 u. 3) und sind in Tabelle 2 für die angewendeten Werkstoffe zusammen dargestellt.

Tabelle 2

Werkstoffe	Hauptwerte der spezifischen Scherkräfte			Steingungsfaktoren m beim Drehen		
	k_{s11s} /kp/mm²/	k_{s11v} /kp/mm²/	k_{s11p} /kp/mm²/	m_s	m_v	m_p
C 60	202	67,3	35,0	0,018	0,130	0,206
C 15	210	96,0	48,5	0,082	0,188	0,141

K_{s01s}, K_{s01v} und K_{s01p} bedeuten die Hauptwerte der spezifischen Vorlaufkraft aller drei Komponenten in kp/mm bei einer Spanungsbreite $b = 1$ mm und einer Spanungsdicke $h = 0$. Die entsprechenden Werte lassen sich aus dem Bild 4 entnehmen und sind in der Tabelle 3 zusammengefasst.

Tabelle 3

Werkstoffe	Hauptwerte der spezifischen Verlaufkräfte im wp/mm²		
	K_{s01s}	K_{s01v}	K_{s01p}
C 60	10,0	11,0	6,0
C 15	6,5	8,5	2,5

Die Versuchsergebnnisse zeigten, dass die Hauptwerte der spezifischen Vorlaufkräfte von den Eigenschaften des Werkstückes und von der Geometrie der Schneide abhängig sind. Sie steigen in Abhängigkeit von der Spanungsbreite **b** linear an und sind unabhängig von der Spanungsdicke h.

Die Angabe im bezug auf die spezifische Schnittkraft von Kienzle /3/ zeigen, dass sie hyperbolisch von der Spanungsdicke **h** abhängt und der Kurvenverlauf geht durch den Nullpunkt.

Nach Kienzle /1/ ergibt sich zur Berechnung der spezifischen Schnittkraft folgende Beziehung :

$$k_{ss} = \frac{k_{s11s}}{h^{m_s}} \qquad /\mathrm{kp/mm^2}/ \qquad (7)$$

Richter /2/ nimmt dagegen an, dass sich in der linearen Darstellung der Schnittkraft als Funktion von der Spanungsdicke h für bestimmte Spanungsbreiten Gerade ergeben, die nicht durch den Nullpunkt gehen, sonder sich in einem Punkt auf den Abstand der Absziesenachse schneiden.

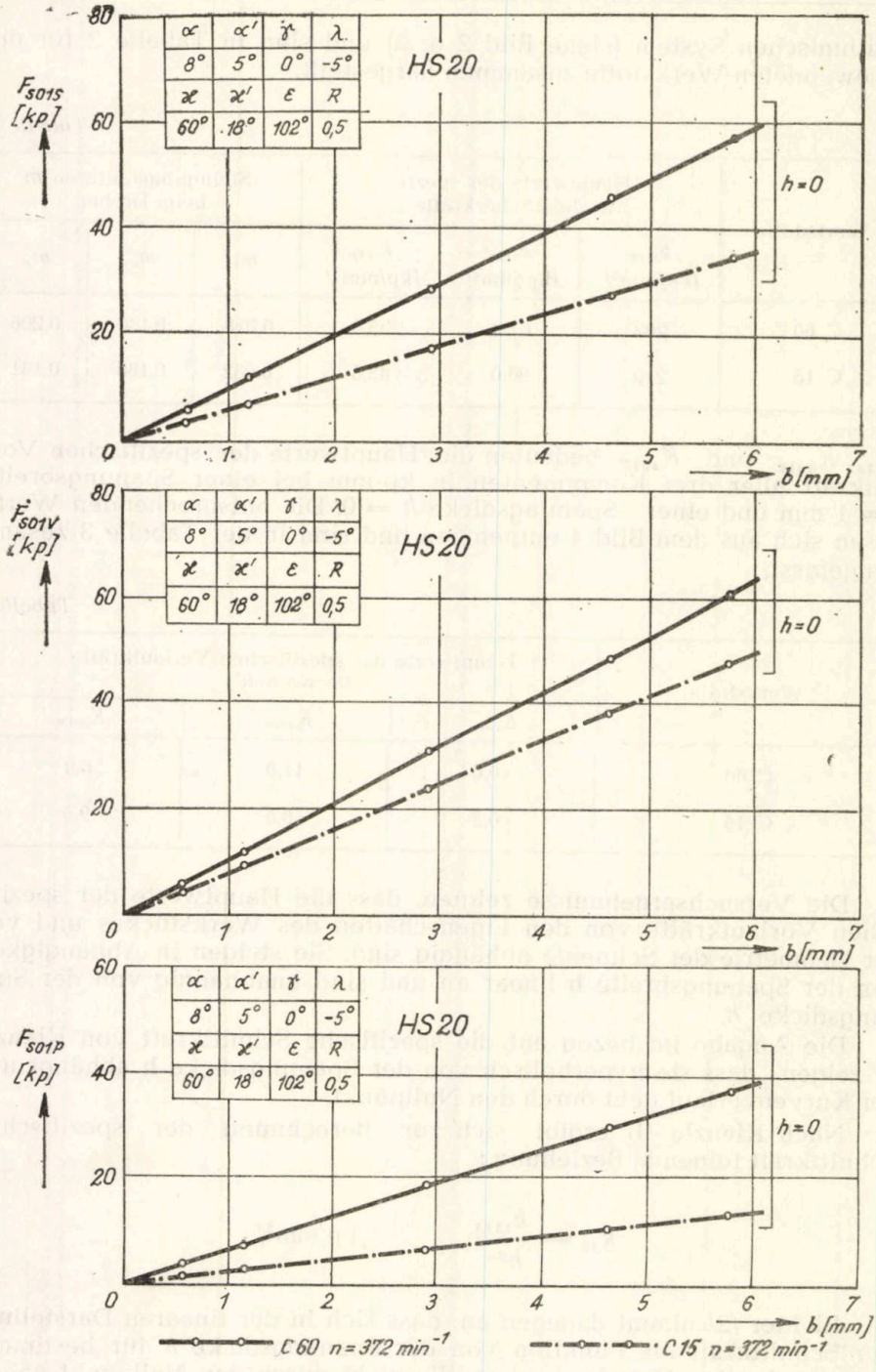

HS20
α | α' | γ | λ
8° | 5° | 0° | -5°
χ | χ' | ε | R
60° | 18° | 102° | 0,5
F_{s01s} [kp]
F_{s01v} [kp]
F_{s01p} [kp]
h=0
b [mm]
C 60 n = 372 min⁻¹
C 15 n = 372 min⁻¹

Bild 4

Nach ihm ergibt sich zur Berechnung der spezifischen Schnittkraft folgende Beziehung :

$$k_{ss} = C_1 \cdot \left(1 + \frac{C_2}{h}\right) \qquad /\mathrm{kp/mm^2}/ \qquad (8)$$

wobei C_1 und C_2 Konstanten sind, die sich aus dem Diagram $F_S = f(h)$ ermitteln lassen.

Aus dem Vergleich zwischen der Kienzleschen und Richterschen bzw. Gleichung (7) und (8) mit den ermittelten Gleichungen (4) ... (6) zur Berechnung der spezifischen Schnittkraft kann folgendes gefolgert werden :

a) Bei der Ermittlung der Beziehung (7), die von Kienzle festgestellt wurde, hat man die Aurwirkung der Vorlaufkraft nicht berücksichtigt. Vernachlässigt man das zweite Glied der Beziehung (4), so ergibt sich die Kienzlesche Gleichung (7).

b) Ausgehend von der ermittelten Beziehung (4) lässt sich auch die Richtersche Gleichung (8) entnehmen werden, wenn man im ersten Glied den Exponent von h, $m = 1$ angenommen wird.

Auf diese Weise kann angenommen werden, dass die Beziehungen nach Kienzle /3/ und Richter /2/ zur Berechnung der spezifischen Schnittkraft im Vergleich mit den ermittelten Beziehungen nur als erste Näherungen anzusehen sind.

Um einen Vergleich zwischen den Beziehungen (4) ... (6) und den Beziehungen (7) und (8) durchführen zu können, wurden die spezifischen Kräfte aller drei Kraftkomponenten weiterhin nach Kienzle, Richter und den neu ermittelten Beziehungen für den Untersuchungsbereich des Werkstoffes C60 erechnet und im Bild 5 zusammen dargestellt.

Aus Bild 5 geht hervor, dass sich die Werte der ermittelten Beziehungen zur Berechnung der spezifischen Kräfte aller drei Schnittkraftkomponenten immer oberhalb deren von Kienzle und Richter befinden.

Zusammenfassend können auf Grund der ermittelten Gleichungen (4) ... (6) folgende Aussagen getrofen werden :

1). Die ermittelten Gleichungen zur Berechnung der spezifischen Kräfte aller drei Komponenten beim Drehen enthalten sowohl die Kienzlischen als auch Richterschen Gesetzmässigkeit.

2). Die Kurven aller drei Kraftkomponenten in Abhängigkeit von der Spanungsdicke **h** im Bereich der Schruppbearbeitung entsprechen der von Kienzle angegebenen Tendenz.

3). Die spezifische Verlaufkräfte aller drei Komponenten entsprechen einer Spanungsdicke **h** = O, wobei zwar keine Spanabhebung mehr stattfindet, wohl aber eine elastisch-plastische Verformung des Werkstückes an der Kontaktstelle zwischen Werkzeug und Werkstück vorhanden ist.

Damit eine Spanabhebung stattfinden kann, muss in jedem Falle die Grösse des Hauptwertes des spezifischen Vorlaufkräfte überschritten werden.

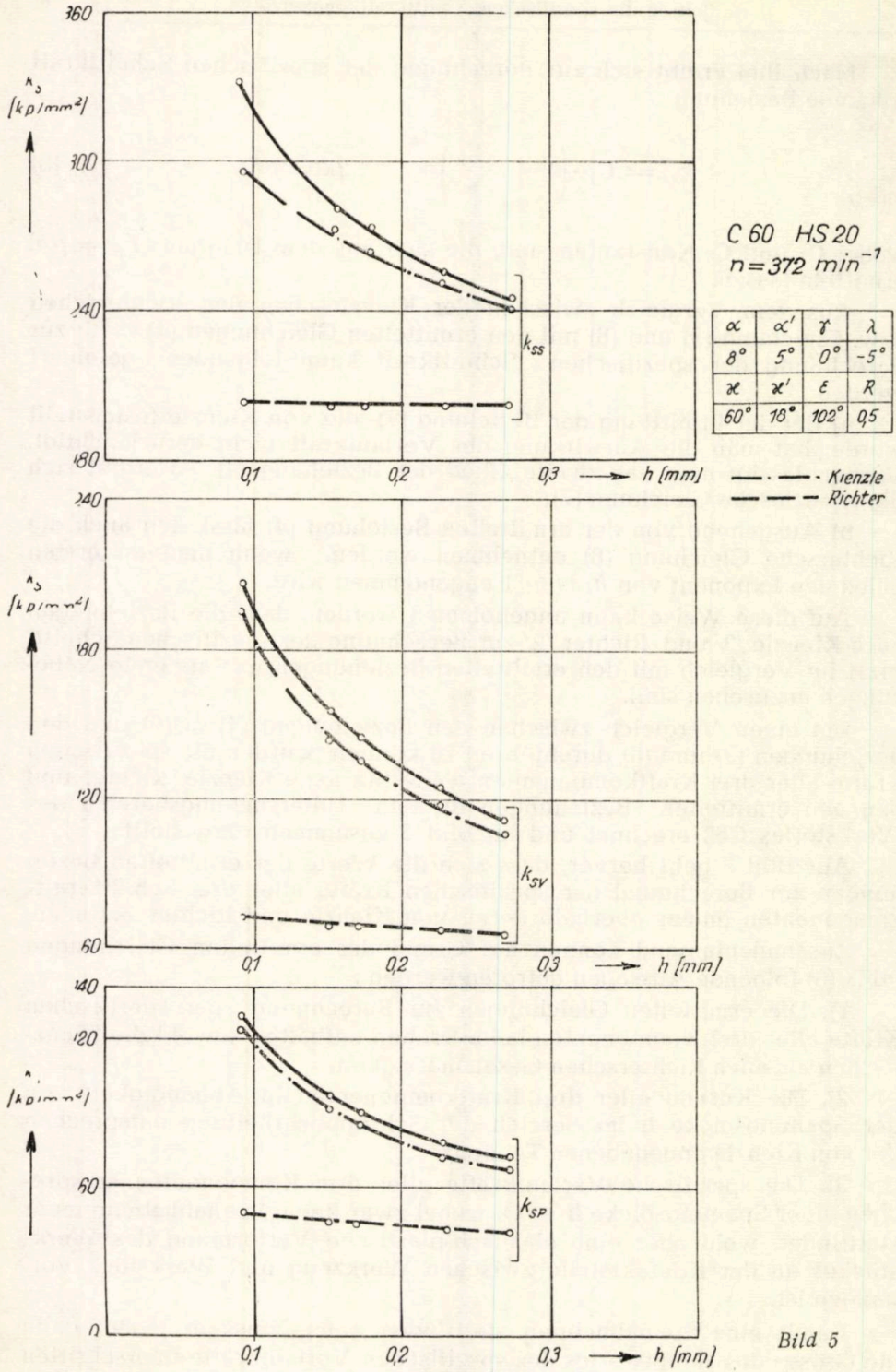

C 60 HS 20
n = 372 min⁻¹
α | α' | γ | λ
8° | 5° | 0° | -5°
χ | χ' | ε | R
60° | 18° | 102° | 0,5
Kienzle
Richter
h [mm]
0,1
0,2
0,3
k_{ss}
k_{sv}
k_{sp}

Bild 5

Die Versuchsergebnisse zeigen, dass die ermittelten Gleichungen (4) ... (6) genauer als die gefundenen Beziehungen von Kienzle und Richter sind und stellen ein Beitrag zur Ergänzung der Kienzleschen Theorie bezuglich der Berechnung der spezifischen Schnittkräfte an der Spanbearbeitung.

Lehrstul für Technologie des Maschinenhaus
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bukarest

LITERATURNACHWEIS

1 *Kienzle, O.:* Die Bestimmung der Kräfte und Leistungen an spanenden Werkzeugen und Kerekzeugmaschinen.
VDI-Zeitschrift (1952) Bd. 94, S. 299—305.

2 *Richter, A.: Die* Zerspenungskräfte beim Drehen im Bereich des Fliessspanes. Fertigungstechnik (1954) Heft 2, S. 50—54.

3 *Kienzle, O.:* Spezifische Schnittkräfte bei der Metallbearbeitung. Werkstattechnik und Betrieb (1954) Heft 5, S. 224—225.

4 *Berthold:* Das Messen der Schnittkräfte beim Drehen. Maschinenbautechnik 10 (1961) Heft 4, S. 173—182.

5 *Duca Zoltan:* Aşchierea metalelor. Vol. I, Bucureşti 1957.

6 *Kronenberg:* Grundzűge der Zerspanungslehre. Bd. 1 und 2 Springer-Verlag, Berlin, 1954.

7 *Neubert, A.:* Einfluss der Schnittkräfte auf die Vorschubkraft beim Stirnfräsen. Dissertation T. H. Karl-Marx-Stadt 1963.

8 *Dumitras, C.:* Dissertation T. H. Karl-Marx-Stadt 1968. Verglech zwischen den auftretenden Schnittkräfte beim Drehen und Stirnfräsen

9 *Meyer, K. F.:* Vorschub-und Richtwerte beim Drehen mit Hartmetallwerzeugen. Dissertation T. H. Aachen 1963.

10 *Enache Ştefănuţă:* Calitatea suprafeţelor prelucrate. Editura tehnică, Bucureşti 1966.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 1

ENERGETICĂ

C.Z.: 621.311.2

O METODĂ PENTRU STUDIUL SIGURANȚEI ÎN FUNCȚIONAREA SISTEMELOR TEHNICE *

C. DINCULESCU, P. BUHUȘ

1. *Prezentarea problemei*

Siguranța în funcționarea unui element sau a unui sistem compus din mai multe elemente se poate considera ca fiind una dintre însușirile acestuia și anume aceea însușire datorită căreia elementul sau sistemul respectiv este capabil să-și îndeplinească corect în timp funcțiile pentru care a fost prevăzut să fie folosit.

Viața unui element sau a unui întreg sistem tehnic poate fi considerată ca o succesiune în timp de stări de succes și de insuccese adică de stări în care elementul sau sistemul este sau respectiv nu este capabil să-și îndeplinească corect funcțiile pentru care a fost prevăzut.

În cele ce urmează, pentru evenimentul întîmplător datorită căruia se produce trecerea dintr-o stare de succes într-o stare de insucces se va folosi denumirea de *cădere*.

Este de menționat că o astfel de trecere poate avea loc nu numai în mod întîmplător ci și datorită, de exemplu, unei scoateri în revizie planificate.

Există situații în care după prima cădere nu mai este posibil sau nu mai este indicat din punct de vedere economic să se readucă elementul sau sistemul în stare de succes. În multe cazuri însă se trece la determinarea cauzelor căderii și la remedierea lor. Odată cu terminarea acestei *perioade de restabilire* are loc trecerea într-o nouă stare de succes.

În cadrul lucrării de față, presupunîndu-se cunoscute duratele medii ale stărilor de succes și ale stărilor de insucces pentru toate elementele componente ale unui sistem și luîndu-se în considerare numai căderile și respectiv terminările perioadelor de restabilire, se prezintă o metodă pentru determinarea cîtorva dintre principalii indicatori ai siguranței în funcționarea sistemului studiat. Căderile și terminările perioadelor de restabilire sînt considerate evenimente independente.

* Manuscris predat la redacție la 28 ianuarie 1969.

2. *Stabilirea expresiilor de calcul al coeficienților de succes și insucces ai sistemului*

Se va lua în considerare cazul general al sistemului compus din N elemente diferite care poate avea o structură oricît de complexă. Numărul N de elemente se presupune a fi mai mare sau cel puțin egal cu numărul minim necesar pentru asigurarea succesului.

Se consideră cunoscute funcțiile pentru care sînt prevăzute toate elementele în cadrul sistemului și, prin urmare, rolul pe care îl are fiecare dintre elemente în asigurarea succesului sistemului. Acest lucru este indispensabil pentru ca, încă de la început, pe baza unei analize funcționale, să se poată preciza care sînt elementele sau grupările de elemente ale căror căderi ar face ca sistemul să ajungă în stare de insucces.

Faptul că un element se găsește în stare de succes poate fi considerat ca un eveniment pentru care se va folosi notația s. Pentru evenimentul corespunzător stării de insucces se va folosi notația $\bar{s}$.

Starea în care se găsește la un moment dat sistemul depinde de stările în care se găsesc cele N elemente din care acesta se compune. Fiecare dintre elemente putînd evolua în timp între două stări — de succes și insucces — rezultă că numărul total al substărilor între care poate evolua sistemul este egal cu 2^N. Dacă se notează prin n_s numărul de substări în care sistemul se găsește în stare de succes și respectiv prin n_{is} numărul de substări în care sistemul se va găsi în stare de insucces se poate scrie că

$$n_s + n_{is} = 2^N \tag{1}$$

Faptul că sistemul se găsește la un moment dat într-una din cele 2^N substări poate fi considerat ca un eveniment în sensul în care această noțiune este folosită în logica matematică. Fiecare dintre aceste evenimente se va exprima ca o intersecție a evenimentelor corespunzătoare stărilor în care se găsesc elementele componente. Astfel pentru evenimentul e_1, corespunzător situației în care toate elementele componente s-ar găsi în stare de succes, se poate scrie

$$e_1 = s_1 \cap s_2 \cap \ldots \cap s_N = \bigcap_{i=1}^{N} s_i \tag{2}$$

În mod asemănător se pot scrie relațiile logice corespunzătoare tuturor stărilor în care s-ar putea găsi sistemul.

Prin reunirea tuturor celor 2^N evenimente posibile e_j se obține un ansamblu complet de evenimente E, despre care se știe că este un eveniment sigur.

$$E = \bigcup_{j=1}^{2^N} e_j = \left(\bigcap_{i=1}^{N} s_i\right) \cup \left(\bar{s}_1 \bigcap_{i=2}^{N} s_i\right) \cup \ldots\ldots \cup \left(\bigcap_{i=1}^{N} \bar{s}_i\right) \tag{3}$$

Relația (3) este valabilă pentru orice moment al vieții sistemului. Corespunzător acestei relații logice dintre evenimente poate fi scrisă relația dintre probabilitățile evenimentelor respective.

Probabilitatea evenimentului sigur este evident

$$P(E) = 1 \tag{4}$$

Fie $u_{(t)}$ probabilitatea ca, într-o evoluție a unui element între stări succesive de succes și de insucces, la momentul t elementul să se găsească în stare de succes, respectiv să fie utilizabil. Prin urmare

$$P_{(s)} = u(t) \tag{5}$$

Acest indicator, care este o funcție aleatoare de timp, este cunoscut sub numele de disponibilitate sau utilizabilitate momentană.

Fie $i(t)$ probabilitatea evenimentului contrar, ca la momentul t elementul să se găsească în stare de insucces.

$$P_{(\bar{s})} = i(t) \tag{6}$$

Considerînd căderile și terminările perioadelor de restabilire ale tuturor elementelor componente ca evenimente independente, corespunzător relației (3) se poate deci scrie următoarea relație valabilă pentru orice moment t :

$$\prod_{i=1}^{N} u_i(t) + i_1(t) \prod_{i=2}^{N} u_i(t) + \ldots + \prod_{j=1}^{N} i_j(t) = 1 \tag{7}$$

Un indicator important folosit în studiul siguranței este coeficientul de succes K care reprezintă probabilitatea ca elementul să se găsească în stare de succes într-un moment suficient de depărtat de originea $t=O$, cînd procesul evoluției sale între cele două stări devine staționar. Prin definiție

$$K = \lim_{t \to \infty} u(t) = \frac{T_s}{T_s + T_{is}} \tag{8}$$

în care : T_s — durata medie a unei stări de succes ;

T_{is} — durata medie a unei stări de insucces.

Se observă ușor că acest indicator mai poate fi interpretat ca reprezentînd fracțiunea dintr-un interval de timp destul de îndelungat în care, în medie, elementul se va găsi în stare de succes.

Similar se definește și se interpretează coeficientul de insucces :

$$C = \lim_{t \to \infty} i(t) = \frac{T_{is}}{T_s + T_{is}} \tag{9}$$

Prin urmare, avînd în vedere relațiile (7), (8) și (9), pentru un interval de timp suficient de îndelungat se obține următoarea relație dintre coeficienții de succes și de insucces ai elementelor sistemului :

$$\prod_{i=1}^{N} K_i + C_1 \prod_{i=2}^{N} K_i + \ldots + \prod_{j=1}^{N} C_j = 1 \tag{10}$$

Folosind notația

$$X = \frac{T_{ts}}{T_s} \tag{11}$$

coeficienții de succes și de insucces mai pot fi scrișI sub formele

$$K = \frac{1}{1 + X} \tag{12}$$

și respectiv

$$C = \frac{X}{1 + X} \tag{13}$$

Înlocuind ultimele două expresii în relația (10), valabilitatea acesteia se verifică imediat.

Sistemul se poate găsi la rîndul său numai într-una dintre cele două stări de succes sau de insucces. Prin reunirea evenimentelor corespunzătoare acestor două stări, pe care le vom nota prin S și $\overline{S}$, se obține același eveniment sigur E exprimat prin relația (3).

$$E = \bigcup_{j=1}^{2^N} e_j = S \cup \overline{S} \tag{14}$$

În care anume dintre cele 2^N substări sistemul se găsește în stare de succes sau respectiv în stare de insucces nu se poate preciza decît în fiecare caz concret în parte, avînd în vedere rolul pe care îl are fiecare element în asigurarea succesului întregului ansamblu. Astfel în cazul unui sistem fără elemente de rezervă succesul va fi asigurat numai într-o singură substare, cînd toate elementele se vor găsi în stare de succes și deci avînd în vedere relația (2) :

$$S = e_1 \tag{15}$$

Pentru sisteme cu elemente de rezervă la care există n_s substări de succes e_{sj}

$$S = \bigcup_{n_s} e_{sj} \tag{16}$$

Deoarece fiecare dintre termenii sumei (7) reprezintă probabilitatea corespunzătoare cîte unuia dintre cele 2^N evenimente e_j, probabilitatea ca la momentul t sistemul să se găsească în stare de succes se poate exprima prin însumarea probabilităților tuturor substărilor de succes

$$u_\Sigma(t) = \sum_{n_s} P(e_{sj}) = \sum_{n_s} \left[\prod u_i(t) \prod_{i \neq j} i_j(t) \right] \tag{17}$$

Pentru a obține expresia probabilității de insucces a sistemului la momentul t, se poate proceda în mod analog sau se poate avea în vedere că

$$i_\Sigma(t) = 1 - u_\Sigma(t) \tag{18}$$

O importanță mult mai mare pentru practica inginerească o prezintă cunoașterea coeficienților de succes și de insucces ai sistemului. Pentru aceasta se va avea în vedere că și în cazul sumei (10) fiecare dintre cei 2^N termeni corespunde cîte unuia dintre evenimentele e_j, reprezentînd fracțiunea dintr-un interval de timp suficient de lung în care, în medie, sistemul se va găsi în substarea respectivă.

Prin urmare expresia coeficientului de succes al sistemului se va obține prin însumarea termenilor din suma (10), care corespund tuturor substărilor de succes.

$$K_\Sigma = \sum_{n_s} \left[\prod K_i \prod_{i \neq j} C_j \right] \tag{19}$$

Expresia coeficientului de insucces al sistemului se va obține prin însumarea restului termenilor din sumă (10), care corespund tuturor substărilor de insucces, sau, mai simplu, cu ajutorul relației

$$C_\Sigma = 1 - K_\Sigma \tag{20}$$

Relații mai sugestive, mai ușor de scris direct și mai comode pentru calcul se pot obține folosind exprimările în funcție de coeficientul X definit prin relația (11). Fracțiunea dintr-un interval suficient de lung de timp în care sistemul se va găsi, în medie în substarea cu toate elementele sale în stare de succes va fi egală cu

$$\prod_{i=1}^{N} K_i = \frac{1}{\prod_{i=1}^{N} (1 + X_i)} \tag{21}$$

În substarea în care de exemplu elementele nr. 1 și 2 sînt inutilizabile, sistemul se va găsi, în medie, o fracțiune din intervalul de timp considerat egală cu

$$C_1 C_2 \prod_{i=3}^{N} K_i = \left(\prod_{i=1}^{N} K_i \right) \left(\frac{C_1 C_2}{K_1 K_2} \right) = \frac{X_1 X_2}{\prod_{i=1}^{N} (1 + X_i)} \tag{22}$$

Comparînd relațiile (22) și (21) rezultă că raportul acestora este egal cu produsul coeficienților X_1 X_2 ai elementelor care în cel de al doilea caz au fost considerate în stare de insucces.

Avînd în vedere exemplul de mai sus se observă ușor că orice fracțiune dintr-un interval suficient de lung de timp cît, în medie, sistemul se va găsi într-o substare cu anumite elemente în stare de insucces poate fi exprimată prin produsul X-urilor acestor elemente înmulțit cu expresia (21).

Rezultă deci că se pot folosi următoarele reguli practice pentru scrierea directă a expresiilor coeficienților K și C ai sistemului.

Dacă se scrie expresia coeficientului de succes K al sistemului se înmulțește expresia (21) cu o paranteză în care se însumează cu unitatea toate valorile X-urilor precum și toate produsele posibile ale X-urilor elementelor care chiar dacă ajung simultan în stare de insucces , sistemul se va găsi totuși în stare de succes.

Dacă se scrie expresia coeficientului de insucces C al sistemului se înmulțește expresia (21) cu o paranteză în care se însumează toate valorile X-urilor precum și toate produsele posibile ale X-urilor elementelor care dacă ajung în stare de insucces și sistemul se va găsi în stare de insucces.

Coeficientul de succes ca și cel de insucces sînt indicatori foarte utili și sugestivi pentru caracterizarea siguranței în funcționarea sistemelor tehnice și pentru compararea tehnico-economică a soluțiilor care se iau în discuție în proiectare sau în etapele de realizare ale unui prototip. Totuși trebuie avut în vedere că acești coeficienți sînt doar indicatori globali, în sensul că cu ajutorul lor poate fi determinată doar durata medie totală a stărilor de succes sau respectiv de insucces dintr-o perioadă îndelungată în care ar fi necesar ca sistemul să fie capabil să asigure un serviciu continuu. Uneori mai poate să prezinte interes și cunoașterea numărului și duratei medii ale intervalelor de succes și de insucces.

3. *Determinarea numărului și duratei medii ale stărilor de succes și insucces cu ajutorul numărului mediu de treceri între substările frontieră*

Vom numi substare frontieră a succesului oricare dintre substările în care, prin căderea unui singur element, sistemul trece din stare de succes în stare de insucces. Analog, sistemul aflat într-o substare frontieră a insuccesului prin terminarea perioadei de restabilire a unui element trece din stare de insucces în stare de succes.

Considerînd cunoscute pentru toate elementele sistemului duratele medii ale stărilor de succes T_s și ale stărilor de insucces T_{is}, vom nota

$$\lambda = \frac{1}{T_s} \tag{23}$$

respectiv

$$\mu = \frac{1}{T_{is}} \tag{24}$$

și deci avînd în vedere notația (11)

$$X = \frac{\lambda}{\mu} \tag{25}$$

În cazul în care funcțiile de repartiție ale duratelor stărilor de succes și de insucces sînt exponențiale, λ reprezintă intensitatea căderilor iar μ intensitatea terminărilor perioadelor de restabilire. Mărimea λ poate fi interpretată ca număr mediu de căderi în unitatea de timp al elementului considerat, în cazul în care acesta s-ar găsi continuu în stare de succes, restabilirile efectuîndu-se instantaneu după fiecare cădere. Pornind de la această interpretare în cazul unui ansamblu de două elemente, numărul mediu total de căderi în unitatea de timp al celor două elemente în cazul în care fiecare cădere a unui element ar fi urmată de restabilirea sa imediată va fi

$$\lambda^{(2)} = \lambda_1 + \lambda_2$$

În aceleași ipoteze pentru un ansamblu de n elemente care s-ar găsi continuu în stare de succes datorită restabilirilor care ar avea loc instantaneu, numărul mediu total de căderi în unitatea de timp se poate obține prin însumarea

$$\lambda^{(n)} = \prod_{j=1}^{n} \lambda_j \tag{26}$$

Fie una dintre substările frontieră ale succesului în care N_s dintre cele N elemente ale sistemului se găsesc în stare de succes iar celelalate N_{is} elemente se găsesc în stare de insucces. Deci

$$N = N_s + N_{is} \tag{27}$$

Dintr-o unitate de timp din viața sa sistemul se va găsi, în medie, în substarea frontieră considerată doar o fracțiune pentru determinarea căreia se poate aplica regula practică propusă în paragraful precedent :

$$t_{fs} = \frac{\prod\limits_{N_{is}} X_k}{\prod\limits_{k=1}^{N} (1 + X_k)} \tag{28}$$

Avînd în vedere relația (26), în fiecare unitate de timp cît sistemul ar putea fi presupus că s-ar găsi continuu în substarea frontieră considerată, numărul de căderi va fi

$$\lambda^{(N_s)} = \sum_{N_s} \lambda_j \tag{29}$$

Prin urmare, pentru fracțiunea dintr-o unitate de timp din viața sistemului cît acesta se va găsi în substarea frontieră a succesului considerată, numărul mediu de căderi va putea fi determinat cu ajutorul relației

$$n_c = t_{fs}\, \lambda^{(N_s)} = \frac{\prod\limits_{N_{is}} X_k \sum\limits_{N_s} \lambda_j}{\prod\limits_{k=1}^{N} (1 + X_k)} \tag{30}$$

Procedînd în același fel pentru fiecare dintre substările frontieră ale succesului și însumînd rezultatele obținute, se poate deduce numărul mediu în unitatea de timp al tuturor trecerilor sistemului din substări frontieră ale succesului în substări frontieră ale insuccesului, respectiv numărul mediu de căderi N_c al sistemului într-o unitate de timp a vieții sale.

Pe baza unui raționament asemănător cu cel de mai sus se poate determina numărul mediu de treceri în unitatea de timp din viața sistemului în sens contrar, din substările frontieră ale insuccesului în substările frontieră ale succesului.

Mărimea μ definită prin relația (24) poate fi interpretată ca număr mediu într-o unitate de timp de terminări de stabiliri în cazul cînd elementul considerat s-ar găsi continuu în stare de restabilire, căderile avînd loc instantaneu după fiecare terminare a unei restabiliri. Pentru un ansamblu de n elemente aflate continuu în stare de restabilire numărul mediu total de treceri într-o unitate de timp va fi

$$\mu^{(n)} = \sum_{j=1}^{n} \mu_j \tag{31}$$

De astă dată se va lua în considerare una dintre substările frontieră ale insuccesului, notîndu-se prin n_{is} numărul elementelor care au suferit căderi și se găsesc în stare de restabilire. Fracțiunea dintr-o unitate de timp din viața sistemului cît acesta se va găsi în substarea considerată va fi

$$t_{f\,is} = \frac{\prod_{n_{is}} X_k}{\prod_{k=1}^{N} (1 + X_k)} \tag{32}$$

Numărul mediu de terminări de restabiliri într-o unitate de timp din viața sistemului, deci de treceri din substarea frontieră a insuccesului considerată în substări de frontieră ale succesului, se va putea determina cu ajutorul relației :

$$n_r = t_{f\,is}\,\mu^{(n)} = \frac{\prod_{n_{is}} X_k \sum_{j=1}^{n} \mu_j}{\prod_{k=1}^{N} (1 + X_k)} \tag{33}$$

Însumînd numerele medii de terminări de restabiliri obținute cu ajutorul relației (33) pentru toate substările frontieră ale insuccesului se va obține în final numărul mediu de terminări de restabiliri N_R al sistemului într-o unitate de timp a vieții sale.

În cele de mai sus sistemul fiind studiat în cadrul evoluției sale presupuse continue între stări succesive de succes și de restabilire, pentru o aceeași unitate de timp

$$N_c = N_R = N_t \tag{34}$$

în care prin N_t s-a notat numărul mediu de treceri în unitatea de timp în oricare din cele două sensuri posibile.

Într-o unitate de timp sistemul găsindu-se în stare de succes o fracțiune egală cu coeficientul de succes K, durata medie a unei stări de succes rezultă imediat, prin simplă împărțire

$$T_s = \frac{K}{N_t} \tag{35}$$

Analog, într-o unitate de timp sistemul găsindu-se în stare de insucces o fracțiune egală cu coeficientul de insucces C, relația pentru determinarea duratei medii ale unei stări de insucces va fi

$$T_{ts} = \frac{C}{N_t} \tag{36}$$

4. *Exemple de aplicare ale metodei propuse*

În esență metoda presupune cunoașterea inițială pentru toate elementele sistemului a duratelor medii ale stărilor de succes T_s și a duratelor medii ale stărilor de insucces T_{is}. Cu ajutorul acestor durate medii, pentru fiecare din elemente se determină apoi coeficientul X, folosind relația (11), precum și mărimile λ și μ, folosind relațiile (23) și respectiv (24).

Aplicarea metodei comportă trei etape :

a — Determinarea coeficientului de succes K și al coeficientului de insucces C ale sistemului prin aplicarea regulilor practice de calcul propuse la sfîrșitul paragrafului 2.

b — Stabilirea numărului mediu de treceri în unitatea de timp între substările frontieră prin aplicarea relației (30) la toate substările frontieră ale succesului sau prin aplicarea relației (33) la toate substările frontieră ale insuccesului.

c — Determinarea duratelor medii ale stărilor de succes și de insucces ale sistemului cu ajutorul relațiilor (35) și (36).

În cele ce urmează se vor prezenta două exemple de aplicare a metodei propuse.

EXEMPLUL 1

Se consideră cazul unui sistem format din $N=3$ elemente diferite. Căderea sistemului se presupune a avea lor în momentul în care oricare două dintre elementele sistemului ajung simultan în stare de insucces.

Pentru sistemul considerat, substările frontieră ale succesului sînt în număr de trei, corespunzător situațiilor în care cîte unul dintre elemente s-ar găsi în stare de insucces. Substările frontieră ale insucce-

sului sînt de asemeni în număr de trei corespunzînd celor trei cazuri în care se pot găsi simultan în stare de insucces cîte două elemente.

Coeficientul de succes

$$K = \frac{1 + x_1 + x_2 + x_3}{\prod_{i=1}^{3} (1 + x_i)}$$

Coeficientul de insucces

$$\frac{x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 + x_1 x_2 x_3}{\prod_{i=1}^{3} (1 + x_i)}$$

Numărul mediu de căderi în unitatea de timp

$$N_c = \frac{1}{\prod_{i=1}^{3} (1 + x_i)} [x_1(\lambda_2 + \lambda_3) + x_2(\lambda_3 + \lambda_1) + x_3(\lambda_1 + \lambda_2)]$$

Numărul mediu de restabiliri în unitatea de timp

$$N_R = \frac{1}{\prod_{i=1}^{3} (1 + x_i)} [x_1 x_2(\mu_1 + \mu_2) + x_2 x_3(\mu_2 + \mu_3) + x_3 x_1(\mu_3 + \mu_1)]$$

Avînd în vedere relația (25) se verifică ușor egalitatea dintre numerele medii de treceri ale sistemului în cele două sensuri.

Durata medie a unei stări de succes

$$T_s = \frac{K}{N_c} = \frac{1 + x_1 + x_2 + x_3}{x_1(\lambda_2 + \lambda_3) + x_2(\lambda_3 + \lambda_1) + x_3(\lambda_1 + \lambda_2)}$$

Durata medie a unei stări de insucces

$$T_{is} = \frac{C}{N_R} = \frac{x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 + x_1 x_2 x_3}{x_1 x_2(\mu_1 + \mu_2) + x_2 x_3(\mu_2 + \mu_3) + x_3 x_1(\mu_3 + \mu_1)}$$

EXEMPLUL 2

Fie sistemul compus din N elemente identice pentru succesul căruia este necesar să se găsească simultan în stare de succes m elemente. Restul de n-1 elemente sînt prevăzute suplimentar, cu rol de rezervă în funcțiune. Prin urmare

$$N = m + n - 1$$

Determinarea indicatorilor siguranței unui astfel de sistem reprezintă una dintre problemele cele mai generale care au fost abordate

pînă în prezent în literatura privind studiul siguranței în funcționare. Această problemă a fost studiată cu ajutorul metodelor de calcul folosite în studiul proceselor Marcov, relațiile finale obținîndu-se în urma unor demonstrații suficient de laborioase.

În cele ce urmează problema pusă în discuție va fi tratată ca o aplicare a metodei propuse în această lucrare. Se vor obține relații care sînt deja cunoscute, dar într-un mod mult mai simplu și mai expeditiv.

Numărul substărilor frontieră ale succesului, respectiv numărul substărilor în care sistemul se poate găsi cu m elemente în stare de succes.

$$n_{fs} = C_N^m = C_N^{N-m} = C_N^{n-1}$$

Numărul substărilor frontieră ale insuccesului, respectiv numărul substărilor în care sistemul are în stare de insucces un număr de elemente cu o unitate mai mare decît numărul elementelor de rezervă, deci cîte n elemente, va fi C_N^n.

Coeficientul de succes al sistemului

$$K = \frac{\sum_{j=0}^{n-1} C_N^j X^j}{(1+X)^N}$$

Formula pentru calculul coeficientului de insucces, scrisă direct sau cu ajutorul relației (20), rezultă imediat

$$C = \frac{\sum_{j=n}^{N} C_N^j X^j}{(1+X)^N}.$$

Numărul mediu al căderilor în unitatea de timp

$$N_c = -\frac{C_N^{n-1} X^{n-1} m \lambda}{(1+X)^N}$$

Acest număr de treceri în unitatea de timp poate fi de asemeni exprimat numai în funcție de m, numărul minim de elemente necesare pentru asigurarea succesului. Astfel

$$N_c = \frac{C_N^m X^{N-m} m \lambda}{(1+X)^N}$$

Numărul mediu de treceri în unitatea de timp în sens invers

$$N_R = \frac{C_N^n X^n n \mu}{(1+X)^N}$$

Cu ajutorul acestei din urmă relații, în care se folosește exprimarea numai în funcție de n numărul de elemente de rezervă majorat cu

o unitate — se vor deduce expresiile duratelor medii ale stărilor de succes și de insucces.

Relația pentru calculul duratei medii ale unei stări de succes a sistemului rezultă

$$T_s = \frac{K}{N_R} = \frac{\sum_{j=0}^{n-1} C_N^j X^j}{C_N^n X^n n \mu}$$

Relația pentru calculul duratei medii ale unei stări de insucces

$$T_{is} = \frac{C}{N_R} = \frac{\sum_{j=n}^{N} C_N^j X^j}{C_N^n X^n n \mu}$$

Avînd în vedere numeroasele posibilități de exprimare ale numărului mediu de treceri între substările frontieră, la numitorii ultimelor două relații de mai sus se poate folosi oricare dintre următoarele expresii identic egale

$$n \mu C_N^n X^n = n \lambda C_N^n X^{n-1} = m \lambda C_N^{n-1} X^{n-1} = m \mu C_N^{n-1} X^n =$$
$$= m \lambda C_N^m X^{N-m} = m \mu C_N^m X^n$$

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Dinculescu C., Buhuș P.* Metodă pentru stabilirea relațiilor de calcul al duratelor medii de funcționare în studiul siguranței structurilor complexe cu elemente de rezervă. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, 29, nr. 4, iulie-august 1967, pag. 83—100.

2. *Buhuș P.* Siguranța sistemelor tehnice complexe cu aplicații la sisteme electroenergetice. Teză de doctorat, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 1

METALURGIE

C.Z. : 669.21.8.

STUDIUL TERMODINAMIC AL SISTEMULUI PbS-CH_4

MOISE IENCIU

Procedeele de extragere a metalelor neferoase din minereuri și concentratele sulfuroase (care constau în oxidarea totală sau parțială a sulfurilor și supunerea materialelor obținute, proceselor de topire reducătoare sau cu reacție), procedee dominante în etapa actuală, sînt departe de a reprezenta o rezolvare generală în special pentru minereurile și concentratele sulfuroase complexe.

Extragerea directă a metalelor din minereurile și concentratele sulfuroase, deși la prima vedere apare nerealizabilă, totuși teoretic este posibilă. În decursul anilor, această problemă a încercat să fie rezolvată atît prin simplificarea tehnologiilor aplicate, cît și prin găsirea unor reducători capabili să se combine cu sulful și să pună în libertate metalul. Astfel au apărut procedeele de topire cu precipitare, topire alcalină, reducere cu Ca etc., în metalurgia plumbului sau reducerea cu metale alcaline, reducerea cu CaC_2 în cazul metalurgiei zincului.

În ultima perioadă capătă o importanță tot mai mare procedele de solubilizare a concentratelor de sulfuri direct în autoclave, în prezența oxigenului și a unui dizolvant adecvat, urmată de obținerea metalului din soluții sub formă de pulbere prin reducerea cu hidrogen.

Prezenta lucrare își propune să studieze termodinamica reacțiilor de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan, pentru a cunoaște condițiile în care procesul se poate desfășura.

Efectuarea acestui studiu necesită examinarea comună a reacțiilor posibile din sistem, deoarece există o strînsă interdependență între ele și numai așa pot fi enunțate concluzii care să confirme faptul că gazul metan și produsele sale de disociere (H_2 și C) sînt reducători adecvați pentru PbS.

Procesele care au loc în timpul reducerii cu gaz metan sînt complexe ; pe lîngă reacțiile directe dintre gazul reducător și sulfură apar și reacții între produsele și subprodusele rezultate.

Astfel, procesul de reducere cu gaz metan a sulfurii de plumb se desfășoară după reacțiile :

$$2\,PbS + CH_4 = 2\,Pb + C + 2\,H_2S \qquad (1)$$

$$2\,PbS + CH_4 = 2\,Pb + CS_2 + 2\,H_2 \qquad (2)$$

* Manuscris predat la redacție la 10 martie 1969.

$$4\,PbS + CH_4 = 4\,Pb + CS_2 + 2\,H_2S \quad (3)$$

$$PbS + CH_4 = Pb + C + H_2 + H_2S \quad (4)$$

$$xPbS + yCH_4 = xPb + y(C + CS_2) + 2\,y(H_2 + H_2S) \quad (5)$$

Se presupune că în același timp au loc reacțiile de disociere a gazului metan și de reducere a sulfurii de plumb cu hidrogen și carbon :

$$PbS + H_2 = Pb + H_2S \quad (6)$$

$$2\,PbS + C = 2\,Pb + CS_2 \quad (7)$$

$$CH_4 \rightarrow C + 2\,H_2 \quad (8)$$

Hidrogenul sulfurat și sulfura de carbon care apar în sistem pot reacționa cu gazul metan conform reacțiilor :

$$CH_4 + CS_2 = 2\,C + 2\,H_2S \quad (10)$$

$$CH_4 + 2\,H_2S = CS_2 + 4\,H_2 \quad (11)$$

În timpul procesului de reducere este posibil să se desfășoare și reacția de disociere a sulfurii :

$$PbS \rightarrow Pb + 1/2\,S_2 \quad (8)$$

punînd în libertate sulful care la rîndul său intră în reacție cu gazul metan sau cu produsele sale de disociere (H_2 și C) :

$$CH_4 + S_2 = CS_2 + 2\,H_2 \quad (12)$$

$$CH_4 + S_2 = C + 2\,H_2S \quad (13)$$

$$CH_4 + 2\,S_2 = CS_2 + 2\,H_2S \quad (14)$$

$$C + S_2 = CS_2 \quad (15)$$

$$H_2 + 1/2\,S_2 = H_2S \quad (16)$$

De asemenea, hidrogenul sulfurat și carbonul pot să reacționeze formînd sulfură de carbon și punînd în libertate hidrogenul după reacția :

$$2\,H_2S + C = CS_2 + 2\,H_2 \quad (17)$$

Desfășurarea acestor reacții depinde de condițiile de lucru și studiul termodinamic poate să arate în ce sens vor avea ele loc în anumite intervale de temperatură.

Literatura de specialitate arată că pînă în prezent au fost studiate atît din punct de vedere termodinamic cît și experimental reacțiile 6, 7, 8, 9, 15, 16 și 17.

Astfel, după diferiți autori [9] [10] pentru reacția :

$$Pb + 1/2\,S_2 = PbS$$

relaţiile dependente potenţialelor termodinamice izobare de temperatură sînt următoarele :

$$\Delta G = -23 \cdot 310 - 2{,}95\ T \log T + 2{,}12 \cdot 10^{-3}\ T^2 + 8{,}61\ T$$

$$\Delta G = -85 \cdot 710 - 4{,}11\ T \log T - 1{,}7910^{-3}\ T^2 + 60{,}15\ T$$

Calculînd pe baza acestor expresii tensiunea de disociere a sulfurii de plumb (datele obţinute sînt prezentate în tabela 1).

Tensiunea de disociere a sulfurii de plumb

Temperatura °C	700	900	1 000
P_{S_2} mm Hg	$0{,}9310^{-5}$	$1{,}0510^{-2}$	$1{,}2610^{-1}$

se constată că acest compus este foarte stabil, neputîndu-se pune problema obţinerii metalului direct.

Asupra stabilirii echilibrului reacţiei :

$$PbS + H_2 = Pb + H_2S$$

au fost efectuate numeroase studii [12] [5] [11] pe baza cărora [6] a stabilit următoarele expresii :

$$\Delta G = 19 \cdot 660 + 3{,}87\ T \log T + 0{,}00235\ T^2 + 0{,}03710^{-6}\ T^3 - 26{,}22\ T$$
$$(295 - 600°K)$$

$$\Delta G = 19 \cdot 766 + 13{,}77\ T \log T - 0{,}00115\ T^2 - 0{,}0310^{-6}\ T^3 - 51{,}52\ T$$
$$(600 - 1356°K)$$

Celelalte reacţii au fost studiate de numeroşi cercetări [7] [13] [8[, fiind cunoscute expresile potenţialelor termodinamice izobare. În lucrarea de faţă sînt prezentate numai ecuaţiile date de către [2], deoarece se consideră că acestea exprimă mai fidel realitatea.

Pentru reacţiile 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13 şi 14 neexistînd decît puţine date, a fost efectuat calculul termodinamic, în scopul stabilirii dacă procesul de reducere cu gaz metan a sulfurii de plumb poate să se desfăşoare în domeniile de temperatură întîlnite în mod obişnuit în metalurgia metalelor neferoase.

Folosind în exclusivitate datele termodinamice din tabelele lui Kubacevski şi Evans, referitoare la căldurile molare, entropii şi căldurile de formare ale componenţilor care se găsesc în sistem, s-au stabilit ecuaţiile pentru potenţialele termodinamice izobare prezentate în tabela 2 şi 3.

Cu ajutorul expresiilor din tabelele 2 şi 3 au fost calculate valorile energiilor libere şi constantelor de echilibru în intervalele de temperaturi arătate. Rezultatele obţinute au fost trecute în tabelele 4 şi 5.

Variaţia cu temperatura a logaritmului constantei de echilibru a reacţiilor de reducere cu gaz metan sînt reprezentate în diagrama din fig. 1, iar variaţia potenţialului termodinamic izobar al acestor reacţii în diagrama din fig. 2.

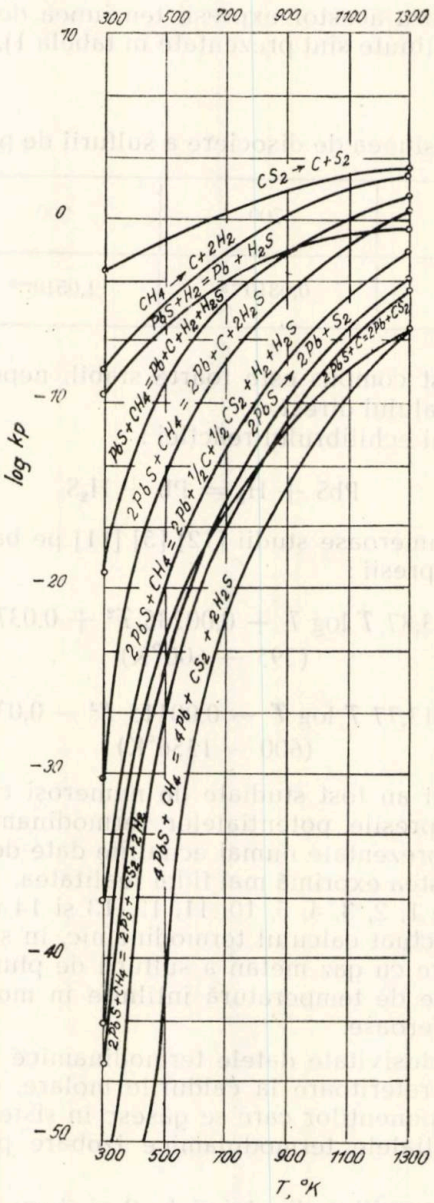


Fig. 1

Din analizarea acestor diagrame rezultă că o dată cu creşterea temperaturii afinitatea sulfului faţă de plumb scade. La temperaturi joase reacţiile care se desfăşoară cu uşurinţă sînt reacţiile 10, 13 şi 14, ceea

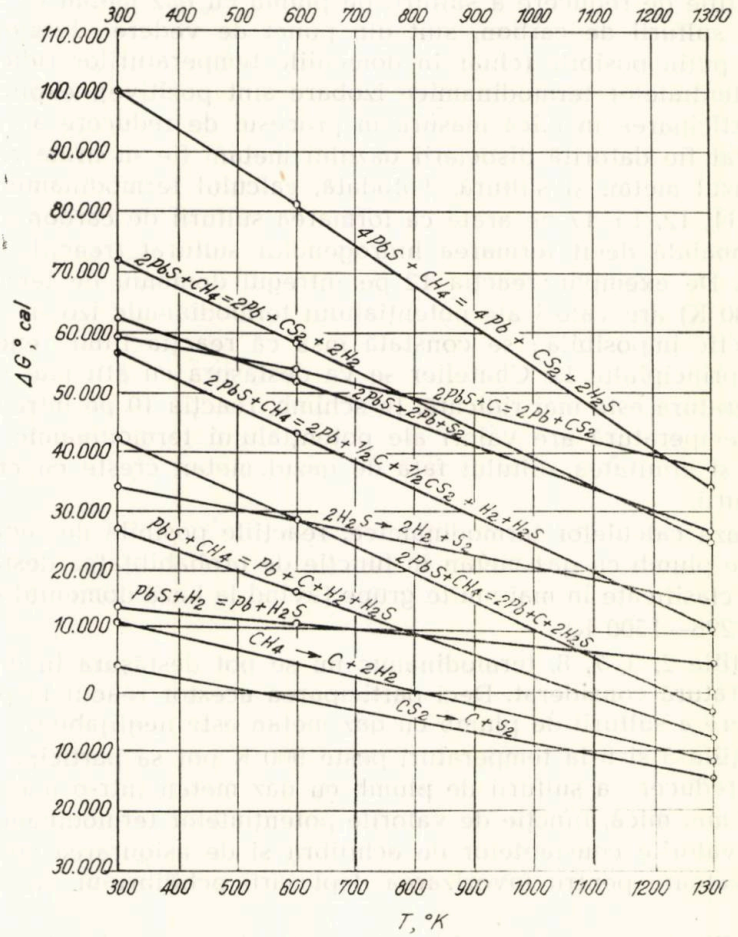


Fig. 2

ce ne arată că sulful prezent în gaze reacţionează energic cu gazul metan formînd hidrogen sulfurat şi sulfura de carbon.

Se observă că reacţia 7, la temperaturi mai mari de 1300°K, se desfăşoară cu cea mai mică probabilitate, punîndu-se în evidenţă faptul că reacţia de reducere a sulfurii de plumb cu carbon se desfăşoară numai la temperaturi ridicate. Dintre reacţiile posibile din acest sistem, cele care se desfăşoară cu uşurinţă încă de la temperaturi medii sînt reacţiile 1, 4, 5 şi 6. Se observă că dreptele care reprezintă potenţialele termodinamice izobare se intersectează. Astfel, reacţia 6 la temperaturi scăzute are probabilitatea de desfăşurare cea mai mare, însă la tem-

peraturi peste 825°K, devine mai înceată decît reacţia 4, iar la temperaturi mai mari de 1075°C este mai înceată decît reacţia 1. De aici rezultă că la temperaturi scăzute sub 800°K ordinea de desfăşurare a reacţiilor ar fi 6, 4, 1, la temperaturi cuprinse între 800—1100°K ordinea de desfăşurare a reacţiilor se schimbă din nou astfel : 4, 1, 6.

Reacţiile de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan (2, 3, 7) cu formarea sulfurii de carbon, sînt din punct de vedere termodinamic cele mai puţin posibile (chiar în domeniile temperaturilor ridicate valorile potenţialelor termodinamice izobare sînt pozitive), explicîndu-se astfel participarea în mică măsură în procesul de reducere a carbonului rezultat fie datorită disocierii gazului metan, fie în urma reacţiilor dintre gazul metan şi sulfură. Totodată, calculul termodinamic pentru reacţiile 11, 12, 15, 17 ne arată că formarea sulfurii de carbon este mai puţin probabilă decît formarea hidrogenului sulfurat (reacţiile 10, 13, 16 şi 17). De exemplu, reacţia 12 pe întregul domeniu de temperaturi (298—1500°K) are valori ale potenţialului termodinamic izobar pozitive fiind practic imposibilă ; se constată însă că reacţia fiind endotermă conform principiului Le Chatelier se va desfăşura cu atît mai uşor, cu cît temperatura este mai ridicată. În schimb, reacţia 10 pe întreg domeniul de temperatură are valori ale potenţialului termodinamic izobar negative şi afinitatea sulfului faţă de gazul metan creşte cu creşterea temperaturii.

Pe baza calculelor termodinamice, reacţiile posibile de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan în funcţie de probabilitatea desfăşurării lor pot fi clasificate în mai multe grupe (avînd la bază domeniul de temperatură 298—1500°K).

Reacţiile 2, 3, 7, 8, termodinamic nu se pot desfăşura în domeniul de temperatură considerat. Deci participarea acestor reacţii în procesul de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan este neglijabilă.

Reacţiile 5 şi 6 la temperaturi peste 900°K pot să participe la procesul de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan într-o măsură mai mare sau mai mică, funcţie de valorile potenţialelor termodinamice izobare, de valorile constantelor de echilibru şi de asigurarea condiţiilor corespunzătoare pentru favorizarea deplasării echilibrului în direcţia dorită.

Reacţiile 1 şi 4 sînt reacţiile principale ale procesului de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan ; ele se desfăşoară începînd de la temperaturi mai mari de 1000°K cînd potenţialele termodinamice izobare au valori negative, iar constantele de echilibru devin supraunitare.

Celelalte reacţii (secundare a procesului de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan) se desfăşoară cu uşurinţă încă de la temperaturi coborîte favorizînd în general apariţia în sistem a carbonului, hidrogenului sulfurat, metalului şi în mai mică măsură a hidrogenului, sulfurii de carbon şi a sulfului.

În conformitate cu calculele termodinamice valorile cele mai negative ale potenţialelor termodinamice izobare le au reacţiile 10, 13 şi 14 care favorizează formarea hidrogenului sulfurat.

Concluzii

Calculul termodinamic efectuat permite stabilirea următoarelor puncte de vedere asupra posibilităţilor teoretice de desfăşurare a procesului de reducere cu gaz metan a sulfurii de plumb :

a) Se remarcă faptul că procesul de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan are la bază reacţiile :

$$PbS + CH_4 = Pb + C + H_2 + H_2S$$

$$2PbS + CH_4 = 2Pb + C + 2H_2S$$

$$PbS + H_2 = Pb + H_2S$$

în urma cărora se formează ca produse, hidrogenul, carbonul, hidrogenul sulfurat sau metalul.

b) Din punct de vedere termodinamic, reacţiile de reducere cu gaz metan (cînd în sistem apare hidrogenul sau sulfura de carbon) sau cu cărbunele rezultat, nu sînt posibile. Datele prezentate arată că probabilitatea de desfăşurare a acestor reacţii este mai mică decît probabilitatea de desfăşurare a reacţiei de disociere a sulfurii de plumb şi, ca urmare, participarea lor la desăvîrşirea procesului de reducere nu poate fi luată în considerare.

c) Celelalte reacţii (cu excepţia reacţiilor de disociere a gazului metan, sulfurilor, hidrogenului sulfurat şi a sulfurii de carbon) favorizează apariţia în gazele care părăsesc zona de reacţie a hidrogenului sulfurat şi carbonului, deoarece ele se desfăşoară energic conform datelor termodinamice, încă de la temperaturi coborîte — sub 1000°K.

d) Se poate afirma că procesul de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan se poate desfăşura la temperaturi medii, inferioare temperaturilor folosite în practica metalurgiei acestui metal.

Catedra de metalurgia metalelor neferoase
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Rossini, Wagman, Ewans, Lewine,* Jaffe Selected Values of chemical thermodynamic properties. Washington 1952.

2. O. *Kubasckevski, E. Ewans* — Metallurgical thermochemistry Pergamon press. London 1958.

3. *Oprea Florea* — Teoria proceselor metalurgice. Editura didactică şi pedagogică. Bucureşti 1966.

4. *Ienciu Moise* — Teza de doctor. Bucureşti 1968.

5. *Gherasimov,* Bering Bosstanovlenie sernistogo cvinţa vodorodam Sb teoreticeskih rabot. Ginţvetmeta O.N.T.I. 1934.

6. *Watanabe* Bull. Inst. Phys. chem. Res (Abitracts) 2, 112-113, 1929.

7. * * * Parravano Malgnori Gazz chim. Hol. 58, 279, 1928.

8. *Gherasimov, I., Krestovnikov A. N., Sahov A. S.* — Himiceskaia termodinamika v tvetnoi metallurgii, Moskva 1961.

9. *K. K. Kelley U. S.* Bur. Mines Bull 406 (1937) 21.

10. *Jellinek,* Deubel Zn. Electrochem. 35, 7, 1929.

11. *K. Sudo* Sci Rep. R.I.T.U. A 2 (1950) 305.

12. *K. Jellinek, J. Zakowski* Z anorg. allgem. chem. 142 (1925) F.

13. V. G. *Fasttovski* Metan Gostoptehizdat, Leningrad 1947.

Tabela 2

Potențiale termodinamice: reacții 1 — 9

Nr. crt.	Reacții	ΔG cal/mol	Interval de temperaturi
1	$2\,PbS + CH_4 = 2\,Pb + C + 2\,H_2S$	$52 \cdot 293 - 2{,}43\,T \ln T + 3{,}12 10^{-3}\,T^2 + 0{,}82 10^{5}\,T^{-1} - 27{,}12321\,T$ $53 \cdot 154 - 6{,}67\,T \ln T + 6{,}19 10^{-3}\,T^2 + 0{,}82 10^{5}\,T^{-1} - 3{,}25522\,T$	298— 600 600—1385
2	$2\,PbS + CH_4 = 2\,Pb + CS_2 + 2\,H_2$	$81 \cdot 115 - 9{,}78\,T \ln T + 5{,}73 10^{-3}\,T^2 + 0{,}55 10^{5}\,T^{-1} + 21{,}1818\,T$ $81 \cdot 976 - 14{,}02\,T \ln T + 8{,}81 10^{-3}\,T^2 + 0{,}55 10^{5}\,T^{-1} + 45{,}02745\,T$	298— 600 600—1385
3	$4\,PbS + CH_4 = 4\,Pb + CS_2 + 2\,H_2S$	$119 \cdot 020 - 0{,}72\,T \ln T + 4{,}42 10^{-3}\,T^2 + 0{,}67 10^{5}\,T^{-1} - 61{,}75792\,T$ $120 \cdot 742 - 9{,}2\,T \ln T + 10{,}56 10^{-3}\,T^2 + 0{,}67 10^{5}\,T^{-1} - 14{,}06662\,T$	298— 600 600—1385
4	$PbS + CH_4 = Pb + C + H_2 + H_2S$	$33 \cdot 341 - 6{,}96\,T \ln T + 3{,}775 10^{-3}\,T^2 + 0{,}76 10^{5}\,T^{-1} + 14{,}34667\,T$ $33 \cdot 772 - 9{,}08\,T \ln T + 5{,}31 10^{-3}\,T^2 + 0{,}76 10^{5}\,T^{-1} + 26{,}26949\,T$	298— 600 600—1385
5	$2\,PbS + CH_4 = 2\,Pb + 1/2\,CS_2 + 1/2\,C + H_2 + H_2S$	$66 \cdot 704 - 6{,}105\,T \ln T + 4{,}425 10^{-3}\,T^2 + 0{,}685 10^{5}\,T^{-1} - 2{,}97075\,T$ $67 \cdot 565 - 10{,}345\,T \ln T + 7{,}51 10^{-3}\,T^2 + 0{,}685 10^{5}\,T^{-1} + 20{,}88611\,T$	298— 600 600—1385
6	$PbS + H_2 = H_2S$	$18 \cdot 952 + 4{,}53\,T \ln T - 0{,}655 10^{-3}\,T^2 + 0{,}06 10^{5}\,T^{-1} - 41{,}46981\,T$ $19 \cdot 388 + 2{,}41\,T \ln T + 0{,}88 10^{-3}\,T^2 + 0{,}06 10^{5}\,T^{-1} - 29{,}54702\,T$	298— 600 600—1385
7	$2\,PbS + C = 2\,Pb + CS_2$	$66 \cdot 726 + 1{,}71\,T \ln T + 1{,}31 10^{-3}\,T^2 - 0{,}151 10^{5}\,T^{-1} - 34{,}63482\,T$ $67 \cdot 597 - 2{,}53\,T \ln T + 4{,}37 10^{-3}\,T^2 - 0{,}151 10^{5}\,T^{-1} - 10{,}78917\,T$	298— 600 600—1385
8	$2\,PbS \rightarrow 2\,Pb + S_2$	$72 \cdot 710 - 34{,}17\,T$ $75 \cdot 160 - 38{,}25\,T$	298— 600 600—1385
9	$CH_4 \rightarrow C + 2\,H_2$	$14 \cdot 389 - 11{,}49\,T \ln T + 4{,}46 10^{-3}\,T^2 + 0{,}71 10^{5}\,T^{-1} + 55{,}80253\,T$	298—1500

Tabela 3

Potențiale termodinamice: reacții 10 — 17

Nr. crt.	Reacții	Δ G cal/mol	Interval de temperaturi
10	$CH_4 + CS_2 = 2\,C + 2\,H_2S$	$-14 \cdot 431 - 4{,}18\ T \ln T + 1{,}85 10^{-3}\ T^2 + 0{,}97 10^{5}\ T^{-1} + 7{,}7654\ T$	298—1500
11	$CH_4 + 2\,H_2S = CS_2 + 4\,H_2$	$43 \cdot 209 - 18{,}8\ T \ln T + 7{,}07 10^{-3}\ T^2 + 0{,}43 10^{5}\ T^{-1} + 103{,}83966\ T$	298—1500
12	$CH_4 + S_2 = CS_2 + 2\,H_2$	$4 \cdot 800 - 11{,}3\ T \ln T + 4{,}28 10^{-3}\ T^2 + 0{,}155 10^{5}\ T^{-1} + 75{,}58078\ T$	298—1500
13	$CH_4 + S_2 = C + 2\,H_2S$	$-24 \cdot 024 - 3{,}95\ T \ln T + 1{,}67 10^{-3}\ T^2 + 0{,}425 10^{5}\ T^{-1} + 25{,}27577\ T$	298—1500
14	$CH_4 + 2\,S_2 = CS_2 + 2\,H_2S$	$-33 \cdot 611 - 3{,}76\ T \ln T + 1{,}52 10^{-3}\ T^2 - 0{,}125 10^{5}\ T^{-1} + 43{,}03838\ T$	298—1500
15	$C + S_2 = CS_2$	$9592 - 0{,}19\ T \ln T + 0{,}15 10^{-3}\ T^2 + 0{,}55 10^{5}\ T^{-1} - 17{,}76524\ T$	298—1500
16	$2\,H_2 + S_2 = 2\,H_2S$	$-40 \cdot 210 + 7{,}25\ T \log T - 1{,}21\ T$	298—1500
17	$2\,H_2S + C = CS_2 + 2\,H_2$	$28 \cdot 820 - 7{,}31\ T \ln T + 2{,}61 10^{-3}\ T^2 - 0{,}27 10^{5}\ T^{-1} + 48{,}03713\ T$	298—1750

Tabela 4

Valorile constantelor termodinamice

Nr. crt.	Reacții	Mărimi termodinamice	Temperatura °K				
			298	500	600	1000	1300
1	2	3	4	5	6	7	8
1	$2\,PbS + CH_4 = 2\,Pb + C + 2\,H_2S$	$\Delta\,G$	41.647	32.125	27.951	10.073	—2958
		$\log K_p$	—31,38636	—14,08434	—10,17844	—2,2013	0,49723
		K_p	$4{,}10810^{-32}$	$8{,}2310^{-15}$	$6{,}63110^{-11}$	$6{,}2910^{-3}$	3,1425
2	$2\,PbS + CH_4 = 2\,Pb + CS_2 + 2\,H_2$	$\Delta\,G$	71.517	62.860	58.441	39.011	24.740
		$\log K_p$	—52,4343196	—27,47378	—21,28259	—8,52813	—4,16038
		K_p	$3{,}69910^{-53}$	$3{,}3610^{-28}$	$5{,}21710^{-22}$	$2{,}9610^{-9}$	$6{,}91210^{-5}$
3	$4\,PbS + CH_4 = 4\,Pb + CS_2 + 2\,H_2S$	$\Delta\,G$	100.001	87.147	80.895	53.715	34.597
		$\log K_p$	—74,31451	—38,08609	—29,464	—11,73733	—5.8156
		K_p	$4{,}84710^{-75}$	$8{,}210^{-39}$	$3{,}43610^{-30}$	$1{,}83110^{-12}$	$1{,}52910^{-6}$
4	$PbS + CH_4 = Pb + C + H_2 + H_2S$	$\Delta\,G$	26.590	19.972	16.721	2.705	—7.689
		$\log K_p$	—19,34018	—8,72815	—6,08922	—0,59047	1,2925
		K_p	$4{,}56910^{-20}$	$1{,}8710^{-9}$	$8{,}14310^{-7}$	0,25675	19,61

1	2	3	4	5	6	7	8
5	$2\,PbS + CH_4 = 2\,Pb + 1/2\,C + 1/2\,CS_2 + H_2 + H_2S$	$\Delta\,G$	56.582	—	43.196	25.542	10.891
		$\log K_p$	—41.58241	—	—15,73074	—5,5818	—1,83073
		K_p	$2{,}60510^{-42}$	—	$1{,}85910^{-16}$	$2{,}6810^{-6}$	$14{,}76710^{-3}$
6	$PbS + H_2 = Pb + H_2S$	$\Delta\,G$	14.246	12.111	11.230	7.375	4.933
		$\log K_p$	—10,44444	—5,29327	—4,0899	—1,39358	—0,82921
		K_p	$3{,}59410^{-11}$	$5{,}0910^{-6}$	$8{,}1310^{-5}$	$4{,}041510^{-2}$	0,14818
7	$2\,PbS + C = 2\,Pb + CS_2$	$\Delta\,G$	59.0373	55.077	53.001	43.716	36.807
		$\log K_p$	—45,5484	—24,11582	—19,5008	—9,55332	—6,1868
		K_p	$2{,}8310^{-44}$	$7{,}6610^{-25}$	$5{,}01110^{-20}$	$2{,}810^{-10}$	$6{,}50410^{-7}$
8	$2\,PbS_2 \rightarrow 2\,Pb + S_2$	$\Delta\,G$	62.537	55.625	52.208	36.910	25.435
		$\log K_p$	—45,84091	—24,31162	—19,37655	—8,066	—4,275
		K_p	$1{,}44210^{-46}$	$4{,}8810^{-25}$	$4{,}20210^{-20}$	$8{,}5910^{-9}$	$5{,}30910^{-5}$
9	$CH_4 \rightarrow C + 2\,H_2$	$\Delta\,G$	12.162	—	—	—4.648	—
		$\log K_p$	—8,91789	—	—	1,01573	—
		K_p	$1{,}20810^{-9}$	—	—	10,37	—

Tabela 5

Valorile constantelor termodinamice

Nr. crt.	Reacţii	Mărimi termodinamice	Temperatura °K				
			298	500	600	1000	1300
1	2	3	4	5	6	7	8
10	$CH_4 + CS_2 = 2C + 2H_2S$	ΔG	—18.736	—22.880	—	—33.894	—
		log K_p	13,73607	10	—	7,34135	—
		K_p	$5{,}44510^{+13}$	10^{+10}	—	$2{,}210^{+7}$	—
11	$CH_4 + 2H_2S = CS_2 + 4H_2$	ΔG	43.035	38.566	—	24.296	—
		log K_p	—31,62757	—16,85577	—	—,30944	—
		K_p	$2{,}3610^{-32}$	$1{,}410^{-17}$	—	4.910^{-6}	—
12	$CH_4 + S_2 = CS_2 + 2H_2$	ΔG	7.973	—	—	4.619	—
		log K_p	—5.772	—	—	—1,0094	—
		K_p	$1{,}6910^{-6}$	—	—	$9{,}78610^{-2}$	—
13	$CH_4 + S_2 = C + 2H_2S$	ΔG	—22.907	—	—	—24.321	—
		log K_p	16,907	—	—	5,3149	—
		K_p	$6{,}22310^{+16}$	—	—	2.06510^{+5}	—

1	2	3	4	5	6	7	8
14	$CH_4 + 2\,S_2 = CS_2 + 2\,H_2S$	$\Delta\,G$	—27.078	—	—	—15,077	—
		$\log K_p$	19,8519	—	—	3,29480	—
		K_p	$7{,}110510^{+19}$	—	—	$1{,}971310^{+3}$	—
15	$CS_2 = C + S_2$	$\Delta\,G$	4.171	152	—	—9.280	--
		$\log K_p$	—3 05792	—0,06642	—	2,02797	—
		K_p	$8{,}7510^{-4}$	0,858	—	106,5	—
16	$2\,H_2S \rightarrow 2\,H_2 + S_2$	$\Delta\,G$	34.652	—	—	20.082	—
		$\log K_p$	—25.3607	—	—	—4,38877	—
		K_p	$4{,}3610^{-26}$	—	—	$3{,}9910^{-5}$	—
17	$2\,H_2S + C = CS_2 + 2\,H_2$	$\Delta\,G$	30.880	30.724	—	28.946	—
		$\log K_p$	—22,6393	—13,42832	—	—6,32518	—
		K_p	$2{,}310^{-23}$	$3{,}7310^{-14}$	—	$4{,}7310^{-7}$	—

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 1

TRANSPORTURI

C.Z. : 625.28.

OPTIMIZAREA TONAJELOR TRENURILOR *

ALEXANDRU POPA

I. Bazele teoreice ale calculului tonajelor renurilor.

1. *Principiile care stau la baza calculului tonajelor trenurilor.*

Tonajele trenurilor și vitezele de circulație ale acestora determină întreaga activitate a căilor ferate. Ei influențează capacitatea de transport a liniilor de cale ferată și în mod direct prețul de cost al transportului de mărfuri și călători. În funcție de acești doi parametrii, se poate aprecia gradul de utilizare a puterii locomotivelor, precum și eficiența tehnico-economică a diferitelor sisteme de tracțiune, sau tipuri de locomotive.

Stabilirea judicioasă a tonajelor trenurilor în funcție de caracteristicile de tracțiune ale locomotivelor și de caracteristicile profilului liniilor de cale ferată, în vederea realizării unui trafic sporit de mărfuri și călători, prezintă o importanță deosebită.

Determinarea tonajelor trenurilor trebuie făcută astfel încît acestea să fie avantajoase atît din punct de vedere al capacității de transport, cît și din punct de vedere economic. Din aceasta rezultă necesitatea stabilirii unor tonaje optime pe tren, care să permită realizarea unui trafic maxim de mărfuri și călători, cu un preț de cost minim. Stabilirea acestor tonaje și viteze optime se realizează în urma unei analize a indicatorilor tehnico-economici, în funcție de condițiile concrete de exploatare.

La stabilirea tonajelor trenurilor de marfă trebuie avute în vedere următoarele principii :

— îndeplinirea sarcinilor din planul de transport ce revine secțiilor de remorcare prin planul de stat ;

— folosirea rațională a locomotivelor ;

— folosirea rațională a parcului de vagoane ;

— folosirea la maximum a lungimilor utile ale liniilor din stații și a instalațiilor care concură la îmbunătățirea circulației trenurilor ;

* Manuscris predat la redacție la 10 noiembrie 1968.

— folosirea energiei cinetice a trenului în scopul reducerii consumului de combustibil sau energie electrică ;

— unificarea tonajelor trenurilor de marfă și evitarea prelucrărilor repetate.

Determinarea tonajelor trenurilor de călători se face tot în ipoteza folosirii complete a puterii locomotivelor, stabilindu-se în prealabil vitezele de circulație a trenurilor pe rampele caracteristice, în funcție de rangul acestora. În general, se are în vedere ca trenurile să atingă viteza maximă de circulație pe profile situate în palier și aliniament.

2. *Calculul tonajelor trenurilor de marfă.*

Tonajele trenurilor de marfă se calculează de obicei pentru fiecare secție de remorcare în parte, în funcție de posibilitățile de remorcare ale locomotivei și de caracteristicile liniei. Aceste tonaje pot fi calculate în două ipoteze :

a) trenul circulă cu viteză constantă pe rampa caracteristică ;

b) trenul circulă cu o viteză variabilă pe rampa caracteristică ;

Prima ipoteză nu ține seama de energia cinetică a trenului, care poate fi folosită la trecerea rampelor mari, și ea corespunde, rampelor mari și lungi și unor viteze de circulație reduse. Cea de a doua metodă se folosește la circulația trenurilor cu viteze mari.

a) *Calculul tonajelor trenurilor pentru cazul cînd trenul circulă cu o viteză constantă pe rampa caracteristică* :

În cazul cînd trenul circulă cu o viteză constantă pe rampa caracteristică, ecuația de echilibru a forțelor ce acționează asupra sa este :

$$F_0 - G_l (r_l + i_c) - G_v (r_v + i_c) = 0$$

de unde :

$$G_v = \frac{F_0 - G_l (r_l + i_c)}{r_v + i_c} (t), \qquad (1)$$

în care :

G_v este tonajul trenului, în tf;

F_0 — forța de tracțiune de calcul, corespunzătoare vitezei maxime de circulație pentru care se poate utiliza aderența locomotivei, în kgf ;

G_l — greutatea locomotivei în stare de serviciu, în tf.

r_l și r_v — rezistențele specifice la mers în palier și aliniament a locomotivei și vagoanelor, în kgf/t ;

i_c — rezistența caracteristică a liniei, în ‰ (kgf/t).

b) *Calculul tonajului trenului pentru cazul cînd se folosește și o parte din energia lui cinetică.*

Aplicînd teorema energiei cinetice pentru cazul cînd trenul circulă pe rampa caracteristică cu o viteză variabilă se poate scrie relația :

$$\frac{m_t(1+\gamma)}{3{,}6^2}\int_{v_1}^{v_2} v\,dv = \int_{s_1}^{s_2} [F_0 - G_l(r_l + i_c) - G_v(r_v + i_c)]\,ds$$

Dacă se are în vedere că :

$$\frac{m_t\,(1+\gamma)}{3{,}6^2}\int_{v_1}^{v_2} V\,dv = 4{,}17\,(G_l + G_v)\;(V_2^2 - V_1^2)$$

se obține :

$$G_v = \frac{\int_{s_1}^{s_2} F_0\,ds - G_1\left[\int_{s_1}^{s_2} r_1\,ds + i_c\,s_i - 4{,}17\,(V_1^2 - V_1^2)\right]}{\int_{s_1}^{s_1} r_v\,ds + i_c\,s_i - 4{,}17\,(V_1^2 - V_2^2)} \qquad (2)$$

în care :

s_i este lungimea rampei de calcul.

În unele situații este mai comod să se calculeze tonajul trenului cu relația (1), pentru rampe mai mici decît rampa caracteristică i_c și să se verifice dacă trenul, cu un astfel de tonaj, poate trece rampa caracteristică, folosind și energia cinetică, fără ca viteza de circulație să coboare sub cea minimă.

În acest caz, pentru determinarea lungimii rampei caracteristice ce poate fi parcursă în baza energiei cinetice a trenului, fără ca viteza de circulație să scadă sub cea minimă se folosește relația :

$$s = 4{,}17 \sum_{k=1}^{K=n} \frac{V_{k_1}^2 - V_k^2}{(i_{o_k} - r_{t_k} - i)_m} \qquad (3)$$

Dacă $s \geqslant s_i$ și la sfîrșitul elementului de profil $V > V_{min}$, tonajul adoptat este corespunzător, iar atunci cînd aceste condiții nu sînt îndeplinite se reduce tonajul și se refac calculele.

II. **Optimizarea tonajului pe tren.**

Deoarece, între vitezele de circulație și tonajele trenurilor de marfă există o strînsă legătură și anume, odată cu creșterea tonajelor se reduc vitezele de circulație și invers, este necesar să se stabilească relația ce trebuie să existe între acești doi parametri, pentru a se realiza un transport maxim de mărfuri și cu un preț de cost minim.

La stabilirea tonajelor după metodele clasice nu se are în vedere influența tonajului trenului asupra capacității de transport a liniei și asupra prețului de cost.

1. *Calculul tonajelor și vitezelor optime, în funcție de capacitatea de transport a liniilor.*

Volumul de mărfuri ce poate fi transportat pe o secție de circulație în 24 ore, se poate calcula cu relația :

$$Q = G_v \, V \cdot \frac{24 - t_c}{t_s V + 2 s}, \tag{4}$$

în care :

t_c este timpul mediu din zi, ocupat de trenurile de călători, în ore ;
t_s — timpul de staționare pentru încrucișare, în ore ;
s — distanța între stații (distanța limitativă), în km ;
V — viteza medie de circulație a trenului pe distanța limitativă, în km/h.

Dacă se are în vedere relația (1), relația (4) devine :

$$Q = \frac{F_0 - G_l (r_l + i_c) \quad (24 - t_c) V}{(r_v + i_c) \quad (t_s V + 2 s)} \tag{5}$$

Caracteristica de tracțiune a locomotivelor se poate calcula cu o relație de forma :

$$F_0 = A - BV + \frac{C}{V}, \tag{6}$$

iar rezistențele specifice ale locomotivelor și vagoanelor se pot calcula cu relații de forma :

$$r_l = a_l + b_l V^2 ; \tag{7}$$

$$r_v = a_v + b_v V^2 .$$

Prin înlocuire în relația (5) se obține :

$$Q = \frac{AV - BV^2 + C - G_l V (a_l b_l V^2 + i_e) \quad (24 - t_c)}{(a_v + b_v V^2 + i_e) \quad (t_s V + 2 s)} \tag{9}$$

Valoarea maximă a volumului de mărfuri Q se obține pentru :

$$\frac{dQ}{dV} = 0 .$$

Această condiție este îndeplinită atunci cînd :

$$K_0 + K_1 V + K_2 V^2 + K_3 V^3 + K_4 V^4 = 0 \tag{10}$$

în care :

$$K_0 = (a_v + i_e)\{2\,s\,[(A - G_l(a_l + i_e)] - Ct_s\};$$

$$K_1 = -4\,s\,[B\,(a_v + i_e) + Cb_v)];$$

$$K_2 = b_v\,[2\,s\,[G_l\,(a_l + i_e) - A] + 3\,Ct_s] - (a_v + i_e)\,(Bt_s + 6b_l\,G_l\,s)$$

$$K_3 = -2\,t_s\{G_l\,[-b_v\,(a_l + i_e) + b_l\,(a_v + i_e)] + Ab_v\};$$

$$K_4 = b_v\,(Bt_s - 2\,b_l G_l\,s);$$

Rezolvînd ecuația (10) se stabilește valoarea vitezei optime și în funcție de aceasta se poate calcula tonajul optim pe tren cu relația (1).

La determinarea vitezei optime, prin rezolvarea relației (4—10) este necesar să se stabilească valorile coeficienților A, B, C, a_v, b_v, a_l, b_l, greutatea locomotivei în serviciu G_l, rampa echivalentă a distanței limitative i_e și timpul de staționare pentru încrucișare t_e.

Coeficienții A, B, C, se pot stabili cu ajutorul curbelor $F_0(V)$. Pentru aceasta se aleg trei puncte pe curba $F_0(V)$, de coordonate (V_1, F_0); (V_2, F_{02}) și (V_3, F_{03}) și în baza lor, se scria un sistem din trei ecuații cu trei necunoscute astfel :

$$A - BV_1 + \frac{C}{V_1} = F_{01};$$

$$A - BV_2 + \frac{C}{V_2} = F_{02};$$

$$A - BV_3 + \frac{C}{V_3} = F_{03};$$

Rezolvînd acest sistem pentru fiecare locomotivă se obțin valorile necunoscute la A, B și C.

La stabilirea coeficienților a și b se are în vedere compunerea garniturii trenului și formulele corespunzătoare pentru calculul rezistențelor la mers.

Cunoscîndu-se tipurile de vagoane din tren și rezistențele la mers ale acestora se poate calcula rezistența totală a întregii garnituri cu relația :

$$r_v = a_1\alpha_1 + a_2\alpha_2 + \ldots + a_n\alpha_n + (b_1\alpha_1 + b_2\alpha_2 + \ldots + b_n\alpha_n)\,V^2$$

de unde rezultă :

$$r_v = a_v + b_v\,V^2$$

și

$$a_v = a_1\alpha_1 + a_2\alpha_2 + \ldots + a_n\alpha_n,$$

$$b_v = b_1\alpha_1 + b_2\alpha_2 + \ldots + b_n\alpha_n.$$

Coeficienții a_l și b_l și greutatea locomotivei G_l se stabilesc pentru fiecare locomotivă în parte.

Rampa echivalentă se stabilește pentru fiecare caz în parte și fiecare sens de circulație, prin metodele clasice cunoscute.

2. *Calculul tonajelor și vitezelor optime, în funcție de cheltuielile de exploatare.*

În exploatarea căilor ferate un indicator principal îl reprezintă cheltuielile de exploatare, deoarece aceste cheltuieli determină prețul de cost al transportului de mărfuri.

În compunerea cheltuielilor de exploatare intră toate cheltuielile curente, legate de efectuarea transporturilor, întreținerea în stare de funcționare a mijloacelor tehnice de transport și a instalațiilor fixe, precum și cheltuielile necesare pentru înlocuirea și modernizarea utilajelor.

În scopul determinării tonajelor și vitezelor optime, corespunzătoare unor cheltuieli de exploatare minime se pot raporta aceste cheltuieli la doi indicatori : unitatea de timp (ore) și unitatea de energie (tfkm lucru mecanic).

Cheltuielile la unitatea de timp se pot repartiza pe următorii indicatori de prestație : tonă brută vagon — oră, locomotivă — oră ; echipă de locomotivă — oră ; echipă de tren — oră.

Cheltuielile raportate la tona brută vagon — oră se pot calcula cu relațiile :

— pentru vagoanele goale.

$$E_{vgh} = \frac{a}{8760}\left(\frac{1}{t_r}+\frac{1}{t_i}\right)+\frac{b}{q_{0b}\,\lambda_t}\ \text{(lei/tbvag-oră)}, \tag{11}$$

— pentru vagoanele încărcate.

$$E_{vih} = \frac{1}{8760}\left[(a\,\lambda t)\left(\frac{1}{t_r}+\frac{1}{t_i}\right)+\frac{c_v\,\lambda_b}{t_r}\right]+\frac{b}{c_{2b}}\ \text{(lei/tbvag-oră)} \tag{12}$$

în care 8760 este numărul orelor dintr-un an.

a — investițiile raportate la tara vagonului (costul mediu al vagonului și cota de investiții pentru bazele de reparare și întreținere a vagoanelor în lei/t) ;

λ_t — raportul dintre tara medie a vagoanelor și greutatea proprie a acestora ;

λ_b — raportul dintre încărcătura medie a vagoanelor și greutatea lor brută, $\lambda_b = 1 - \lambda_t$;

t_n — termenul de recuperare, în ani ;

t_i — viața industrială a vagoanelor de marfă, în ani ;

c_v — costul mediu al unei tone din încărcătura vagonului, lei/t ;

b — cota de cheltuieli pentru repararea și întreținerea vagoanelor ;

q_{ob}— greutatea medie brută pe osie, în punctul de contact dintre roată și șină, în t/osie.

Cheltuielile raportate la locomotiva oră se pot calcula cu relația :

$$E_{lh} = \frac{E_l}{8760}\left(\frac{1}{t_r}+\frac{1}{t_i}\right) + eP \text{ (lei/locom-oră)}, \qquad (13)$$

în care :

E_l este prețul de cost al locomotivei, în lei ;
t_r — termenul de recuperare a investițiilor, în ani ;
t_{il} — viața industrială a locomotivei, în ani ;
e — cheltuielile de exploatare, în lei/CP ;
P — puterea locomotivei, CP.

Cheltuielile cu echipa de locomotiva pe oră se pot calcula cu relația :

$$E_{elh} = e_l\left(1-\frac{[0{,}5\,(t_1+t_2)+t_3]\,V_c}{s_e}\right) = e_1(1+\alpha_{e1}\,V_c) \text{ lei/oră} \qquad (14)$$

în care :

e_l este salariul mediu pentru o echipă de locomotivă în lei/oră ;

V_c — viteza de secție comercială, în km/h ;

s_e — lungimea secției de remorcare pentru echipa de locomotive în km ;

t_1 — timpul suplimentar de lucru al echipei în depoul de bază ce revine unui tren, în ore ;

t_2 — timpul suplimentar de lucru al echipei de locomotivă în depoul de întoarcere, în ore ;

t_3 — timpul de așteptare al echipei în depou corespunzător imobilizării locomotivei în reparații (cota ce revine unui parcurs), în ore.

Cheltuielile cu echipa de tren pe oră se pot calcula cu relația :

$$E_{eth} = e_t\left(1+\frac{t_4+t_5}{s_t}\,V_c\right) = e_t(1+\alpha_t\,V_c), \qquad (15)$$

în care :

e_t — este salariul mediu pe oră al echipei de lucru în lei/oră ;

t_4 — timpul suplimentar de lucru al echipei de tren înainte de plecarea trenului în ore ;

t_5 — timpul suplimentar de lucru pentru schimbarea echipelor de tren, în ore ;

s_t — lungimea secției de circulație deservită de o echipă de tren, în km.

Prin însumarea acestor cheltuieli se obțin cheltuielile totale raportate la tren-oră.

$$E_{th} = E_{vh} G_v + \beta_1 \gamma_1 E_{1h} + \beta_1 E_{eih} + B_{eth} \text{ (lei/tren-oră)} \quad (16)$$

în care :

β_1 este un coeficient care ține seama de numărul locomotivelor din tren ;

γ_1 — coeficient care ține seama de timpul ce revine unei ore-tren din timpul total cît locomotiva este imobilizată în reparații. Acest coeficient se poate calcula cu relația :

$$\gamma_1 = 1 + \frac{t_6 + t_7 + t_8}{s_l} V_e = 1 + \alpha_2 V_e , \quad (17)$$

în care :

t_6 — timpul de așteptare a locomotivei în stația depoului de bază, în ore ;

t_7 — timpul de așteptare a locomotivei în stația de dispoziție în ore ;

t_8 — timpul suplimentar ce revine unui parcurs din timpul total de imobilizare a locomotivei în reparații, în ore ;

s_l — lungimea secției de remorcare a trenului de aceiași locomotivă, în km.

Cheltuielile care se pot raporta la 1 tfkm cuprind o parte din cheltuielile pentru reparare, ungere și echipare a locomotivelor ; cheltuielile pentru combustibil sau energie electrică ; o parte din cheltuielile pentru reparare, ungere și întreținere în exploatare a vagoanelor, o parte din cheltuielile cu reparare și întreținerea căii.

Dacă se notează cu E_{lm} aceste cheltuieli și dacă se are în vedere cheltuielile raportate la tren-oră E_{th}, cheltuielile totale anuale se pot calcula cu relația :

$$E_{an} = \frac{Q_{an}}{G_v} \left(\frac{E_{th} s}{V_c} + E_{lm} L \right) \text{ (lei/an)} \quad (18)$$

în care :

s — este lungimea secției de remorcare, în km ;

L — lucrul mecanic consumat pentru deplasarea trenului, în tfkm.

Q_{en}— cantitatea anuală de mărfuri transportate, în t .

Deoarece cheltuielile anuale se raportează, în general la 100 $t_b$km, relația (18), se poate prezenta sub forma :

$$E = \frac{10^2}{G_v}\left(\frac{E_{th}}{V_c} + E_{lm}\,\frac{L}{s}\right) \text{lei}/10^2\, t_{hkm}) \tag{19}$$

Dacă se are în vedere relația (16), relația (19) devine

$$E = \frac{10^2}{G_v}\left[\frac{E_{vh}\,G_v + \beta_1(1+\alpha_1 V_c)\,E_{th} + \beta_1(1+\alpha_{e1}V_c)\,e_e + e_t(1+\alpha_1 V_c)}{V_c} + \right. \tag{20}$$

$$\left. + E_{lm}\frac{L}{s}\right] \text{ [lei}/10^2\, t_b \text{ km]}.$$

Viteza comercială de secție V_c, pentru trenurile de marfă remorcate cu locomotive diesel și electrice și pentru graficul paralel de circulație se poate calcula cu relația :

$$V_c = V_s\,\frac{24 - t_s(N_m + 2N_c)}{24\left(1 - \dfrac{V_s\,t_s}{s}\right)} \text{ [km/h]}, \tag{21}$$

în care :

V_s este viteza medie de circulație pe secție, în km/h ;
t_s — timpul de staționare pentru încrucișare, în ore ;
N_m — numărul de trenuri de marfă ;
N_c — numărul de trenuri de călători.

Numărul de trenuri de marfă pentru un interval de timp de 24 ore se poate stabili în funcție de cantitatea medie de mărfuri transportate pe zi Q și tonajul pe tren G_v, astfel :

$$N_m = \frac{Q}{G_v}$$

Prin înlocuirea lui N_m în relația (21) se obține :

$$V_c = \frac{s\,V_s}{G_v}\cdot\frac{24\,G_v - t_s\,(Q + 2\,G_v\,N_c}{24\,(s - V_s\,t_s)} \tag{22}$$

Lucrul mecanic consumat pentru deplasarea trenului se poate calcula cu aproximație, folosind relația :

$$L = \frac{[G_v(a_v + b_v V^2 + i_e) + G_l(a_l + b_l V^2 + i_e]\,s}{10^3} +$$

$$+ k\,\frac{4{,}17\,V^2 + (G_v + G_l)}{10^6}\,(\text{tfkm}),$$

în care :

s — este lungimea secției de remorcare, în km ;

i_e — rampa echivalentă a secției, în ‰ ;

V_f — viteza de început de frînare, în km/h. Pentru cazul cînd se cunoaște viteza medie de secție V_s, în calcule se poate lua $V_f = V_s$.

k — numărul de frînări care este egal cu numărul de opriri plus o unitate.

Dacă se are în vedere relațiile (21) și (22), relația (20) se poate scrie sub forma :

$$E = 10^2\left[\frac{24\,(s - V_s t_s)\,[E_{vh}\,G_v + \beta_l E_{lh} + \beta_l e_l + e_t]}{V_s s\,[24\,G_v - t_s(Q + 2\,N_c\,G_v)]} + \frac{1}{G_v}\,(\beta_l E_{ln}\,\alpha_1\right.$$

$$\left. + \beta_l e_l \alpha_{el} + e_t \alpha_t) + E_{lm}\left[\frac{a_v + b_v V_s^2 + i_e}{10^3} + \frac{G_l\,(a_l + b_l V_s^2 + i_e)}{G_v\,10^6} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{4{,}17\,k\,V_s^2\,G_l}{10^6 s\,G_v} + \frac{4{,}17\,k\,V_s^2}{10^6 s}\right]\right] \text{(lei 10/2 tbkm)} \qquad (23)$$

Funcția $E\,(V_t, G_v)$, dată de relația (23) poate avea un maxim sau un minim dacă sînt satisfăcute condițiile :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial G_g^2} < 0 \quad \text{și} \quad \frac{\partial^2 E}{\partial V_s^2} < 0, \qquad (24)$$

și respectiv :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial G_v^2} > 0 \quad \text{și} \quad \frac{\partial E}{V_s^2} < 0, \qquad (25)$$

și dacă în plus :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial G_v^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial V_s^2} - \left(\frac{\partial^2 E}{\partial G_v\,\partial V_s}\right)^2 > 0 \qquad (26)$$

Efectuîndu-se calculele rezultă că funcția $E\,(V_s, G_v)$ are un minim deoarece îndeplinește condițiile date de relațiile (25) și (26). Din relația (23) rezultă că se poate stabili valoarea minimă a cheltuielilor E pentru un tonaj pe tren dat, sau pentru un tonaj pe tren necunoscut.

Calculul vitezei optime pentru G_v = constant. Pentru cazul cînd este necesar să se realizeze capacitatea de transport maximă, tonajele trenurilor de marfă se stabilesc pentru această situație folosindu-se relațiile (9) și (1), iar din relația (23) se determină viteza de secție medie optimă din punct de vedere al cheltuielilor minime. Urmează să se verifice prin calculele de tracțiune dacă viteza medie optimă rezultată din calcul poate sau nu să fie realizată.

Viteza medie optimă, corespunzătoare unor cheltuieli de exploatare minime se poate obține din condiția :

$$\frac{dE}{dV} = 0,$$

Prin derivarea relației (23), în funcție de viteză se obține :

$$\frac{dE}{dV_s} = 10^2 \left[\frac{24\,(E_{vh}\,G_v + \beta_1 E_{1h} + \beta_1 e_1 + e_t}{V_s^2\,[24\,G_v - t_s\,(Q + 2\,G_v\,N_e]} + \right.$$

$$\left. + 2\,E_{lm}\,V_s \frac{10^3\,G_v\,b_v\,s + 10^3\,G_l\,b_l\,s + 4{,}17\,k\,G_l + 4{,}17\,k\,G_v}{10^6\,G_v\,s} \right] \cdot \quad (27)$$

Pentru ca $\frac{dE}{dV_s} = 0$, este necesar ca :

$$-24\,[E_{vh}\,G_v + \beta_l\,E_{lh} + \beta_l\,e_l + e_t]\,10^6\,G_v\,s + 2\,E_{lm}\,V^3\,s\,[10^3\,G_v\,b_v\,s +$$

$$+ 10^3\,G_l b_l s + 4{,}17\,k\,(G_l + G_v)]\,[24\,G_v - t_s\,(Q - 2\,G_v\,N_c)] = 0 \quad (28)$$

Din această relație rezultă :

$$V^3_{s\,opt} = \frac{10^3\,12\,G_v\,s\,(E_{vh}\,G_v + \beta_l\,E_{lh} + \beta_l\,e_t)}{E_{lm}\,[G_v b_v s + G_l b_l s + 4{,}17\,k\,(G_l + G_v)]\;\;[24\,G_v - t_s\,(Q + 2\,G_v N_e]} \cdot \quad (29)$$

sau :

$$V_{s\,opt} =$$

$$= 10 \sqrt[3]{\frac{12\,G_v s\,(E_{vh}\,G_v + \beta_l\,E_{eh} + \beta_l\,e_l + e_t)}{E_{lm}\,[G_v b_v s + G_1 b_1 s + 4{,}17\,k\,(G_l + G_v)]\,[(24\,G_v - t_s(Q + 2\,G_v\,N_e)]}} \cdot \quad (30)$$

Relația (28) se mai poate prezenta și sub forma :

$$K_{v3}\,V^3 - K_{v_0} = 0, \quad (31)$$

în care :

K_{v0} și K_{v3} sînt coeficienți care se pot calcula cu relațiile :

$$K_{v0} = 12\,G_v s \left\{ G_v \left[\alpha_1 \left[\frac{a}{8760} \left(\frac{1}{t_r} + \frac{1}{t_i} \right) + \frac{b}{q_{0b}\,t} \right] + \alpha_2 \left(\frac{1}{8760} \left[a\,\lambda_t \right. \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. \left(\frac{1}{t_r} + \frac{1}{t_i} \right) + \frac{c_v\,\lambda_b}{t_r} \right] + \frac{\lambda_b}{q_{0b}} \right) \right] + \frac{\Sigma\,m_i\,s_i}{\Sigma\,s_i} \left[\frac{E_1}{8760} \left(\frac{1}{t_{rv}} + \frac{1}{t_{i1}} \right) + \right. \quad (32)$$

$$\left. + eP + e_1 \right] + e_t \Big\} \cdot$$

$$K_{v3} = 10^3 E_{lm} [s(G_v b_v + G_l b_l) + 4{,}17\, k(G_l + G_v)]$$
$$[24 G_v - t_s(Q + 2 G_v N_e). \tag{33}$$

în aceste relații s-a notat :

$$\beta_1 = \frac{\Sigma m_i s_i}{\Sigma s_i} \quad ; \quad \alpha_1 = \frac{n_g}{n} \quad ; \quad \alpha_2 = \frac{n_i}{n} .$$

unde :

m_i — este numărul de locomotive care remorcă trenul ;
s_i — distanța corespunzătoare parcursă prin remorcarea trenului cu m_i locomotive ;

n_g — numărul de vagoane goale din tren ;
n_i — numărul de vagoane încărcate din tren ;
n — numărul total de vagoane din tren.

Calculul vitezei și tonajului optim pentru E (G_v, V_s).

În scopul stabilirii cheltuielilor minime, este necesar să se calculeze perechea de valori G_v și V_s, pentru care funcția $E(G_v, V_s)$ are un minim.

Pentru aceasta este necesar să se rezolve un sistem de două ecuații cu două necunoscute :

$$\frac{\partial E}{\partial V_s} = 0 \quad \text{și} \quad \frac{\partial E}{\partial G_v} = 0 .$$

$$\frac{\partial E}{\partial V_s} = 10^2 \left[\frac{-24(E_{vh} G_v + \beta_l E_{lh} + e_l \beta_l + e_t)}{V_s^2 [24 G_v - t_s(Q + 2 G_v N_e]} + 2 E_{lm} V_s \frac{10^3 G_v b_v s +}{10^6 G_v s} \right.$$
$$\left. + \frac{+ 10^2 G_l b_l s + 4{,}17\, k(G_l + G_v)}{10^6 G_v s} \right] = 0 \tag{34}$$

$$\frac{\partial E}{\partial G_v} = 10^3 \left\{ \frac{24(s - V_s t_s)[E_{vh}[24 G_v - t_s(Q + 2 N_e G_v)] -}{V_s s (24 G_v - t_s(Q + 2 N_0 G_v)} \right.$$
$$\frac{-(24 - 2 t_s N_e)(E_{vh} G_v + \beta_l E_{lhm} + \beta_l e_l + e_t)]}{V_s s (24 G_v - t_s(Q + 2 N_0 G_v)} - \frac{\beta_l E_{lh} \alpha_l + \beta_l e_l \alpha_{el} +}{G_v^2}$$
$$\left. \frac{+ \alpha_t e_t}{G_v^2} - \frac{E_{lm}}{10^3 G_v^2} \left[+ G_l(a_l + b_l V^2 + i_e) + \frac{4{,}17\, k V_s^2 G_l}{10^3 s} \right] \right\} = 0 \tag{35}$$

Sistemul de ecuații (34) și (35) se poate prezenta pentru rezolvare și sub forma :

$$K_{v3} V_s^3 - K_{a0} = 0 ; \tag{36}$$

$$K_{G2} G_v^2 + K_{G1} G_v + K_{G0} = 0 ; \tag{37}$$

în care :

K_{v3} , K_{v0} —sînt coeficienții care se pot calcula cu relațiile (32) și (33) ;

K_{G2}, K_{G1} și K_{G0} — coeficienții care se pot calcula cu relațiile :

$$K_{G2} = V_s [24^2 - 4 t_s N_c (24 - t_s N_c)] [10^6 s (\beta_l E_{lh} \alpha_1 + \beta_l e_l \alpha_{el} + \alpha_t e_t) + 10^3 E_{lm} G_l s (a_l + b_l V_s^2 + i_e) + 4{,}17\ k V_s^2 G_1] - 10^6 24 (s - V_s t_s)[E_{vh} t_s Q + (24 - 2 t_s N_c) (\beta_l E_{lh} + \beta_l e_l + e_t)] ; \tag{38}$$

$$K_{G1} = V_s [2 t_s Q (2 t N_l - 24)] [10^6 s (\beta_l E_{lh} \alpha_l + \beta_l e_l \alpha_{el} + e_t \alpha_t) + 10^3 s E_{lm} G_l (a_l + b_l V_s^2 + i_e) + 4{,}17\ k V_s^2 G_l] ; \tag{39}$$

$$K_{G0} = V_s t_s^2 Q^2 [10^6 s (\beta_l E_{lh} \alpha_l + \beta_l e_l \alpha_{e1} + e_t \alpha_t) + 10^3 s E_{lh} G_l (a_l + b_l V_s^2 + i_e) + 4{,}17\ k V_s^2 G_1] . \tag{40}$$

Din relația (37) se poate obține și valoarea optimă a tonajului de tren, pentru o anumită valoare a vitezei de circulație V_s.

$$G_v = \frac{-K_{G1} \pm \sqrt{K_{G1}^2 - 4 K_{G2} K_{G0}}}{2 K_{G2}} \tag{41}$$

Cheltuielile minime se pot stabili și pentru cazul cînd trenul ar circula cu o viteză constantă și egală cu viteza medie pe un profil cu o declivitate constantă și egală cu declivitatea echivalentă i_e. Pentru această situație relația 1 se poate scrie sub forma :

$$G_v = \frac{AV_s - BV_s^2 + C - G_l (a_l + b_l V_s^2 + i_e) V_s}{V_s (a_v + b_v V_s^2 + i_e)} \tag{42}$$

Prin înlocuirea în relația (23) se obține :

$$E = 10^2 \left\{ \frac{24 (s - V_s t_s)[E_{vh} [AV_s - BV_s^2 + C - G_1 V_s (a_l + b_l V_s^2 + i_e)] + V_s s [[AV_s - BV_s^2 + C - G_l V_s (a_l + b_l V_s^2 + i_e)] (24 - 2 t_s N_e) - + V_s (a_v + b_v V_s^2 i_e) (\beta_l E_{lh} + \beta_l e_l + e_t)}{- t_s Q V_s (a_v + b_v V_s^2 + i_e)] +} \right.$$

$$+\frac{V_s(a_v+b_v V_s^2+i_e)\,(\beta_l E_{lh}+\beta_l e_l \alpha_{el}+e_t \alpha_t)}{AV_s-BV_s^2+C-G_l V_s(a_l+b_l V_s^2+i_e)}+E_{lm}\left[\frac{a_v+b_v V_s^2+i_e}{10^3}+\right.$$

$$+\frac{4{,}17\,k V_s^2}{10^6 s}+\frac{4{,}17\,k V_s^2 G_l (a_v+b_v V_s^2+i_e)}{10^6 s\,[A V_s-B V_s^2+C-G_l V_s(a_l+b_l V_s^2+i_e)]}+ \tag{43}$$

$$\left.+\frac{G_l V_s(a_l+b_l V_s^2+i_e)\,(a_v+b_v V_s^2+i_e)}{10^3\,[AV_s-BV_s^2+C-G_l V_s(a_l+b_l V_s^2+i_e)]}\right]\Big\}$$

III. **Calculul vitezelor și tonajelor optime cu ajutorul calculatoarelor electronice numerice.**

1. *Calculul vitezelor și tonajelor optime în funcție de capacitatea de transport maximă.*

Optimizarea tonajelor trenurilor de marfă se poate face prin rezolvarea ecuațiilor (10) și (1) cu ajutorul calculatorului electronic numeric. În scopul programării ecuației (10) este necesar să se adopte o precizie de calcul, știind că în intervalul de viteză $(V_a,\ V_b)$ această ecuație are o soluție.

La întocmirea programului de rezolvare a ecuației (10) se folosește metoda înjumătățirii intervalului pentru găsirea soluției. În acest scop, ecuația (10) se poate prezenta sub forma :

$$f(V)=\{(K_4 V_s+K_3)V_s+K_2]\,V_s+K_1\}\,V_s+K_0 \tag{44}$$

Știind că funcția trece prin o în intervalul (V_a, V_b) deoarece la capetele intervalului :

$$\operatorname{sign} f(V_a) \neq \operatorname{sign} f(V_b)$$

și înjumătățește intervalul (V_a, V_b) calculîndu-se sign $f\left(\frac{V_a+V_b}{2}\right)$.

Se compară sign $f\left(\frac{V_a+V_b}{2}\right)$ cu sign $f(V_a)$ și sign $f(V_b)$, reținîndu-se dintre V_a și V_b acea valoare care duce la un semn pentru $f(V)$ contrar celui al lui $f\left(\frac{V_a+V_b}{2}\right)$.

Soluția ecuației (10) este găsită cînd este îndeplinită condiția :

$$\left|f\left(\frac{V_a+V_b}{2}\right)\right|=\varepsilon \tag{45}$$

O variantă a schemei bloc pentru calculul funcției $f(V)$ este dată în figura 1.

Pentru calculul funcțiilor $f(V_a)$,$f(V_b)$ și a coeficienților K_0, K_1, K_2, K_3 și K_4 se întocmesc programe separate, după cum se poate vedea din schemele de calcul din figurile 2÷ 7.

Cu schema bloc din figura 1 se pot calcula vitezele optime pentru toate situațiile întîlnite în exploatarea căilor ferate, modificîndu-se numai coeficienții K_0, K_1, K_2, K_3 și K_4, în funcție de rampa echivalentului i_e, lungimea secției de remorcare s, timpul de staționare t_s și greutatea

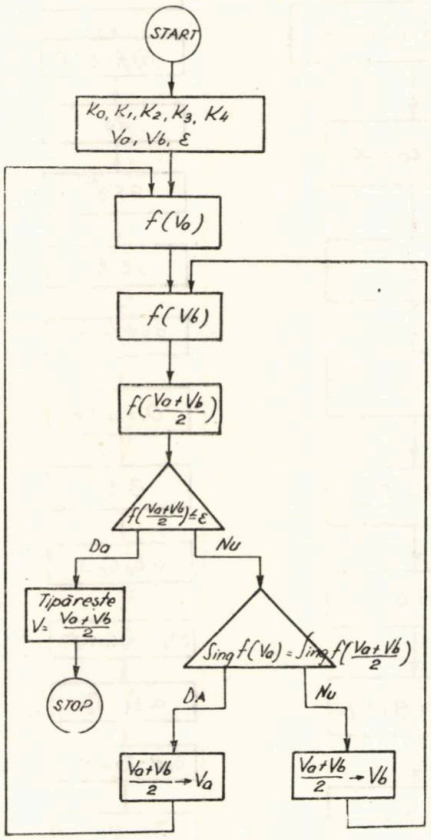


Fig. 1

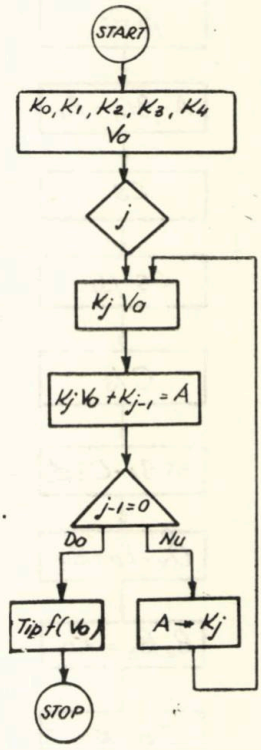


Fig. 2

G_l. În cazul cînd se schimbă locomotiva se vor schimba și coeficienții A, B și C, cu ajutorul cărora se calculează forța de tracțiune.

După determinarea vitezei optime de circulație pe distanța limitativă, se calculează tonajul optim, cu ajutorul relației (1).

Schema bloc pentru calculul tonajului cu relația (1) este prezentată în figura 8.

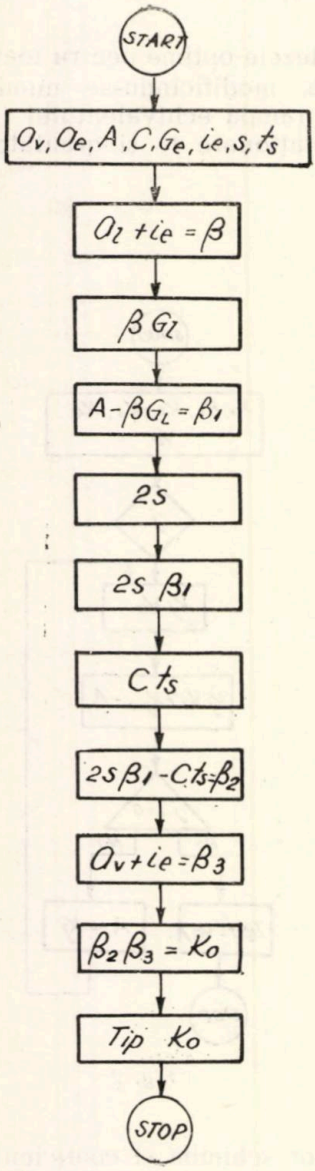


Fig. 3

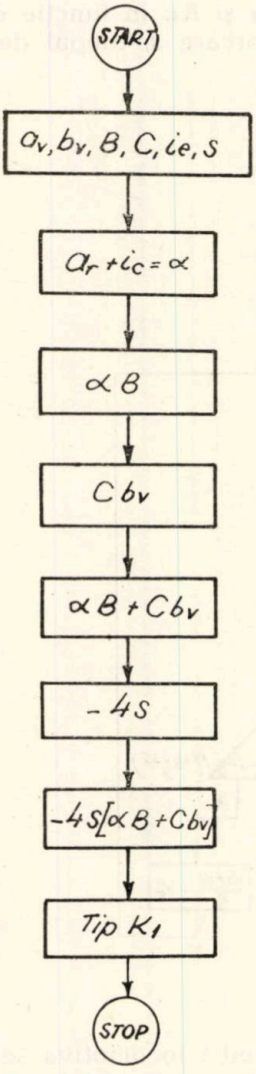


Fig. 4

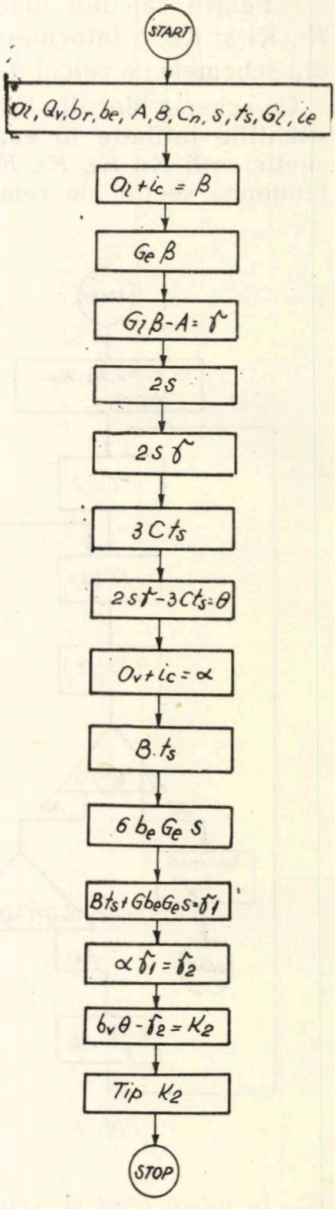


Fig. 5

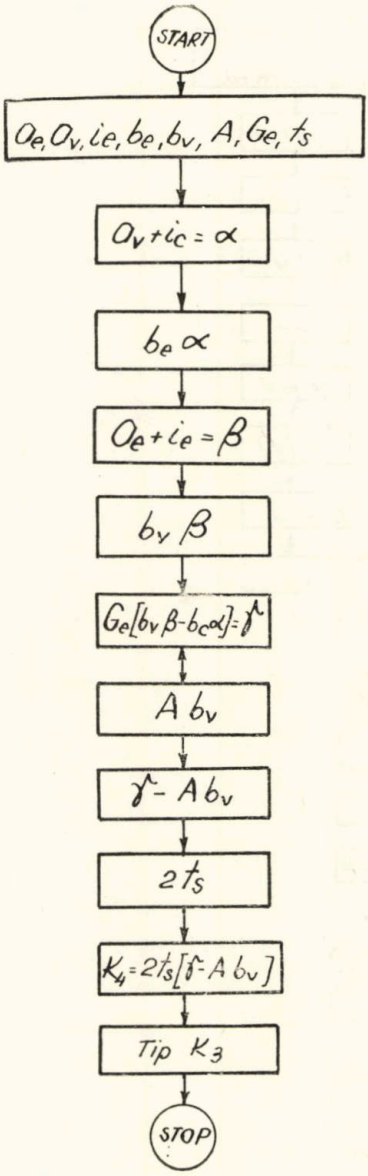

START
$\alpha_e, \alpha_v, i_e, b_e, b_v, A, G_e, t_s$
$\alpha_v + i_c = \alpha$
$b_e \alpha$
$\alpha_e + i_e = \beta$
$b_v \beta$
$G_e[b_v \beta - b_c \alpha] = \hat{\gamma}$
$A b_v$
$\hat{\gamma} - A b_v$
$2 t_s$
$K_4 = 2 t_s [\hat{\gamma} - A b_v]$
Tip K_3
STOP

Fig. 6

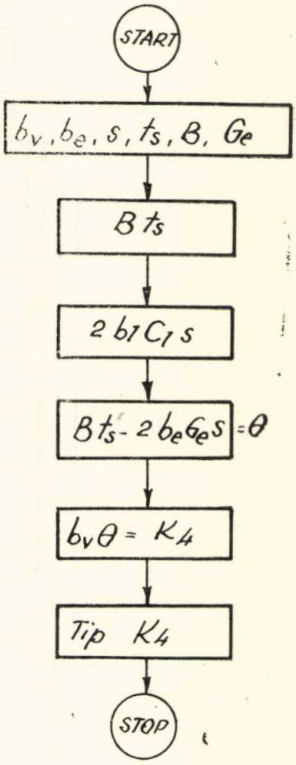

START
b_v, b_e, s, t_s, B, G_e
$B t_s$
$2 b_1 C_1 s$
$B t_s - 2 b_e G_e s = \theta$
$b_v \theta = K_4$
Tip K_4
STOP

Fig. 7

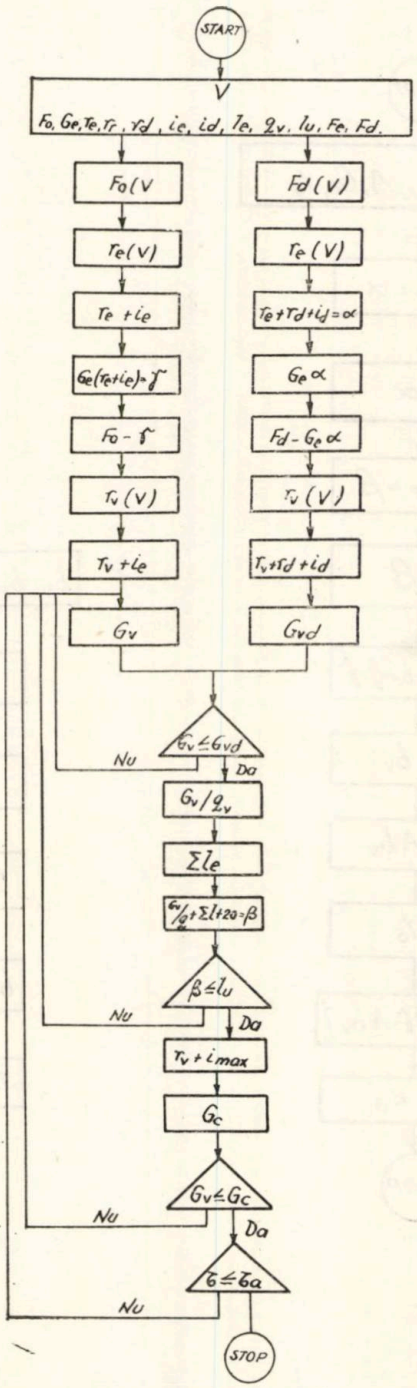

START
V
Fo, Ge, Te, Tr, Td, ie, id, le, Qv, lu, Fe, Fd.
Fo(V
Fd(V)
Te(V)
Te(V)
Te + ie
Te + Td + id = α
Ge(Te+ie)=f
Ge α
Fo - f
Fd - Ge α
Tv (V)
Tv (V)
Tv + ie
Tv + Td + id
Gv
Gvd
Gv ≤ Gvd
Nu
Da
Gv / Qv
Σle
Gv/2 + Σl + 2a = β
β ≤ lu
Nu
Da
Tv + imax
Gc
Gv ≤ Gc
Nu
Da
G ≤ Ga
Nu
STOP

Fig. 8

După se vede din schema din figura 8, tonajul trenului calculat cu relaţia (1) se verifică la demarare, în funcţie de lungimea utilă a liniilor din staţii, în funcţie de rezistenţa aparatelor de tracţiune şi în funcţie de temperatura maşinilor electrice de tracţiune.

Verificarea la demarare se face cu relaţia :

$$G_d = \frac{F_e - G_l (r_l + r_d + i_d)}{r_v + r_d + i_d} , \qquad (46)$$

în care :

F_d — este forţa de tracţiune a locomotivei în timpul demarării ;

$r_l + r_d$ şi $r_v + r_d$ — rezistenţele specifice ale locomotivei şi vagoanelor la demarare ;

i_d — rezistenţa specifică datorită rampei pe care se demarează ;

Verificarea în funcţie de lungimea utilă a liniilor din staţii se face cu relaţia :

$$\frac{G_v}{q_v} + \Sigma l_l + 20 \leqslant l_u \qquad (47)$$

în care :

G_v — este tonajul brut pe tren ;

q_v — greutatea brută medie pe metrul liniar de vagon ;

20 — distanţa necesară potrivirii trenului ;

l_l — lungimea unei locomotive ;

l_u — lungimea utilă a liniilor din staţii.

Verificarea în funcţie de rezistenţa aparatelor de tracţiune se face cu relaţia :

$$G_c = \frac{F_c}{r_v + i_{max}} . \qquad (48)$$

La verificarea tonajelor trenurilor în funcţie de rezistenţa aparatului de tracţiune, în locul forţei de tracţiune a locomotivei F_0, se foloseşte forţa de rezistenţă a aparatelor de tracţiune F_c. Această forţă se ia de 20.000 kgf, pentru aparatul de tracţiune întărit şi de 30.000 kgf, pentru aparatul de tracţiune reîntărit.

La remorcarea trenurilor de marfă cu locomotive diesel cu transmisie electrică sau cu locomotive electrice este necesar să se verifice şi temperatura maşinilor electrice de tracţiune pentru ca aceasta să nu depăşească temperatura stabilită prin norme şi instrucţiuni.

Pentru aceasta este necesar să se prevadă în schema de calcul şi verificarea $\tau \leqslant \tau_a$.

Valoarea temperaturii τ_a este dată pentru fiecare maşină electrică în parte, iar temperatura reală a bobinajelor τ trebuie calculată pentru întregul parcurs sub forma $\tau(t)$ sau $\tau(s)$.

2. *Calculul vitezelor și tonajelor optime în funcție de cheltuielile de exploatare minime.*

Optimizarea tonajelor trenurilor de marfă, în funcție de cheltuielile de exploatare minime se poate face prin rezolvarea relațiilor (23) sau (43) cu ajutorul unui calculator electronic numeric. Tonajele optime se mai pot determina și cu ajutorul derivatelor acestor relații, adică rezolvîndu-se ecuațiile obținute prin egalarea derivatelor cu zero.

Pentru cazul cînd este necesar să se realizeze capacitatea maximă de transport, tonajele trenurilor se stabilesc pentru această condiție, iar în funcție de cheltuielile de exploatare minime se determină viteza de secție medie. Această viteză de secție este de fapt viteza medie optimă și ea se poate calcula cu ajutorul calculatoarelor electronice numerice prin programarea relației (23) sau a ecuației (31) obținută pentru cazul cînd $\frac{dE}{dV_s} = 0$. Din structura acestor două relații se observă că este mai ușor de programat relația (31), pentru care coeficienții K_{v0} K_{v3} sînt dați de relațiile (32) și (33).

Pentru programarea relației (31) se folosește metoda înjumătățirii intervalului pentru găsirea soluției, deoarece în intervalul de viteze $V_a - V_b$ aceasta are o soluție. Dacă se adoptă o precizie de calcul ε e soluția ecuației (31) este găsită atunci cînd este îndeplinită condiția dată de relația (45).

O variantă a schemei bloc pentru viteze optime cînd se cunoaște tonajul pe tren este dată în figura 9.

Pentru a verifica dacă tonajul trenului poate fi remorcat cu viteza optimă rezultată prin rezolvarea ecuației (31), în program este necesar să se prevadă și verificarea condiției $V_{op} \leqslant V_s$. V_s este viteza medie de secție corespunzătoare tonajului pe tren G_v, calculată cu ajutorul calculatorului prin rezolvarea ecuației de mișcare a trenului.

Dacă această condiție nu este îndeplinită viteza optimă este tocmai V_s, pentru care urmează să se stabilească cheltuielile de exploatare.

Calculul funcțiilor $f(V_a)$ și $f(V_b)$ se face ca și în cazul precedent, iar pentru K_{v0} și K_{v3} se întocmește program separat după cum se vede din schemele din figurile 10 și 11.

Tonajul optim și viteza medie de secție se pot calcula cu ajutorul calculatoarelor electronice numerice rezolvînd sistemul de ecuații.

$$f(V) = K_{v3} V_s^3 - K_{v0} = 0 \tag{49}$$

$$f(G) = (K_{G2} G_v + K_{G1}) G_v + K_{G0} = 0 \tag{50}$$

În scopul programării ecuațiilor (49) și (50) este necesar să se adopte preciziile de calcul ε_v și ε_G, pentru viteza respectivă pentru tonaj.

La întocmirea progamului de rezolvare a ecuațiilor (49) și (50) se folosește tot metoda înjumătățirii intervalului, deoarece în intervalele de viteză $(V_a \; V_b)$ și de tonaje (G_{va}, G_{vb}), ecuațiile au cîte o soluție.

În scopul determinării tonajului optim și a vitezei de circulație optimă se adoptă mai multe valori pentru viteza medie de secție, de exemplu V_{s1}, V_{s2}, ... V_{sn} și cu ajutorul ecuației (50) se determină valorile G_{v1}, G_{v2}, ...G_{vn}, pentru care $f(G_v) = 0$. Valorile tonajelor, astfel calculate, se introduc în ecuația (49), tonajul G_{vi} și viteza V_i pentru care $f(V) = 0$ sînt tonajul optim și respectiv viteza optimă.

Soluțiile ecuațiilor sînt găsite cînd sînt îndeplinite condițiile :

$$\left| f\left(\frac{G_{va} + G_{vb}}{2}\right)\right| \leqslant \varepsilon_G, \tag{51}$$

$$|f(V)| \leqslant \varepsilon_V \tag{52}$$

O variantă a schemei bloc pentru rezolvarea sistemului de ecuații (49), (50), cu ajutorul calculatorului electronic numeric, este dată în figura 12.

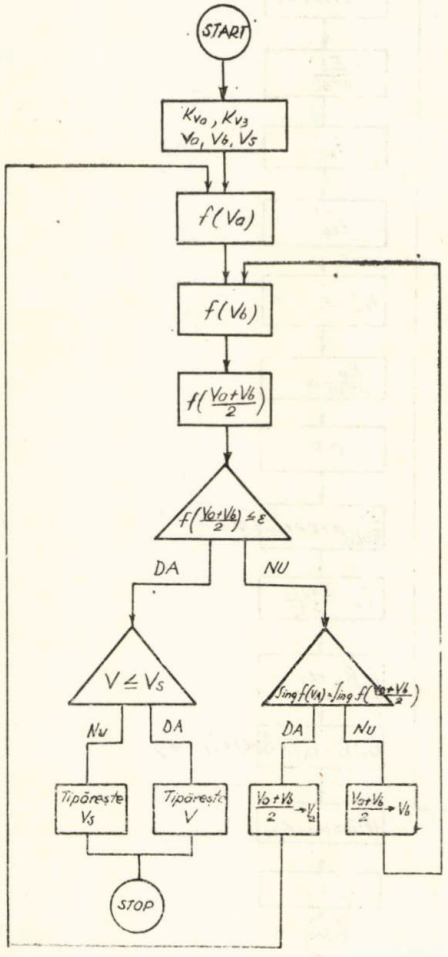


Fig. 9

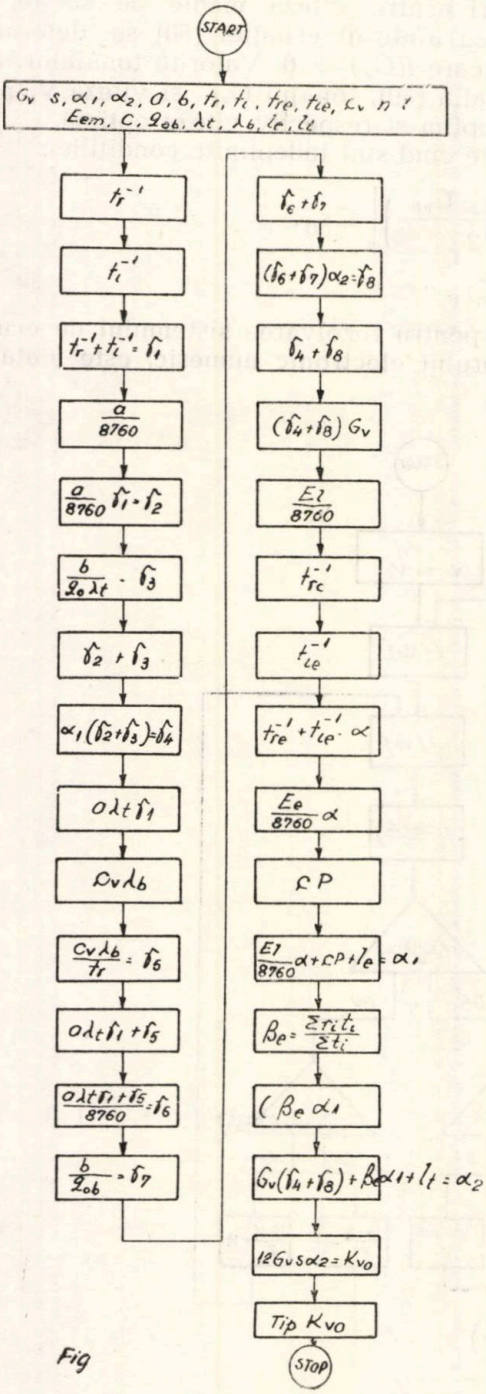

START
G_v s, α_1, α_2, a, b, t_r, t_i, t_{re}, t_{ie}, c_v n ?
Eem, C, ϱ_{ob}, λ_t, λ_b, l_e, l_t
t_r^{-1}
t_i^{-1}
$t_r^{-1} + t_i^{-1} = \delta_1$
$\frac{a}{8760}$
$\frac{a}{8760}\delta_1 = \delta_2$
$\frac{b}{\varrho_o \lambda_t} \cdot \delta_3$
$\delta_2 + \delta_3$
$\alpha_1(\delta_2+\delta_3) = \delta_4$
$a\lambda_t\delta_1$
$c_v\lambda_b$
$\frac{c_v\lambda_b}{t_r} = \delta_5$
$a\lambda_t\delta_1 + \delta_5$
$\frac{a\lambda_t\delta_1+\delta_5}{8760} = \delta_6$
$\frac{b}{\varrho_{ob}} = \delta_7$
$\delta_6 + \delta_7$
$(\delta_6+\delta_7)\alpha_2 = \delta_8$
$\delta_4 + \delta_8$
$(\delta_4+\delta_8)G_v$
$\frac{El}{8760}$
t_{rc}^{-1}
t_{ie}^{-1}
$t_{re}^{-1} + t_{ie}^{-1} \cdot \alpha$
$\frac{E_e}{8760}\alpha$
cP
$\frac{El}{8760}\alpha + cP + l_e = \alpha_1$
$\beta_e = \frac{\Sigma r_i t_i}{\Sigma t_i}$
$(\beta_e \alpha_1$
$G_v(\delta_4+\delta_8) + \beta_e\alpha_1 + l_t = \alpha_2$
$12G_v s\alpha_2 = K_{vo}$
Tip K_{vo}
STOP
Fig

Fig. 10

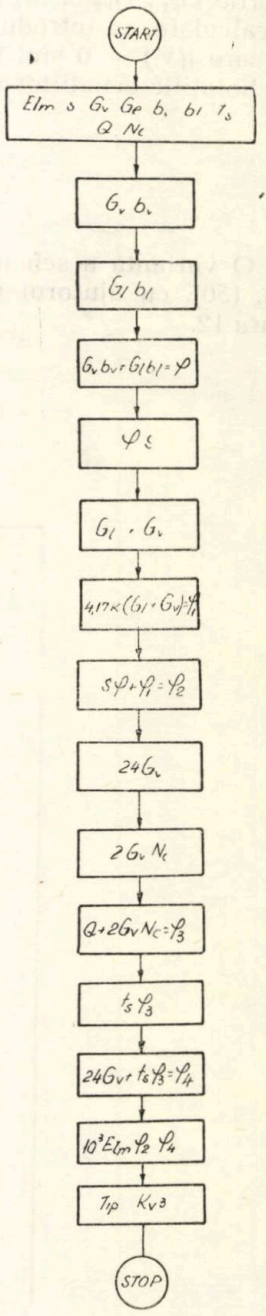

START
Elm s G_v G_e b, b_l l_s
Q N_c
$G_v b_v$
$G_l b_l$
$G_v b_v + G_l b_l = \varphi$
$\varphi \xi$
$G_l \cdot G_v$
$4{,}17\alpha(G_l \cdot G_v) = \varphi_1$
$s\varphi + \varphi_1 = \varphi_2$
$24G_v$
$2G_v N_c$
$Q + 2G_v N_c = \varphi_3$
$t_s \varphi_3$
$24G_v t_s \varphi_3 = \varphi_4$
$10^3 E_{lm} \varphi_2 \varphi_4$
Tip K_v ?
STOP

Fig. 11

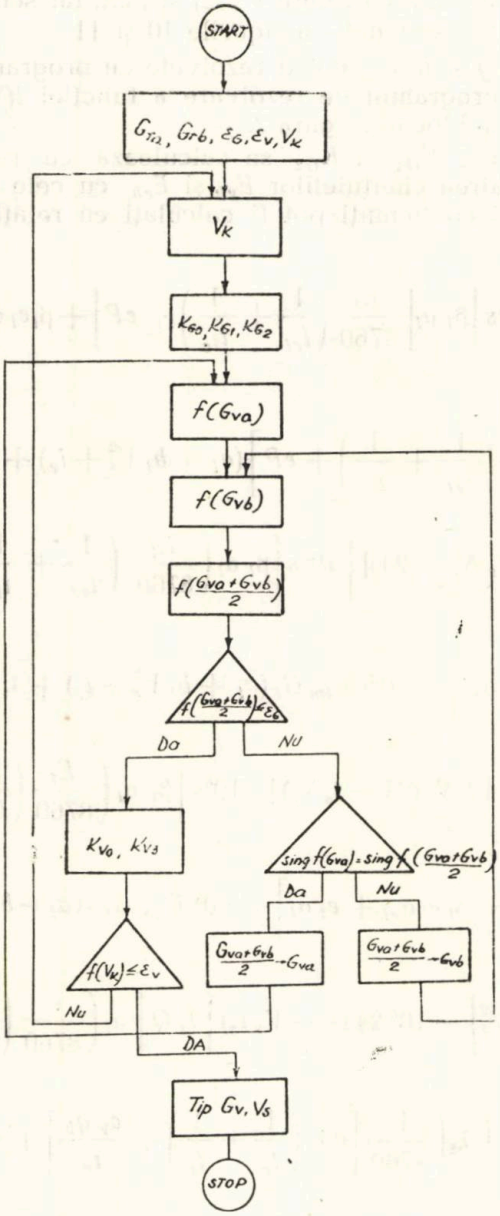

START
$G_{va}, G_{vb}, \varepsilon_G, \varepsilon_v, V_k$
V_k
K_{G0}, K_{G1}, K_{G2}
$f(G_{va})$
$f(G_{vb})$
$f\left(\frac{G_{va}+G_{vb}}{2}\right)$
$f\left(\frac{G_{va}+G_{vb}}{2}\right) \leq \varepsilon_G$
Da
Nu
K_{V0}, K_{V3}
$sing\, f(G_{va}) \cdot sing\, f\left(\frac{G_{va}+G_{vb}}{2}\right)$
Da
Nu
$f(V_k) \leq \varepsilon_v$
$\frac{G_{va}+G_{vb}}{2} \rightarrow G_{va}$
$\frac{G_{va}+G_{vb}}{2} \rightarrow G_{vb}$
Nu
DA
Tip G_v, V_s
STOP

Fig. 12

Pentru calculul funcțiilor $f(G_{va})$, $f(G_{vb})$ și a coeficienților K_{v0}, K_{v3}, K_{G0}, K_{G1} și K_{G2} se întocmesc programe separate. Coeficienții K_{v0} și K_{v3} se pot calcula cu relațiile (32) și (33), iar schemele bloc pentru determinarea lor sînt date în figurile 10 și 11.

Funcțiile $f(G_{va})$ și $f(G_{vb})$ pot fi rezolvate cu programe care au aceiași structură cu programul de rezolvare a funcției $f(V_a)$, pentru care s-a întocmit schema bloc din figura 2.

Coeficienții G_{G0}, K_{G1} și K_{G2} se calculează cu relațiile (38), (39) și (40). Prin înlocuirea cheltuielilor E_{vh} și E_{eh} cu cele date de relațiile (12) și (13), acești coeficienți pot fi calculați cu relațiile:

$$K_{G0}=V_s t_s^2 Q^2\left\{10^6 s\left[\beta_l\,\alpha_l\left[\frac{E_l}{8760}\left(\frac{1}{t_{rl}}+\frac{1}{t_{ie}}\right)+eP\right]+\beta_l e_i\,\alpha_{el}+e_t\,\alpha_t\right]+\right.$$

$$\left.+10^3 s\,G_l\left[\frac{E_l}{8760}\left(\frac{1}{t_{rl}}+\frac{1}{t_{il}}\right)+eP\right](a_l+b_l V_s^2+i_e)+4{,}17\,k G_l V_s^2\right\} \tag{53}$$

$$K_{G1}=V_s\,[2 t_s Q\,(2 t_s N_c-24)]\left\{10^6 s\left[\beta_l\,\alpha_l\left(\frac{E_l}{8760}\left(\frac{1}{t_{rl}}+\frac{1}{t_{il}}\right)+eP\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\beta_l e_l\,\alpha_{el}+e_t\,\alpha_t\right]+10^3 s\,E_{lm}\,G_l(a_l+b_l V_s^2+i_e)+4{,}17\,k\,G_l V_s^2\right\}. \tag{54}$$

$$K_{G2}=V_s\,[24^2-4 t_s N_c(24-t_s N_c)]\left\{10^6 s\left[\beta_l\,\alpha_l\left(\frac{E_l}{8760}\left(\frac{1}{t_{rl}}+\frac{1}{t_{il}}\right)+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.+eP\right)+\beta_l e_l\,\alpha_{el}+e_t\,\alpha_t\right]+10^3 E_{lm}\,G_l s(a_l+b_l V_s^2+i_s)+$$

$$\left.+4{,}17\,k\,G_l V_s^2\right\}-10^6\,24\,(s-V_s t_s)\left\{t_s Q\left[\alpha_l\left(\frac{a}{8760}\left(\frac{1}{t_r}+\frac{1}{t_i}\right)+\right.\right.\right.$$

$$+\frac{b}{q_{ob}\lambda_t}+\lambda_2\left(\frac{1}{8760}\left[a\lambda_t\left(\frac{1}{t_r}+\frac{1}{t_i}\right)+\frac{c_v q_b}{t_r}\right]+\frac{b}{q_{ob}}\right)\Bigg]+$$

$$\left.\left.+(24-2 t_s N_c)\left[\beta_l\left(\frac{E_1}{8760}\left(\frac{1}{t_{rl}}+\frac{1}{t_{il}}\right)+eP\right)+\beta_l e_l+e_t\right]\right\}. \tag{55}$$

Schemele bloc pentru calculul coeficienților K_{G0}, K_{G1} și K_{G2} sînt date în figurile 13 ÷ 15.

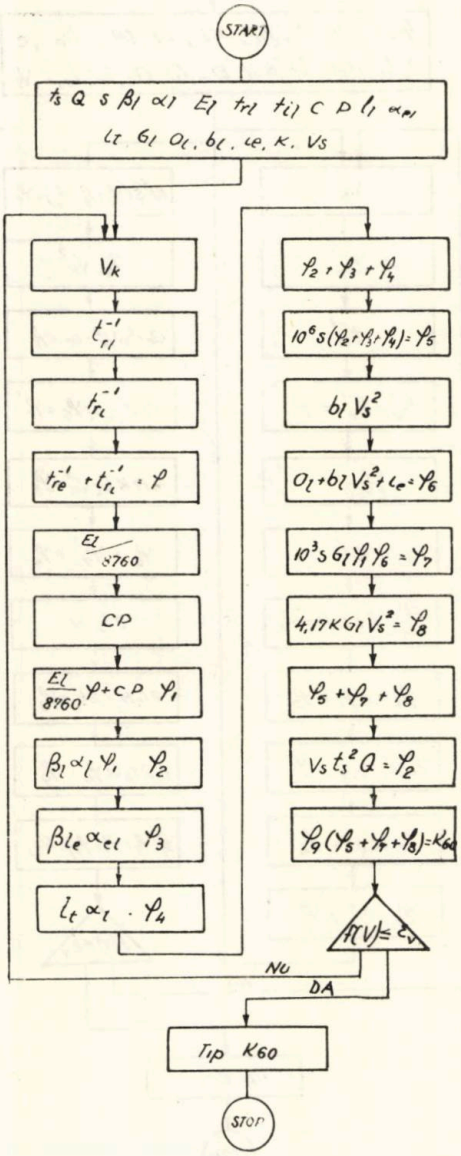

START
t_s Q s β_l α_l E_l t_{rl} t_{il} C D l_l α_{el}
l_t G_l O_l, b_l, l_e, K, V_s
V_k
t_{rl}^{-1}
t_{rl}^{-1}
$t_{re}^{-1} + t_{rl}^{-1} = \varphi$
$\frac{E_l}{8760}$
CD
$\frac{E_l}{8760}\varphi + CD\ \varphi_1$
$\beta_l \alpha_l \varphi_1\ \varphi_2$
$\beta_{le} \alpha_{el}\ \varphi_3$
$l_t \alpha_l \cdot \varphi_4$
$\varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4$
$10^6 s(\varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4) = \varphi_5$
$b_l V_s^2$
$O_l + b_l V_s^2 + l_e = \varphi_6$
$10^3 s G_l \varphi_1 \varphi_6 = \varphi_7$
$4,17 K G_l V_s^2 = \varphi_8$
$\varphi_5 + \varphi_7 + \varphi_8$
$V_s t_s^2 Q = \varphi_9$
$\varphi_9(\varphi_5 + \varphi_7 + \varphi_8) = K_{60}$
$H(V) \leq \varepsilon_V$
NU
DA
Tip K60
STOP

Fig. 13

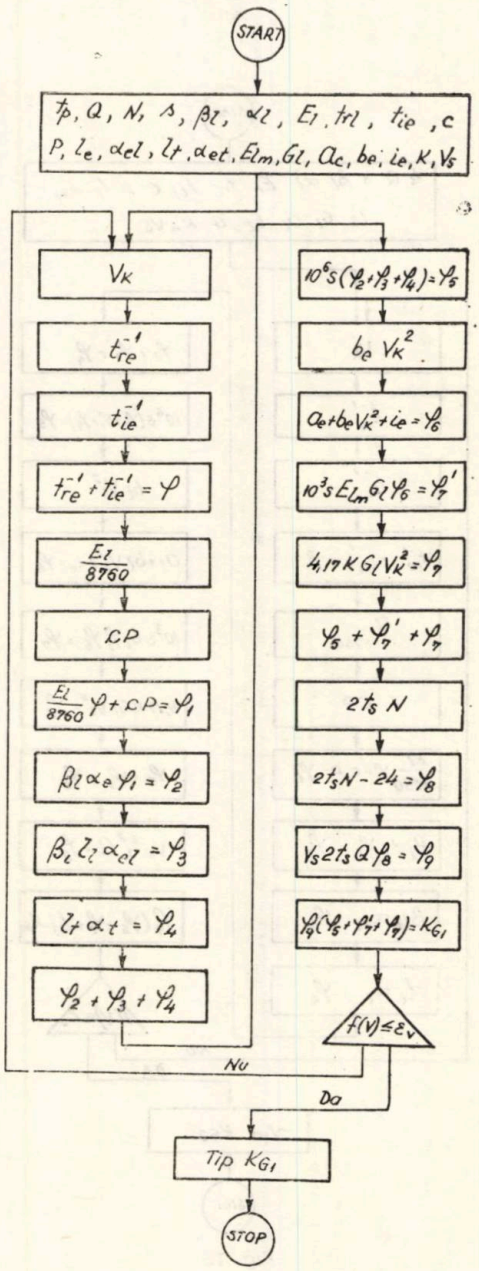
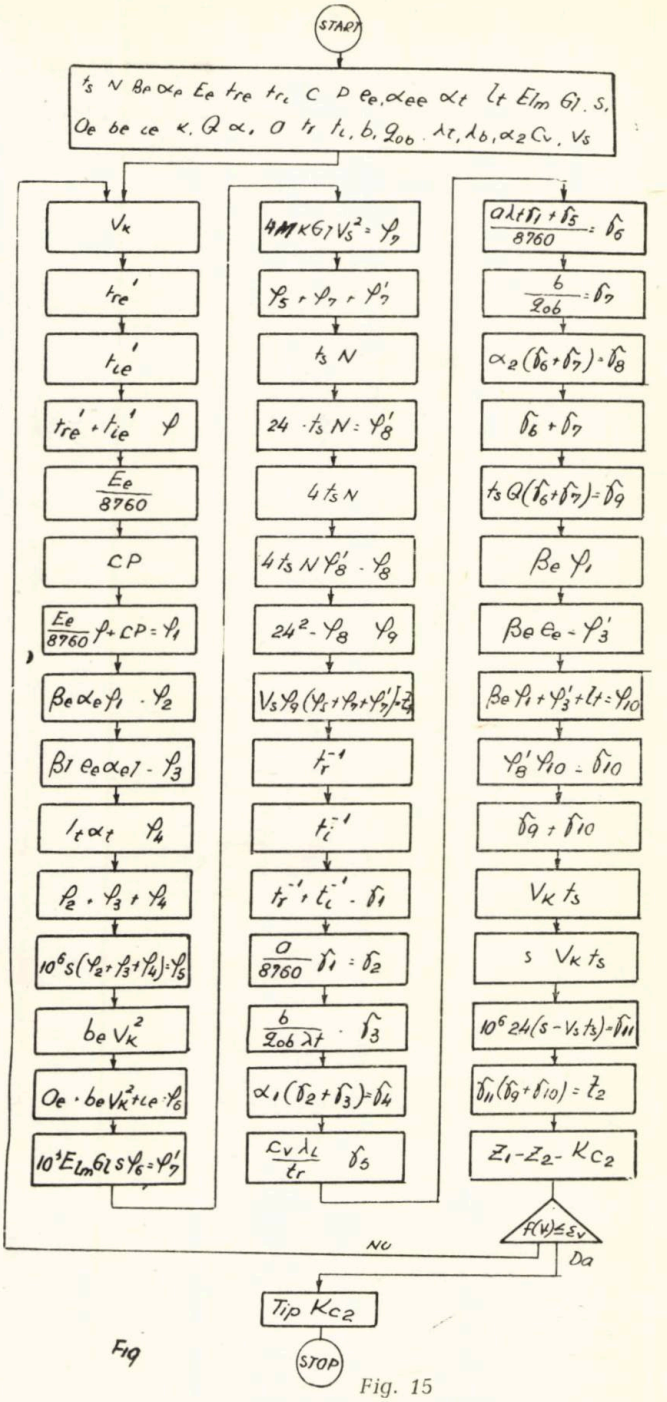

START
$t_p, Q, N, \Delta, \beta_l, \alpha_l, E_l, t_{rl}, t_{ie}, c$
$P, l_e, \alpha_{el}, l_t, \alpha_{et}, E_{lm}, G_l, A_c, b_e, i_e, K, V_s$
V_K
t_{re}^{-1}
t_{ie}^{-1}
$t_{re}^{-1} + t_{ie}^{-1} = \varphi$
$\frac{E_l}{8760}$
ΣP
$\frac{E_l}{8760}\varphi + \Sigma P = \varphi_1$
$\beta_l \alpha_e \varphi_1 = \varphi_2$
$\beta_l l_l \alpha_{el} = \varphi_3$
$l_t \alpha_t = \varphi_4$
$\varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4$
$10^6 S(\varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4) = \varphi_5$
$b_e V_K^2$
$a_e + b_e V_K^2 + i_e = \varphi_6$
$10^3 s E_{lm} G_l \varphi_6 = \varphi_7'$
$4{,}17 K G_l V_K^2 = \varphi_7$
$\varphi_5 + \varphi_7' + \varphi_7$
$2 t_s N$
$2 t_s N - 24 = \varphi_8$
$V_s 2 t_s Q \varphi_8 = \varphi_9$
$\varphi_9(\varphi_5 + \varphi_7' + \varphi_7) = K_{G1}$
$F(V) \leq \varepsilon_V$
Nu
Da
Tip K_{G1}
STOP

Fig. 14



Fig

Fig. 15

Catedra de material rulant
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

Vitezele și tonajele optime se mai pot stabili și prin programarea ecuației (43) sau a derivației acestei ecuații. În acest caz calculele sînt mult mai complexe.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR KÖZPONTI HIVATALA 1983

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 7502

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile: rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu: numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1970 OKT 2 3

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXII NUMĂRUL 2 ANUL 1970

MARTIE — APRILIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI"
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI"
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„G[illegible]GHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI"
CALEA GRIVIŢEI 132
a mention „pentru Buletinul Institutului")

ÖRSZÁGOS SZÉKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1973

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXII — NUMĂRUL 2

MARTIE — APRILIE
1970

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă* ; Academician prof. *Marin Bercovici* ; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* ; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua* ; Conf. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific) ; Prof. *Constantin Ionescu-Bujor*, Profesor emerit ; Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu* ; Prof. ing. *Ștefan Mantea* ; Prof. dr. ing. *Marius Preda* ; Prof. ing. *Mihai Renert* ; Conf. *Mircea Soare* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru* ; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

GEOMETRIE

V. Bogdan

Metode de transformare ale figurilor reprezentate într-un sistem de proiecţie oblic 21

D. Filipescu

Asupra unor transformări geometrice din optică 37

CHIMIE

Gr. Teodorescu

Metodă de determinare a N-β-hidroxi-etil-piperidinei . . . 39

FIZICĂ

Amelita Vogel

Statistica determinării vieţii medii a unei specii radioactive 43

ORGANIZARE — PLANIFICARE

G. Lelescu

Contribuţii de determinarea eficienţei economice a investiţiilor în transportul feroviar 59

MECANICĂ

C. Guţă

Cu privire la stratul limită tridimensional format pe paletele active ale turbomaşinilor axiale 77

I. Roşca

Condiţii de contur la o bucşă de cilindru solicitată de un cîmp termic axial simetric 85

TERMOTEHNICĂ

Al. Dănescu, I. Iordache

Ionizarea flăcărilor difuziv turbulente — Stabilirea zonei de concentraţie maximă a ionilor în flăcările difuziv turbulente mărginite 93

ENERGETICĂ

E. Constantinescu

Beiträge zum studium der Auswirkungen von zufällingen Stromausfällen auf die Wirtschaft 101

Gh. Zidaru

Beliebiges ebenes Gitter aus den dünnen und schwach-gewölbten Profilen in der Potentiolströmung 111

METALURGIE

N. Geru

Cu privire la modificările structurale ale fierului şi soluţiile solide pe bază de fier 125

TRANSPORTURI

N. I. Manolescu, M. F. Pielmuş

O nouă metodă de studiu a sistemului de reglare automată de pe locomotivele Diesel electrice 060 DA din parcul C.F.R. . 137

Резюме

Д. К. 515

В. Богдан

Методы преобразования фигур, изображенных в системе наклонной проекции.

В работе представлены результаты исследований проф. Г. Никифора, относительно изображения фигур в системе наклонной проекции, а также решения инцидентных задач в этой системе отсчета.

Работа посвящена наложению плоских фигур и аксонометрическому изображению фигур в наклонной проекции. Как для наложения, так и для аксонометрического изображения использованы свойства перспективно афинного соотношения.

В работе даны также многочисленные примеры применения этого метода.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Д. К. 513

Д. Филипеску

По поводу некоторых геометрических преобразований в оптике

В работе расширяется понятие ходимого параллельного переноса в простанстве с n измерениями и даны некоторые особенности этих преобразований.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Д. К. 543

Гр. Теодореску

Метод определения гидроскил-этил-пиперидина (N-β)

В работе изложен метод определения органического вещества получаемого по пути гидроксил-этил-пиперидина путем комплексирования при помощи соли Райнека.

Метод состоит из комплексирования катионизированных аминов (ионы ония в водной среде разбавленной кислоты) разбавлением комплекса в ацетоне, осаждение ионов Райнековой соли ионами серебра и нитрованием избытка серебра известным путем.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Summary

D.C. 515

V. Bogdan

Methods for Transformation of the Figures Represented into an Oblique Projection System.

Within the work (1) are presented the results of Prof. Gh. Nichifor's research concerning the respresentation of the figures in a oblique projection system, as well as the solving of the incidence problems within this reference system.

This work refers to the revolving of the plane figures and to the axonometric representation of the figures within the oblique projection system. The properties of the perspectively affine correspondence are used both for the revolving and for the axonometric representation.

The work comprises also many application samples of this method.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.C. 513

D. Filipescu

On Certain Geometrical Transformations in Optics.

Within the work, the notion of convergent translation in the space with n dimensions is extended and certain properties of these transformations are given.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.C. 543

Gr. Teodorescu

Method of Determination for the N-β-hidroxy-ethyl-piperidine.

This article presents the method of determination for the organic intermediary compound N-β-hidroxy-ethyl-piperidine through the complexation with the salt of Reinecke, $NH_4[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]$.

The methode is composed of the complexation with the salt of Reinecke of the cationised amine (onium ion in aqueous acide diluted medium) the dissolution of the complex in acetone, the precipitation of the reineckate anion with the silver ion and the titration of the silver excess in the well Known manner.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Д. К. 589

А. Фогэл

Статистика определения средное время жизни радиоктивной елемент.

В настоящей статье исследуются некоторые вопросы по статистике определения средное время жизни одной радиоактивной, елемент, потому что, с одной стороны, расчеты являются относительно простыми, а выводы, к которым приходят соответствуют целому ряду физических явлений, закон которых выражается математически (экспоненциальной) функцией, а с другой стороны, вопрос определения средное время жизни элементарных частиц имеет огромное значенние.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Д. К. 656.2.

Г. Лелеску

Относительно определения экономической эффективности вложений на железнодорожном транспорте

На основе свизи между результатами технического, эксплуатационного и экономического порядка на женезнодорожном транспорте, в работе изучается установление некот рых наиболее общих экономических критериев.

В работе были учтены фазы ввода в действие новых емкостей, т, е. их влияние на уменъшение стоимости. Найден метод определения срока амортизации вложений, а также срока уравновешивания стоимости.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Д. К. 621.488

К. Гуцэ

Относительно трехмерного пограничного слоя, образованного на действуюших лопатках осевых турбомашин

В работе выводятся уравнения пограничного слоя на лопатках, дающих указания относительно его толщины и потом относительно преизведенных потерь энергии. Устанавливается формула для расчета толщины пограничного слоя для ламинарного режима.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.C. 539

A Vogel

The Statistics Determination of Mean Life-times for a Radioactive Species.

In the present paper the author studies the problems connected to the statistics of the determination of a single radioactive species mean life-times as on one hand the arguments are relatively simple, and the conclusions statistically arrived at are valid for a whole series of physical phenomena, the law of which is mathematically expressed by an exponential function, and on the other hand the problem of the determination of mean life-times in the case of elemental particles is particularly important.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.C. 656.2

G. Lelescu

Contributions to the Determination of the Economic Efficiency of Investments in the Railway Transport.

In this paper, the author, connecting the effects of technical order to those of economic order of investments, limited to the railway transport, studies the determination of some economic efficiency criteria which should reflect as many aspects of the problem as possible.

He has takeninto account, in the study, the phases in whech the inereesed capacity becomes operative, respectively their influence on the cost price reduction, establishing the method of determination both of the investment expenses recovery terms and of the cost price balance term.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.C. 621.438

C. Guţă

Concerning the Threedimensional Boundary Layer Formed on the Active Blades of Axial Turbomachines.

In the paper were deduce the ecuations of the boundary layer on rotating blades, which give indications on its thickness and further on the energy losses produced. He was established the formula for the calculation of the boundary layer thickness for laminar regime.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Д. К. 517

И. Рошка

Условия контура цилиндрической втулки, нагружаемой аксиально-симметрическим термическим полем

В статье указывается способ записывания условий контура цилиндрической втулки, подвергаемой аксиально-симметрическим термическим полем в отсутствии внешних сил, в случае количественного определения термического напражения.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Д. К. 621.2.01

А. Дэнеску, И. Иордаке

Ионизация диффузно турбулентного пламени. Установление зоны наибольшей концентрации ионов в ограниченных диффузно турбулентном лламенаи

На основе опытного и теоретического анализа перемешивания в ограниченных диффузно трубулентных пламенах определяются, позволяющие установление зоны наибольшей концентрации ионов в этих пламенах.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Д. К. 621.316

Эм. Константинеску

Вклад в изучение экономических последствий, вызванных случайными перерывами в электропитании

В работе рассматрив ваются убытки, нанесенные народному хозяйству в результате нарушения питания потребителей электроэнергией.

Экономические исследствия нарушений иЗучаются с помощъю удельных показателей и убытков, нанесенных потребителям, длительность нарушения питания.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.C. 517

I. Roşca

Outline Conditions on a Cylinder Liner Acted upon by a Symmetric Axial Temperature Field.

The author indicates in the paper the means of seriating the outline conditions on a cylindrical liner acted upon by a symmetrical axial temperature field in the absence of external forces, in case of digital determination of thermal stresses.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.C. 621.1.01

Al. Dănescu, I. Iordache

Ionization of Diffusely Turbulent Flames — Determination of the maximum concentration area of ions in limited diffusely turbulent flames.

On ground of the theoretical and experimental analysis of the mixing process in limited diffusely turbulent flames, the authors determine the calculation relations permitting to establish the maximum ion concentration area in these flames.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.C. 621.316

Em. Constantinescu

Contributions to the Study of the Economical Effects of Fortuitous Electric Failures.

This work refers to the losses caused to the national economy by fortuitous failures of the consummers electric energy supply.

The failure economical effects are studied by means of the specifical indexes α and i of the losses appearing at W consummers θ with the failure time-period.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Д. К. 621.316.1.052.4 :

Г. Зидару

Любя прямая решетка, состоящая из тонких слабо изогнутых профилей в потенциальном потоке

Работа представляет собой обобщение метода Бирнбаума — Глауерта к линейной решетке, состоящей из тонких и слабо изогнутых профилей. С помощью приблизительных математических расчетов получаются : циркуляция вокруг профиля, скорость потока в бесконечности перед решеткой и за ней, подъемная сила, момент давлений на профиле и коэффициент влияния решетки.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Д. К. 622.341

Н. Джеру

Относительно структурных модификаций железа и твердых растворов на основе железа

Изложены настоящие представления о мартенситном превращении и приведены новые данные, касающиеся влияния условий нагревания для аустенитизации, на превращения в железе и в твердых растворах на основе железа.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Д. К. 622. 33

Н. И. Манолеску, И. Пиелмуше

Новый метод изучения систем автоматического регулирования на элсктрических дизелях 060-ДА железных дорог Румынии

Так как заводская документация не дает возможности количественного изучения систем автоматического регулирования, в работе описывается метод количественного изучения САР, который был разработан Научно-исследовательским институтом железных дорог Бухареста совместно с Политехническим институтом имени Георге Георгиу-Деж Бухареста.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.C. 621.316.1.052.4

Gh. Zidaru

Any Straight — cascade of Thin and Small Curved Profiles in Potential Flow.

The paper deals with an extensions of the Birnbaum-Glauert method to the straight cascades of thin and small curved profiles. By succesive mathematic calculus one abtains : the circulation around the profile, the speed of the flow at the infinity amonte and aval of the cascade, the lifting force and the momentum refering to the leading edge of the profile, and the influence coefficient of the cascade.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D C. 622.341

N. Geru

Concerning the Structural Modifications of Iron and Solid Iron Solutions.

The author presents up to date conceptions on the martensitic transformations and brings new data concerning the influence of the heating conditions for austenization upon the transformations $\gamma \rightarrow \alpha$ in iron and solid iron solutions.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.C.621.33

N. I. Manolescu, M. F. Pielmuş

A New Method of Studying the Automatic Setting System on Electric-Diesel Engines, 060 — DA, in the Romanian Railway Rolling Stock.

Reminding that the manufacturing specifications are not in a condition to allow the quantitative study of the automatic setting system considered, the authors present the procedure elaborated and prefected to this end at the Institute for Railway Researches in Bucharest, in cooperation with the „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Polytechnical Institute in Bucharest.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Résumé

C.D. 515

V. Bogdan

Methodes pour la transformation des figures représentées dans un système de projection oblique.

Dans l'étude (1) sont présentés les résultats des recherches du Professeur Gh. Nichifor, concernant la représentation des figures dans un système de projection oblique, ainsi que la solution des problèmes de l'incidence dans ce système de réference.

Cette étude se rapporte au rabbattement des figures planes et la representation axonométrique des figures dans le système de projection oblique. Tant pour le rabattement, que pour la représentation axonométrique, sont utilisées les propriétés de la correspondance perspectivement affine.

L'étude comprend aussi de nombreux exemples d'application de cette méthode.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

C.D. 513

D. Filipescu

Sur certaines transformations géometriques en optique.

Dans cet oeuvre est étendue la notion de translation convergente dans le space an dimensions, et sont données certaines propriétés de ces transformations.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

C.D. 543

Gr. Teodorescu

Methode de determination pour N-β hydroxy-éthyl-piperidine.

Dans cet article on présent la méthode de détermination pour le produit organique intermédiaire N-β-hydroxy-éthyle-piperidine par le complexation avec le sel de Reinecke, $NH_4[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]$.

La méthode est basée sur la complexation avec le sel Reinecke de l'amine cationise (ion de onium en milieu aqueux acide dilué), la dissolution du complexe en acétone, la précipitation de l'anion reineckate avec l'ion de l'argent et la titration de l'exces d'argent de la manière bien connue.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

Zusammenfassung

D.K. 515

V. Bogdan

Wandlungsmethoden für die Figuren veranschaulicht in einem schrägen Projektionssystem.

In der Arbeit (1) werden die Ergebnisse angegeben die Prof. Gh. Nichifor betreffend die Veranschaulichung der Figuren in einem schrägen Projektionssystem und in der Tösung der Inzidenzautgaben in diesem Bezugssystem erzielt hat.

Vorliegende Arbeit betrifft die Umklappung der flachen Figuren und die axiometrische Wiedergabe der selben im schrägen Projektionssystem. Sowohl für die Umklappung, als auch für die axiometrische Wiedergabe werden die Eigenschaften der affinen Perspektivzuordnung benützt.

Die Arbeit enthält ausserdem zahlreiche Anwendungsbeispiele dieser Methode.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.K. 513

D. Filipescu

Uber geyisse geometrische Umwandlungen in der Optik.

In diesem Werk wird der Begriff der konvergenten Translation im Raum mit n Grössen erweitert und es werden gewisse Eigenschaften dieser Umwandlungen gegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.K. 543

Gr. Teodorescu

Feststellungsmethode für N-β-Hydroxy-Äthyl-Piperidin.

Eine Festellungsmethode für den organischen Zwischenstoff N-β-Hydroxy-Äthyl-Piperidin, durch Komplexibildung mittels Ammonium Rainekat, $NH_4[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]$, wird vorgeführt. Diese Methode besteht aus der Komplexbildung mittels Ammonium-Rainekat von Kationisiertem Amin (Oniumion in verdünntem wässrigem Säuremedium), dem Lösen des Komplexes in Azeton, der Fällung des Ammonium-Rainekats mit dem Silberion und der Titration des Silberübeflusses in der bekannten Weise.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

C.D. 539

A Vogel

Statistique de la determination de la vie moyenne d'une espéce radioactive.

Dans cette ouvrage, l'auteur étudie des problemes reliés à la statistique de la détermination de la vie moyenne d'une seule espece radioactive, car, d'une part, les raisonnements sont relativement simples et les conclusions auxquelles on arrive du point de vue statistique sont valables pour toute une série de phénomènes pshysiques dont la loi est exprimée mathématiquement par une fonction exponentielle, et d'autre part, les problèmes de la détermination de la vie moyenne dans la cas des particules élémentaires est d'une grande importance.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

C.D. 656.2

G. Lelescu

Contributions a la determination de l'efficience economique des investitions dans le transport feroviaire.

Dans cet ouvrage, l'auteur établissant la relation entre les effets d'ordre technique et d'exploitation et les effets d'ordre économique des investissements, limités au transport ferroviaire, étudie l'établissement de certains criteriums d'efficience économique qui reflètent le plus d'aspects possibles du problème.

On a pris en considération les phases d'entrée en fonction des accroissements de capacités, respectivement l'influence sur la réduction de coût en établissant la méthode de détermination du terme de récuperation des depenses d'investissements ainsi que du délai nécessaire pour équilibrer le prix de revient.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

C.D. 621.438

C. Guţă

La couche limite tridimensionnelle formee par les palettes actives des turbomachines axiales.

L'auteur déduit dans l'ouvrage des équations de la couche limite sur des palettes en rotation, qui donnent des indications sur son épaisseur et ensuite sur les pertes d'énergie produites. Il établit la formule pour le calcul de l'épaisseur de la couche limite pour régime laminaire.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.K. 539

A Vogel

Die Statistik der Bestimmung der mittleren Lebensdauer einer radioaktiven Nuclids.

Im vorliegenden Beitrag werden Probleme im Zusammenhang mit der Statistik der mittleren Lebensdauer einer einzigen radioaktiven Nuclids untersucht, da einerseits die Beweisführungen verhältnismässig einfach und die vom statistischen Standpunkt aus erreichten Folgerungen für eine Reihe von physikalischen Erscheinungen gültig sind, deren Gesetzmässigkeit mathematisch durch eine exponentielle Funktion ausgedrückt wird. Andererseits kommt dem Problem der Bestimmung der mittleren Lebensdauer im Falle der elementaren Partikel grosse Bedeutung zu.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.K. 656.2

G. Lelescu

Beitrage zur bestimmung des wirtschaftlichen nutzeffektes der investitionen in eisenbahntransporten.

Der Verfasser dieses Beitrages stellt eine Verbindung her zwischen den technischen und den betrieblichen Effekten einerseits und den wirtschaftlischen, auf Eisenbahntransporte befrenzten Effekten der Investitionen andereseits und untersucht die Feststellung von Wirtschaftlichen Nutzeffektkriterien, welche je mehr. Ausblicke auf dieses Problem eröffnen.

In der Untersuchung wurden die Phasen des Eintretens der Kapazitätserhöhungen, bzw. der Einfluss auf die Selbstkostensenkung in betracht gezogen und eine Methode zur Bestimmung sowohl des Terminus für die Rückgewinnung der Investitionskosten, als auch des Terminus für den Ausgleich der Selbstkosten festgestellt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.K. 621.438

C. Guţă

Mit Bezug auf die dreidimensionale, von den aktiven Schaufeln der axialen Turbomachinen gebildeten grenzschichte.

In der Abhandlung werden die Gleichungen der Grenzschichte auf rotierenden Schaufeln abgeleitet, welche über die Stärke dieser Schichte und weiters über die erzeugten Energieverluste Aufschluss geben. Es wird die Formel für die Berechnung der Stärke der Grenzschichte bei laminarem Betrieb aufgestellt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

C.D. 517

I. Roşcă

Conditions de contour à un écroue cylindrique sollicité par champ thermique axial-symetrique.

On indique dans l'article le moyen d'écrire des conditions de contour à un écrou cylindrique sollicité par un champ thermique axial-symétrique dans l'absence des forces extérieures dans le cas de la détermination numérique des tensions thermiques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

C.D. 621.1.01

Al. Dănescu, I. Iordache

Ionisation des flammes diffuses turbulentes — détermination de la zone de concentration maximale des ions dans les flammes diffuses turbulentes limitées.

A base de l'analyse théorique et expérimentales du processus de mélanges des flammes diffuses turbulentes limitées, les auteurs déterminent les relations de calcul qui permettent l'établisement de la zone de concentration maximale des ions dans ces flammes.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

C.D. 621.316

Em. Constantinescu

Contributions à l'étude des effets économiques des interruptions électriques accidentelles.

L'ouvre concerne les pertes causées à l;économie nationale par les interruptions accidentelles de l'approvisionnement des consommateurs avec de l'énergie électrique.

Les effets économiques des interruptions sont étudiées à l'aide des indicateurs spécifiques α et i qui aparaissent chez w consommateurs θ durée de l'interruption.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.K. 517

I. Roşca

Umrissbedingungen bei einer durch ein axialysmmetrisches Wär mefeld beanspruchten Zylinderbüchse.

Im Beitrag wird die Art der Einreinhug der Umrissbedingungen an einer in Abwesenheit von äusseren Kräften durch ein axial-symmetrisches Wärmefeld beanspruchten Zylinderbüchse, im Falle der zahlenmässigen Bestimmung der Wärmespannungen, dargelegt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.K. 621.1.01

Al. Dănescu, I. Iordache

Die Ionisierung der difusiv turbulenten Flammen — Bestimmung der Zone grösster Konzentration der Ione in begrenzten difusiv turbulenten flammen. .

Auf Grund der theoretischen und versuchsweisen Untersuchung des Mischvorganges aus begrenzten difusiv turbulenten Flammen werden die Berechnungsbeziehungen bestimmt, welche die Festesllung der grössten Ionkonzentration aus solchen Flammen gestatten.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.K. 621.316

Em. Constantinescu

Beiträge zum Studium der ökonomischen Auswirkungen von zufällingen elektrischen Unterbrechungen.

Das Werk bezieht sich auf die der Natinalwirtschaft verursachten Schäden der zufälligen Unterbrechungen der Verbraucherspeisung mit elektrischer Energie.

Die ökonomischen Auswirkungen der Unterbrechungen werden mittels der spezifischen Indikatoren α and i der Schäden welche bei den Verbrauchern w während der Unterbrechungsdauer θ auftreten.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

C.D. 621.316.1.052.4

Gh. Zidaru

Réseau linéaire certain de profils minces et à petite courbure, dans mouvement potentiel.

Dans cet ouvrage, on fait une éxtension de la methode Birnbaum-Glauert à l'étude des réseaux linéaires de profils minces et à petite courbure. Par des calculs mathematiques approximatifs, on obtient : la circulation autour du profil en réseau, les vitesses à grande distance du reseau, en amont et en aval, la portance et le moment des pressions par rapport à bord d'attaque du profil, ainsi le coefficient d'influence du réseau.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

C.D. 622.341

N. Geru

Sur les modifications structurales du fer et des solutions solides a base de fer.

L'auteur présente les conceptions actuelles sur la transformation martensitique et fournit de nouvelles données concernant l'influence des conditions de réchauffement pour austénitisation sur les transformations $\gamma \rightarrow \alpha$ dans le fer et dans les solutions solides à base de fer.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

C.D. 621.33

N. I. Manolescu, M. F. Pielmuş

Une nouvelle méthode d'etude du système de reglage automatique des locomotives diesel-electrique 060-DA, utilisées aux Chemins de Fer Roumains.

En rappelant que les prescriptions de fabrication ne sont pas en situation de permetre l;étude cantitative du système de reglage automatique susdit, on présente le procédé elaboré, mis au-point et utilisé par l'Institut de recherches des Chemins de Fer Roumains, en collaboration avec la Chaire de Théorie des mécanismes et des machines de l'Institut Politechnique „Gheorghe Gheorgfhiu-Dej" Bucharest, en ce but.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.K. 621.316.1.052.4

Gh. Zidaru

Beliebiges ebenes Gitter aus den dünnen und schwach gewölbten Profilen in der Potentialströmung.

In der vorliegenden Arbeit, wird die Birnbaum-Glauertsche Methode an die ebenen Gitter, aus den dünnen und schwach gëwölbten Profilen, erweitert. Durch die angenäherten mathematischen Berechnungen, erhält man : die Zirkulation um den Gitterprofil, die Geschwindigkeiten im Unendlich oberhalb und stromabwärts vom Gitter, den Auftrieb und das Moment der Drücke um die Einflusskannte des Profils, als auch den Einflusskoeffizient des Gitters.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.K. 622.341

N. Geru

Uber Veränderungen der Struktur des Eisens und der festen Lösungen auf Eisengrundlage.

Es werden die gegenwärtigen Auffassungen bezüglich martensitische Umwandlungen dargestellt und neue Daten über den Einfluss der Erwärmungsbedingungen für die Austenisierung, auf die Umwandlungen im Eisen und in festen Lösungen auf Eisengrundlage dargelegt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

D.K. 621.33.

N. I. Manolescu, M. F. Pielmuş

Eine neue Methode zum Studium des automatischen Regelsystems auf elektrischen Diesellokomotiven 060-DA des C.F.R.-Parks.

Da die Erzeugungsvorschriften des quantitative Studium des betrachteten automatischen Regelsystems nicht zulassen, wird das vom Forschungsinstitut der rumänischen Eisenbahnen in Zuzammenarbeit mit dem Polytechnischen Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" zu diesem Zweck ausgearbeitete Verfahren dargelegt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 2/1970

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 2

GEOMETRIE

C.Z.: 515

METODE DE TRANSFORMARE ALE FIGURILOR REPREZENTATE ÎNTR-UN SISTEM DE PROIECȚIE OBLIC

VIRGIL BOGDAN

1. Introducere

Sistemul de proiecție oblic (fig. 1) alcătuit din trei plane de proiecție două cîte două neortogonale a fost preconizat de Gh. Nichifor [1]. În acest sistem, cele trei plane de proiecție sînt determinate de axele de coordonate *xyz* care fac între ele unghiurile α, β, γ dinainte date. Proiecțiile unui punct *M* pe planele sistemului de referință se obțin ridicînd din *M* proiectante paralele cu axele de coordonate și luînd in-

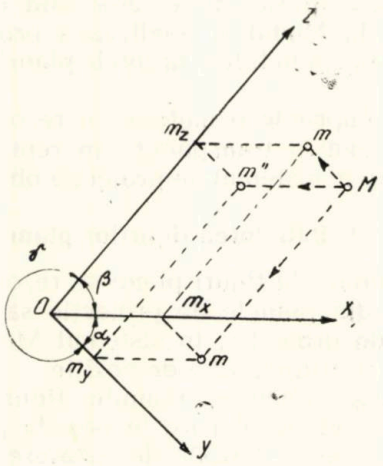


Fig. 1

tersecțiile lor cu planele sistemului de referință. De exemplu, proiectanta punctului *M* pe planul *(xy)* este paralelă cu axa *z* și intersecția ei cu planul (xy), punctul *m*, este proiecția punctului *M* pe planul (xy).

Pentru a obține o reprezentare plană, se consideră planul *(xy)* fix și se rabat planele *(xz)* și *(yz)* în jurul axelor *x* și respectiv *y* pînă se su-

prapun planului (xy). Imaginile punctului M în acest sistem de proiecție sînt reprezentate în fig. 2. În epura astfel definită, între proiecțiile punctului M se pot trasa linii de ordine paralele cu axele de coordonate Spre deosebire de liniile de ordine din sistemul Monge, liniile de ordine din sistemul oblic sînt frînte (de exemplu, linia $mm_x m'$ ale cărei segmente mm_x și mm' sînt paralele cu y respectiv cu z).

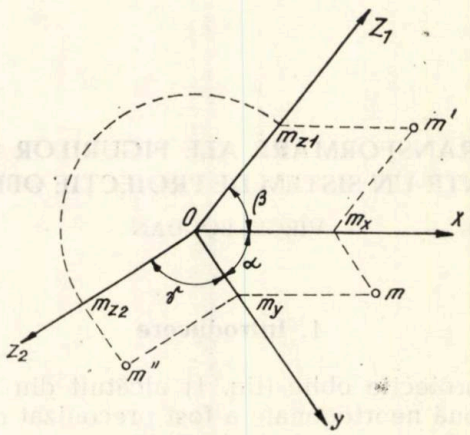


Fig. 2

Ca și în sistemul Monge, proiecțiile punctului M pe două plane determină complet poziția lui în spațiu și ca atare, cea de a treia proiecție m'' se poate deduce grafic atunci cînd sînt cunoscute două.

În studiul său, Gh. Nichifor, analizează problemele de reprezentare și de incidență ale punctului, dreptei, planului și ale suprafețelor de ordinul doi riglate.

Lucrarea de față cuprinde o metodă de rezolvare a unor probleme metrice și o metodă pentru transpunere în reprezentare axonometrică a figurilor reprezentate în sistemul de proiecție oblic.

2. Rabaterea figurilor plane

Problemele referitoare la figuri plane se rezolvă de preferință, aducînd figura într-unul din planele de proiecție sau într-un plan paralel cu unul din planele de proiecție. În sistemul Monge, această transformare se face cu ajutorul triunghiului de poziție.

În cele ce urmează, rabaterea planului figurii se va face folosind proprietățile perspectiv afine pe care le posedă proiecția oblică. Va fi ușor de constatat că această metodă de rabatere este aplicabilă și sistemului de proiecție Monge.

2.1. *Rabaterea planului incident cu axele sistemului de referință (cazul general)*

Fie dat triedrul oblic xyz și planul (P) care conține o figură ce urmează a fi rabătută (fig. 3). Conform ipotezei, planul (P) se presupune a fi incident cu axele sistemului de referință în punctele $P_x P_y P_z$.

Între punctele planului *(P)* şi punctele planului de proiecţie *(xy)* se poate stabili o corespondenţă perspectiv afină a cărei axă este *P*, urma planului *(P)* pe planul *(xy)* şi a cărei direcţie de afinitate să fie $v'v$ Fie A_1 această corespondenţă.

Pe de altă parte, fie (P°) rabătutul planului *(P)* pe planul *(xy)* în jurul urmei *P*. Între punctele planului *(P)* şi punctele planului (P°) se

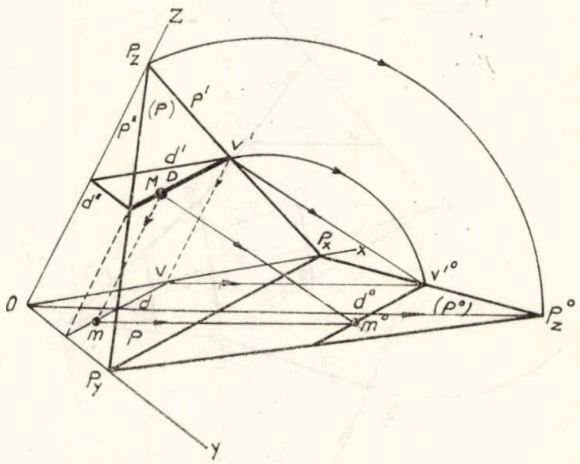


Fig. 3

poate stabili o corespondenţă perspectiv afină A_2, avînd aceeaşi axă *P* şi direcţia de afinitate $v'v'^\circ$.

Deoarece corespondenţele perspectiv afine A_1 şi A_2 au aceeaşi axă *P*, produsul lor,

$$A = A_1 \cdot A_2$$

va fi tot o corespondenţă perspectiv afină cu axa *P* şi direcţia de afinitate vv'°. Întru cît *o* este proiecţia punctului P_z pe planul *(xy)*, rezultă că $oP_z^0 \parallel vv'^\circ$ şi ca atare, direcţia de afinitate a corespondenţei perspectiv afine A este determinată de direcţia cP_z^0.

În epura Nichifor (fig. 4), urmele *P*, *P'*, *P''* ale planului *(P)* pe planele triedrului de referinţă sînt în mărime naturală (sau la scara de reprezentare). Laturile triunghiului $P_x P_y P_z^0$, rabătutul triunghiului urmelor $P_x P_y P_z$ sînt egale cu segmentele urmelor *P*, *P'*, *P''*. Odată construit triunghiul $P_x P_y P_z^0$ se obţine direcţia de afinitate oP_z^0. Axa de afinitate este urma *P* a planului *(P)* pe planul *(xy)*.

Pentru a determina poziţia rabătută a unui punct $M \in (P)$ este suficient să fie situat pe o dreaptă $D \in (P)$, de exemplu, $D \parallel (xy)$. Întrucît $v' \in P'$ rezultă că $v'^\circ \in P'^\circ$ şi $v'P_x = P_x v'^\circ$. Din condiţia $D \parallel (xy)$ rezultă că în epură, $d \parallel P$ şi $d^\circ \parallel P$. Punctul m°, rabătutul lui *M* aparţine dreptei d° şi este situat pe dreapta mm° paralelă cu direcţia de afinitate oP_z^0.

Rabatarea unei drepte din planul *(P)*, (de exemplu dreapta Δ), se reduce la rabaterea a două puncte ale ei.

Dacă urmele planului *(P)* nu întîlnesc axele de coordonate în cadrul epurei, (fig. 5), direcția de afinitate se poate determina cu ajutorul unui plan auxiliar *(Q)* paralel cu planul dat *(P)*, ales astfel încît să concure cu axele în cadrul epurei. Corespondența perspectiv afină este determinată în acest caz de axa de afinitate P și de direcția de

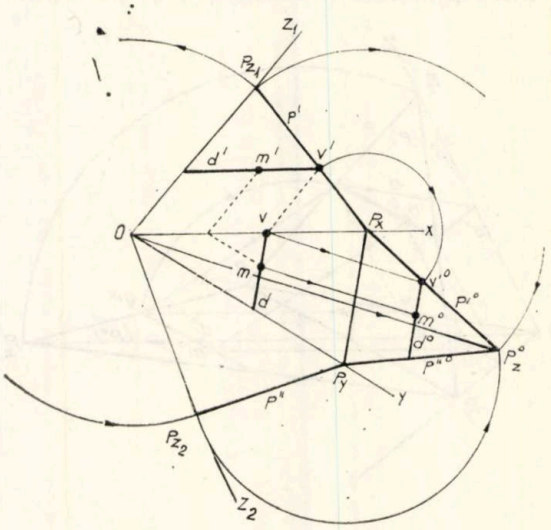


Fig. 4

afinitate oQ_z^0. O pereche de puncte corespondente se determină, în virtutea conservării raportului simplu din cantitățile proporționale,

$$\frac{oQ_x}{oP_x} = \frac{oQ_y}{oP_y} = \frac{oQ_z}{oP_z} = \frac{oQ_{zo}}{oP_{zo}} = \dots$$

2.2. *Rabaterea planelor particulare*

În cazul figurilor conținute în plane situate în poziții particulare față de sistemul de referință, apar unele particularități la determinarea direcției de afinitate, care sînt analizate în cele ce urmează.

2.2.1. *Rabaterea planului paralel cu una din axele sistemului de coordonate*

Dacă planul *(P)* (fig. 6) este paralel cu axa z, atunci, $P_z \to \infty$ după direcția axei z. Urmele P' și P'' sînt paralele cu axa z și $\sphericalangle\theta = \sphericalangle(P, P') = \sphericalangle(P, P'')$. Direcția de afinitate dintre punctele planului (xy) și punctele planului *(P°)*, rabătutul planului *(P)*, în sensul celor stabilite la paragraful 2.1., este determinată de una dintre direcțiile P'° sau P''°, paralele între ele. Triunghiul urmelor, nu se mai poate însă construi ca la paragraful 2.1.

Problema se poate rezolva alegînd o nouă axă z_0 incidentă cu planul figurii (P). Se revine astfel la cazul general fără a se modifica poziția relativă dintre planul figurii de rabătut (P) și planul (xy) pe care se face rabaterea.

Construcțiile grafice sînt mai simple dacă noua axă z_0 este astfel aleasă încît $z_0 \in (yz)$ (fig. 7 și 8).

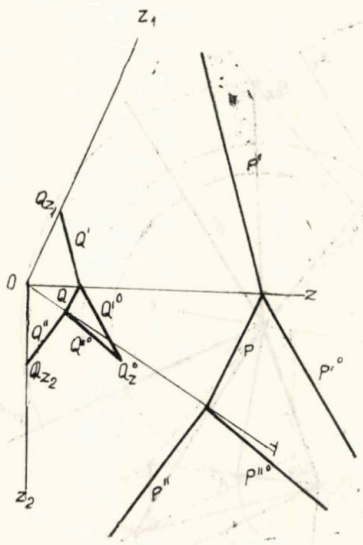


Fig. 5

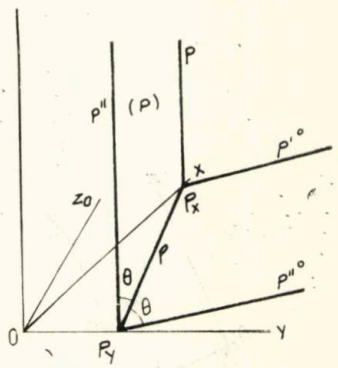


Fig. 6

Prin alegerea noii axe $z_0 \in (yz)$ se obține un nou plan de referință (xz_0) și rezultă o nouă urmă, $P_x M$. Triunghiul $P_x P_y M$ se poate rabate acum ca și în cazul general. Întrucît P'' este urma inițială a planului, rabătuta ei, dă tot odată direcția de afinitate. Axa de afinitate este evident, urma P. Rabătuta urmei P' este evident, P'° paralelă cu P''°.

În epură sînt necesare cîteva construcții grafice suplimentare pentru determinarea dreptelor z_{01}, z_{02}, rabătutele pe planul (xy) ale unei noi axe z_0. O metodă de determinare a pozițiilor z_{01}, z_{02}, este prezentată în cele ce urmează.

Se consideră un plan auxiliar (Q) concurent cu axele sistemului xyz, care, pentru simplificarea construcțiilor, se poate alege astfel încît, $Q \equiv P$ Axa z_0 este concurentă cu planul (Q) în punctul $A = Q'' \cap z_0$ (fig. 7). În epură, z_{02} se alege arbitrar și se determină imediat punctele $m'' = P'' \cap z_{02}$ și $a'' = Q'' \cap z_{02}$ (fig. 8). Axa oz_{01} se obține dacă se rabate triunghul oQ_xA pe planul (xz). Pentru aceasta se determină mai întîi mărimile laturilor oQ_x, oA, AQ_x :

$oA = oa''$ deoarece $oA \in (xz)$

oQ_x este în mărime naturală deoarece $oQ_x \in (xy)$

AQ_x se obține rabătînd triunghiul $Q_x Q_y Q_z$ și punctul A pe planul (xy). Se deduce $AQ_x = A^0 Q_x$.

Construind triunghiul $oA_1^0 Q_x$ în care $oA_1^0 = oa''$ și $A_1^0 Q_x = A^\circ Q_x$ se construiește $om' = om''$ și se determină P_0' urma planului (P) pe planul (z_0x).

S-a ajuns astfel la cazul general, urmînd a se rabate punctul P_{0z} (P_{0z1}, P_{0z2}) care determină triunghiul rabătut $P_x P_y P_{0z}^0$. Axa de afinitate este acum urma P și direcția de afinitate, urma P''°.

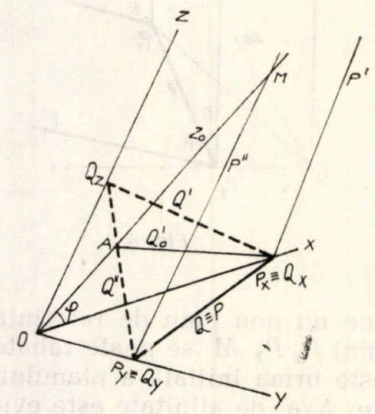


Fig. 7

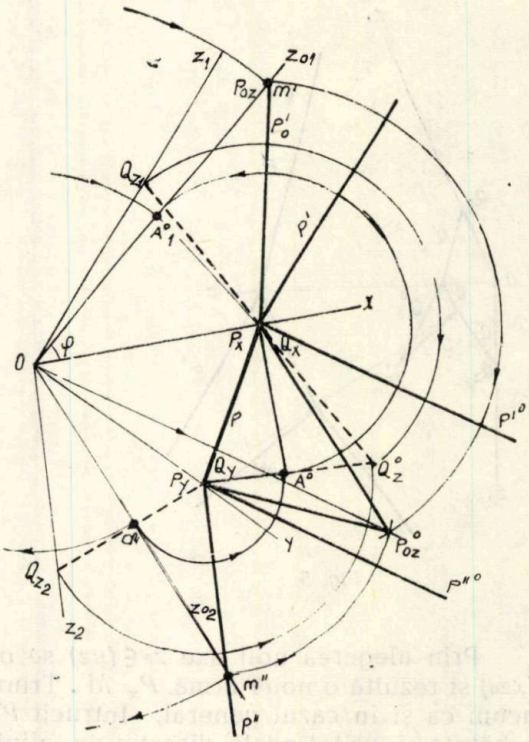


Fig. 8

Un astfel de plan este proiectant pe planul (xy). Punctul $M \in (P)$ are proiecția m pe planul (xy) situată pe urma P. Rabătutul m° se află pe dreapta $mm^\circ \in P''^\circ$ la distanța $om^\circ = m'm_x = m''m_y$.

2.2.2. *Rabaterea planului care conține una din axele de coordonate*

Dacă planul (P) (fig. 9) conține axa x, atunci $P_z \equiv 0$. Pentru rabaterea urmei P'' pe planul (xy) este suficient să se construiască $\sphericalangle \varphi = \sphericalangle (P'', x)$ Rezolvarea se poate obține în mod asemănător cazului precedent.

Se alege un plan auxiliar (Q) și se construiește triunghiul oMQ_x care în epură devine $om^\circ Q_x$, om° fiind rabătuta urmei P''° (fig. 10).

Direcția de afinitate este determinată de punctul $m°$, rabătutul punctului M și de proiecția m a punctului M pe planul (xy), proiecție care este situată pe axa y deci $m \equiv m_y$.

Axa de afinitate este urma P care în acest caz se confundă cu axa x.

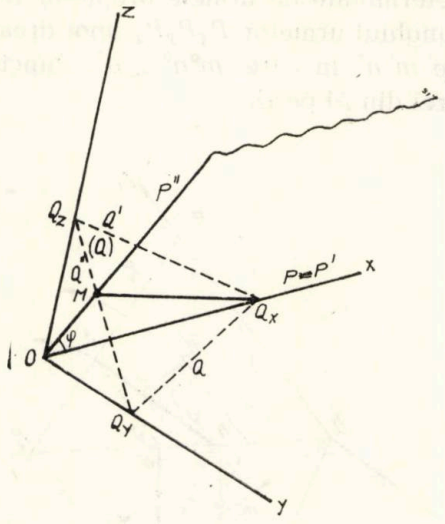


Fig. 9

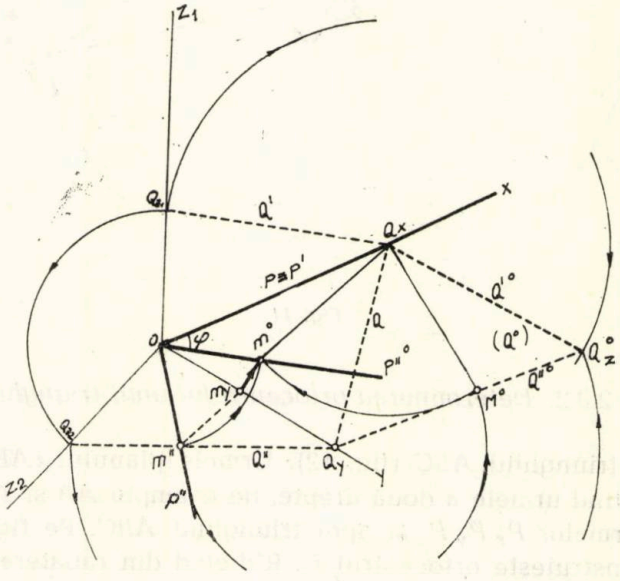


Fig. 10

2.3. *Aplicații ale rabaterii (exemple)*

2.3.1. *Distanța de la un punct la o dreaptă*

Fie date dreapta $D(d,d')$ și punctul $M(m, m')$ (fig. 11). Urmele planului (D, M) sînt determinate de urmele dreptelor D și Δ unde $\Delta \ni M$ și $\Delta \parallel D$. Se rabate triunghiul urmelor $P_x P_y P_z$ apoi dreapta D și punctul M. Distanța cerută este $m°n°$ în care, $m°n° \perp d°$. Punctul $N(n, n')$ este piciorul perpendicularei din M pe D.

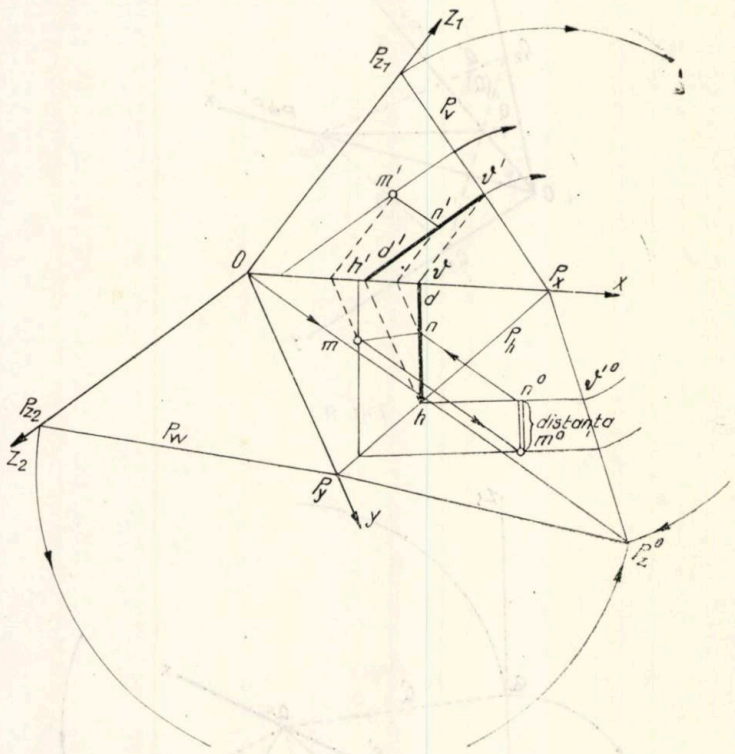


Fig. 11

2.3.2. *Determinarea ortocentrului unui triunghi*

Fie dat triunghiul ABC (fig. 12). Urmele planului (ABC) se determină construind urmele a două drepte, de exemplu AB și AC. Se rabate triunghiul urmelor $P_x P_y P_z$ și apoi triunghiul ABC. Pe figura rabătută $a°b°c°$ se construiește ortocentrul $i°$. Ridicînd din rabatere punctul i se determină punctul $I(i, i')$ în care, i și i' sînt proiecțiile ortocentrului triunghiului ABC.

3. Imaginea axonometrică a figurilor reprezentate în sistemul de proiecție oblic

3.1. *Determinarea axelor axonometrice*

Metoda de reprezentare axonometrică ce va fi expusă are la bază rezultatele obținute în paragraful precedent.

Se consideră date sistemul de plane de referință *xyz*, planul axonometric A, și direcția de proiectare Δ (fig. 13). Punctul ω, proiecția după

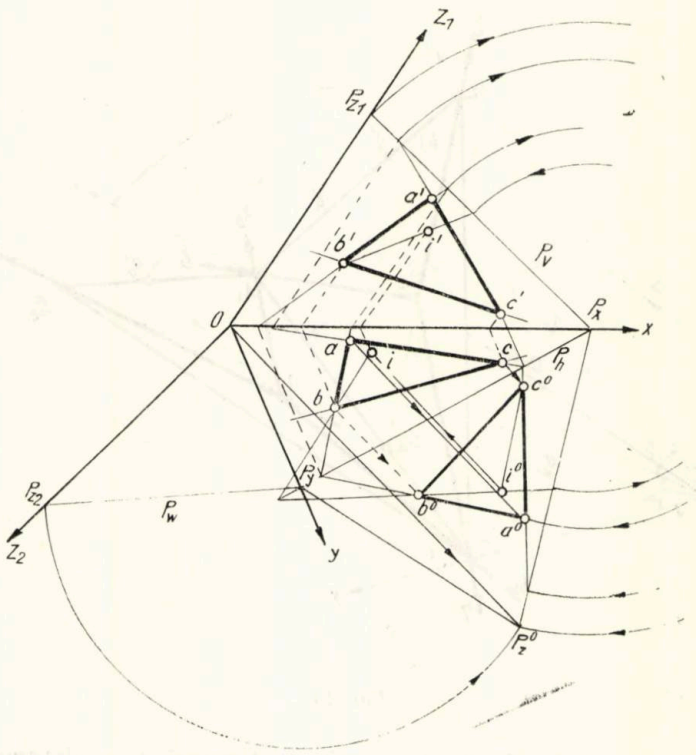


Fig. 12

direcția Δ a originii *o* pe planul axonometric, este originea axelor axonometrice ξ, η, ζ.

Planul axonometric *(A)* se poate aduce în planul *(xy)* prin rabatere. În poziție rabătută, triunghiul axonometric va fi $A_x A_z A_z^0$, originea axelor va fi o_0 iar axele axonometrice vor fi $x_0\, y_0\, z_0$. Sistemul de axe astfel determinat se poate roti pînă ce axa z_0 devine verticală. (Această ultimă operație nu s-a efectuat în exemplele tratate pentru a păstra claritatea figurilor.)

Transpunerea în epura Nichifor este imediată dacă se observă că,

$$q' = A' \cap d' \qquad \text{și} \qquad r = A \cap d$$

iar

$$r \equiv r_0 \qquad \text{şi} \qquad \overline{q' A_x} = \overline{A_x q'_0}$$

În acest mod, este rezolvată problema determinării axelor axonometrice pentru cazul în care planul axonometric este concurent cu cele trei axe de coordonate ale sistemului fundamental.

Dacă planul ocupă poziţi particulare ,se poate obţine o soluţie folosind metodele stabilite în paragraful precedent.

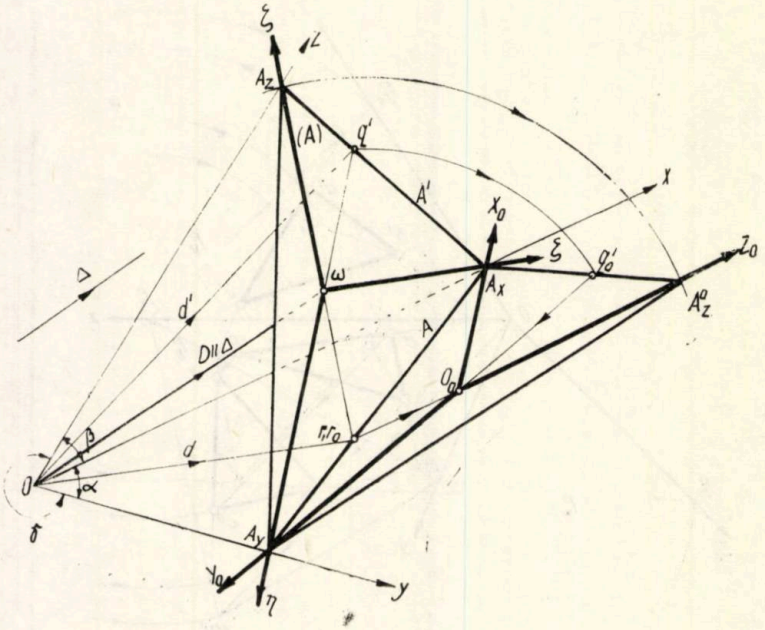


Fig. 13

Este interesant de observat că, prin particularizarea sistemului oblic, se ajunge la reprezentarea axonometrică ortogonală cu triedru fundamental tridreptunghic (fig. 15) în care caz, $\alpha = \beta = \gamma = 90°$ şi $\omega \perp (A)$.

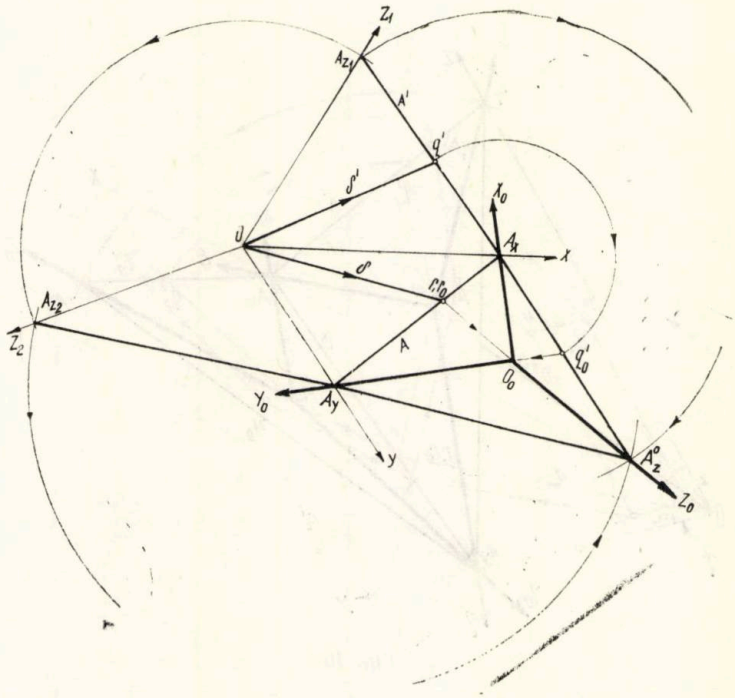
3.2. *Proiecţia unui punct M pe planul axonometric*

Fie M un punct în spaţiu, arbitrar ales (fig. 16). Proiecţia lui pe planul axonometric este μ, dedusă din condiţiile cunoscute

$$M\mu \parallel \Delta \qquad \text{şi} \qquad \mu = M\mu \cap (A)$$

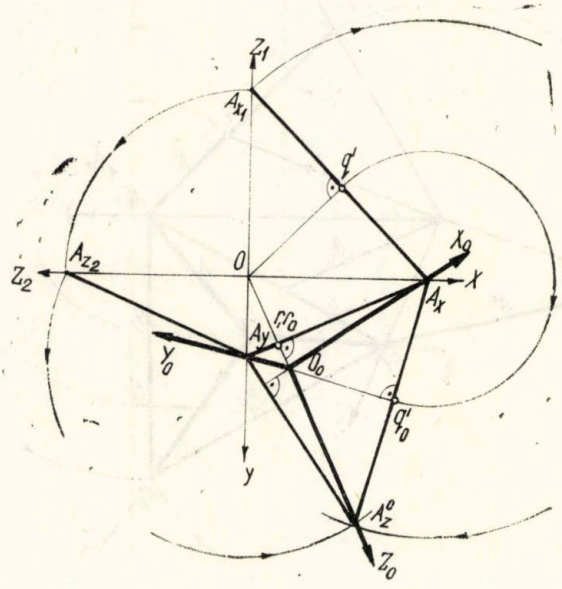
Cum direcţiile $o\omega$ şi $M\mu$ sînt paralele, rezultă că şi proiecţiile lor de acelaşi nume vor fi paralele

$$ms \parallel or \qquad \text{şi} \qquad m't' \parallel oq'$$



Z_1
A_{z_1}
A'
q'
δ'
X_0
O
A_x
X
δ
r,r_0
A_{z_2}
Z_2
A
q'_0
O_0
Y_0
A_y
y
A^0_z
Z_0

Fig. 14



Z_1
A_{x_1}
q'
X_0
A_{z_2}
O
X
Z_2
A_x
r,r_0
A_y
Y_0
O_0
q'_0
y
A^0_z
Z_0

Fig. 15

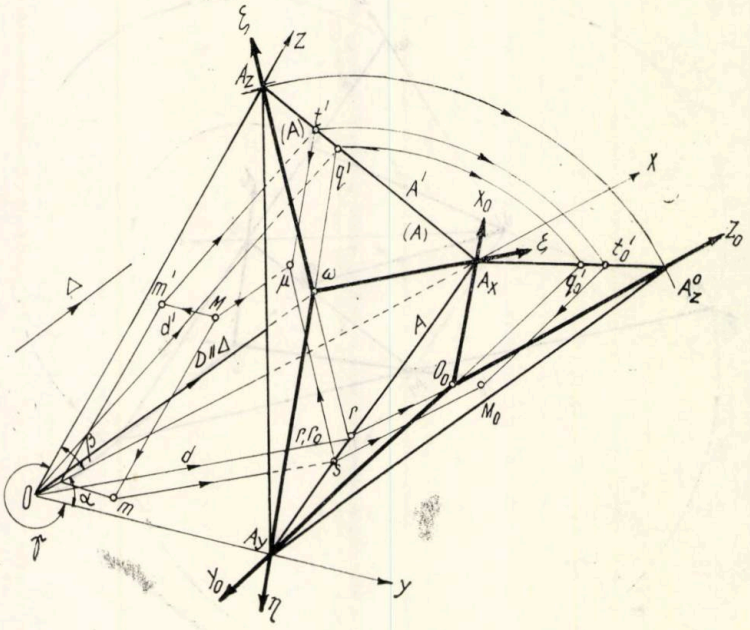

ξ
Z
A_z
(A)
t'
q'
A'
X
X_0
(A)
ξ
t_0'
Z_0
A_x
q_0'
A_z^0
Δ
m'
M
d'
μ
ω
D∥Δ
A
O_0
M_0
r
r, r_0
s
d
β
O
α
m
γ
A_y
Y_0
η
y

Fig. 16

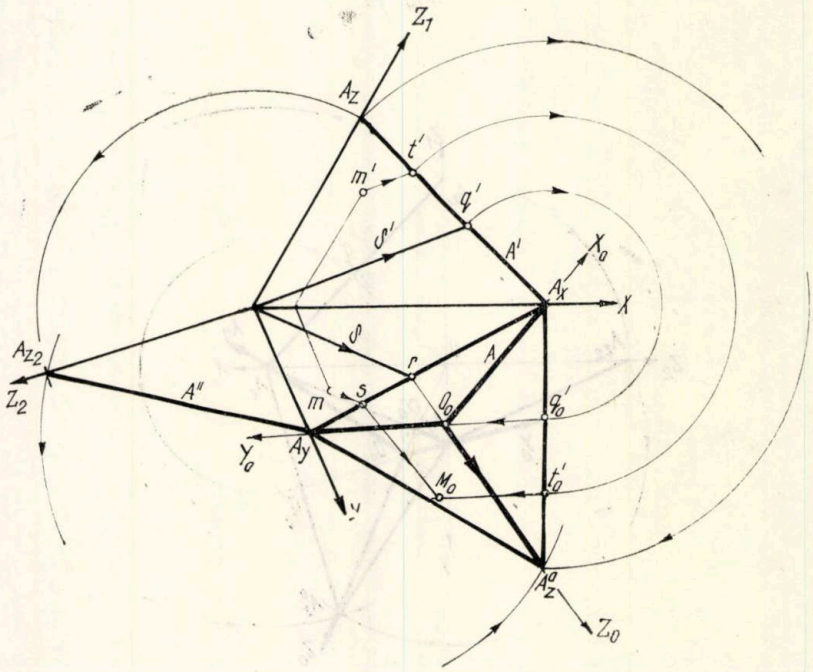

Z_1
A_z
t'
m'
q'
δ'
A'
X_0
A_x
X
δ
A_{z2}
Z_2
A''
r
A
m
s
O_0
q_0'
Y_0
A_y
M_0
t_0'
y
A_z^0
Z_0

Fig. 17

Din aceste condiții rezultă evident

$$\mu s \parallel \omega r \qquad \text{și} \qquad \mu t' \parallel \omega q'$$

iar după rabaterea planului axonometric pe planul oxy se obține

$$sM_0 \parallel ro_0 \qquad \text{și} \qquad q'_0 o_0 \parallel t'_0 M_0$$

Transpunerea acestor rezultate în epura Nichifor este arătată în figura 17.

3.3. *Reprezentarea corpurilor geometrice (exemple)*

Odată stabilite proprietățile de mai sus, reprezentarea axonometrică se face analog celei ortogonale. Exemplele ce urmează au scopul de a ilustra aplicarea metodei. Totodată, s-au făcut și unele particularizări pentru fiecare caz în parte.

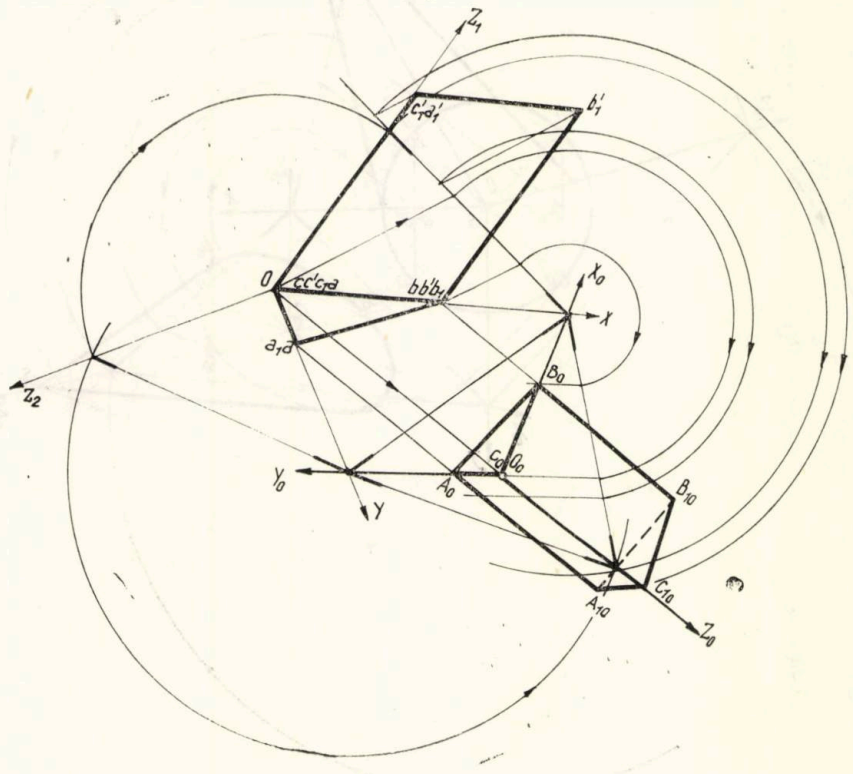


Fig. 18

3.3.1. *Proiecția axonometrică a unei prisme (Fig. 18)*

Se construiește proiecția fiecărui vîrf, indiferent de poziția lui față de planul axonometric. În exemplul ales, s-a luat proiecția orizontală a direcției de proiectare paralelă cu direcția de afinitate dintre punctele planului oxy și punctele planului axonometric rabătut.

3.3.2. *Proiecția axonometrică a unui con oblic (fig. 19)*

Pentru acest caz, s-au considerat axele *ox* și *oy* ortogonale iar axa *oz* paralelă cu axa conului. Se determină proiecțiile pentru două diametre perpendiculare ale cercului și se obțin două diametre conjugate ale elipsei proiecție a cercului. Proiectînd și vîrful conului se obține imediat proiecția axonometrică a conului.

Dacă baza este o elipsă căreia i se cunosc două diametre conjugate, se aleg cele două axe *ox* și *oy*, paralele cu cele două diametre.

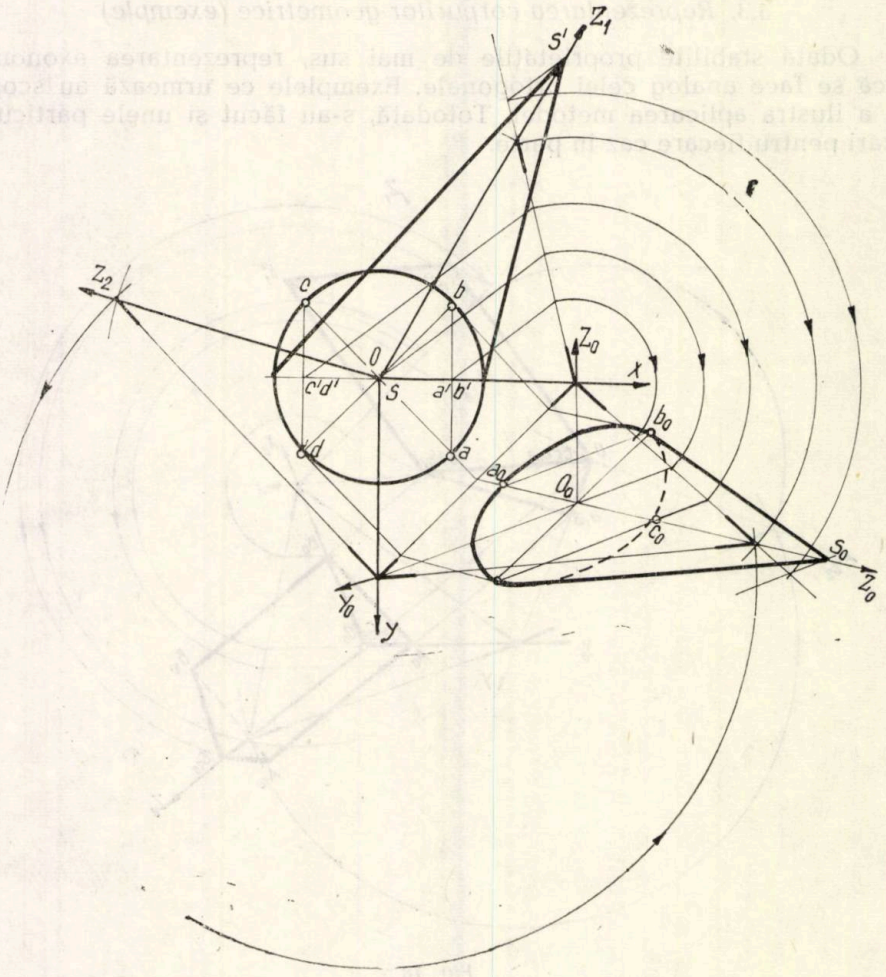


Fig. 19

4. Concluzii

Sistemul prezentat conduce la o rezolvare grafică simplă a problemelor practice, ori de cîte ori, corpurile au o reprezentare mai simplă într-un sistem de proiecție neortogonal. Transpunerea axonometrică

asociată reprezentării în sistemul oblic, creiază o imagine care înfățișează sugetiv obiectul prezentat deformat în epura Nichifor. Pe baza celor de mai sus, se pot efectua calcule grafice, întocmai ca la reprezentarea axonometrică asociată unui triedru tridreptunghic, deoarece, pentru un plan axonometric și o direcție de proiectare date, se poate stabili grafic raportul de reducere dintre axele sistemului și axele axonometrice.

Catedra de geometrie
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Nichifor* — O reprezentare specială a dreptelor echirezultante. Buletinul asociației de matematici pure și aplicate, Anul II, nr. 8, aprilie, București, 1922—1923.

2. *N. F. Cetveruhin* — Geometrie proiectivă, Editura tehnică, București, 1956.

3. *M. St. Botez* — Aplicațiile geometriei descriptive, Iași, 1946.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 2

NOTĂ

C.Z.: 513

ASUPRA UNOR TRANSFORMĂRI GEOMETRICE DIN OPTICĂ

DUMITRU FILIPESCU

În lucrările [3], [4] C. Ionescu Bujor a definit noțiunea de translație convergentă în plan și spațiu studiind anumite proprietăți ale acestor transformări.

Anterior am arătat [2] că aceste transformări formează grupuri Lie, cu 2 și 3 parametri stabilind operatorii și funcțiile lor invariante.

În această lucrare vom extinde noțiunea de translație convergentă la cazul unui spațiu cu n dimensiuni și vom da anumite proprietăți ale acestor grupuri de transformări.

Fie X^n un spațiu cu n dimensiuni de coordonate $x^1, x^2, ..x^n$.

Considerăm în acest spațiu familia de transformări

$$x'^i = A\, x^i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{1}$$

unde

$$A = 1 - \frac{a_i\, x^i}{(x)^2}; \left[(x)^2 = \sum_{i=1}^{n} (x^i)^2 \right]$$

iar $a_1, a_2, \ldots a_n$ sînt parametri.

Să demonstrăm că familia de transformări (1), formează grup L_{ie} cu n parametri.

Dacă notăm cu ξ_j^i coeficienții transformărilor infinitezimale ale familiei de transformări (1) avem

$$\xi_j^i = -\frac{x^i\, x^j}{(x)^2}$$

deci

$$X_i f = -\frac{x^i\, x^j}{(x)^2}\, \frac{\partial f}{\partial x^i} \tag{2}$$

De aici rezultă că

$$(X_i, X_j) = 0$$

Deci familia de transformări (1) formează un grup abelian cu n parametri pe care-l vom nota în continuare cu $G_n(x)$.

Din formulele (2) rezultă imediat, că grupul $G_n(x)$ este intranzitiv. Rezolvînd sistemul

$$\xi_j^i \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0 \qquad (j = 1, 2, ..., n)$$

Obţinem rezultatul :

Funcţiile invariante ale grupului $G(x)$ sînt

$$\varphi\left(\frac{x_2}{x_1}, \frac{x_3}{x_1}, ..., \frac{x_n}{x_1}\right)$$

Considerînd varietăţile invariante

$$\varphi\left(\frac{x_2}{x_1}, \frac{x_3}{x_1}, ..., \frac{x_n}{x_1}\right) = C \quad \text{(constant)}$$

grupul $G_n(x)$ induce pe ele un grup tranzitiv (1) pe care-l vom nota $G_n(y)$, unde am pus

$$y_i = \frac{x_{i+1}}{x_1} \quad (i = 1, 2, ..., n-1)$$

Grupul $G_n(y)$ fiind isomorf cu grupul $G_n(x)$ (1) şi tranzitiv, rezultă că este măsurabil [5] şi are funcţia invariantă integral

$$F(y_1, y_2, ..., y_{n-1}) = 1$$

Avem deci proprietatea :

Grupurile $G_n(y)$ induse de grupul $G_n(x)$ pe varietăţile sale invariante, sînt grupuri măsurabile, avînd măsura elementară

$$[dy_1, dy_2, ... \; dy_{n-1}]$$

Catedra de matematici I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Bianchi, L.* — Lezioni sulla teoria dei gruppi continui finita di transformazioni, Bologne, 1928, Ed. N. Zanichelli.

2. *Filipescu, D.* — Asupra unor transformări geometrice în optică şi grupurile Lie, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti — Tom. XXIX, nr. 2, martie-aprilie 1967.

3. *Ionescu-Bujor, C.* — Asupra unor transformări optice. Buletinul Institutului politehnic Bucureşti. Tom. XXIII, nr. 2, aprilie-iunie 1961.

4. *Ionescu-Bujor, C.* — Sur les transformations optiques de l'espace Buletinul Institutului politehnic Bucureşti. Tom. XXVII, nr. 2, martie-aprilie 1965.

5. *Stoka, M.* — Géométrie integrale, Memorial des Sciences mathématiques, Ed. Gauthier Vilars-Paris 1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1969. Numărul 2

CHIMIE

NOTĂ

C.Z.: 543

METODĂ DE DETERMINARE A N-β-HIDROXI-ETIL-PIPERIDINEI *

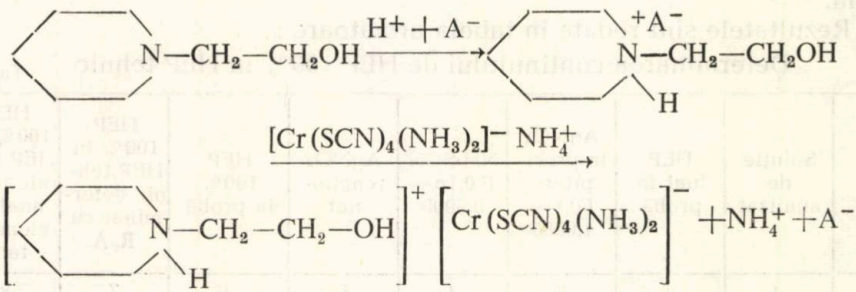
GRIGORE TEODORESCU

N-β-hidroxi-etil-piperidina (H E P) este intermediar folosit în diverse sinteze organice.

În lucrarea de față se prezintă metoda de determinare a acestei substanțe prin complexare cu rainecatul de amoniu $[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]NH_4$ (tetratiocianato-diammino-cromat (III) de amoniu sarea lui Reinecke, prescurtat R_cA), reactiv folosit de noi și la determinarea altor substanțe [1 . . . 11].

Principiul metodei

Precipitarea complexului dintre R_c A și HEP are loc conform reacției (HA = acid mineral) :



Se dizolvă substanța cu soluție apoasă 1% de acid sulfuric. Se precipită sub formă de complex cu R_cA de 3% concentrație. Precipitatul de culoare roz pal, se filtrează, se spală și se dizolvă în acetonă.

Soluția obținută prin dizolvarea complexului în acetonă, se tratează cu exces de soluție de azotat de argint 0,1 n cînd precipită rainecatul de argint conform reacției :

$$[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]^- + Ag^+ \rightarrow Ag[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]$$

După filtrarea și spălarea rainecatului de argint, se titrează excesul de azotat de argint 0,1 n cu tiocianat de amoniu 0,1 n în prezență de alaun de Fe (III) și amoniu.

* Manuscris predat la redacție la 25 februarie 1969.

Modul de lucru.

Substanţa de determinat sub formă lichidă de culoare roşie şi de 98-99% puritate, (prin analiză elementară) se dizolvă în balon cotat de 250 cm^3 cu circa 100 cm^3 H_2SO_4 1% şi se aduce la semn cu apă distilată.

Din soluţia obţinută se iau probe de 1,5 ... 10 cm^3 se diluiază cu 25 cm^3 apă distilată şi se tratează cu soluţie R_cA 3% (aproximativ cantitate dublă faţă de stoechiometrie) proaspăt preparată, sub continuă agitare, pînă cînd soluţia de deasupra precipitatului format este intens colorată în roşu-violet. Se lasă să se depună complexul format. Complexul de culoare roz pal, se filtrează pe creuzet G_3, sub vacuum antrenîndu-se precipitatul cu soluţie 0,1% RA. Se spală apoi de 2 ... 3 ori cu cîte 3 cm^3 apă distilată şi final de 3 ori cu cîte 10 cm^3 de eter.

Se dizolvă complexul direct pe creuzetul filtrat cu 20 ... 30 cm^3 acetonă, se spală creuzetul cu 15 ... 20 cm^3 apă distilată şi se prinde totul într-un pahar de 250 cm^3. Se diluiază la cca 150 cm^3 cu apă distilată, se adaugă 10 cm^3 azotat de argint 0,1 n şi 3 ... 4 picături acid azotic 2 n.

Precipită rainecatul de argint. Aceasta se filtrează prin pîlnie Hirsch se spală cu apă distilată şi se prinde filtratul şi apele de spălare într-un flacon de 750 cm^3.

Se diluiază la 600 cm^3 cu apă distilată, se adaugă 0,5 ... 1 cm^3 soluţie saturată de alaun de Fe (III) şi de amoniu (circa 40%), 3 ... 4 picături acid azotic 2n şi se titrează excesul de azotat de argint cu tiocianat de amoniu 0,1 n cu factor cunoscut, în prezenţă de alaun de Fe (III) şi amoniu indicator.

La 1 cm^3 $AgNO_3$ 0,1 n corespund 0,0129 g N-β-hidroxi-etil-piperidină.

Rezultatele sînt redate în tabela următoare :

Determinarea conţinutului de HEP 100% în HEP tehnic Tabelă

Nr. crt.	Soluţie de analizat	HEP luat în probă	$AgNO_3$ la precipitare F0,1 = 1,0000	NH_4SCN F 0,1n = 0,9900	$AgNO_3$ reacţionat	HEP 100% în probă	HEP 100% în HEP tehnic determinat cu R_cA	HEP 100% în HEP tehnic prin analiză elementară
	1	2	3	4	5	6	7	8
	cm^3	g	cm^3	cm^3	cm^3	g	%	%
1	1,5	0,0149	10	8,85	1,15	0,0148	99,00	98-99
2	2	0,0198	10	8,48	1,52	0,0196	99	98-99
3	2,5	0,0247	10	8,10	1,90	0,0245	99	98-99
4	3	0,0297	10	7,72	2,28	0,0294	99	98-99
5	4	0,0396	10	6,96	3,04	0,03012	99	98-99
6	5	0,0495	10	6,20	3,80	0,04902	99	98-99
7	6	0,0594	10	5,44	4,56	0,0588	99	98-99
8	7	0,0693	10	4,68	5,32	0,0686	99	98-99
9	8	0,0792	10	3,93	6,07	0,0783	98,89	98-99
10	9	0,0891	10	3,17	6,83	0,0881	98,88	98-99
11	10	0,0990	10	2,40	7,60	0,09804	99	98-99

Laboratorul de chimie anorganică şi analitică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"-Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Spacu P., Teodorescu Gr.* — Rev. de chimie nr. 1, pag. 41, (1957).

2. *Teodorescu Gr., Dinescu A.* — Buletinul Institutului politehnic București. Tom. XXVI, nr. 1, pag. 48 (1964).

3. *Teodorescu Gr., Niculescu Il.* — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej"-București, Tom. XXIX, nr. 1, pag. 43 (1967).

4. *Teodorescu Gr., Niculescu Il.* — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej"-București, Tom. XXIX, nr. 4, pag. 43 (1967).

5. *Teodorescu Gr.* — Buletinul Institutului „Gheorghe Gheorghiu Dej"-București, Tom. XXIX, nr. 5, pag. 83 (1967).

6. *Teodorescu Gr.* — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"-București, Tom. XXIX, nr. 6, pag. 55 (1967).

7. *Teodorescu Gr., Niculescu Il.* — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej"-București, Tom. XXX, nr. 1, pag. 17 (1968).

8. *Teodorescu Gr., Lupu A. M.* — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej"-București, Tom. XXX, nr. 5, pag. 59 (1968).

9. *Teodorescu Gr.* — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej-București, Tom. XXXI, nr. 3, pag. 51 (1969).

10. *Teodorescu Gr.* — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej"-București, Tom. XXXI, nr. 4, pag. 45 (1969).

11. *Teodorescu Gr.* — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe GheorghiuDej"-București, Tom. XXXI, nr. 5, pag. 61 (1969).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 2

FIZICĂ

C.Z.: 539

STATISTICA DETERMINĂRII VIEȚII MEDII A UNEI SPECII RADIOACTIVE *

AMELITTA VOGEL

I.1. Noțiuni generale asupra dezintegrării radioactive

Legea cantitativă a dezintegrării radioactive dă expresia numărului mediu de nuclee care au mai rămas nedezintegrate la momentul t

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \tag{1.1}$$

unde N_0 reprezintă numărul de nuclee existent în preparat la momentul $t = 0$, iar λ este constanta radioactivă a speciei respective de nuclee și reprezintă probabilitatea ca în unitatea de timp să se dezintegreze un nucleu.

Un preparat radioactiv conține un număr mare de nuclee, dintre care unele se dezintegrează într-un anumit interval de timp, altele nu. Un act de dezintegrare este un eveniment aleatoriu, de aceea relația (1.1), care reprezintă legea dezintegrării radioactive, are un caracter statistic, iar N reprezintă valoarea medie a numărului de nuclee prezente în preparat la momentul t.

Caracterul statistic al legii dezintegrării radioactive rezultă și din faptul că verificarea experimentală a acestei legi se obține cu atît mai exact cu cît numărul de nuclee pe care-l conține preparatul este mai mare. Pentru un număr mic de nuclee sau pentru intervale mici de timp, se constată abateri ale lui N în jurul valorii medii, dat de relația (1.1).

O particularitate a statisticii dezintegrărilor radioactive constă în faptul că numărul de nuclee care se dezintegrează într-un interval de timp t este în ultimă instanță legat de numărul inițial de nuclee existente în preparat pe de o parte, și de numărul nucleelor care s-au dezintegrat la un moment anterior lui t. Deci numărul de dezintegrări care au loc într-un interval este statistic legat de numărul dezintegrărilor din intervale anterioare, respectiv posterioare. Datorită acestui fapt, statistica dezintegrărilor radioactive nu mai urmează legea de distribuție Poisson, ci legea de distribuție binomială. Pentru stabilirea relației care dă numărul de dezintegrări care au loc într-un anumit interval de timp t, este

* Manuscris predat la redacție la 10 martie 1969.

necesar să determinăm în primul rînd expresia probabilităţii de dezintegrare a unui singur nucleu.

Fie p probabilitatea de dezintegrare a unui nucleu într-un anumit interval de timp şi q probabilitatea inversă, adică probabilitatea ca nucleul să nu se dezintegreze în intervalul respectiv de timp. Ca urmare a consecinţelor care rezultă din definiţia probabilităţilor, suma probabilităţilor simple trebuie să fie egală cu unitatea, adică $p + q = 1$.

Dacă în preparat existau la începutul experienţei N nuclee dintre care k s-au dezintegrat într-un interval de timp t şi deoarece preparatul conţine acelaşi tip de nuclee este indiferent care din cele N nuclee existente iniţial s-au dezintegrat, deci numărul posibilităţilor de alegere a acestor k nuclee este dat de legea binomială

$$p_N(k) = C_N^k p^k q^{N-k} \text{ sau } p_N(k) = \frac{N}{k!(N-k)!} p^k q^{N-k}. \qquad (1.2)$$

Dar probabilitatea ca un nucleu să se dezintegreze este conform definiţiei probabilităţilor $p = \frac{\bar{k}}{N}$ unde $\bar{k}$ este numărul mediu de nuclee care în intervalul dat s-au dezintegrat.

În acest caz relaţia (1.2) devine

$$p_N(k) = C_N^k \left(\frac{\bar{k}}{N}\right)^{\bar{k}} \left(1 - \frac{\bar{k}}{N}\right)^{N-k}. \qquad (1.2')$$

Se constată uşor că, în cazul în care numărul iniţial de nuclee N este foarte mare, $N \to \infty$, distribuţia binomială trece în distribuţia Poisson.

Cu alte cuvinte aceasta înseamnă că, dacă numărul de nuclee existente iniţial în preparat este infinit, numărul actelor de dezintegrare din fiecare interval nu mai este condiţionat de numărul nucleelor care s-au dezintegrat în intervalele anterioare, adică se realizează una din condiţiile necesare distribuţiei Poisson (independenţa statistică a evenimentelor din fiecare interval de timp). Deci pentru $N \to \infty \frac{\bar{k}}{N} \to 0$. În acest caz

$$p_N(k) = \frac{\bar{k}^k e^{-\bar{k}}}{k!} \qquad (1.3)$$

ceeace corespunde unei legi de distribuţie Poisson.

2. Dezintegrarea radioactivă individuală

Considerăm dezintegrarea unei substanţe radioactive A care prin emisia unei particule α, β sau γ trece în elementul stabil M.

Din legea cantitativă a dezintegrării radioactive putem deduce probabilitatea ca un nucleu să nu se dezintegreze pînă la un moment oarecare t. Acesta va fi :

$$q = \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \qquad (2.4)$$

iar probabilitatea inversă, ca un nucleu să se dezintegreze, este

$$p = 1 - q = 1 - e^{\lambda t}. \tag{2.5}$$

Presupun că la momentul $t = 0$, avem N nuclee. În intervalul de la 0 la t_1 nu s-a dezintegrat nici un nucleu iar primul nucleu se dezintegrează în intervalul Δt ($\Delta t = t_2 - t_1$).

Probabilitatea ca primul nucleu să se dezintegreze în intervalul Δt este o probabilitate compusă, ea reprezentînd produsul a două probabilități : prima probabilitate corespunde situației ca în intervalul de la 0 la t_1 să nu aibă loc nici o dezintegrare ($e^{-\lambda t_1}$) și a doua ca această dezintegrare să aibă loc în intervalul $\Delta t(1 - e^{-\lambda \Delta t})$. În acest caz probabilitatea căutată va fi

$$f_{\Delta t} = e^{-\lambda t_1}[1 - e^{-\lambda \Delta t}]. \tag{2.6}$$

Dacă în loc de dezintegrarea unui singur nucleu în intervalul Δt avem k dezintegrări, considerînd că la $t = 0$ am avut N_0 nuclee, probabilitatea respectivă va fi :

$$p_k = C^k_{N_0}[e^{-\lambda t_1}(1 - e^{-\lambda \Delta t})]^k [1 - e^{-\lambda t_1}(1 - e^{-\lambda \Delta t})]^{N_0 - k} \tag{2.7}$$

și abaterea standard este

$$\sigma_k = N_0[e^{-\lambda t_1}(1 - e^{-\lambda \Delta t})][1 - e^{-\lambda t_1}(1 - e^{-\lambda \Delta t})]. \tag{2.8}$$

Tot din legea dezintegrării radioactive, putem determina și numărul mediu de dezintegrări în intervalul Δt $\overline{\Delta N} = N_0 f_{\Delta t}$.

Atunci relația (2.7) și (2.8) se pot aduce la o formă mai simplă considerînd momentul inițial $t = 0$.

$$p_k = C^k_{N_0}\left(1 - \frac{\overline{N}_t}{N_0}\right)^k \left(\frac{\overline{N}_t}{N_0}\right)^{N_0 - k} \quad \text{și} \quad \sigma^2_{\overline{k}} = N_0\left(1 - \frac{\overline{N}_t}{N_0}\right)\frac{\overline{N}_t}{N_0}.$$

3. Distribuția numărul de dezintegrări dată de o sursă radioactivă în prezența fondului

În general în cazul măsurătorilor efectuate cu sursele radioactive în afară de numărul de particule emise de aceste surse asupra detectoarelor mai acționează și fondul cosmic.

Distribuția numărului de particule ale fondului cosmic este de tip Poisson.

În acest caz probabilitatea totală ca într-un interval de timp să aibe loc k evenimente va fi :

$$p(k) = \sum_{r=0}^{k} p_r^{\text{fond}} \; p_{k-r}^{\text{sursă}}. \tag{3.9}$$

În afară de existența fondului mai trebuie ținut seama și de faptul că însăși fenomenul de detectare are loc cu o anumită eficiență, respectiv nu toate particulele sînt înregistrate. Notăm această eficiență cu ε.

Dacă intensitatea fondului este $n_\varnothing$ iar p_r^{fond} este de tip poissonian, atunci probabilitatea $p(k)$ devine

$$p(k) = \sum_{n=0}^{k} \frac{(n_\varnothing t)^r}{r!} e^{-n_\varnothing t} C_{N_0}^{k-r} (\varepsilon p)^{k-r} (1 - \varepsilon p)^{N_0-(k-r)}. \quad (3.10)$$

În cazul în care $t \ll T$ adică atunci cînd intervalul de timp în care se fac măsurătorile este mult mai mic decît timpul de înjumătăţire al substanţei studiate, numărul de nuclee care se dezintegrează în fiecare interval de timp este independent de numărul de dezintegrări din alte intervale şi anume urmează legea de distribuţie Poisson.

4. Determinarea activităţii unei surse radioactive pe baza măsurătorilor intensităţii emisiei acesteia asupra unui detector

Una din problemele frecvente care se pun în practică este determinarea activităţii unei surse radioactive oarecare, sau, în cazul utilizării plăcilor nucleare, determinarea intensităţii fasciculului ionizant care a fost înregistrat pe placă.

Se ştie că prin activitatea unei surse radioactive se înţelege numărul de dezintegrări care au loc în unitatea de timp. Particulele emise în urma dezintegrării acţionează asupra detectorului sub forma unui fascicul de radiaţii şi în funcţie de variaţia activităţii sursei respective variază şi intensitatea fasciculului.

De aceea, pentru determinarea activităţii unei surse oarecare, este necesar să se poată determina intensitatea fasciculului care acţionează asupra detectorului prin numărul de impulsuri date de detector într-un anumit interval de timp t. Problema revine deci la determinarea probabilităţii cu mărimea intensităţii studiate să fie cuprinsă într-un anumit interval, de exemplu în intervalul n şi $n + dn$. Rezolvarea acestei probleme necesită introducerea noţiunii de „probabilitate apriorică". Probabilitatea apriorică, pentru ca mărimea căutată să fie cuprinsă în intervalul n şi $n + dn$, o vom nota cu $p(n)\,dn$. Pentru determinarea unei intensităţi se fac o serie de măsurători. Probabilitatea ca un contor într-un anumit interval de timp să dea un număr k de pulsuri va fi $Q(k)\,dk$, independent de valoarea lui n.

Se pune însă problema care va fi probabilitatea ca în condiţiile în care intensitatea este cuprinsă în intervalul n şi $n + dn$ numărul de pulsuri înregistrat de contor să aibă o anumită valoare sau, cu alte cuvinte, pentru o valoare dată a intensităţii să obţinem un anumit număr de impulsuri $G(k, | n)$.

Problema se poate pune şi invers : care este probabilitatea ca, după ce s-a observat un număr de pulsuri, intensitatea să fi avut o anumită valoare. Această probabilitate o vom nota cu $H(n. | k)$.

Probabilitatea simultană $S(n, k)$, adică probabilitatea ca intensitatea respectivă n să fie cuprinsă într-un anumit interval şi în acelaşi timp contorul să înregistreze în timpul t un anumit număr de pulsuri, va fi conform teoremei lui Bayes

$$S(n, k)\,dn\,dk = p(n)\,dn\,G(k, | n)\,dk \quad (4.11)$$

și

$$S(n, k)\, dn\, dk = Q(k)\, dk\, H(n \mid k)\, dn. \tag{4.12}$$

Atunci

$$p(n)\, dn\, G(k, \mid n)\, dk = Q(k)\, dk\, H(n, \mid k)\, dn \tag{4.13}$$

sau probabilitatea

$$H(n, \mid k) = \frac{p(n)\, G(k, \mid n)}{Q(k)} \tag{4.14}$$

dar

$$Q(k) = \int p(n)\, G(k, \mid n)\, dn \tag{4.15}$$

unde integrala se extinde pe întregul domeniu de variație a lui n. Atunci

$$H(n \mid k) = \frac{p(n)\, G(k, \mid n)}{\int p(n)\, G(k, \mid n)\, dn}. \tag{4.16}$$

Această ultimă relație, reprezintă teoria lui Bayes și este valabilă pentru orice tip de distribuție.

În cazul nostru probabilitatea $G(k, \mid n)$ este de tip Poisson adică

$$G(k, \mid n) = \frac{(nt)^k}{k!}\, e^{-nt}$$

iar $Q(k)$ este de forma

$$Q(k) = \int \frac{(nt)^k}{k!}\, e^{-nt}\, p(n)\, dn.$$

În acest caz $H(n, \mid k)$ devine

$$H(n, \mid k) = \frac{p(n)\, \dfrac{(nt)^k}{k!}\, e^{-nt}}{\displaystyle\int \frac{(nt)^k}{k!}\, e^{-nt}\, p(n)\, dn} \tag{4.16'}$$

și pentru că în integrala de la numitor t și k sînt constante se poate scrie

$$H(n, \mid k) = \frac{p(n)\, n^k\, e^{-nt}}{\int p(n)\, n^k\, e^{-nt}\, dn}. \tag{4.16''}$$

Deci rezolvarea problemei este legată de cunoașterea probabilității apriorice $p(n)$.

Determinarea intensității în condițiile unei statistici bune.

În general probabilitatea apriorică $p(n)$ este necunoscută, în acest caz problema nu poate fi rezolvată.

Există însă cazuri în care, deşi $p(n)$ nu este cunoscută cu precizie, problema se poate rezolva dacă numărul de evenimente măsurate este foarte mare, adică în cazul unei „statistici bune".

Dacă în relaţia (4-—16") se neglijează termenii care nu conţin pe n, putem scrie notînd probabilitatea a posteriori $H(n,|k)$ prin :

$$p_k(n) \sim p\,(n)\; n^k\; e^{-nt}. \tag{4.17}$$

În general, probabilitatea apriorică $p(n)$ variază lent cu n, iar funcţia $n^k\; e^{-nt}$ are un maxim pentru valoarea $n = \frac{k}{2}$.

Aces maxim este cu atît mai pronunţat cu cît k este mai mare (cazul unei statistici bune).

Deci pentru valori mari ale lui k, maximul fiind foarte ascuţit, se pot neglija variaţiile mici ale lui $p(n)$ în domeniul respectiv, adică în acest domeniu se poate considera că $p(n)$ este constantă. Pentru acest domeniu relaţia (4.17) devine

$$p_k(n) \sim C\, n^k\, e^{-nt} \tag{4.18}$$

în care constanta C se poate determina din condiţia de normare.

Dacă însă nu se cunoaşte nimic despre modul de variaţie a lui $p(n)$ problema nu poate fi rezolvată, ci numai pe măsură ce k creşte, relaţia (4.18) poate fi utilizată cu o oarecare aproximaţie. Chiar şi în cazul în care se cunoaşte într-o oarecare măsură $p(n)$, relaţia (4.18) are caracter aproximativ pentru k mic.

Din condiţia de normare

$$\int_0^\infty p_k(n)\, dn = 1 \tag{4.19}$$

rezultă că :

$$C = \frac{1}{\int_0^\infty p_k(n)\, dn} = \frac{1}{t^{-(k+1)}\, k!}. \tag{4.20}$$

Introducînd valoarea constantei C în relaţia (4.17) obţinem

$$p_k(n) = \frac{t^{k+1}\, n^k\, e^{-nt}}{k!} \tag{4.17'}$$

care reprezintă probabilitatea ca să se înregistreze k pulsuri în cazul în care intensitatea este n.

Voloarea intensităţii medii se determină astfel :

$$\bar{n} = \int_0^\infty n\, p_k(n)\, dn = \int_0^\infty \frac{n^{k+1}\, t^{k+1}\, e^{-nt}\, dn}{k!} \tag{4.21}$$

sau

$$\bar{n} = \frac{k+1}{t}. \tag{4.22}$$

În mod analog

$$\overline{n^2} = \int_0^\infty n^2 p_k(n) = \frac{1}{tk!} \int_0^\infty (nt)^{k+2} e^{-nt}\, dn = \frac{(k+1)(k+2)}{t^2} \quad (4.23)$$

iar

$$\sigma_{\overline{n}}^2 = \frac{k+1}{t^2} \quad (4.24)$$

și abaterea standard relativă în acest caz este

$$\delta_n = \frac{\sqrt{\sigma_{\overline{n}}^2}}{n} = \frac{1}{\sqrt{k+1}}. \quad (4.25)$$

Ultima relație ne arată că pentru valori k mari, abaterea standard relativă este mai mică, adică în cazul în care statistica este mai bună, determinările sînt mai precise.

Cazul unei „statistici proaste". Cînd numărul determinărilor este mic, probabilitatea apriorică, care în cazul precedent era simetrică $p_k(n) \to \infty$ distribuția Gauss, pentru k mic este asimetrică. În afară de aceasta, pentru k mic fluctuațiile corespunzătoare probabilității apriorice nu mai pot fi neglijate în regiunea maximului funcției $(nt)^k e^{-nt}$ care în acest caz este foarte larg.

Deci în cazul unei „statistici proaste" lucrurile se complică mult, iar rezultatele obținute nu pot fi totdeauna satisfăcătoare.

II. Determinarea vieții medii a unei substanțe radioactive.

Există mai multe metode de determinare a vieții medii a unei substanțe radioactive. În funcție însă de condițiile experimentale trebuie stabilită metoda corespunzătoare cea mai bună.

Astfel, în cazul în care numărul de nuclee din preparat este foarte mare, încît se poate considera că în urma dezintegrării unei fracțiuni numărul total practic rămîne același, legea de distribuție a fenomenului este de tip Poisson. Dacă însă numărul de dezintegrări dintr-un anumit interval limitează numărul de dezintegrări din intervalul următor, fenomenul este descris de legea binomială, datorită dependenței statistice între vitezele de dezintegrare în diferitele etape ale experienței.

Cel mai frecvent pentru determinarea vieții medii τ sau a constantei radioactive λ se utilizează trei metode, în funcție de condițiile experimentale existente, și anume :

a. Compararea numărului de dezintegrări în două intervale a căror durată este mai mare decît τ.

b. Măsurarea numărului de dezintegrări în mai multe intervale de durată Δt.

c. Înregistrarea momentului de dezintegrare a fiecărui nucleu în parte.

În toate raționamentele care urmează vom considera pentru simplificare că eficiența de înregistrare este necunoscută, dar reprezintă o mărime constantă în decursul experienței iar fondul avînd o mărime suficient de mică poate fi neglijat, sau este perfect cunoscut.

5. Determinarea vieții medii din numărul de dezintegrări în intervale mari de timp $\Delta t \geqslant \tau$.

Presupunem intervalul de timp în care se fac măsurătorile egal cu $T \geqslant \tau$. In acest interval au avut loc M dezintegrări, dintre care m_1 în intervalul Δt_1 și m_2 în Δt_2. Cele două intervale sînt definite astfel: Δt_1 este intervalul de la $t = 0$ la t, iar Δt_2 intervalul de la t la T.

Probabilitatea ca un nucleu oarecare să se dezintegreze în intervalul de timp de la 0 la T este evident $1 - e^{-\lambda T}$. Probabilitatea ca un nucleu oarecare din cele M dezintegrate, să se dezintegreze în timpul măsurării, normat la $1 - e^{-\lambda T}$ este pentru primul interval:

$$f_1 = \frac{1 - e^{-\lambda t}}{1 - e^{-\lambda T}} \tag{5.1}$$

și

$$f_2 = 1 - f_1 = \frac{e^{-\lambda t} - e^{-\lambda T}}{1 - e^{-\lambda T}} \tag{5.2}$$

pentru al doilea interval.

Pentru determinarea probabilității ca m_1 nuclee să se dezintegreze în Δt_1 și m_2 în Δt_2, cu condiția ca probabilitatea de dezintegrare a unui nucleu în timpul t să fie f_1, trebuie să utilizăm metoda inversării distribuției binomiale în raport cu probabilitatea simplă de care este legată mărimea λ sau τ.

Dacă probabilitatea ca în timpul t să se dezintegreze k din cele N nuclee atunci cînd probabilitatea de dezintegrare a unui nucleu în timpul t este f, va fi

$$p_f(k) = C_N^k f^k (1 - f)^{N-k} \tag{5.3}$$

iar probabilitatea apriorică ca în timpul t să aibă loc k dezintegrări este

$$p(k) = \int_0^1 p(f)\, p_f(k)\, df. \tag{5.4}$$

Conform teoremei lui Bayes $p_k(f)\, p(k) = p(f)\, p_f(k)$, obținem

$$p_k(f) = \frac{p(f)\, p_f(k)}{p(k)} = \frac{p(f)\, C_N^k f^k (1 - f)^{N-k}}{\int_0^1 p(f)\, C_N^k f^k (1 - f)^{N-k}}. \tag{5.6}$$

Dacă se consideră (cazul unei „statistici bune") că $p(f) = ct$, atunci probabilitatea $p_k(f)$ devine

$$p_k(f) = A f^k (1 - f)^{N-f} \tag{5.7}$$

unde A este o constantă în care s-au introdus toți termenii care nu depind de f. Constanta A se poate calcula din condiția de normare, în care caz obținem

$$A = (N + 1)\, C_N^k \tag{5.8}$$

iar

$$p_k(f) = (N + 1)\, C_N^k f^k (1 - f)^{N-k} \tag{5.9}$$

Atunci valoarea medie a lui f va fi

$$\bar{f} = \int_0^1 f p_k(f)\, df = \frac{k+1}{N+2} \tag{5.10}$$

iar

$$\sigma_{\bar{f}}^2 = \frac{(k+1)(N-k+1)}{(N+3)(N+2)^2} \tag{5.11}$$

și

$$\delta_f = \frac{\sigma_{\bar{f}}}{\bar{f}} = \sqrt{\frac{N-k+1}{(N+3)(k+1)}} \tag{5.12}$$

Cu ajutorul relațiilor de mai sus se poate determina constanta de dezintegrare λ sau viața medie τ ținînd seama de faptul că $f = 1 - e^{-\lambda}$

$$\lambda = -\frac{1}{t} ln\,(1 - f)$$

și (5.13)

$$\sigma_{\bar{\lambda}}^2 = \frac{1}{t^2} \frac{\sigma_f^2}{(1-f)^2}.$$

Astfel, pe baza relației (5.10) obținem în condițiile realizării a m_1 dezintegrări în intervalul Δt_1 că probabilitatea de dezintegrare a fiecărui nucleu în intervalul respectiv este

$$\bar{f}_1 = \frac{1 - e^{-\lambda t}}{1 - e^{-\lambda T}} = \frac{m+1}{M+2} \quad \text{și} \quad \sigma_{\bar{f}}^2 = \frac{(m_1+1)(M-m_1+1)}{(M+2)^2(M+3)}.$$

În cazul fluctuațiilor mici relația dintre σ_f^2 și σ_λ^2 este:

$$\sigma_\lambda^2 = \left(\frac{\partial \lambda}{\partial f_1}\right)^2 \sigma_{f_1}^2. \tag{5.13'}$$

Pentru simplificarea calculelor se poate considera în loc de $\frac{\partial \lambda}{\partial f_1}$ inversul ei, adică $1/\frac{\partial f_1}{\partial \lambda}$.

În final obținem

$$\sigma_{\bar{\lambda}}^2 = \frac{m_1(M-m_1)+M+1}{(M+2)^2(M+3)} \left[\frac{(1-e^{-\lambda T})^2}{t_1 e^{-\lambda t_1}(1-e^{-\lambda T}) - Te^{-\lambda T}(1-e^{-\lambda t})}\right]^2. \tag{5.13''}$$

Iar eroarea standard pentru viața medie va fi

$$\sigma_{\bar{\tau}}^2 = \left(\frac{\partial \tau}{\partial \lambda}\right)^2 \sigma_{\bar{\lambda}}^2 = \frac{1}{\lambda^4}\,\sigma_{\bar{\lambda}}^2 = \tau^4\,\sigma_{\bar{\lambda}}^2. \tag{5.14}$$

Calculele se pot simplifica foarte mult în cazul în care $\lambda T \gg 1$. În această situație să studiem numărul de dezintegrări care au loc în două intervale Δt_1 de la t la ∞ și Δt_2 de la 0 la ∞. În Δt_1 s-au obținut m_1 dezintegrări, iar în Δt_2 un număr de M dezintegrări.

Probabilitatea de dezintegrare a unui nucleu în Δt_1 este atunci $f_1 = e^{-\lambda t}$, și utilizînd aceleași raționamente ca în cazul precedent, obținem $e^{-\lambda t} = \dfrac{m_1 + 1}{M + 2}$ iar

$$\sigma_{\bar{\lambda}}^2 = \frac{m_1(M - m_1) + M + 1}{t^2(M + 2)^2\,(M + 3)}\,e^{2\lambda t} \tag{5.15}$$

și

$$\delta_\lambda = \frac{\sigma_{\bar{\lambda}}^2}{\bar{\lambda}} = \sqrt{\frac{m_1(M - m_1) + M + 1}{(M + 2)^2\,(M + 3)}}\;\frac{e^{-\lambda t}}{ln\,\dfrac{M + 2}{m_1 + 1}}. \tag{5.16}$$

Eroarea standard pentru viața medie va fi ca în cazul precedent

$$\sigma_{\bar{\tau}}^2 = \tau^4\,\sigma_{\bar{\lambda}}^2 = \frac{\tau^4}{t^2}\,\frac{(m_1 + 1)(M - m_1 + 1)}{(M + 2)^2\,(M + 3)}. \tag{5.17}$$

Deoarece M și m_1 sînt în general numere mari se poate neglija 1 și 3 și atunci

$$\sigma_{\bar{\tau}}^2 = \frac{\tau^4}{t^2 M}\,(e^{-t/\tau} - 1) \tag{5.18}$$

și

$$\delta_\tau = \frac{1}{\sqrt{M}}\,\frac{\sqrt{e^{t/\tau} - 1}}{t/\tau} \tag{5.19}$$

Valoarea minimă a abaterii standard relative a vieții medii, în cazul în care se studiază numărul de dezintegrări de la t la ∞ și de la 0 la ∞, se obține pentru o valoare $t \approx 1{,}6\,\tau$ de forma

$$[\delta_\tau]_{min} \approx \frac{1{,}54}{\sqrt{M}}. \tag{5.20}$$

După cum se vede eroarea relativă este destul de mare ($\sim 15\%$), totuși această metodă se utilizează frecvent în cazurile în care avem la dispoziție un număr mare de evenimente, în special datorită simplității ei, atît din punct de vedere al calculelor cît și al aparaturii necesare.

6. Determinarea vieții medii din numărul de dezintegrări în mai multe intervale cu durata Δt

Se studiază dezintegrarea unei substanțe radioactive măsurînd numărul de dezintegrări care au loc în intervale de o anumită durată. Întregul interval de timp în care se studiază dezintegrarea substanței respective se împarte în intervale de durată Δt.

Probabilitatea ca un nucleu oarecare să se dezintegreze în intervalul de la $k\Delta t$ la $(k+1)\,\Delta t$ este atunci

$$p_k(t) = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} f(x)\,dx \tag{6.21}$$

unde

$$f(x)\,dx = e^{-t/\tau}\,\frac{dt}{\tau} \tag{6.22}$$

Atunci

$$p_k(t) = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{-t/\tau}\,\frac{dt}{\tau} = e^{-\frac{k\Delta t}{\tau}} - e^{-(k+1)\frac{\Delta t}{\tau}} = e^{-\frac{k\Delta t}{\tau}}\left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right). \tag{6.21'}$$

Pentru simplificarea calculelor introducem notația $\Delta t/\tau = x$. În acest caz se poate scrie

$$p_k(x) = e^{-kx}\,(1 - e^{-x}). \tag{6.21''}$$

Pentru determinarea valorii medii a lui τ și a erorii standard utilizăm metoda plauzibilității maxime care dă cel mai bun estimat pentru τ și eroarea standard cea mai mică.

În acest scop trebuie stabilită funcția de plauzibilitate L

$$e^L = \Pi\, p_k^{n_k}$$

și

$$L = \Sigma\, n_k \ln p_k = -x\,\Sigma\, k\, n_k + \Sigma\, n_k \ln (1 - e^{-x}).$$

Iar

$$\frac{L}{N} = -x\,k + \ln (1 - e^{-x}). \tag{6.23}$$

Pentru determinarea estimatului lui τ trebuie derivat L în funcție de τ și anulată derivata.

Astfel obținem

$$\tau = \frac{\Delta t}{\ln \dfrac{k+1}{k}}. \tag{6.24}$$

Utilizînd aceiași metodă eroarea standard va fi

$$\sigma_\tau^2 = -\frac{1}{\partial^2 L/\partial \tau^2} = \frac{\tau^4}{N(\Delta t)^2} = \frac{(e^{\Delta t/\tau} - 1)^2}{e^{-\Delta t/\tau}} \tag{6.25}$$

și

$$\delta_\tau = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{sh \dfrac{\Delta t}{2\tau}}{\dfrac{\Delta t}{2\tau}}. \tag{6.26}$$

Se vede că eroarea standard relativă este de forma

$$\delta_\tau = ct \frac{sh\, x/2}{x/2}. \tag{6.26'}$$

Dar funcția $\frac{sh\, x/2}{x/2}$ pentru $\frac{x}{2} \to 0$ respectiv în cazul nostru cînd numărul canalelor crește, tinde către o valoare constantă egală cu unitatea. Deci împărțirea intervalului într-un număr foarte mare de canale nu face decît să îngreuneze calculele și experiența.

De aceea alegerea numărului optim de canale sau de intervale de timp Δt, trebuie făcută în funcție de precizia necesară dorită. (Pentru exemplificare vezi anexa I).

7. Determinarea vieții medii atunci cînd se cunoaște momentul de dezintegrare al fiecărui nucleu în parte.

Altă metodă de determinare a vieții medii sau a constantei de dezintegrare a unei specii de nuclizi se poate face prin înregistrarea momentului de dezintegrare al fiecărui nucleu sau al fiecărei particule în parte.

Presupunem ca și în paragrafele anterioare că durata experiențelor este $T \geqq \frac{1}{\lambda} = \tau$.

Considerăm în raționamentele care urmează că efectul fondului asupra detectorului se poate pentru simplificarea calculelor neglija, la fel, și timpul mort al instalației.

Dacă măsurătorile se fac în timpul T, probabilitatea ca un nucleu oarecare să se dezintegreze în intervalul de timp de la t la $t + dt$ este

$$f(t)\, dt = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{1 - e^{-\lambda T}}\, dt. \tag{7.27}$$

În timpul T s-au înregistrat M acte de dezintegrare, probabilitatea ca fiecare din aceste dezintegrări să aibă loc, primul în dt_1, al doilea în $dt_2 ... dt_M$ va fi

$$P_M = \left(\frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda T}}\right)^M e^{-\lambda \sum_{i=1}^{M} t_i} = \left(\frac{\lambda e^{-\lambda s}}{1 - e^{-\lambda T}}\right)^M \tag{7.28}$$

unde $s = \frac{\sum_{i=1}^{M} t_i}{M}$ reprezintă „centrul de greutate" al distribuției actelor de dezintegrare în timp.

Pentru determinarea probabilității ca în acest caz constanta de dezintegrare sau viața medie determinate pe baza măsurătorilor să fie λ respectiv τ considerînd că probabilitatea apriorică este constantă obținem

$$p_{exp}(\lambda) = ct \left(\frac{\lambda e^{-\lambda s}}{1 - e^{-\lambda T}} \right)^M , \tag{7.29}$$

unde constanta se poate determina ca și în cazurile studiate anterior din condiția de normare.

Odată determinată constanta, se poate calcula $\bar{\lambda}$ și $\sigma^2_{\bar{\lambda}}$.

În cazul în care interesează viața medie probabilitatea respectivă va fi

$$p(\tau) = \left(\frac{e^{-s/\tau}}{1 - e^{-T/\tau}} \right)^M . \tag{7.30}$$

Pentru determinarea valorii medii a lui τ și a abaterii standard $\sigma_{\bar{\tau}}$ aplicăm din nou metoda plauzibilității maxime și obținem

$$\bar{\sigma}_0 = s + \frac{T}{e^{T/\tau} - 1} \tag{7.31}$$

și

$$\sigma^2_{\bar{\tau}} = \frac{\tau_0^2}{M[1 - (1 - s/\tau_0)(1 - s/\tau_0 + T/\tau_0)]} \tag{7.32}$$

obținută ținîndu-se seama de faptul că $M \gg 1$.

Iar

$$\delta_\tau = \frac{1}{\sqrt{M}\sqrt{1 - (1 - s/\tau_0)(1 - s/\tau_0 + T/\tau_0)}} . \tag{7.33}$$

Pentru intervale mari de timp, $T/\tau \to \infty$, δ_τ tinde către $\frac{1}{\sqrt{M}}$

Dacă intervalul de timp T este foarte mare calculele se simplifică mult și

$$\tau = s \tag{7.34}$$

Deci în acest caz, viața medie este egală cu „centrul de greutate" al distribuției momentelor de dezintegrare în timp, iar eroarea standard și eroarea standard relativă devin

$$\sigma^2_{\bar{\tau}} = \tau^2/M \tag{7.35}$$

și

$$\delta_\tau = \frac{1}{\sqrt{M}} \tag{7.36}$$

Deci cea mai bună estimare a vieții medii τ este, așa cum rezultă din ultima relație, media aritmetică a timpurilor individuale la care s-a observat dezintegrarea particulelor iar eroarea relativă medie este $\frac{1}{\sqrt{M}}$

ANEXA I

În cazul în care s-a studiat dezintegrarea radioactivă în intervale cu durata Δt am găsit că

$$\delta_\lambda = \frac{\sigma_\lambda}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{sh \frac{\Delta t}{2\lambda}}{\frac{\Delta t}{2\lambda}} \tag{1}$$

Cu ajutorul acestei relații se poate determina numărul și durata optimă de intervale, respectiv numărul și lărgimea optimă de canale pentru un număr dat de evenimente sau invers numărul necesar de evenimente pentru $\Delta t/\lambda$ dat.

Notăm pentru simplificare

$$\delta_\lambda = \frac{f}{\sqrt{N}} = \varepsilon \quad \text{sau} \quad N = \frac{f^2}{\varepsilon^2}. \tag{2}$$

Dar numărul de evenimente N este egal cu viteza de detectare înmulțit cu intervalul de timp T în care se fac măsurătorile adică

$$N = VT = f^2/\varepsilon^2 \tag{3}$$

iar

$$\frac{sh^2 \frac{\Delta t}{2\lambda}}{\left(\frac{\Delta t}{2\lambda}\right)^2} = \varepsilon^2 V T = \varepsilon^2 N. \tag{4}$$

Alegem o valoare convenabilă pentru eroarea relativă δ. În felul acesta în ultima relație singura necunoscută este $\frac{\Delta t}{2\lambda}$ pe care o putem afla.

Astfel găsim lățimea canalului convenabilă experienței noastre, pentru un N dat.

Numărul de intervale se obține împărțind timpul total T la durata unui interval,

$$n = \frac{T}{\Delta t}. \tag{5}$$

În raționamentele de mai sus nu s-a ținut seama de fond. Pentru a nu mări dispersia este necesar să se elimine acea parte din curbă în care influența fondului este mare. Acest lucru se realizează prin scoaterea din statistică a regiunii respective. În vederea eliminării acestei regiuni trebuie cunoscută valoarea fondului care de obicei se determnă înainte de începerea măsurătorilor propriu zise.

Catedra de fizică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *Dunin-Barkovski, I. V., Smirnov N. V.* — Teoria probabilităților și statistica matematică în tehnică. (Traducere din limba rusă) 3 volume litografiate. Institutul de Studii Romîno-Sovietic, București, 1956.

2. *Anghelescu D.* — Unele aspecte principiale ale calculului erorilor. Buletinul Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej", tom. XXX, Nr. 5—6/1968.

3. *Peierls R.* — Statistical error in connting experiments. Proceedings of the Royal Society 149 (1935).

4. *Bartlett A.* — On the statistical estimation of mean life-times. Phil. Mag. 44, 249 (1953).

5. *Annis M., Cheston W., Primakov H.* — On statistical estimation in physics. Revue of modern phys. 25, 4 (1953).

6. *Evans D.* — The atomic nucleus cap. 12, 15, 26 și 27, Mc.Graw Hill Book Company, N. York, 1955.

7. *Ciorascu F,, Oncescu M.* — Detecția și măsurarea radiațiilor nucleare. Editura Academiei, București, 1964.

8. *Sanielevici A.* — Radioactivitatea, cap. III. Editura Academiei, Buucrești 1956.

9. *Mitroe C., Firescu D.* — Statistica matematică. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1966.

10. *Гольданский В. И, Куценко А. В.* и *Подгорецкий М. И.* — Статистика отсчетов при регистрации ядерных частиц. Гос. из. физ-мат. литературы. Москва 1959.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 2

ORGANIZARE — PLANIFICARE

C.Z.: 656.2

CONTRIBUȚII DE DETERMINAREA EFICIENȚEI ECONOMICE A INVESTIȚIILOR ÎN TRANSPORTUL FEROVIAR *

GEORGE LELESCU

Problema eficienței economice a investițiilor, a preocupat și preocupă încă cercuri largi de cercetări, căutîndu-se a se găsi criterii de eficiență cît mai juste și concludente.

Studierea eficienței economice a investițiilor se încadrează într-o sferă foarte mare de activități și efectele investițiilor se resfrîng în mod complex asupra economiei naționale.

În publicațiile de specialitate în care a fost atacată această problemă s-au studiat atît metodele existente de determinare a eficienței economice a investițiilor cît și unele contribuții noi ale autorilor la rezolvarea acestei probleme. În orice caz, oricare ar fi metodele studiate, trebuie avut în vedere ca, criteriul de eficiență economic să fie cît mai compreensiv și să conducă la soluții care să reflecte cît mai multe aspecte de ordin tehnic și economic, pentru a nu conduce la soluții motivate unilateral.

Nu vom mai insista asupra discuției generale a problemei, întrucît aceasta a fost amplu dezbătută în publicațiile de specialitate, ci vom trece direct la dezvoltarea studiului ce ne-am propus.

În studiul de față, ne propunem să stabilim unele criterii de determinare a eficienței economice a investițiilor limitate la transportul feroviar și analizînd influența investițiilor asupra prețului de cost, și posibilitățile de recuperare a lor, într-un termen considerat ca convenabil din punct de vedere economic.

Pentru aceasta, problema trebuie încadrată în următoarele obiective:

a) natura investițiilor
b) efectul tehnic și din punctul de vedere al exploatării
c) efectul economic
d) condiția de eficiență economică.

* Manuscris predat la redacția la 7 martie 1969.

NATURA INVESTIȚIILOR

În problemele de exploatare feroviară, investițiile pot avea ca obiect:

— sporirea capacității construcțiilor, instalațiilor și a materialu ui rulant ; sistematizarea (modernizarea) mijloacelor de exploatare incluzînd și siguranța circulației și confortul călătorilor.

Aceste obiective se pot referi la :

— construcții și instalații în stațiile noduri de cale ferată ; construcții și instalații pe secțiile de circulație, inclusiv stațiile intermediare ; construcții de material rulant.

1. În stațiile noduri de cale ferată

1.1. *Natura investițiilor*

Sporirea numărului de linii ; lungiri de linii, în scopul sporirii numărului de linii de circulație ; sistematizări pregătitoare pentru modernizarea instalațiilor de semnalizare și centralizare ; lucrări de centralizare și telecomandă ; lucrări de sistematizare în depouri ; lucrări de îmbunătățire a procesului de încărcare și descărcare a vagoanelor.

1.2. *Efectul investițiilor*

Sporirea capacității de tranzit a stației nod de cale ferată, respectiv a volumului de tone transportate și tone nete kilometri și a volumului de călători kilometri pe secțiile de circulație care converg spre nod ; reducerea staționării vagoanelor de marfă ; reducerea volumului de locomotive ore de manevră ; reducerea timpilor de pregătire a parcurilor ; reducerea mîinii de lucru.

2. Pe secții de circulație

2.1. *Natura investițiilor*

Lungirea liniilor din stații sau construcția unor linii noi în scopul sporir i lungimii trenurilor ; sistematizări și centralizări ; refacția sau consolidarea liniei ; dublare ; bloc de linie, automat sau semiautomat.

2.2. *Efectul investițiilor*

Sporirea tonajelor pe tren ; sporirea capacității de circulație ; reducerea timpilor de pregătire a parcurselor ; sporirea încărcăturii pe osie ; sporirea vitezei de circulație ; reducerea staționărilor în stațiile intermediare.

Exercitarea influenței investițiilor se poate arăta în detaliu, prin relații matematice corespunzătoare, precum și cum se exercită influența investițiilor referitoare la efectul tehnic și de exploatare legat de natura fiecărui fel de investiție.

Întrucît aceasta ar comporta o dezvoltare prea mare iar problema este în general cunoscută de către specialiștii, în acest domeniu, ne vom mărgini numai la enunțarea dată mai sus și vom trece direct la tratarea problemei eficienței economice.

3. Influența asupra prețului de cost

Efectele de ordin tehnic și exploatare al investițiilor au, evident, influență asupra prețului de cost.

Investițiile atrag însă și cheltuieli de exploatare suplimentare, care grevează asupra prețului de cost, prin cotele de amortizare corespunzătoare investițiilor făcute și prin alte eventuale cheltuieli suplimentare de exploatare care ar putea interveni în urma investițiilor făcute.

Pe de altă parte, efectele investițiilor care antrenează îmbunătățirea indicatorilor de utilizare a materialului rulant, se traduc prin posibilitățile de sporire a volumului de transport după cum s-a arătat mai sus, ceea ce atrage evident reducerea prețului de cost, prin influența pe care o are asupra prețului de cost parțial aferent cheltuielilor convențional constante. Îmbunătățirile indicatorilor de utilizare a materialului rulant, atrag însă reducerea prețului de cost și independent de condiția sporirii volumului de transport, prin influența pe care o are asupra părții de preț de cost aferentă cheltuielilor variabile.

Se poate deci spune că, efectele investițiilor se reflectă în prețul de cost astfel :

reducerea prețului de cost prin : sporirea volumului de transport ; îmbunătățirea unor indicatori privind utilizarea materialul rulant ; reducerea consumului specific, de combustibil și energie ; reducerea cheltuielilor privind staționarea și manevrarea vagoanelor ; reducerea unor cheltuieli cu caracter de cheltuială constantă, inclusiv reducerea unor cote de amortizare corespunzătoare unor mijloace fixe înlocuite cu altele

majorarea prețului de cost prin : grevarea asupra costurilor de exploatare a cotelor de amortizare suplimentare, aferente investițiilor făcute ; introducerea unor cheltuieli suplimentare necesare punerii în funcțiune și exploatării mijloacelor investite.

În principiu problema ar consta deci, în compunerea acestor două grupe de influențe asupra prețului de cost al transporturilor și introducerea definiției care să precizeze că, există eficiență economică a investițiilor, atunci cînd reducerea prețului de cost obținută este, în valoare absolută, mai mare cu majorarea respectivă. De asemenea eficiența va fi cu atît mai mare, cu cît termenul de recuperare a investițiilor, prin economiile la prețul de cost, va fi mai mic.

Pentru stabilirea acestei eficiențe, va trebui să se compare prețul de cost corespunzător situației dinaintea dării în funcțiune a investițiilor și prețul de cost influențat de investițiile făcute.

Instrumentajul de comparație va fi așa fel, încît să nu fie necesar calculul efectiv al prețului de cost, în schimb să se pună în evidență elementele legate de investiții.

De asemenea se va ține seama că efectul tehnic al investițiilor se poate reflecta și în reducerea prețului de cost în traficul de călători.

În acest scop se vor lua în considerare influențele asupra prețului de cost pe tona kilometru convențională, care înglobează atît traficul de mărfuri cît și de călători, stabilindu-se o relație de calcul a variației procentuale a prețului de cost pe tona kilometru convențională, în funcție de variațiile procentuale ale prețului de cost, în traficul de mărfuri și de călători.

3.1. *Stabilirea relației de calcul a variației procentuale a prețului de cost pe tona kilometru convențională*

Să presupunem că, în traficul de mărfuri volumul de tone nete kilometri suferă o variație relativă α_0 iar indicatorii tehnico-economici de utilizare a materialului rulant variațiile relative $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$. În funcție de aceste variații prețul de cost din traficul de mărfuri, exprimat în $\frac{\text{lei}}{t \text{ netă km}}$, va suferi variațiile corespunzătoare procentuale :

$$f_0(\alpha_0), f_1(\alpha_1), f_2(\alpha_2), \ldots, f_n(\alpha_n).$$

În același mod să presupunem că în traficul de călători, volumul de călători kilomerti suferă o variație relativă β_0, iar indicatorii tehnico-economici de utilizare variațiile relative $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m$.

Prețul de cost din traficul de călători, exprimat în $\frac{\text{lei}}{\text{călător km}}$ va suferi variațiile procentuale corespunzătoare :

$$\varphi_0(\beta_0), \varphi_1(\beta_1), \varphi_2(\beta_2), \ldots, \varphi_m(\beta_m).$$

Conform teoriei [1] privind variațiile procentuale totale rezultă din însumarea algebrică a variațiilor procentuale parțiale. Acestea vor fi deci :

În traficul de mărfuri :

$$U(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) = \sum_{i=0}^{n} f_i(\alpha_i)$$

În traficul de călători :

$$V(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m) = \sum_{i=0}^{n} \varphi_i(\beta_i)$$

Pentru a putea determina efectul acestor variații asupra prețului de cost pe tona kilometru convențională vom presupune că variațiile procentuale totale U și V sînt egale cu variațiile provocate de o variație echivalentă (virtuală) de tone nete kilometri, respectiv călători kilometri.

Fie α variația echivalentă de tone nete kilometri și β variația echivalentă de călători kilometri.

Variațiile procentuale ale prețului de cost în funcție de variația volumului de tone nete kilometri respectiv de călători kilomerti, sînt date de relațiile [1] :

$$f(\alpha) = -\frac{m\alpha}{1+\alpha} \text{ în traficul de mărfuri}$$

$$\varphi(\beta) = -\frac{m\beta}{1+\beta} \text{ în traficul de călători}$$

unde m este ponderea procentuală a cheltuielilor convențional constante față de totalul cheltuielilor.

Pe baza ipotezei făcute, vom avea :

$$U(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) = -\frac{m\alpha}{1+\alpha}$$

$$V(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m) = -\frac{m\beta}{1+\beta}$$

Din aceste relații, rezultă :

$$\alpha = -\frac{U}{m+U}; \quad \beta = -\frac{V}{m+V} \tag{1}$$

Dacă se notează cu ϱ, variația relativă a volumului de tone kilometri convenționale, corespunzătoare variațiilor echivalente α și β, cu T_k volumul inițial de tone nete kilometri, cu C_k volumul inițial de călători kilometri cu T volumul corespunzător de tone kilometri convenționale și cu λ coeficientul de echivalare, rezultă :

$$T = T_k + \lambda C_k$$

$$T(1+\varrho) = T_k(1+\alpha) + \lambda C_k(1+\beta)$$

$$\varrho = \frac{\alpha T_k + \lambda\beta C_k}{T_k + \lambda C_k} \tag{2}$$

Înlocuind pe α și β cu expresiile lor din (1) :

$$\varrho = -\frac{\frac{U}{m+U}T_k + \frac{V}{m+V}\lambda C_k}{T_k + \lambda C_k} \tag{3}$$

Variația procentuală a prețului de cost pe tona kilometru convențională este dată tot de o relație de forma :

$$F(\varrho) = -\frac{m\varrho}{1+\varrho} \tag{4}$$

unde înlocuim pe ϱ cu expresia lui din (3) după calcule rezultă :

$$F(\varrho) = \frac{U(m+V)T_k + V(m+U)\lambda C_k}{(m+V)T_k + (m+U)\lambda C_k} \tag{5}$$

Întrucît ϱ este funcție de U și V și ținînd seama de semnificația acestor elemente, vom nota pe $F(\varrho)$ care este de fapt variația procentuală totală a prețului de cost pe tona kilometru convențională cu $\Phi(U, V)$.

$$\Phi(U,V) = \frac{U(m+V)T_k + V(m+U)\lambda C_k}{(m+V)T_k + (m+U)\lambda C_k} \tag{6}$$

3.2. *Modificarea prețului de cost ca urmare a investițiilor*

După cum s-a mai arătat prețul de cost mai este influențat și de : suma cotelor anuale de amortizare aferente investițiilor (A_m); cheltuielile suplimentare de exploatare (în afară de amortizări) pe care le com-

portă investiţiilor (H); economiile (eventuale) la cheltuielile de exploatare, altele decît cele rezultate din reducerea preţului de cost datorită creşterii volumului de transport şi îmbunătăţirii indicatorilor tehnico-economici (E).

Se mai fac notaţiile :

S — preţul de cost unitar pe tona kilometru convenţională în situaţie iniţială, adică înainte de punerea în funcţiune a investiţiilor ;

S' — preţul de cost modificat în urma punerii în funcţiune a investiţiilor ;

C — cheltuielile anuale de exploatare, iniţiale, din ambele traficuri : mărfuri şi călători.

Pentru a fixa ideile, vom face ipoteza, de altfel corespunzătoare în general situaţiei reale, că sporurile de capacitate corespunzătoare investiţiilor făcute într-un anumit an, nu sînt folosite integral chiar din anul dării lor în funcţiune, ci numai parţial şi în mod progresiv, iar folosirea integrală se produce în p ani după darea în funcţiune.

Comparaţia preţului de cost se va face faţă de anul de bază, care corespunde situaţiei dinaintea dării în funcţiune a mijloacelor fixe, luate în considerare, folosindu-se variaţiile în lanţ (de la an la an) corespunzătoare folosirii treptate a sporurilor de capacitate.

Se va face ipoteza de calcul că pe lîngă cotele anuale de amortizare A_m se menţin constante faţă de anul de bază şi cheltuielile suplimentare (H) şi economiile (E) denumite mai sus.

Considerînd că, în traficul de mărfuri există n indicatori tehnico-economici de utilizare a materialului rulant plus volumul de tone nete kilometri, iar în traficul de călători m indicatori, plus volumul de călători kilometri vom introduce notaţiile :

În traficul de mărfuri :

$f_{ji}(\alpha_i)$ — variaţia procentuală a preţului de cost în anul „j" faţă de anul precedent („j—1"), corespunzătoare variaţiei relative (α_i) a indicatorului indice „i" ($i = 1,2 \ldots n$; $j = 1,2,\ldots p$).

În traficul de călători :

$\varphi_{ji}(\beta_i)$ — variaţia procentuală a preţului de cost în anul „j" faţă de anul precedent („j—1"), corespunzătoare variaţiei relative (β_i) a indicatorului indice „i" ($i = 1,2\ldots, m$) $j = 1,2,\ldots, p$).

Conform teoriei menţionate, pentru calculul variaţiei procentuale totale, în cei p ani consideraţi, vom avea de la an la an, următoarele variaţii procentuale ale preţului de cost :

În traficul de mărfuri :

$$U_j(\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n) = \sum_{i=0}^{n} f_{ji}(\alpha_i); \quad (j = 1, 2, \ldots, p)$$

În traficul de călători :

$$V_j(\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_m) = \sum_{i=0}^{m} \varphi_{ji}(\beta_i); \quad (j = 1, 2, \ldots, p)$$

Folosind relația (6), pentru calculul variației procentuale a prețului de cost pe tona kilometru convențională, aceste variații în lanț (considerînd pe *m, constant)* vor fi :

$$\Phi_j(U_j, V_j) = \frac{U_j(m + V_j) J_{k \cdot j-1} + V_j(m + U_j) \lambda C_{k \cdot j-1}}{(m + V_j) J_{k \cdot j-1} + V_j(m + U_j) \lambda C_{k \cdot j-1}} \qquad (7)$$

$$(j = 1,2, \ldots, p)$$

Să stabilim variația procentuală totală a prețului de cost pe tona kilometru convențională, în anul *p*, față de anul de bază în funcție de variațiile în lanț $\Phi_j(U_j, V_j)$

Conform teoriei generale în cei *p* ani succesivi vom avea :

În anul 1 : $S_1 = \left(1 + \frac{\Phi_1}{100}\right) S$

„ 2 : $S_{1,2} = \left(1 + \frac{\Phi_2}{100}\right) S_1 = \left(1 + \frac{\Phi_1}{100}\right)\left(1 + \frac{\Phi_2}{100}\right) S$

.

.

În anul *p* : $S_{1,2 \ldots, p} = \left(1 + \frac{\Phi_p}{100}\right) S_{1,2, \ldots, p-1} = \left(1 + \frac{\Phi_1}{100}\right)\left(1 + \right.$

$$\left. + \frac{\Phi_2}{100}\right) \cdots \left(1 + \frac{\Phi_p}{100}\right) S$$

sau :

$$S_{1,2 \ldots, p} = \prod_{j=1}^{p} \left(1 + \frac{\Phi_j}{100}\right) S \qquad (8)$$

Variația procentuală a prețului de cost în anul *p*, față de anul de bază va fi :

$$100 \frac{S_{1,2 \ldots, p} - S}{S} = 100 \left[\prod_{j=1}^{p} \left(1 + \frac{\Phi_j}{100}\right) - 1 \right] \qquad (9)$$

S-a notat : $\Phi_j = \Phi_j(U_j, V_j)$.

Prețul de cost $S_{1,2,\ldots p}$ din relația (9), respectiv variația lui procentuală sînt determinate în funcție de variațiile succesive ale indicatorilor de exploatare.

Pentru a avea și influența cotelor de amortizare (A_m) și a cheltuielilor suplimentare (H) și a economiilor independente de variația indicatorilor, la valoarea $S_{1,2,\ldots,p}$ din relația (9) se va adăuga și partea complementară :

$$S_0 = \frac{A_m + H - E}{T_p} \qquad (10)$$

unde T_p este volumul de tone kilometri convenționale din anul p.

Conform relației de variație în lanț și notînd cu τ_j ($j = 1, 2,....p$) variațiile volumului de tone kilometri corespunzătoare variațiilor volumurilor de tone nete kilometri și călători kilometri vom avea :

$$T_p = (1 + \tau_1)(1 + \tau_2) \dots (1 + \tau_p)\, T \qquad (11)$$

unde τ_j se determină cu relația de forma (2)

$$\tau_j = \frac{\alpha_j T_{k \cdot j-1} + \lambda \beta_j \cdot C_{k \cdot j-1}}{T_{k \cdot j-1} + \lambda C_{k \cdot j-1}} \; ;(j = 1,2,\dots,p)$$

Pe baza notației făcute :

$$S' = S_{1,2,\dots,p} + S_0$$

$$S_0 = \frac{A_m + H - E}{(1 + \tau_1)(1 + \tau_2) \dots (1 + \tau_p)\, T}$$

Din relația : $S = \frac{C}{T'}$, rezultă : $\frac{1}{T} = \frac{S}{C}$

deci se poate scrie :

$$S_0 = \frac{(A_m + H - E)\, S}{C \prod_{j=1}^{p} (1 + \tau_j)}$$

Prețul de cost modificat sub influența ambelor grupe de cauze va fi :

$$S' = \left[\prod_{j=1}^{p} \left(1 + \frac{\phi_j}{100}\right) + \frac{A_m + H - E}{C \prod_{j=1}^{p} (1 + \tau_j)} \right] S \qquad (12)$$

Conform definiției de eficiență economică va trebui ca :

$$\frac{S'}{S} < 1$$

$$\prod_{j=1}^{p} \left(1 + \frac{\Phi_j}{100}\right) + \frac{A_m + H - E}{C \prod_{j=1}^{p} (1 + \tau_j)} < 1$$

sau dezvoltat :

$$\left(1 + \frac{\Phi_1}{100}\right)\left(1 + \frac{\Phi_2}{100}\right) \cdots \left(\frac{\Phi_p}{100}\right) + \frac{A_m + H - E}{C(1 + \tau_1)(1 + \tau_2) \dots (1 + \tau_p)} < 1 \qquad (13)$$

Relația (13) este relația de condiție a eficienței economice a investițiilor.

Dacă se notează cu $\bar{\Phi}$ reducerea procentuală medie anuală a prețului de cost și cu $\bar{\tau}$ creșterea medie anuală a volumului de tone kilometri

convenționale, conform teoriei generale de determinare a ritmurilor medii vom avea :

$$\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^p=\left(1+\frac{\Phi_1}{100}\right)\left(1+\frac{\Phi_2}{100}\right)\cdots\left(1+\frac{\Phi_p}{100}\right) \tag{14}$$

$$(1+\bar{\tau})^p=(1+\tau_1)(1+\tau_2)\cdots(1+\tau_p) \tag{15}$$

și relația (13) se poate scrie sub forma :

$$\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^p+\frac{A_m+H-E}{C(1+\bar{\tau})^p}\leqslant 1 \tag{16}$$

Relația (16) va putea fi folosită în special cînd urmează a se determina termenul de recuperare în anumite condiții. De asemenea se poate deduce și timpul după care condiția de eficiență începe să fie îndeplinită. (Se va arătat la exemplul de calcul).

Valorile lui $\bar{\Phi}$ și $\bar{\tau}$ rezultă din :

$$\log\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)=\frac{\sum_{j=1}^{p}\log\left(1+\frac{\Phi_j}{100}\right)}{p} \tag{17}$$

$$\log(1+\bar{\tau})=\frac{\sum_{j=1}^{p}\log(1+\bar{\tau})}{p} \tag{18}$$

4. Termenul de recuperare

Pentru a determina termenul de recuperare se va porni de la relația prețului de cost (12), modificat sub influența ambelor grupe de cauze (indicatorii și cheltuielile suplimentare aferente investițiilor).

Se vor folosi ritmurile medii rezultate din relațiile (14) și (15). Notînd cu t, timpul (în ani) de recuperare a investițiilor, prețul de cost modificat în anul t, sub influența în lanț a indicatorilor va fi :

$$S'=\left[\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^t+\frac{A_m+H-E}{C(1+\bar{\tau})^t}\right] \tag{19}$$

În ipoteza $S'<S$, diferența unitară de preț de cost este :

$$\Delta S=S'-S=\left[\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^t+\frac{A_m+H-E}{C(1+\bar{\tau})^t}-1\right]S;\ \Delta S<0$$

iar economia absolută față de situația inițială :

$$\Delta C=\Delta S\cdot T(1+\bar{\tau})=\left[\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^t+\frac{A_m+H-E}{C(1+\bar{\tau})^t}-1\right]S\cdot T(1+\bar{\tau})$$

Dar : $S = \frac{C}{T}$ și $ST = C$, deci

$$\Delta C = \left[\left(1 + \frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^t - 1\right] C(1 + \bar{\tau})^t + A_m + H - E \qquad (20)$$

Cum, $T\ (1 + \bar{\tau}) > 0$, rezultă că orientarea lui ΔC este $\Delta C < 0$ Dacă notăm cu I, volumul investițiilor respective, termenul de recuperare va corespunde situației cînd :

$$I + \Delta C \leqslant 0$$

sau la limită :

$$I + \Delta C = 0$$

Rezultă :

$$I + (A_m + H - E) + \left[\left(1 + \frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^t - 1\right] C(1 + \bar{\tau})^t = 0$$

Sau notînd $R = A_m + H - E$ și $\frac{I + R}{C} = h$, termenul de recuperare va rezulta din ecuația exponențială

$$\left(1 + \frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^t (1 + \bar{\tau})^t - (1 + \bar{\tau})^t + h = 0 \qquad (22)$$

Ecuația (22) poate fi rezolvată prin metodele obișnuite ale algebrei, în cazul de față destul de laborioase.

Pentru a simplifica rezolvarea și ținînd seama de faptul că t va fi exprimat în numere întregi, și că creșterile medii anuale, în mod normal nu pot fi presupuse decît subunitare, adică $\left|\frac{\bar{\Phi}}{100}\right| < 1; |\bar{\tau}| < 1$, conform teoriei cunoscute, se pot face aproximările :

$$\left(1 + \frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^t \approx 1 + \frac{\bar{\Phi}}{100}\, t;\ (1 + \bar{\tau})^t \approx 1 + \bar{\tau}\, t$$

$$\bar{\Phi} \cdot \bar{\tau}\, t^2 + \bar{\Phi} \cdot t + 100\, h = 0 \qquad (23)$$

În această ecuație $\bar{\tau} > 0$ căci reprezintă *creșterea* relativă a volumului de tone kilometri convenționale, $\bar{\Phi} < 0$ căci reprezintă reducerea procentuală medie anuală a prețului de cost iar $h > 0$ ca raport de cheltuieli, soluția pozitivă este :

$$-\frac{\bar{\Phi} + \sqrt{\bar{\Phi}^2 - 400\, \bar{\Phi}\, \bar{\tau}\, h}}{2\, \bar{\Phi}\, \bar{\tau}} \qquad (24)$$

Trebuie să facem observația că față de termenul p de folosire integrală a capacităților termenul de recuperare poate fi mai mic, egal sau mai mare.

Depărtarea sau apropierea termenului de recuperare depinde de ritmul de reducere a prețului de cost și de mărimea raportului $\frac{I+R}{C}$

Aceasta se poate observa din rezolvarea grafică a ecuației de determinare a lui t, scrisă sub forma (22).

Rezolvarea grafică a ecuației (22) se face, după cum se știe, astfel:

Se scrie ecuația sub forma:

$$\left[\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau})\right]^t - [(1+\bar{\tau})^t - h)] = 0 \qquad (25)$$

Considerîndu-se funcțiile:

$$f(t) = \left[\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau})\right]^t \text{ și } \varphi(t) = (1+\bar{\tau})^t - h$$

ecuația (25) va fi satisfăcută pentru valorile lui t, pentru care

$$f(t) - \varphi(t) = 0, \text{ sau } f(t) = \varphi(t)$$

Aceste valori corespund punctelor de intersecție ale curbelor reprezentative ale celor două funcții.

Ținînd seama că volumul de transport crește ($\bar{\tau} > 0$) vom avea permanent $1 + \bar{\tau} > 1$.

În ce privește expresia $\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau})$ deși în general prețul de cost se reduce, deci $1 + \frac{\bar{\Phi}}{100} < 1$, totuși expresia poate să ia și valori mai mari cu 1.

$$1a: \left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau}) < 1; \quad 1b: h = \frac{I+R}{C} < 1$$

$$2a: \left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau}) < 1; \quad 2b: h = \frac{I+R}{C} < 1$$

$$3a: \left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau}) > 1; \quad 3b: h = \frac{I+R}{C} > 1$$

$$4a: \left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau}) > 1; \quad 4b: h = \frac{I+R}{C} > 1$$

Pentru aceste patru ipoteze s-a făcut reprezentarea pe aceleași axe.

Din reprezentarea grafică se observă că cel mai mic termen de recuperare corespunde condițiilor:

$$\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau}) < 1 \text{ și } \frac{I+R}{C} < 1$$

iar cel mai mare timp de recuperare, condiţiilor :

$$\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau})>1 \text{ şi } \frac{I+R}{C}>1$$

Între aceste valori ale lui t se găsesc acelea corespunzătoare condiţiilor :

$$\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau})>1 \text{ şi } \frac{I+R}{C}<1$$

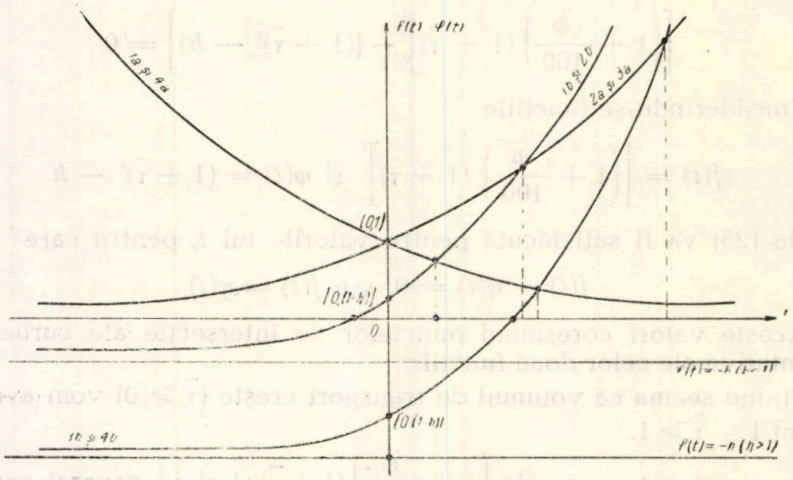


Fig. 1

sau

$$\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau})<1 \text{ şi } \frac{I+R}{C}>1$$

Aceste rezultate sînt normale, deoarece :
în primul caz există o reducere mare a preţului de cost iar cheltuielile de investiţii plus cele suplimentare aferente lor nu întrec volumul cheltuielilor de exploatare iniţiale. Din contra în cazul al doilea reducerea preţului de cost este mai mică iar cheltuielile de investiţii plus cele suplimentare, întrec volumul cheltuielilor de explotare iniţiale.

Celelalte două cazuri sînt intermediare.

5. Un exemplu de calcul

5.1. *Condiţia de eficienţă economică*

Să presupunem că pe reţeaua unei anumite regionale de cale ferată, în scopul sporirii capacităţii de transport sînt necesare investiţii în va-

loare de 250 milioane lei iar cheltuielile suplimentare de exploatare pe care le comportă aceste investiții sînt :

Amortizările : $Am = 7{,}5$ mil. lei/an

Cheltuieli suplimentare de exploatare : $H = 2{,}5$ mil. lei/an

$$R = Am + H = 10 \cdot 10^6 \text{ lei}$$

În perioada de bază (înainte de darea în funcțiune a mijloacelor fixe investite) cheltuielile de exploatare anuale sînt : $C = 10^9$ lei.

De la darea în funcțiune a investițiilor, sporul de capacitate este folosit parțial și progresiv timp de trei ani, iar în al patrulea an, sporurile de capacitate intră integral în funcțiune.

În urma acestor lucrări de investiții volumul de transport crește iar unii indicatori tehnico-economic se îmbunătățesc de la an la an astfel :

Tabelul 1

Indicatorul	Anul 1	Anul 2	Anul 3	Anul 4
Creșterea (+) sau reducerea (—) procentuală de la an la an	față de anul de bază	față de anul 1	față de anul 2	față de anul 3
Tone nete kilometri (T_k)	+ 4,0%	+ 3,5%	+ 3,0%	+ 2,5%
Călători kilometri (C_k)	+ 2,0%	+ 1,5%	+ 1,0%	+ 0,5%
Tonajul brut pe tren marfă	+ 3,0%	+ 2,5%	+ 2,0%	+ 1,5%
Consumul specific de combustibil în traficul de marfă	— 4,0%	— 3,5%	— 3,0%	— 2,5%
Consumul specific de combustibil în traficul de călători	— 2,0%	— 1,5%	— 1,0%	— 1,0%

În anul de bază volumul de transport realizat este :

$T_{k0} = 8{,}5.10^9$ tone nete kilometri

$C_{k0} = 4{,}3.10^9$ călători kilometri

$T_0 = 12{,}8.10^9$ tone kilometri convenționale, rezultate din relația $T = T_k + \lambda C_k$ unde s-a considerat $\lambda = 1$, conform situației care apare în prezent din datele statistice.

În funcţie de creşterile menţionate în anii 1, 2, 3, 4 va fi :

Tabelul 2

Anul	Tone nete km	Călători km	Tone km convenţionale
1	$T_k = 8{,}840.10^9$	$C_{k1} = 4{,}386.10^9$	$T_1 = 13{,}226.10^9$
2	$T_k = 9{,}150.10^9$	$C_{k2} = 4{,}452.10^9$	$T_2 = 13{,}602.10^9$
3	$T_k = 9{,}425.10^9$	$C_{k3} = 4{,}497.10^9$	$T_3 = 13{,}922.10^9$
4	$T_k = 9{,}660.10^9$	$C_{k4} = 4{,}520.10^9$	$T_4 = 14{,}180.10^9$

Coeficienţii de îndeplinire, în lanţ, $(1 + \tau_j)$ ai volumurilor de tone km convenţionale, pe baza datelor de mai sus, vor fi :

$$1 + \tau_1 = \frac{13{,}226}{12{,}800} = 1{,}0333$$

$$1 + \tau_2 = \frac{13{,}602}{13{,}226} = 1{,}0284$$

$$1 + \tau_3 = \frac{13{,}922}{13{,}602} = 1{,}0235$$

$$1 + \tau_4 = \frac{14{,}180}{13{,}922} = 1.0185$$

Să calculăm variaţiile procentuale de la an la an ale preţului de cost pe tona kilometru convenţională, cu ajutorul relaţiilor de forma (7).

Se va nota : α_0 variaţia relativă a volumului de tone nete kilometru, α_1 variaţia relativă a tonajului brut pe tren şi α_2 variaţia relativă a consumului specific de combustibil în traficul de mărfuri ; β_0 variaţia relativă a volumului de călători kilometri, β_1 variaţia relativă a consumului specific de combustibil în traficul de călători.

Conform teoriei generale asupra variaţiei procentuale a preţului de cost [1] relaţiile de calcul a acestor variaţii corespunzătoare indicatorilor respectivi sînt de forma :

In traficul de mărfuri :

$$f_{j0} = -\frac{50\,\alpha_0}{1 + \alpha_0}\,;\quad f_{j1} = -\frac{40\,\alpha_1}{1 + \alpha_1}\,;\quad f_{j2} = 18\,\alpha_2\,;\quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

In traficul de călători :

$$\varphi_{j0} = -\frac{50\,\beta_0}{1 + \beta_0}\,;\quad \varphi_{j1} = 23\,\beta_1\,;\quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

Din elementele date și aplicînd relațiile respective rezultă că în cei patru ani avem succesv :

$f_{10}(\alpha_0) = -1{,}92$; $f_{11}(\alpha_1) = -1{,}16$; $f_{12}(\alpha_2) = -0{,}72$; $U_1(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = \underline{-3{,}80}$

$\varphi_{10}(\beta_0) = -0{,}98$; $\varphi_{11}(\beta_1) = -0{,}46$; $V_1(\beta_0, \beta_1) = \underline{-1{,}44}$

$f_{20}(\alpha_0) = -1{,}68$; $f_{21}(\alpha_1) = -0{,}97$; $f_{22}(\alpha_2) = -0{,}63$; $U_2(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = \underline{-3{,}28}$

$\varphi_{20}(\beta_0) = -0{,}74$; $\varphi_{21}(\beta_1) = -0{,}35$; $V_2(\beta_0, \beta_i) = \underline{-1{,}09}$

$f_{30}(\alpha_0) = -1{,}45$; $f_{31}(\alpha_1) = -0{,}78$; $f_{32}(\alpha_2) = -0{,}54$; $U_3(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = \underline{-1{,}77}$

$\varphi_{30}(\beta_0) = -0{,}50$; $\varphi_{31}(\beta_1) = -0{,}23$; $V_3(\beta_0, \beta_1) = \underline{-0{,}73}$

$f_{40}(\alpha_0) = -1{,}22$; $f_{41}(\alpha_1) = -0{,}59$; $f_{42}(\alpha_2) = -0{,}45$; $U_4(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = \underline{-2{,}26}$

$\varphi_0(\beta_0) = -0{,}25$; $\varphi_{41}(\beta_1) = -0{,}23$; $V_4(\beta_0, \beta_1) = \underline{-0{,}48}$

Considerînd ca pondere procentuală a cheltuielilor convențional constante valoarea medie a rețelei $m = 50$, aplicînd relația (7) și ținînd seama de valorile lui T_{kj} și C_{kj} din tabelul 2 și din anul de bază, rezultă că variațiile procentuale, în lanț, ale prețului de cost pe tona kilometru convențională în cei patru ani consecutivi vor fi :

$$\Phi_1(U_1V_1) \approx -3{,}03\%; \quad \Phi_2(U_2V_2) \approx -2{,}58\%; \quad \Phi_3(U_3V_3) \approx -2{,}15\%;$$
$$\Phi_4(U_4V_4) \approx -1{,}7\%$$

Pentru a vedea dacă este îndeplinită condiția de eficiență economică vom aplica relația de condiție (13) :

În cazul dat :

$$\left(1 + \frac{\Phi_1}{100}\right); \left(1 + \frac{\Phi_2}{100}\right); \left(1 + \frac{\Phi_3}{100}\right); \left(1 + \frac{\Phi_4}{100}\right) =$$
$$= 0{,}9697 \cdot 0{,}9742 \cdot 0{,}9785 \cdot 0{,}9830 \approx 0{,}9087$$

$$(1 + \tau_1)(1 + \tau_2)(1 + \tau_3)(1 + \tau_4) = 1{,}0333 \cdot 1{,}0284 \cdot 1{,}0235 \cdot 1{,}0185 \approx 1{,}1077$$

$$A_m + H - E = 10 \cdot 10^6; \quad C = 10^9; \quad (E = 0)$$

Rezultă :

$$0{,}9087 + \frac{10^7}{1{,}077 \cdot 10^9} = 0{,}9087 + 0{,}0090 = 0{,}9177 < 1$$

Condiția de eficiență economică a investițiilor este deci îndeplinită.

5.2. *Termenul de recuperare*

Să stabilim care este termenul de recuperare. Pentru aceasta vom rezolva ecuația de forma (23), după ce în prealabil vom calcula redu-

cerea medie anuală a preţului de cost ($\bar{\Phi}$) şi creşterea medie anuală a volumului de tone km convenţionale($\bar{\tau}$).

$$\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^4=\left(1+\frac{\Phi_1}{100}\right);\left(1+\frac{\Phi_2}{100}\right);\left(1+\frac{\Phi_3}{100}\right);\left(1+\frac{\Phi_4}{100}\right)=0{,}908657$$

$$1+\frac{\bar{\Phi}}{100}=0{,}9767;\quad \bar{\Phi}=-2{,}33\%$$

$$(1+\bar{\tau})^4=(1+\tau_1)(1+\tau_2)(1+\tau_3)(1+\tau_4)=1{,}1077$$

$$1+\bar{\tau}=1{,}0259;\quad \bar{\tau}=0{,}0259$$

$$I=250\cdot 10^6;\quad R=A_m+H=10\cdot 10^6;\quad C=10^9$$

$$h=\frac{I+R}{C}=\frac{260\cdot 10^6}{10^9}=0{,}26$$

Din ecuaţia :

$\bar{\Phi}\bar{\tau}t^2+\bar{\Phi}t+100h=0$; înlocuind pe $\bar{\Phi}$, $\bar{\tau}$ şi h şi luînd soluţia pozitivă, rezultă :

$$t=\frac{2{,}33-\sqrt{5{,}4289+6{,}2761}}{-0{,}1207}=\frac{1{,}09}{0{,}1207}\approx 9 \text{ ani}$$

Referindu-ne la discuţia anterioară se observă că :

$$\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)(1+\bar{\tau})=0{,}9767\cdot 10{,}0259=1{,}002>1$$

$$h=0{,}26<1$$

deci termenul de recuperare se găseşte între cel mai mic posibil şi cel mai mare.

5.3. *Timpul după care condiţia de eficienţă este îndeplinită*

Pentru a determina acest timp vom pleca de la relaţia de condiţie scrisă sub forma (16) :

$$\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^z+\frac{A_m+H-E}{C(1+\bar{\tau})^z}\leqslant 1;$$ (z este notaţia timpului respectiv) şi vom considera cazul limită :

$$\left(1+\frac{\bar{\Phi}}{100}\right)^z+\frac{A_m+H-E}{C(1+\bar{\tau})^z}=1 \qquad (26)$$

Rezolvarea ecuaţiei (26) în raport cu z va da timpul corespunzător începerii îndeplinirii condiţiei de eficienţă economică, adică de fapt al echilibrării preţului de cost, căci relaţia (26) corespunde la $S'=S$.

Ecuația (23) va fi rezolvată pe baza acelorași aproximații ca cele făcute la rezolvarea ecuației în raport cu termenul de recuperare rezultînd ecuația de forma :

$$\bar{\Phi}\,\bar{\tau}\,z^2 + \bar{\Phi}z + 100\,q = 0, \text{ cu } \frac{A_m + H - E}{C} = q$$

Ținînd seama că în exemplul luat : $\bar{\Phi} = -2{,}33$; $\bar{\tau} = 0{,}0259$; $q = \frac{10^7}{10^9} = 10^{-2}$

$$z = -\frac{-2{,}33 + \sqrt{5{,}4289 + 0{,}2414}}{-0{,}1207} = \frac{-2{,}33 + 2{,}38}{0{,}1207} =$$

$$= \frac{0{,}05}{0{,}1207} = 0{,}41 \text{ ani}$$

Prețul de cost se echilibrează, adică condiția de eficiență economică începe să fie îndeplinită după $0{,}41 \times 12 = 5$ luni, aproximativ o jumătate de an, deci chiar din primul an al sporirii capacităților.

Este evident că acest termen se poate depărta în funcție de ritmul de creștere a volumului de transport și de reducere a prețului de cost, precum și de nivelul cheltuielilor de amortizare aferente investițiilor și al cheltuielilor suplimentare de exploatare.

Astfel dacă am presupune că prin investițiile făcute nu se poate obține decît :

$$\bar{\Phi} = -2{,}0; \quad \bar{\tau} = 0{,}025 \text{ iar } A_m + H = 40 \cdot 10^6 \text{ lei}$$

$$q = \frac{40 \cdot 10^6}{10^9} = 10^{-2} \cdot 4$$

$$z = -\frac{-2{,}0 + \sqrt{4 + 0{,}8}}{= 0{,}10} = \frac{0{,}2}{0{,}1} = 2 \text{ ani}$$

În aceste condiții, reducerea prețului de cost, deci eficiența economică începe să se producă după doi ani adică începînd cu al treilea an.

Observație : Din cele expuse pînă aici rezultă că, în ceea ce privește timpurile corespunzătoare diferitelor condiții, trebuie să avem în vedere trei noțiuni :

1°. Timpul după care sporurile de capacitate intră integral în funcțiune. Acesta este dat și în funcție de el se stabilește dacă este îndeplinită condiția de eficiență economică.

2°. Timpul de recuperare a investițiilor.

3°. Timpul de echilibrare a prețului de cost, după care începe să fie îndeplinită condiția de eficiență economică a investițiilor.

În concluzie, prin acest studiu am încercat să aduc o modestă contribuție în domeniul acestei probleme, atît de dezbătută și aș fi recunoscător tovarășilor ingineri, economiști sau cadre didactice pentru observațiile și sugestiile ce le vor face.

Totodată se menționează că tratarea problemei sub forma din acest studiu, este independentă de condițiile de eficiență economică prevăzută în actele normative în vigoare, cel puțin parțial.

Catedra de organizare și planificare
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *George Lelescu*, Probleme de preț de cost feroviare. Editura Transporturilor și Telecomunicațiilor 1961.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 2

MECANICĂ

C.Z.: 621.438

CU PRIVIRE LA STRATUL LIMITĂ TRIDIMENSIONAL FORMAT PE PALETELE ACTIVE ALE TURBOMAȘINILOR AXIALE *

C. GUȚA

Caracterul spațial al mișcării fluidului ce străbate o rețea de profile, care are un unghi de răsucire variabil în lungul paletelor este datorat efectelor marginale. Astfel, datorită lungimii finite a paletelor și diferenței de presiune pe partea convexă si concavă a acestora se produce o scurgere secundară în sens radial. Ca urmare a răsucirii paletelor, cîmpul de viteze la intrarea și ieșirea din rețea nu mai este axial și va avea și componente tangențiale, care împreună cu scurgerea de bază, longitudinală determină tocmai caracterul triaxial al scurgerii.

Dintre aceste, componente ale mișcării mai dificil de pus în evidență, cantitativ, este cea radială.

Condițiile de echilibru radial ale mișcării fluidului se pot scrie [1] sub forma :

$$\Gamma = C_u r = \text{const.}; \quad \frac{dp}{dr} = \varrho \frac{C_u^2}{r}; \quad \frac{d C_a}{dr} = 0 \tag{1}$$

unde Γ este circulația fluidului, C_u este componentă tangențială a vitezei, C_a componenta axială iar ϱ densitatea gazului.

Dacă se notează prin F_i componenta forței de inerție a mișcării de translație după rază ; F_{ri} componenta după direcția razei a forței de inerție a mișcării relative F_r componenta forței generatoare de rotație, care nu întotdeauna este dirijată după tangentă, condiția a doua a echilibrului radial (1), la granița exterioară a stratului limită, devine :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = (F_i + F_{ri} + F_r)_{y=\delta} \tag{2}$$

Relația (2) este scrisă în ipoteza echilibrului radial al unui gaz în mișcare în apropierea suprafeței paletelor și corespunde regimului de scurgere izentropic.

* Manuscris predat la redacție la 12 martie 1969.

Expresiile analitice ale forțelor din membrul drept al relației (2) sînt de forma :

$$(F_i)_{y=\delta} = \varrho \frac{C_a^2}{r} \tag{3}$$

$$(F_{ri})_{y=\delta} = \varrho \frac{C^2}{r} \cos^2 \beta \tag{4}$$

$$(Fr)_{y=\delta} = 2\varrho \frac{C C_a}{r} \cos \beta \tag{5}$$

Să remarcăm că în relațiile (3)—(5) componentele forțelor F_i, F_{ri}, F_r sînt raportate la unitatea de volum. Prin C s-a notat rezultanta vitezei iar β unghiul pe care aceasta îl face cu planul rotorului.

În funcție de mărimea lui β se vede din relația (5) că pentru $\beta < \frac{\pi}{2}$, $(F_r)_{y=\delta} > 0$ și $(F_r)_{y=\delta} < 0$ pentru $\beta > \frac{\pi}{2}$.

Pentru a scrie ecuațiile de mișcare în stratul limită se admite un sistem de coordonate x, y, r care se rotește odată cu paletajul. Se consideră mai departe paletaje de compresor axial, care au deobicei o curbură mică.

Ecuațiile stratului limită tridimensional pe suprafața palelelor în rotație pot fi scrise, pornind de la ecuațiile lui Prandtl pentru suprafețe imobile, sub forma :

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a^2\, dy + \int_0^\delta C_a C_r\, dy - U\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a\, dy - U\frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta C_r\, dy =$$
$$= -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x}\delta - \frac{1}{\varrho}(\tau_{yx})_{y=0} + \frac{1}{\varrho}\int_0^\delta F_x\, dy \tag{6}$$

unde :

$$F_x = \frac{2\varrho}{r} C_u w \cos\beta \sin\varphi \tag{7}$$

iar w este componenta axială a vitezei în stratul limită $y < \delta$

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a C_r\, dy + \frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta C_r^2\, dy - V\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a\, dy - V\frac{\partial}{\partial r}\int_r^\delta C_r\, dy =$$
$$= -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial r}\delta - \frac{1}{\varrho}(\tau_{yr})_{y=0} + \frac{1}{\varrho}\int_0^\delta F_i\, dy + \frac{1}{\varrho}\int_0^\delta F_r\, dy \tag{8}$$

Ecuațiile (6) și (8) reprezintă proiecțiile cantității de mișcare după axele respective și sînt similare cu ecuația lui Karman din teoria stratului limită [2].

Ecuațiile sînt scrise pentru un element de volum, cu secțiunea 1 cm și înălțimea δ.

C_a este componenta axială a vitezei, C_r este componenta transversală, în lungul razei r.

$$U = \frac{dx}{dt}; \quad V = \frac{dr}{dt} \quad t, \text{ fiind timpul.} \tag{9}$$

Dacă mișcarea este permanentă ecuațiile (6) și (8) iau forma :

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a^2\, dy + \frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta C_a C_r\, dy = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x}\varrho - \frac{1}{\varrho}(\tau_{yx})_{y=0} + \int_0^\delta F_x\, dy; \tag{10}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a C_r\, dy + \frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta C_r^2\, dy = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial r}\varrho - \frac{1}{\varrho}(\tau_{yr})_{y=0} + \frac{1}{\varrho}\int_0^\delta F_i\, dy + \frac{1}{\varrho}\int_0^\delta F_r\, dy. \tag{11}$$

În scrierea ecuațiilor (6) și (8) s-au presupus componentele vitezei în stratul limită ca îndeplinind ecuațiile :

$$\frac{\partial C_u}{\partial y} > \frac{\partial C_u}{\partial x} \text{ sau : } \frac{\partial C_u}{\partial r} \tag{12}$$

$$\frac{\partial Cr}{\partial y} > \frac{\partial C_r}{\partial x}; \quad \frac{\partial C_r}{\partial y} > \frac{\partial C_r}{\partial r} \tag{13}$$

În mod similar s-a considerat :

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial w_i}{\partial x}\right) > \frac{\partial}{\partial k}\left(\frac{\partial w_i}{\partial i}\right)$$
$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial w_i}{\partial r}\right) > \frac{\partial}{\partial k}\left(\frac{\partial w_i}{\partial j}\right) \tag{14}$$

unde :

$$w_i = C_u, C_r; \quad j = k = x = r$$

Dacă curentul este plan, atunci : $\frac{dr}{dt} = V = 0$; $C_u = 0$ și de asemenea ceilalți parametri au o distribuție omogenă în lungul razei.

În acest caz relația integrală devine :

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a^2\, dy - \frac{dx}{dt}\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a\, dy + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x}\delta = -\frac{1}{\varrho}\tau_{y=0} \tag{15}$$

În cazul unei scurgeri irotaționale, relația integrală se scrie :

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{\partial C_a}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial C_a}{\partial r}\frac{dr}{dt} = \frac{1}{\varrho}F_x - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x}$$
$$\frac{dC_r}{dt} = \frac{\partial C_r}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial C_r}{\partial r}\frac{dr}{dt} = \frac{1}{\varrho}F_i + \frac{1}{\varrho}F_r - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial r} \tag{16}$$

Dacă se ține seama de relațiile (9) și se neglijează influența inversă a stratului limită asupra distribuției de presiuni pe suprafețele paletelor se obține pentru granița exterioară ($y = \delta$) :

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\varrho}(F_x)_{y=\delta}$$

$$U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\varrho}(F_i)_{y=\delta} + \frac{1}{\varrho}(F_r)_{y=\delta} \tag{17}$$

Pornind de la ecuațiile (17) se poate elimina presiunea în relațiile integrale (10) și (11), care iau forma :

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a(U - C_a)\,dy + \frac{\partial U}{\partial x}\int_0^\delta (U - C_a)\,dy + \frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta C_r(U - C_a)\,dy +$$

$$+ \frac{\partial U}{\partial r}\int_0^\delta (V - C_r)\,dy = \frac{1}{\varrho}(\tau_{yx})_{y=0} + \frac{1}{\varrho}\int_0^\delta [(F_x)_{y=\delta} - (F_x)_{y=0}]\,dy \tag{18}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta C_r(V - C_r)\,dy + \frac{\partial V}{\partial r}\int_0^\delta (V - C_r)\,dy + \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a(V - C_r)\,dy +$$

$$+ \frac{\partial V}{\partial x}\int_0^\delta (U - C_a)\,dy = \frac{1}{\varrho}(\tau_{yr})_{y=0} + \frac{1}{\varrho}\int_0^\delta [(F_i)_{y=\delta} - (F_i)_{y=0}]\,dy +$$

$$+ \frac{1}{\varrho}\int_0^\delta [(F_r)_{y=\delta} - (F_r)_{y=0}]\,dy \tag{19}$$

Într-un caz de generalitate mai limitat se poate considera :

$$V = \frac{dr}{dt} = 0 \quad \text{și} \quad (F_x)_{y=\delta} = 0 \tag{20}$$

Pentru $y = \delta$ unde φ, unghiul de răsucire al vitezelor este nul*, $F_x = 0$ În cazul acesta, relațiile (18) și (19) devin :

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a(U - C_a)\,dy + \frac{\partial U}{\partial x}\int_0^\delta (U - C_a)\,dy + \frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta C_r(U - C_a)\,dy -$$

$$- \frac{\partial U}{\partial r}\int_0^\delta C_r\,dy = \frac{1}{\varrho}(\tau_{yx})_{y=0} - \frac{1}{\varrho}\int_0^\delta F_x\,dy; \tag{21}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta C_r^2\,dy\,\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta C_a C_r\,dy = -\frac{1}{\varrho}(\tau_{yr})_{y=0} - \frac{1}{\varrho}\int_0^\delta [(F_i)_{y=\delta} - (F_i)_{y=0}]\,dy -$$

$$- \frac{1}{\varrho}\int_0^\delta [(F_r)_{y=\delta} - (F_r)_{y=0}]\,dy \tag{22}$$

* A se vedea formula lui F , de sub relația (6).

În cele din urmă, considerînd $\eta = \frac{y}{\delta}$ se pot introduce grosimile caracteristice din teoria stratului limită :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[U^2\delta\int_0^1 \frac{C_a}{U}\left(1-\frac{C_a}{U}\right)d\eta\right]+U\delta\frac{\partial U}{\partial x}\int_0^1\left(1-\frac{C_a}{U}\right)d\eta+$$
$$+\frac{\partial}{\partial r}\left[U^2\delta\int_0^1\left(1-\frac{C_a}{U}\right)\frac{C_a}{U}\,d\eta\right]-U\delta\frac{\partial U}{\partial r}\int_0^\delta\frac{C_r}{U}\,d\eta=$$
$$=\frac{1}{\varrho}(\tau_{yx})_{y=0}-\frac{1}{\varrho}\delta\int_0^1 F_x\,d\eta; \qquad (23)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[U^2\delta\int_0^1\left(\frac{C_r}{U}\right)^2 d\eta\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[U^2\delta\int_0^1\left(\frac{C_a}{U}\right)\left(\frac{C_r}{U}\right)d\eta\right]=-\frac{1}{\varrho}(\tau_{yr})_{y=0}-$$
$$-\frac{1}{\varrho}\delta\int_0^1[(F_i)_{y=\delta}-(F_i)_{y=0}]\,d\eta-\frac{1}{\varrho}\delta\int_0^1[(F_r)_{y=\delta}-(F_r)_{y=0}]\,d\eta \qquad (24)$$

Forţele de inerţie care intră în ecuaţiile (18) şi (19) se înlocuiesc din relaţiile (3), (5) şi (7).

Sistemul de ecuaţii (23) şi (24) este cu derivate parţiale, de ordinul întîi în raport cu grosimea stratului limită δ.

Ecuaţiile diferenţiale în raport cu δ sînt echivalente, aşa încît este suficient dacă pentru determinarea soluţiilor se ia una din acestea, spre exemplu, ecuaţia (24), care devine :

$$a_{11}\frac{\partial\delta}{\partial x}+a_{12}\frac{\partial\delta}{\partial r}+a_{13}\delta=a_{14}$$

unde : (25)

$$a_{13}=\frac{1}{\varrho}\int_0^1[(F_i)_{y=\delta}-(F_i)_{y=0}]\,d\eta+\frac{1}{\varrho}\int_0^1[(F_r)_{y=\delta}-(F_r)_{y=0}]\,d\eta+$$
$$+2U\frac{\partial U}{\partial x}\int_0^1\left(\frac{C_a}{U}\right)\left(\frac{C_r}{U}\right)d\eta+U^2\frac{\partial}{\partial x}\int_0^1\left(\frac{C_a}{U}\right)\left(\frac{C_r}{U}\right)d\eta+$$
$$+2U\frac{\partial U}{\partial r}\int_0^1\left(\frac{C_r}{U}\right)^2 d\eta+U^2\frac{2\partial}{\partial r}\int_0^1\left(\frac{C_r}{U}\right)^2 d\eta;$$

$$a_{11}=U^2\int_0^1\left(\frac{C_a}{U}\right)\left(\frac{C_r}{U}\right)d\eta;$$

$$a_{12}=U^2\int_0^1\left(\frac{C_r}{U}\right)^2 d\eta; \qquad (26)$$

$$a_{14}=-\frac{1}{\varrho}(\tau_{yr})_y=0$$

iar :

$$(\tau_{yr})_{y=0}=\varrho\nu\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=0};\quad \frac{\partial w}{\partial y}=\frac{U}{\delta}f(\eta) \qquad (27)$$

Pentru cazul regimului laminar [3]

$$f(\eta) = 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4 \tag{28}$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=0} = 2\frac{U}{\delta} \tag{29}$$

Deci :

$$a_{14} = -2\nu\frac{U}{\delta} \tag{30}$$

Ecuația (25), se poate integra, după cum se știe din teoria ecuațiilor diferențiale [4], transformînd-o în două ecuații diferențiale de ordinul întîi.

$$\frac{dx}{a_{11}} = \frac{dr}{a_{12}} = -\frac{d\delta}{a_{13}\delta + 2\nu\frac{U}{\delta}} \tag{31}$$

Coeficienții a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14} pot fi considerați constanți.

În anumite cazuri, cînd coeficienții respectivi nu sînt constanți ecuațiile devin cu variabile separabile și se pot integra, de asemenea, ușor Sistemul (31) devine :

$$\frac{dx}{a_{11}} = \frac{dr}{a_{12}} \tag{32}$$

$$\frac{dx}{a_{11}} = -\frac{d\delta}{a_{13}\delta + 2\nu\frac{U}{\delta}} \tag{33}$$

Ecuația (32) devine :

$$\frac{x}{a_{11}} - \frac{r}{a_{12}} = A$$

sau :

$$a_{12}x - a_{11}r = A_1 \tag{34}$$

Ecuația (33) se poate integra prin metode cunoscute. Astfel, soluția acesteia este de forma :

$$(2\nu U + a_{13}\delta^2)\, e^{-2\frac{a_{13}}{a_{11}}x} = A_2 \tag{35}$$

Constantele de integrare se determină din condiții la limită și anume :

Pentru :

$$r = r_0; \quad x = 0 \text{ și } \delta = 0 \tag{36}$$

În alegerea condițiilor la limită s-a considerat pentru variabila r origina în axa de rotație, iar r_0 este raza corespunzătoare suprafeței butucului paletajului.

Din (34) și (35) rezultă :

$$A_1 = -a_{11} r_0 \text{ și} \tag{37}$$

$$A_2 = 2\nu U e^{-2\frac{a_{13}}{a_{12}}(r-r_0)} \tag{38}$$

Inlocuind (38) în (35) se obține :

$$(2\nu U + a_{13}\delta^2)\, e^{-2\frac{a_{13}}{a_{11}}x} = 2\nu U e^{-2\frac{a_{13}}{a_{12}}(r-r_0)}$$

Ultima relație conduce la următoarea expresie pentru grosimea stratului limită în funcție de x și r.

$$\delta = \sqrt{2\frac{\nu U}{a_{13}}}\left[e^{-2\,a_{13}\left(\frac{r-r_0}{a_{12}}-\frac{x}{a_{11}}\right)} - 1\right] \tag{39}$$

Luînd o lege corespunzătoare pentru $f(\eta)$ în cazul mișcării turbulente în stratul limită (vezi relația 28) se poate deduce : $\delta = \delta\,(x, r)$ pentru acest caz, urmînd o cale analoagă cu cea de mai sus.

Catedra de construcții aeronautice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. V. V. *Uvarov și colaboratorii.* Locomotivnîe gazoturbinnie ustanovki, Mașghiz, Moscova 1962.
2. *H. Schlihting, Boundary Lager Theory*, Fourth Edition, Mc. Graw Hill New-York, Toronto London, 1960.
3. *L. G. Loițianschi,* Laminarnîi prograniciniî sloi, Fizmatghiz, Moscova 1962.
4. *A. Haimovici,* Ecuațiile fizicii matematice și elemente de calcul variațional, Editura Didactică și Pedagogică, Buc. 1966.
5. C. *Guță,* Influența frontierelor asupra scurgerii prin rețelele de profile ale turbomașinilor axiale, Buletinul Institutului politehnic, Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. Tom. XXVII, 1965, Nr. 6.
6. C. *Guță,* Scurgerea spațială prin rețelele de profile ale turbomașinilor, Buletinul Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. Tom. XXIX, 1967, Nr. 4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 2

C.Z.: 517

CONDIȚII DE CONTUR LA O BUCȘĂ DE CILINDRU SOLICITATĂ DE UN CÎMP TERMIC AXIAL SIMETRIC *

ION ROȘCA

Soluțiile ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale se obțin cu ajutorul unui calculator numeric prin înlocuirea acestor ecuații cu un sistem de ecuații algebrice. Pentru aceasta derivatele parțiale se înlocuiesc cu expresii cu diferențe finite, deci cu aproximații finite ale derivatelor, care la limită dau chiar valoarea acestor derivate. De exemplu pentru o funcție $f(x)$:

$f_x = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ este expresia ce aproximează pe $\frac{df}{dx}$; această expresie devine pentru $h \to$ o derivată f'_x, atunci cînd aceasta există.

În locul unei funcții analitice, care satisface o ecuație cu derivate parțiale cu condiții la limită date, se caută valorile numerice ale acestei funcții pe o mulțime de puncte ale domeniului în care ecuația este definită. Această soluție numerică este aproximativă, deoarece ecuația diferențială este înlocuită cu expresii aproximative ale derivatelor. Cu cît aceste expresii sînt mai apropiate de valoarea reală a derivatelor (cu cît h de mai sus este mai mic), cu atît soluțiile sînt mai exacte.

Se va aplica metoda diferențelor finite (metoda rețelelor) în cazul concret al rezolvării problemei termoelasticității axial-simetrice pentru un cilindru. În acest caz este avantajos să se aleagă un sistem de axe cilindrice : ca axă Oz — axa de simetrie a cilindrului, iar planul axelor perpendiculare pe Oz să conțină una din bazele cilindrului. În orice secțiune ce conține axa cilindrului datorită simetriei axiale, valorile funcțiilor u și w care intră în ecuație au aceeași distribuție ; este suficient să ne limităm la studiul secțiunii longitudinale. În felul acesta domeniul de studiu este limitat de un dreptunghi avînd laturile paralele cu axele Or și Oz și în cele ce urmează ne vom referi numai la un astfel de domeniu.

Se acoperă acest domeniu cu o rețea de drepte paralele cu axele de coordonate, aflate la distanțe egale (fig. 1) :

$$\begin{cases} r = r_i \\ z = z_j \end{cases} \quad \begin{cases} r_i = r_1 + (i-1)\,h\,; & i = 1, 2, 3, \ldots, m \\ z_j = (j-1)\,l\,; & j = 1, 2, 3, \ldots, n \end{cases}$$

* Manuscris predat la redacție la 10 martie 1969.

$i = 1$, $i = m$ corespund respectiv contururilor interior şi exterior.
$j = 1$, $j = n$ corespund respectiv contururilor de la capetele de jos şi de sus ale cilindrului.

Punctele de intersecţie dintre drepte se numesc nodurile reţelei. Aceste noduri sînt notate cu doi indici : i — reprezintă numărul de ordine al dreptei paralele la Oz (de la interior la exterior) ; j — reprezintă numărul de ordine al dreptelor paralele la Or (de jos în sus). Deoarece am luat $l \neq h$ reţeaua se numeşte dreptunghiulară şi este mai convenabilă problemei avînd în vedere raportul mare între Z_n şi $r_m - r_1$ (deci $l > h$).

Fie h pasul radial şi l pasul axial — corespunzătoare respectiv axei Or (orientată după direcţia unei raze a cilindrului) şi axei Oz (care este axa de simetrie a cilindrului) — h şi l fiind distanţele dintre două drepte paralele consecutive.

Fără a insista asupra fundamentării matematice a aproximării derivatelor într-un punct [1], [2], se vor scrie mai jos expresiile derivatelor într-un nod al reţelei folosind valorile funcţiei în nodurile vecine pentru o funcţie $u = u(r, z)$, (vezi fig. 2 care reprezintă o porţiune mărită din domeniul din fig. 1) :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h}; \quad \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2l} \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right)_{i,j} &= \frac{u_{i+1,j} - 2u_{ij} + u_{i-1,j}}{h^2}; \quad \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{l^2} \\ \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r \partial z}\right)_{i,j} &= \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i-1,j+1} - u_{i+1,j-1} + u_{i-1,j-1}}{4hl} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

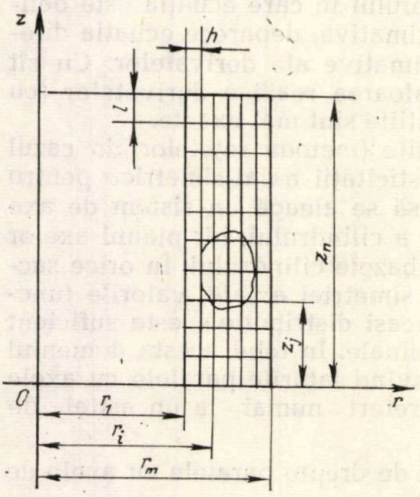


Fig. 1

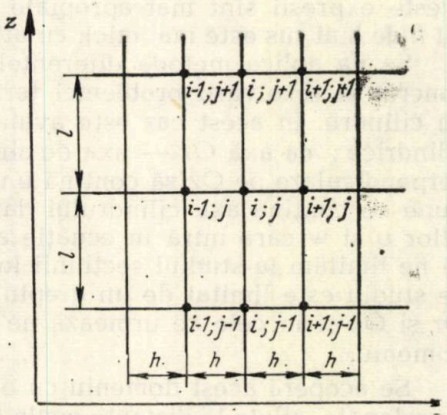


Fig. 2

Aproximarea derivatelor ca mai sus corespunde metodei parabolei, adică am presupus că funcţia între trei puncte consecutive variază parabolic.

Observînd domeniul de studiu (fig. 1) rezultă că există două categorii de noduri :

a) noduri în interiorul conturului, numite noduri interioare și

b) noduri pe contur.

În exprimarea derivatelor pentru nodurile pe contur ne vom limita numai la derivatele de ordinul întîi. Formulele de mai sus conduc la introducerea valorilor numerice ale funcției din afara domeniului de studiu. Pentru a evita acest lucru pe contur derivatele se scriu cu o aproximație mai mare decît pentru punctele interioare aplicînd metoda trapezului (adică presupunem că funcția între două puncte consecutive variază liniar).

Dacă nodul *(i, j)* este pe conturul din stînga :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h}; \quad \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\,l} \tag{3}$$

Dacă nodul *(i, j)* este pe conturul din dreapta :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h}; \quad \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\,l} \tag{4}$$

Dacă nodul *(i, j)* este pe conturul superior :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\,h}; \quad \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{l} \tag{5}$$

Dacă nodul *(i, j)* este pe conturul inferior :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\,h}; \quad \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{l} \tag{6}$$

Pentru colțuri derivatele se vor exprima diferit față de punctele interioare atît în raport cu *r* cît și în raport cu z.

Spre exemplu pentru colțul din stînga — jos :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h}; \quad \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{l} \tag{7}$$

și analog pentru celelalte colțuri.

Ecuațiile, exprimate în deplasări, care dau tensiunile termice într-un cilindru sub acțiunea unui cîmp de temperatură axial simetric sînt [3] :

$$\left.\begin{aligned} \nabla^2 u - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{1-2\mu}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) - \frac{2(1+\mu)}{1-2\mu}\alpha\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \\ \nabla^2 w + \frac{1}{1-2\mu}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) - \frac{2(1+\mu)}{1-2\mu}\alpha\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

unde: $\nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ (operatorul Laplace)

Folosind formulele (1), (2) pentru derivatele parțiale de ordinul întîi și doi, ecuațiile diferențiale (8) se transformă în ecuații cu diferențe finite care se aplică în fiecare nod interior. Astfel vom avea cîte două

ecuaţii pentru determinarea celor două necunoscute u, w din fiecare nod interior. Ecuaţiile din nodurile interioare conţin valorile funcţiilor u, w din nodurile de pe contur, prin intermediul derivatelor.

Pentru aflarea valorilor pe contur sînt necesare pentru fiecare nod cîte două ecuaţii, pe care le putem obţine din condiţiile de contur, ce constau de-a lungul celor două paralele la Oz în $\sigma_r = 0$, $\tau_{zr} = 0$ şi de-a lungul celor două paralele la Or în $\sigma_z = 0$, $\tau_{rz} = 0$. Expresiile eforturilor termice în funcţie de deplasări sînt :

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_r &= 2G\left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\mu}{1-2\mu}\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) - \frac{1+\mu}{1-2\mu}\alpha T\right] \\
\sigma_z &= 2G\left[\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\mu}{1-2\mu}\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) - \frac{1+\mu}{1-2\mu}\alpha T\right] \\
\sigma_\varphi &= 2G\left[\frac{u}{r} + \frac{\mu}{1-2\mu}\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) - \frac{1+\mu}{1-2\mu}\alpha T\right] \\
\tau_{rz} &= G\left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Înlocuind formulele (3) — (7) în formulele (9) vom scrie condiţiile corespunzătoare fiecărui nod pe contur. Aparent sînt cîte două condiţii care servesc pentru determinarea celor două necunoscute u, w din nod. În realitate numărul de condiţii este mai mic. Mai întîi observăm că σ_r, σ_z, τ_{zr}, τ_{rz} sînt eforturi unitare considerate într-un punct. Ele sînt însă eforturi medii pe un interval — forţa pe suprafaţă, luînd dimensiuna perpendiculară pe planul figurii egală cu unitatea. Deci condiţiile $\sigma_r = 0$, $\sigma_z = 0$, $\tau_{rz} = 0$, $\tau_{zr} = 0$ corespund numărului de intervale disponibile şi nu numărului de noduri. În plus pentru cele două intervale ce pleacă dintr-un colţ (unul paralel cu Oz şi altul paralel cu Or) în loc de patru ecuaţii $\sigma_r = 0$, $\sigma_z = 0$, $\tau_{rz} = 0$, $\tau_{zr} = 0$ putem scrie numai trei pentru că are loc legea dualităţii eforturilor unitare tangenţiale două ecuaţii fiind identice.

Mergînd de-a lungul conturului într-un sens (sensul acelor de ceasornic) din nodul 1 (Fig. 3), observăm că fiecărui nod îi corespunde un interval şi fiecărui interval ii corespund două ecuaţii cu excepţia intervalelor din colţuri unde lipsesc ecuaţii datorită dualităţii eforturilor unitare.

Rezultă că numărul de ecuaţii care lipsesc este egal cu numărul de colţuri, care reprezintă puncte singulare ale conturului. Totuşi printr-o scriere convenabilă a condiţiilor de contur numărul de ecuaţii care lipsesc se poate reduce la jumătate. Pentru conturul dreptunghiular se pot urmări în fig. 4 intervalele pe care se scriu eforturile unitare (indicate prin săgeţi), fiecăruia corespunzîndu-i cîte două ecuaţii cu excepţia a două intervale pentru care există numai o ecuaţie (ecuaţiile sînt indicate pe figură). Intervalele pe care se scriu condiţiile de contur conţin cîte trei noduri (metoda parabolei) cu excepţia a numai patru intervale care conţin cîte două noduri (metoda trapezului).

Aceste patru intervale sînt două cîte două concurente într-un colţ, deci pentru colţurile din stînga-sus şi dreapta-jos pe cele două intervale

ce pleacă din fiecare colț $\tau_{rz} \equiv \tau_{zr}$ (în expresia lui τ intră valorile funcției în aceleași noduri și două ecuații sînt identice). Se pierd deci două ecuații. În colțurile din stînga-jos și dreapta-sus pe intervale ce pleacă din același colț în expresia lui τ intră valori ale funcției nu numai în noduri comune dar și în noduri diferite, ecuațiile ne mai fiind identice.

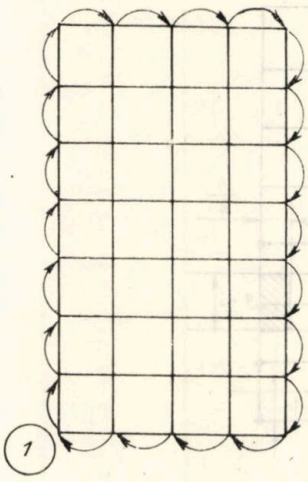


Fig. 3

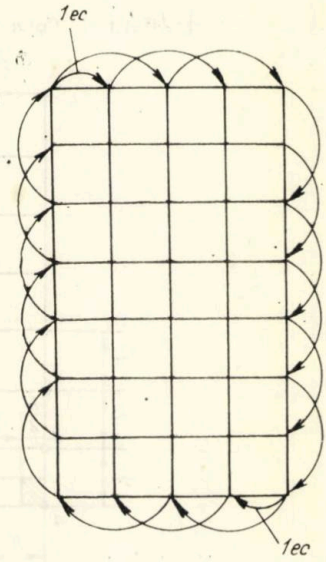


Fig. 4

Cu alte cuvinte sînt necesare două noi condiții, care să suplinească cele două ecuații lipsă, astfel ca numărul de ecuații algebrice disponibile să fie egal cu numărul de necunoscute (valorile numerice ale funcțiilor u și w în noduri).

Dacă se face o secțiune cu un plan ce conține axa cilindrului, cele două jumătăți de cilindru trebuie să fie în echilibru pentru că și cilindrul întreg era în echilibru. Torsorul forțelor exterioare aplicate cilindrului fiind nul și torsorul forțelor de legătură ce apar în secțiunea longitudinală trebuie să fie nul. Din cauza simetriei ne vom ocupa numai de unul din cele două dreptunghiuri ale secțiunii longitudinale făcute în bucșa de cilindru. În această secțiune apar numai eforturi normale σ_φ (eforturile tangențiale $\tau_{\varphi r}$, $\tau_{\varphi z}$ sînt nule).

Să considerăm din nou secțiunea dreptunghiulară acoperită cu o rețea de drepte (Fig. 5).

Aria aferentă unui nod interior este un dreptunghi de laturi h și l și respectiv forța corespunzătoare este $hl\,\sigma_\varphi$, unde σ_φ este efortul unitar corespunzător nodului respectiv (exemplu — nodul 1). Aria aferentă unui nod de pe contur este $\frac{hl}{2}$ și forța $\frac{hl}{2}\sigma_\varphi$ (exemplu — nodurile 2 și 3). Aria aferentă unui colț este $\frac{hl}{4}$ și forța $\frac{hl}{4}\sigma_\varphi$ (exemplu — nodul 4).

Exprimînd că suma forțelor din secțiune este zero obținem o ecuație. Aceasta va fi de forma :

$$\left.\begin{aligned}\sum_{i=2}^{m-1}\sum_{j=2}^{n-1}\sigma_{\varphi i,j}\,hl+\sum_{j=2}^{n-1}\left(\sigma_{\varphi 1,j}+\sigma_{\varphi m,j}\right)\frac{hl}{2}+\sum_{i=2}^{m-1}\left(\sigma_{\varphi i,1}+\sigma_{\varphi i,n}\right)\frac{hl}{2}+\\ +\left(\sigma_{\varphi 1,1}+\sigma_{\varphi 1,n}+\sigma_{\varphi m,1}+\sigma_{\varphi m,n}\right)\frac{hl}{4}=0\end{aligned}\right\}\quad(10)$$

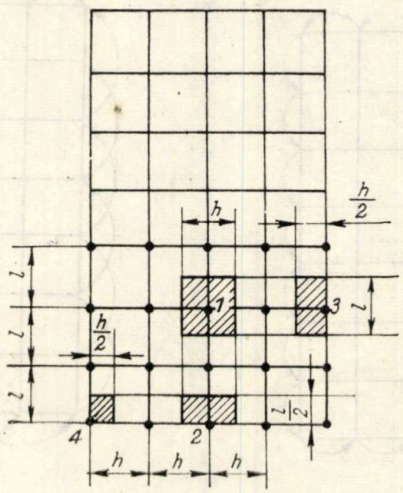


Fig. 5

Prima sumă se extinde la toate nodurile interioare, următoarele două sume se extind la toate nodurile de pe contur mai puțin colțurile, iar ultima sumă se referă la colțuri. După simplificare cu hl se mai scrie :

$$\left.\begin{aligned}\sum_{i=2}^{m-1}\sum_{j=2}^{n-1}\sigma_{\varphi i,j}+\frac{1}{2}\sum_{j=2}^{n-1}\left(\sigma_{\varphi 1,j}+\sigma_{\varphi m,j}\right)+\frac{1}{2}\sum_{i=2}^{m-1}\left(\sigma_{\varphi i,1}+\sigma_{\varphi i,n}\right)+\\ +\frac{1}{4}\left(\sigma_{\varphi 1,1}+\sigma_{\varphi 1,n}+\sigma_{\varphi m,1}+\sigma_{\varphi m,n}\right)=0\end{aligned}\right\}\quad(11)$$

Exprimînd că suma momentelor forțelor față de axa Or este zero obținem a doua ecuație. Suma momentelor față de axa Oz este identic nulă datorită simetriei — două cîte două forțele fiind egale și simetrice ; iar suma momentelor față de axa perpendiculară pe planul Orz este identic nulă — forțele sînt paralele cu această axă.

Se obține o ecuație de forma :

$$\left.\begin{aligned}\frac{l}{4}\left[\frac{1}{4}\left(\sigma_{\varphi 1,1}+\sigma_{\varphi m,1}\right)+\frac{1}{2}\sum_{i=2}^{m-1}\sigma_{\varphi i,1}\right]+\sum_{j=2}^{n-1}(j-1)\,l\left[\frac{1}{2}\left(\sigma_{1,j}+\sigma_{m,j}\right)+\right.\\ \left.+\sum_{i=2}^{m-1}\sigma_{\varphi i,j}\right]+\left(n-\frac{5}{4}\right)l\left[\frac{1}{4}\left(\sigma_{\varphi 1,n}+\sigma_{\varphi m,n}\right)+\frac{1}{2}\sum_{i=2}^{m-1}\sigma_{\varphi i,m}\right]=0\,.\end{aligned}\right\}\quad(12)$$

Ecuația este evidentă deoarece pentru a obține momentul față de axa Or forțele din ecuația (11) s-au înmulțit cu distanța la axă care este aceeași pentru toate forțele de pe aceiași linie (fig. 6). Pentru liniile $j = 2,...n - 1$ forțele sînt aplicate pe linia nodurilor; pentru capetele

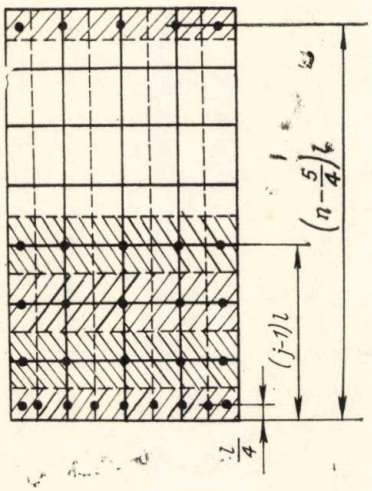


Fig. 6

cilindrului forțele s-au considerat aplicate în mijlocul suprafeței aferente deci la jumătatea înălțimii acestor suprafețe.

Cu aceste ultime două ecuații am căpătat numărul necesar de ecuații algebrice pentru a determina valorile numerice ale funcțiilor u și w pentru nodurile atît interioare cît și pe contur.

Modul de rezolvare a ecuațiilor algebrice obținute depinde de algoritmul de calcul ales, ceea ce nu constituie obiectul articolului de față.

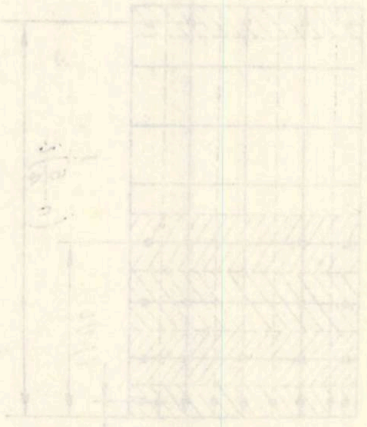
Catedra de mecanică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *D. N. de G. Allen*, Relaxation Methods, Mc Graw-Hill Publishing Company L.T.D., New York, London, Toronto.

2. *Mircea Soare*, Aplicarea ecuațiilor cu diferențe finite la calculul plăcilor curbe subțiri, Ed. Acad. R.S.R., 1959.

3. *N. I. Bezuhov i dr.*; Raşciotî na procinost, ustoicivost i kolebania v usloviah vîsokih temperatur izd. „Maşînostroenie", Moskva, 1965.



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 2

TERMOTEHNICĂ

C.Z. : 621.1.01

IONIZAREA FLĂCĂRILOR DIFUZIV TURBULENTE — STABILIREA ZONEI DE CONCENTRAȚIE MAXIMĂ A IONILOR ÎN FLĂCĂRILE DIFUZIV TURBULENTE MĂRGINITE *

AL. DĂNESCU, I. IORDACHE

1. *Introducere*

Problemele legate de stabilirea zonei de concentrație maximă a ionilor în flăcările difuziv turbulente mărginite sînt mult mai complexe decît cele referitoare la flăcările difuzive deschise, datorită apariției fenomenului de recirculare a gazelor de ardere către baza flăcării, care influențează direct asupra procesului de amestecare a celor două jeturi (gaze combustibile și aer) și deci asupra caracteristicilor flăcării.

În această situație, zona de concentrație maximă în flăcările difuziv turbulente în jeturi de gaze combustibile mărginite de pereți va depinde atît de debitul de gaze de ardere recirculate cît și de lungimea zonei de recirculare, care la rîndul lor sînt puternic influențate de parametrii aerodinamici și geometrici ai celor două jeturi (gaze combustibile și aer) și de caracteristica geometrică a camerei de ardere.

Față de această situație, pentru studiul procesului de ionizare în flăcările difuziv turbulente mărginite, este necesar a se lua în considerație, nu numai arzătorul propriu-zis, ci întregul ansamblu arzător — cameră de ardere deoarece cu același arzător se pot realiza flăcări cu caracteristici diferite în funcție de dimensiunile și de geometria camerei de ardere.

2. *Determinarea zonei de concentrație maximă de ioni în flăcările difuziv turbulente mărginite*

După cum se arată în [1], concentrația maximă de ioni în flacără, în general, se realizează în zona în care amestecul gaze combustibile aer este foarte apropiat de concentrația stoechiometrică.

Astfel, pentru determinarea zonei de concentrație maximă de ioni în flăcările difuziv turbulente mărginite, este necesar să se cunoască

* Manuscris predat la redacție la 25 aprilie 1969.

procesul de amestecare a celor două jeturi (gaze combustibile şi aer) în condiţiile apariţiei fenomenului de recirculare a gazelor de ardere.

Studiul procesului de amestecare în cazul flăcărilor difuziv turbulente mărginite, poate fi efectuat pe baza modelului fizic elaborat de M. W. Thring şi M. P. Newby [2] şi prezentat în fig. 1.

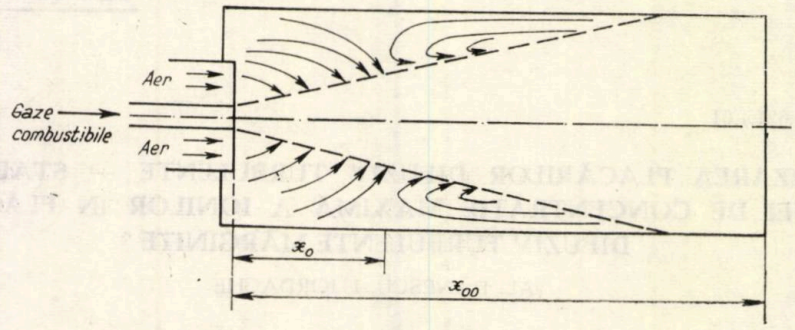


Fig. 1. Modelul fizic al recirculării gazelor de ardere

Conform modelului fizic prezentat în figura 1, pe distanţa x_0 (distanţă pe care jetul de gaze combustibile absoarbe întreaga cantitate de aer introdusă în camera de ardere), procesul de amestecare are loc ca şi în cazul jeturilor libere, iar pe distanţa $x_{00} - x_0$ (distanţa x_{00} reprezentînd distanţa dintre secţiunea de intrare a jeturilor şi secţiunea în care jetul atinge pereţii camerei de ardere) procesul de amestecare este puternic influenţat de debitul de gaze de ardere recirculate.

Pentru studiul procesului de amestecare a jeturilor în cazul flăcărilor difuziv turbulente mărginite, în literatura de specialitate [2] [3] se propune metoda modelării, fiind recomandate şi unele criterii de similitudine denumite şi criterii de recirculare deoarece sînt legate direct de fenomenul de recirculare a gazelor de ardere.

Astfel se cunosc criteriile de recirculare

$$\theta_r = \frac{1}{C_\infty} \cdot \frac{R_1}{L} \tag{1}$$

prezentat în lucrarea [2], şi

$$\theta_r^* = \frac{1}{C_\infty} \cdot \frac{R_1}{L} \left[1 + \frac{\varrho_{02}}{\varrho_{01}} m^2 (\bar{R}_2^2 - 1) \right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2}$$

prezentat în lucrarea [3].

Semnificaţiile mărimilor din relaţiile (1) şi (2) sînt următoarele :

$C_\infty = \dfrac{m_{01}}{m_{01} + m_{02}}$ — concentraţia masică de gaze combustibile în cazul amestecării complete a celor două jeturi

m_{01} — debitul masic de gaze combustibile

m_{02} — debitul masic de aer

R_1 — raza duzei de intrare a jetului de gaze

L — raza hidraulică a secţiunii tranversale a camerei de ardere

ϱ_{01} — densitatea gazelor combustibile

ϱ_{02} — densitatea aerului

$m = \frac{u_{02}}{u_{01}}$ — reprezintă raportul dintre viteza inițială a jetului de aer u_{0} și cea a jetului de gaze combustibile u_{01}

$\overline{R}_2 = \frac{R_2}{R_1}$ — reprezintă raportul dintre raza gurii de intrare a aerului R_2 și raza duzei de intrare a jetului de gaze combustibile R_1.

Din analiza relațiilor (1) și (2) se constată că criteriul de recirculare prezentat în [2] și exprimat prin relația (1) este un caz particular al celui dat de relația (2) el fiind dedus pentru cazul în care viteza inițială a aerului u_{02} se consideră nulă, deci pentru $m = 0$.

În prezenta lucrare se va utiliza criteriul de recirculare dat de relația (2) deoarece acesta ține seama și de influența parametrului $\frac{\varrho_{02}}{\varrho_{01}} m^2 (\overline{R}_2^2 - 1)$ asupra procesului de amestecare, care după cum se arată în [5] are o influență foarte mare.

Avînd în vedere cele expuse anterior, determinarea zonei de concentrație maximă de ioni în flăcările difuziv turbulente mărginite se va face diferit pe cele două zone caracteristice ale jeturilor notate în modelul fizic prezentat în figura 1 cu x_0 și $x_{00} - x_0$.

Astfel, pe distanța x_0, jeturile comportîndu-se ca și jeturile libere, zona de concentrație maximă de ioni poate fi determinată cu ajutorul relației prezentate în [1], și care are forma :

$$y_{st} = \pm 2 \, x \sqrt{ln \left(\frac{\sqrt{K_{11}}}{a K_{12}} \cdot \sqrt{\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}}} \cdot \frac{T_f}{\varrho T_0} \cdot \frac{X_0}{X_{st}} \frac{R_1^*}{x} \right)} \tag{3}$$

în care :

a — coeficientul de structură al jetului

ϱ_f — densitatea gazelor de ardere

T_f — temperatura absolută adiabatică a flăcării

T_0 — temperatura inițială a gazelor combustibile

X_{st} — concentrația stoechiometrică molară de gaze combustibile în amestec

X_0 — concentrația molară inițială de gaze combustibile

σ — raportul dintre numărul de moli intrați și ieșiți din reacție

$$K_{11} = 2 \int_0^\infty [F_1(\varphi)]^2 \varphi \, d\varphi$$

$$K_{12} = 2 \int_0^\infty F_1(\varphi) \cdot F_2(\varphi) \, \varphi \, d\varphi$$

$$R_1^* = R_1 \left[1 + \frac{\varrho_{02}}{\varrho_{01}} m^2 (\overline{R}_2^2 - 1) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$F_1(\varphi)$ — funcția de distribuție a vitezelor în secțiunea transversală a jeturilor

$F_2(\varphi)$ — funcţia de distribuţie a concentraţiilor de gaze combustibile în secţiunea transversală a jetului

$\varphi = \frac{y}{ax}$ — ordonata adimensională.

Pentru determinarea distanţei x_0 pînă la care jeturile se comportă ca jeturile libere se poate utiliza relaţia prezentată in [4] şi care are forma :

$$x_0 = \frac{a\sqrt{K_{11}}}{k_2 K_{12} t_g^2 \beta} - C_0 \sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho}} \cdot \frac{1}{C_\infty} \cdot R_1^* \tag{4}$$

în care :

k_2 — constantă de la exponentul funcţiei Gauss de distribuţie transversală a concentraţiilor de gaze combustibile [$F_2(\varphi) = e^{-k_2\varphi^2}$]

β — reprezintă jumătatea unghiului de evazare a jetului de flacără care conform [5] are valoarea $\beta = 8^0 - 9^0$

C_0 — concentraţia iniţială masică de gaze combustibile

$\bar{\varrho}$ — densitatea medie a amestecului gaz-aer.

Mărimea concentraţiei de ioni cît şi zona de concentraţie maximă de ioni din porţiunea în care se recirculă gazele de ardere $l_r = x_{00} - x_0$, este puternic influenţată de mărimea criteriului de recirculare θ_r^*, de această mărime depinzînd conform [5], atît debitul de gaze recirculate, cît şi lungimea zonei de recirculare.

Conform [4] [5], debitul de gaze de ardere recirculate şi lungimea zonei de recirculare pot fi calculate cu relaţiile :

$$\frac{m_r}{m_{01} + m_{02}} = \frac{0{,}65}{\theta_r^*} - 1 \tag{5}$$

$$l_r = \frac{L}{\operatorname{tg}\beta}\left(1 - \frac{a\sqrt{K_{11}}}{k_2 K_{12} \operatorname{tg}\beta}\sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\bar{\varrho}}}\, C_0\, \theta_r^*\right) \tag{6}$$

Din relaţiile (5) şi (6) se observă că pe măsura scăderii mărimii criteriului de recirculare θ_r^*, valorile debitului de gaze recirculate m_r, şi ale lungimii zonei de recirculare l_r cresc, ceea ce va face ca procesul de amestecare între cele două jeturi să difere mult în comparaţie cu jeturile libere, fapt ce va avea drept consecinţă şi o schimbare a zonei de concentraţie maximă de ioni în flacără în funcţie de criteriul de recirculare θ_r^*.

Pentru determinarea zonei de concentraţie maximă de ioni în porţiunea de flacără $l_r = x_{00} - x_0$, se va porni de la expresia concentraţiei molare de gaze combustibile în axul jetului de flacără, care conform [5], are forma :

$$X_m^* = X_m\left(1 + 0{,}61 \cdot 10^{-2} \frac{1}{C_\infty} \cdot \frac{1}{\theta_r^{*2}}\right) \tag{7}$$

în care :

X_m — concentrația molară de gaze combustibile pe axul jetului liber cu viteză ambiantă variabilă.

Valoarea concentrației X_m poate fi calculată, conform [1], cu ajutorul relației :

$$X_m = \frac{\sqrt{K_{11}}}{aK_{12}} \sqrt{\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}}} \cdot \frac{T_f}{\sigma T_0} \frac{R_1^*}{x} X_0 \tag{8}$$

Introducînd relația (8) în (7), se obține expresia concentrației molare de gaze combustibile pe axul jetului de flacără mărginit de pereți în funcție de caracteristicile aerodinamice și geometrice ale celor două jeturi, precum și de caracteristica geometrică a camerei de ardere, adică :

$$X_m^* = \frac{\sqrt{K_{11}}}{aK_{12}} \sqrt{\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}}} \cdot \frac{T_f}{\sigma T_0} X_0 \left(1 + 0{,}61 \cdot 10^{-2} \frac{1}{C_\infty} \cdot \frac{1}{\theta_r^{*2}}\right) \frac{R_1^*}{x} \tag{9}$$

Este de menționat că relația (7) a fost dedusă în [5] pentru cazul arderii gazelor combustibile, arzînd cu un coeficient de exces de aer $\alpha = 1—1{,}2$.

Pentru valori ale coeficientului de exces de aer $\alpha > 1{,}2$ relația (7) poate fi scrisă sub forma generală :

$$X_m^* = X_m \left(1 + k \frac{1}{C_\infty} \cdot \frac{1}{\theta_r^{*2}}\right) \tag{10}$$

în care coeficientul k depinde de mărimea coeficientului de exces de aer.

Valorile coeficientului k au fost determinate experimental pentru mărimi ale coeficientului de exces de aer cuprinse în domeniul $\alpha = 1{,}1 \div 3{,}2$.

Rezultatele încercărilor experimentale sînt prezentate în diagrama din figura 2.

Pentru determinarea zonei de concentrație maximă de ioni se pornește de la ecuația cîmpului de concentrație de gaze combustibile în amestec, care are forma :

$$\frac{X^*}{X_m^*} = F_2(\varphi) \tag{11}$$

în care :

X^* — valoarea concentrației molare de gaze combustibile într-un punct oarecare al jetului

$F_2(\varphi)$ — funcția de distribuție radială a concentrației de gaze combustibile.

În această situație, conform [1], zona de concentrație maximă de ioni se poate calcula cu ajutorul relației :

$$\frac{X_{st}^*}{X_m^*} = [F_2(\varphi)]_{st} \tag{12}$$

în care :

X^*_{st} — concentrația molară de gaze combustibile în cazul amestecului stoechiometric.

Ținînd seama de relațiile (8), (10) și (12) se poate scrie :

$$F_2(\varphi) = \frac{a K_{12}}{\sqrt{K_{11}}} \frac{\sigma T_0}{T_f} \sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}} \frac{X^*_{st}}{X_0} \cdot \frac{x}{R^*_1} \frac{1}{1 + k \dfrac{1}{C_\infty} \cdot \dfrac{1}{\theta^{*2}_r}} \tag{13}$$

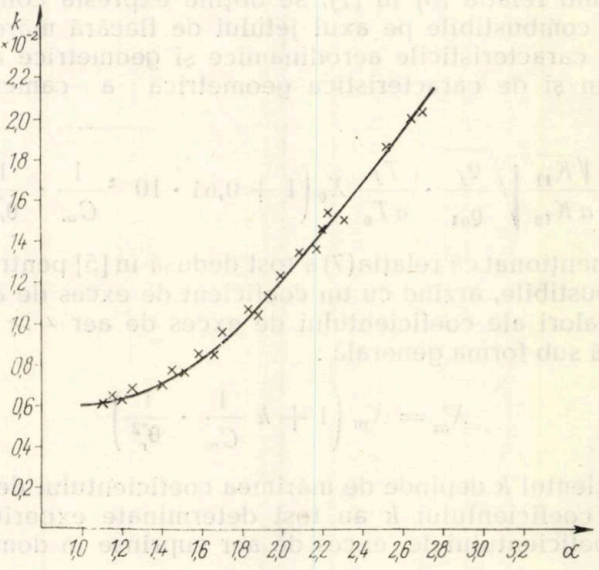


Fig. 2. Variația mărimii k în funcție de coeficientul de exces aer α

În ceea ce privește forma funcției $F_2(\varphi)$ datele experimentale prezentate în [5] au arătat că aceasta este ca și în cazul jeturilor libere o funcție Gauss, coeficientul k_2 de la exponentul funcției depinzînd de mărimea criteriului de recirculare θ^*_r.

În diagramele din figurile 3 și 4 se prezintă funcția $F_2(\varphi)$ determinată experimental pentru două valori diferite ale criteriului de recirculare θ^*_r, de unde se vede că acestea sînt funcții Gauss.

Avînd în vedere cele de mai sus, relația (13) poate fi scrisă și sub forma :

$$e^{-k_2(\theta^*_r)\varphi^2} = \frac{a K_{12}}{\sqrt{K_{11}}} \cdot \frac{\sigma T_0}{T_f} \cdot \sqrt{\frac{\varrho_{01}}{\varrho_f}} \cdot \frac{X^*}{X^*_0} \cdot \frac{x}{R^*_1} \cdot \frac{1}{1 + k \dfrac{1}{C_\infty} \cdot \dfrac{1}{\theta^{*2}_r}} \tag{14}$$

Dacă relația (14) se logaritmează, se obține :

$$k_2(\theta^*_r)\varphi^2 = ln \left[\frac{\sqrt{K_{11}}}{a K_{12}} \cdot \frac{T_f}{\sigma T_0} \sqrt{\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}}} \cdot \frac{X_0}{X^*_{st}} \left(1 + k \frac{1}{C_\infty} \cdot \frac{1}{\theta^{*2}_r}\right) \frac{R^*_1}{x} \right] \tag{15}$$

Ţinînd seama că $\varphi = \frac{y}{ax}$, din relaţia (15) se obţine după unele transformări, locul geometric al concentraţiilor stoechiometrice şi deci şi zona de concentraţie maximă de ioni în flăcările difuziv turbulente mărginite de pereţi, care va fi dată de expresia :

$$y_{st} = \pm ax \sqrt{\frac{ln\left[\frac{\sqrt{K_{11}}}{aK_{12}} \cdot \frac{T_f}{\sigma T_0} \cdot \sqrt{\frac{\varrho_f}{\varrho_{01}}} \cdot \frac{X_0}{X^*_{st}}\left(1 + k\frac{1}{C_\infty} \cdot \frac{1}{\theta^{*2}_r}\right)\frac{R^*_1}{x}\right]}{k_2(\theta^*_r)}} \tag{16}$$

Trebuie arătat că relaţia (16) a fost dedusă pentru cazul general al flăcărilor în jeturi cu viteză ambiantă variabilă mărginite de pereţi, din

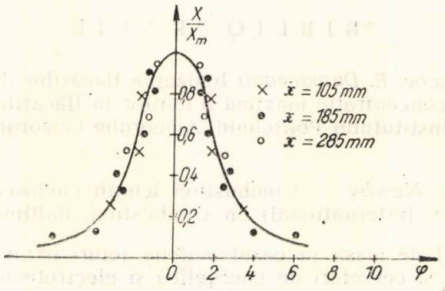


Fig. 3. Cîmpul universal de concentraţii pentru jeturi mărginite $[\theta^*_r = 0{,}495]$

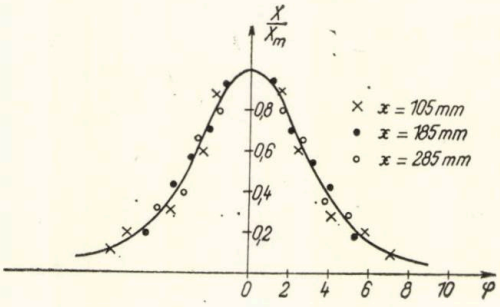


Fig. 4. Cîmpul universal de concentraţii pentru jeturi mărginite $[\theta^*_r = 0{,}595]$

această relaţie putînd fi deduse prin particularizare şi formulele de calcul a zonei de concentraţie maximă de ioni pentru cazul flăcărilor deschise în jeturi libere de gaze combustibile cu viteză ambiantă nulă şi variabilă, tratate în [1].

3. *Concluzii*

Zona de concentrație maximă de ioni în flăcările difuziv turbulente mărginite este puternic influențată de valorile criteriului de recirculare θ_r^*, valori scăzute ale acestuia făcînd să se înregistreze abateri însemnate față de situația flăcărilor în jeturi libere de gaze combustibile.

Relația de calcul care permite determinarea zonei de concentrație maximă de ioni în flăcările difuziv turbulente mărginite, include și relațiile de calcul deduse în [1] pentru cazul flăcărilor difuzive deschise, acestea din urmă fiind cazuri particulare ale cazului tratat în prezenta lucrare.

Catedra de termotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *Al. Dănescu, I. Iordache, E. Dămăceanu* Ionizarea flăcărilor difuziv turbulente — Stabilirea zonei de concentrație maximă a ionilor în flăcările difuziv turbulente deschise. Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 1, 1970.

2. M. W. *Thring, M. P. Newby* — Combustion length enclosed turbulent jet flames. Fourth Symposion (international) on combustion. Baltimore, 1953.

3. *I. Iordache* Schimbul de masă în cazul a două jeturi axial simetrice în echicurent mărginite. Studii și cercetări de energetică și electrotehnică, nr. 1, (1968).

4. *I. Iordache* Stabilitatea flăcărilor difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze combustibile mărginite de pereți. Studii și cercet. de energetică și electrotehnică, nr. 1, (1969).

5. *I. Iordache* Contribuții la studiul lungimii și stabilității flăcărilor difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze mărginite. Teză de doctorat, 1968, Institutul politehnic București.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 2

ENERGETICĂ

C.Z.: 621.316

BEITRÄGE ZUM STUDIUM DER AUSWIRKUNGEN VON ZUFÄLLINGEN STROMAUSFÄLIEN AUF DIE WIRTSCHAFT *

EMIL CONSTANTINESCU

1. *Einführung*

Die Optimierung des Sicherheitsgrads, den eine bestimmte elektrische Anlage im Betrieb besitzt, muss unter Berücksichtigung objektiver Kriterien wirtschaftlichen Charakters erfolgen, zum Beispiel der Erzielung von Mindestwerten für die jährlichen Berechnungskosten oder für die Gesamtausgaben während der ganzen Lebensdauer der betreffenden Anlage. Von diesem Standpunkt aus müssen bei den Optimierungs-Berechnungen auch die Schäden berücksichtigt werden, die den bedienten Verbrauchern durch den zufälligen Stromausfall erwuchsen [1]. Im Allgemeinen bestehen diese einer Havarie zugehörigen, mit D (Lei/Havarie) bezeichneten Gesamtschäden, aus dem durch Nichterzielung von Produktion, Amortisierung, allgemeine Unkosten, Löhne und eventuelle Zerstörung von Ausrüstungen oder Werkstoffen verlorenen Reingewinn, die zugleich mit der Unterbrechungsdauer anwachsen.

Zwecks Verallgemeinerung der Ergebnisse und Erleichterung der Berechnungen ist es oft nützlich, zur Ermittlung dieser bei den Verbrauchern auftauchenden Schäden besondere Kennzifferen zu verwenden, die auf die besonders interessierenden Grössen bezogen werden [2, 3, 4]:

— α (Lei/ kWh), welche die durch Nichtlieferung einer kWh zufolge eines zufälligen Stromausfalls hervorgerufenen Schäden darstellt;

— i (Lei/Minute), welche die während einer einminüting Unterbrechung verursachten Schäden darstellt.

Aus den für verschiedene Arten von industriellen technologischen Prozessen und sogar für die Gesamtheit einer Volkswirtschaft [2, 5] vorgenommenen Untersuchungen ging hervor, dass zum Unterschied von den Gesamtschäden D, die durch α oder i dargestellten spezifi-

* Manuskript am 28 Oktober 1968 eingegaugen

schen Schäden eine nach Massgabe des Anwachsens der Dauer der Unterbrechung der Einspeisung mit elektrischer Energie allgemeine sinkende Tendenz aufweisen. Diese Sachlage wird hauptsächlich von folgenden Faktoren bestimmt :

— Wenn sich die Dauer einer zufälligen Unterbrechung der Einspeisung mit Elektroenergie verlängert, so können beim betroffenen Verbraucher bewusstermassen gewisse immer wirksamere Massnahmen getroffen werden, sodass die sich aus dem Stromausfall ergebenden Schäden auf ein Mindestmass reduziert werden.

— Die Struktur des Vorgangs der Unterbrechung und der Wiederinbetriebsetzung der Einrichtungen beim Verbraucher nach einer Beschädigung der Anlagen zur Einspeisung von Elektroenergie führt nach Massgabe des Anwachsens der Unterbrechungsdauer zu einer Verringerung der spezifischen Schäden.

Im Rahmen dieser Arbeit werden einige Gesichtspunkte der Vorgänge untersucht, welche bei Ansteigen der Unterbrechungsdauer der Einspeisung mit Elektroenergie, als Folge der Eigenart der Bedingungen, die in einem solchen Fall selbst ohne jedweden äusseren Einfluss dazwischentreten, eine Verringerung der spezifischen Schäden α und i verursachen.

2. *Analyse eines allgemeinen Falls.*

Es ist allgemein bekannt, dass ein Verbraucher bei einer zeitweiligen Unterbrechung der Zufuhr von Elektroenergie nach Spannungsrückkehr eine gewisse Zeitspanne benötigt, um den normalen Betrieb wieder aufnehmen zu können. Wenn man die Dauer der tatsächlichen Unterbrechung der Netzeinspeisung mit Θ bezeichnet, so wird der technologische Vorgang unter diesen Umständen für eine Dauer von $\Theta + \Theta_0$ unterbrochen werden, wobei Θ_0 ein Betriebswert ist, der im allgemeinen Fall von einer Reihe von Faktoren abhängt wie z.B. von der Art des Verbrauchers, dem Augenblick und der Dauer der Unterbrechung, usw. Da der Ablauf der Vorgänge zur Wiederinstandsetzung der Einrichtungen beim Verbraucher kaum genau festgelegt werden kann und von Fall zu Fall schwankt, so bleibt die einzige Grösse, die leichter betsimmt werden kann, die tatsächliche Dauer Θ der zufälligen Unterbrechung. Aus diesem Grund ist es üblich, die spezifischen Schäden α (Lei/kWh) oder i (Lei/Min) unter Bezug auf Θ zu ermitteln.

Zwecks Erläuterung nehmen wir den Fall eines Verbrauchers an, der durch einen periodischen Ablauf des technologischen Prozesses gekennzeichnet ist. Dieser Verbraucher wird vom Netz eine Wirkleistung im Verhältnis zur Zeitdauer aufnehmen, die von einer beliebigen dauernden periodischen Funktion $P(t)$ von einer Periodendauer n gegeben wird : Wenn nun in einem beliebigen Augenblick t eine Ausserbetriebsetzung der Netzeinspeisung auf eine Dauer Θ stattfindet, so

wird der technologische Prozess und der Verbrauch an Elektroenergie für eine Zeitspanne unterbrochen werden, die gleich $\Theta + \Theta_0$ ist. Die nichtgelieferte elektrische Energie wird also

$$W(t) = \int_{t}^{t+\theta+\theta_0} P(x)\,dx \quad \text{(kWh/Havarie)}$$

betragen, und die daraus sich ergebenden Schäden werden sich auf

$$D(t) = \alpha_0\, W(t) \quad \text{(Lei/Havarie)}$$

belaufen, wo α_0 den effektiven durchschnittlichen durch Nichtlieferung einer kWh Energie verursachten Schaden darstellt. Wenn man annimmt, dass die Wahrscheinlichkeit des Auftauchens eines unvorhergesehenen Stromausfalls jederzeit die gleiche ist, so wird der durchschnittliche Wert der von einer Havarie herstammenden Schäder durch den Ausdruck

$$D_m(\theta) = \frac{1}{n}\int_0^n D(t)\,dt = \frac{\alpha_0}{n}\int_0^n \left[\int_t^{t+\theta+\theta_0} P(x)\,dx\right] dt \qquad (1)$$

gegeben werden.

Wenn man Θ und Θ_0 alszeitunabhängige Konstanten ansieht, so ergibt sich gemäss dem in Anlage 1 Bewiesenen :

$$D_m(\theta) = \frac{\alpha_0(\theta + \theta_0)}{n}\int_0^n P(t)\,dt \qquad (2)$$

In der Praxis werden die durch eine Stromunterbrechung hervorgerufenen durchschnittlichen Schäden unter Verwendung von entsprechenden statistischen Methoden in Abhängigkeit von der den Verbrauchern anscheinend nicht gelieferten Elektroenergie ermittelt, wobei man von der durchschnittlichen vom Verbraucher dem Netz abgeforderten Leistung und von der Dauer Θ der Havarie im Einspeisenetz ausgeht :

$$D_{am}(\theta) = \alpha\,\frac{\theta}{n}\int_0^n P(t)\,dt \qquad (3)$$

wo α den anscheinenden durch die Nichtlieferung einer kWh Energie verursachten durchschnittlichen Schaden darstellt.

Wenn man die Bedingung $D_m = D_{am}$ stellt, so ergibt sich aus (2) und (3) :

$$\alpha = \alpha_0\left(1 + \frac{\theta_0}{\theta}\right) = a + \frac{b}{\theta} \qquad (4)$$

wo a und b Konstante darstellen.

In ähnlicher Weise kann auch der durchschnittliche Scheinwert der einer einminütigen Stromunterbrechung zuzuschreibenden Schäden ermittelt werden :

$$i = \frac{D_m(\theta)}{\theta} = \frac{\alpha_0(\theta + \theta_0)}{n\theta} \int_0^n P(t)\, dt = c + \frac{d}{\theta} \tag{5}$$

wo c und d gleichfalls Konstante darstellen.

Aus den Ausdrücken (4) und (5) ersieht man, dass die spezifischen Schäden α und i unter den gegebenen Umständen nach Massgabe des Anwachsens der Unterbrechungsdauer der Einspeisung mit Elektroenergie ansteigen.

3. *Analyse von Sonderfällen*

Nehmen wir an, dass ein Verbraucher gleichfalls eine periodische Lastenkurve von einer Periodendauer n bestizt, die durch den Umstand gekennzeichnet wird, dass die dem Netz abgeforderte Leistung konstant und für eine Dauer $t_0 < n$ gleich P_0 ist, während sie in der übrigen Zeit gleich Null ist. Unter diesen Umständen führt eine Havarie im Einspeisenetz nur in dem Mass zu einem Schaden, insoweit die auftauchende Stromunterbrechung mit der Betriebsperiode t_0 zusammenfällt. Die Grösse dieses Schadens hängt selbstverständlich vom Augenblick des Auftauchens der Havarie ab, und der zur Wiederinstandsetzung der Anlagen erforderliche Zeitraum θ_0 spielt nur dann eine Rolle, wenn das Ende der Stromunterbrechung während der Zeitspanne der Betriebsperiode t_0 stattfindet.

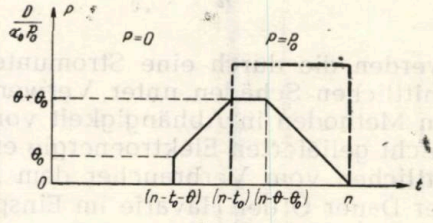


Abb. 1

In Abb. 1 wurde der unter den Hypothesen :

$$\theta_0 < t_0; \quad \theta + \theta_0 < t_0; \quad \theta < n - t_0$$

beschriebene Fall dargestellt.

Gemäss den angenommenen Notierungen ergibt sich :

$$D_m(\theta) = \frac{1}{n}\int_0^n D(t)\, dt = \left[\theta\, t_0 + \theta_0\left(t_0 - \frac{\theta_0}{2}\right)\right]\frac{\alpha_0 P_0}{n}$$

$$D_{am}(\theta) = \alpha\,\theta\,\frac{P_0 t_0}{n} \tag{6}$$

$$\alpha = \alpha_0 \left[1 + \frac{\theta_0 \left(t_0 - \frac{\theta_0}{2} \right)}{t_0 \theta} \right]$$

$$i = \alpha_0 \left[t_0 + \frac{\theta_0 \left(t_0 - \frac{\theta_0}{2} \right)}{\theta} \right] \frac{P_0}{n}$$

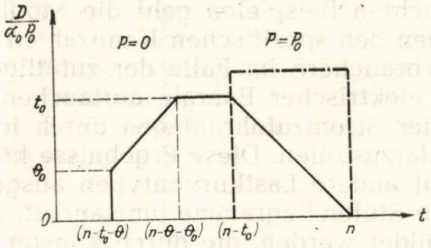


Abb. 2

In Abbildung 2 wurde derselbe Fall unter den Bedingungen :

$$\theta_0 < t_0; \quad \theta + \theta_0 > t_0; \quad \theta < n - t_0$$

dargestellt.

Für α und i erhält man auf dem selben Weg mit (6) identische Ausdrücke. Übrigens kann man beweisen, dass diese Beziehungen unter allen Umständen die gleichen bleiben, wenn $\theta_0 < t_0$ ist.

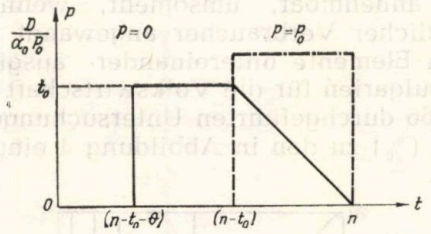


Abb. 3

In Abb. 3 wurde die Sachlage :

$$\theta_0 > t_0; \quad \theta + \theta_0 > t_0; \quad \theta < n - t_0$$

dargestellt.

Für α und i erlangt man folgende Ausdrüche, die gleichfalls unter jeden Bedingungen gültig sind, wenn $\theta_0 > t_0$ ist :

$$\alpha = \alpha_0 \left(1 + \frac{t_0}{2\theta} \right)$$

$$i = \alpha_0 t_0 \left(1 + \frac{t_0}{2\theta} \right) \frac{P_0}{n} \qquad (7)$$

Man bemerkt also, dass die Werte der spezifischen Schäden in allen diesen Fällen von Ausdrücken der Form

$$\alpha = a + \frac{b}{\theta} \qquad i = c + \frac{d}{\theta} \tag{8}$$

gegeben werden.

4. *Schlussfolgerungen*

Aus den untersuchten Beispielen geht die Möglichkeit hervor, die Abhängigkeit zwischen den spezifischen Kennzahlen α und i der Schäden, die bei den Verbrauchern im Falle der zufälligen Unterbrechung der Einspeisung mit elektrischer Energie auftauchen, und der Dauer Θ der Unterbrechung der Stromzufuhranlagen durch hyperbolische Funktionen der Type (8) darzustellen. Diese Ergebnisse können mit gewissen Näherungen auch auf andere Lastkurventypen ausgedehnt werden, indem man dieselben in Stufendiagramme umwandelt, die aus einer Folge von Zeitspannen gebildet werden, die durch konstante Leistungen, also von der Art der Untersuchten, gekennzeichnet werden.

Es steht ausser Zweifel, dass die erlangten Beziehungen nicht allen Faktoren Rechnung tragen, die vorkommen können, z.B. der bewussten auf die Verringerung der betreffenden Schäden ausgerichtete Tätigkeit des Betriebspersonals, oder den Unterbrechungen, die auftauchen, wenn auch Zerstörung von Einrichtungen oder Werkstoffen stattfindet. Da jedoch die Wirkung all dieser Faktorren und jedenfalls der wichtigsten unter diesen die gleiche ist, indem sie nach Massgabe des Anwachsens der Unterbrechungsdauer zu einer Verringerung der spezifischen schäden führen, sind die aus der Annahme von Beziehungen der Art (8) erwachsenen Fehler annehmbar, umsomehr, wenn sie auf komplexe Gruppen unterschiedlicher Verbraucher angewandt werden, bei denen sich die spezifischen Elemente untereinander ausgleichen. So haben z.B. die in der V.R. Bulgarien für die Volkswirtschaft im Ganzen auf der Ebene des Jahres 1966 durchgeführten Untersuchungen [5] bei den spezifischen Schäden α (%) zu den in Abbildung 4 eingetragenen unstetigen Werten geführt.

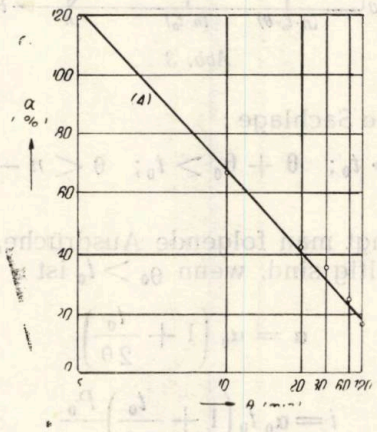


Abb. 4

In einem Diagramm mit umgekehrtem Masstab nähern sich die Werte sehr stark der Geraden *A*, indem sie als Gleichung:

$$\alpha = 1{,}4 + \frac{54}{\theta}$$

hat.

Als Schlussfolgerung betrachtet man, dass der Beweis dafür erbracht wurde, dass es angezeigt ist, in den Untersuchungen zur Optimierung von elektrischen Anlagen, besonders der bedeutenderen, die komplexe Gruppen von Verbrauchern versorgen, für die spezifischen Schäden α und i eine hyperbolische Veränderung der Type (8), je nach der Dauer Θ der dem elektro-energetischen Netzsystem zuzuschreibenden Unterbrechungen anzunehmen.

Anlage

Es sei eine stetige und periodische Funktion $f(x)$ von einer Periodendauer n angenommen, also $f(x) = f(x+n)$. Es soll bewiesen werden, dass

$$D_m(a) = \int_{x_1=0}^{x_2=n} dx \int_{y_1=x}^{y_2=x+a} f(y)\, dy = a \int_0^n f(x)\, dx \qquad (1)$$

wo a eine gegebene Konstante darstellt.

Man bemerkt, dass $D_m\ (a)$ ein bestimmtes doppeltes Integral ist, das als Integralbereich das Parallelogramm OABC (Abb. 5) besitzt.

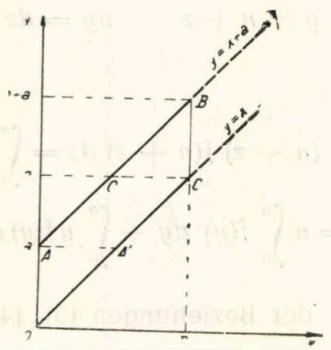


Abb. 5

Wenn man die Reihenfolge der Integration umkehrt, so erlangt man:

$$D_m(a) = \int_{y_1'}^{y_2'} dy \int_{x_1'}^{x_2'} f(y)\, dx = \int_{y_1'}^{y_2'} (x_2' - x_1')\, f(y)\, dy$$

Zur Bestimmung der neuen Integrationsgrenzen ist es erforderlich, dass der Bereich $OABC$ in drei Unterbereiche eingeteilt werde :

— Unterbereich I (OAA')
$$y_1' = 0 \quad ; \quad y_2' = a$$
$$x_1' = 0 \quad ; \quad x_2' = y$$

— Unterbereich II (AC'CA')
$$y_1' = a \quad ; \quad y_2' = n$$
$$x_1' = y - a \quad ; \quad x_2' = y$$

— Unterbereich III (C'BC)
$$y_1' = n \quad ; \quad y_2' = n + a$$
$$x_1' = y - a \quad ; \quad x_2' = n$$

Also :

$$D_m(a) = \int_0^a y f(y)\, dy + a\int_a^n f(y)\, dy + \int_n^{n+a} (n + a - y) f(y)\, dy \qquad (2)$$

Man bemerkt weiters, dass

$$a\int_a^n f(y)\, dy + a\int_n^{n+a} f(y)\, dy = a\int_0^n f(y)\, dy \qquad (3)$$

$$n\int_n^{n+a} f(y)\, dy = n\int_0^a f(y)\, dy \qquad (4)$$

Wenn man den Austausch der Verändelichen vornimmt :

$$y = n + z \qquad dy = dz$$

se ergibt sich :

$$\int_n^{n+a} y f(y)\, dy = \int_0^a (n + z) f(n + z)\, dz = \int_0^a (n + z) f(z)\, dz =$$
$$= n\int_0^a f(y)\, dy + \int_0^a y f(y)\, dy \qquad (5)$$

Durch das Ersetzen der Beziehungen (3), (4) und (5) in (2) erlangt man schliesslich

$$D_m(a) = a\int_0^n f(y)\, dy = a\int_0^n f(x)\, dx \qquad (6)$$

Demgemäss wurde die ursprüngliche Beziehung (1) bewiesen. Man bemerkt, dass der Ausdruck (6) auch folgendermassen :

$$D_m(a) = a\, S$$

geschrieben werden kann, wo S der Flächeninhalt ist, der für die Zeitspanne einer Periode zwischen der Kurve, welche die periodische Funktion $f(x)$ darstellt und der Achse der Abszissen begriffen ist.

Lehrstuhl Elektrischekraft werken
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

LITERATUR

1. *Constantinescu, E.* Dimensionarea instalațiilor electroenergetice cu ajutorul metodelor statistice și probabilistice. Autoreferat la teza de doctorat. (Bemessung von elektroenergetischen Anlagen mittels der statistischen und probabilistischen Methoden. Eigenreferat zur Doktorthese). Bukarest, Polytechnikum „Gh. Gheorghiu-Dej", 1967.
2. *Guțu, C.* und andere. Calculul efectelor economice ale întreruperilor electrice accidentale. (Die Berechnung der Auswirkung von zufälligen Stromausfällen auf die Wirtschaft). Energetica (S.R.R.), 11, Nr. 10, 1963, S. 525-531.
3. *Constantinescu, E., Petrescu, C.* Dimensioning of overhead medium voltage lines in the south-east of Romania. Bul. ISPE (S.R.R.), 10, Nr. 4, 1967, S. 29-45.
4. *Constantinescu, E.* Analyse et optimisation des schémas électriques d'alimentation des combinats industriels depuis le réseau. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 30, Nr. 3, 1968, S. 159-170.
5. *Blăscov, G. Iliev, S.* Zagubi ot vnezapno precăsvane na electrosnabdiavaneto v rezilicinte otrasli i obșo za narodnoto stopanstvo (Unvorhergeshenen Stromausfällen zuzuschreibende Verluste in verschiedenen Industriezweigen und in der gesamten Volkswirtschaft). Energetika (VRB), 18, Nr. 4, 1967, S. 4-6.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 2

C.Z.: 621.316,1.052.4

BELIEBIGES EBENES GITTER AUS DEN DÜNNEN UND SCHWACH-GEWÖLBTEN PROFILEN IN DER POTENTIALSTRÖMUNG

GHEORGHE ZIDARU

In den Arbeiten [3], [4], hat der Verfasser die Birnbaum-Glauertsche Methode an die ebenen Gitter, frontalen und im Tandem erweitert. Obwohl die mathematischen Lösungen in jenen Fällen genau sind, verlangen die praktischen Anwendungen an die Turbomaschinen auch die Untersuchung des Gitters, das die schräge Achse gegenüber die Sehnen der Profilen hat. Aber, in diesem Fall, ist unmöglich eine genaue mathematische Berechnung. Die Fouriersche Reihe der Zirkulationsdichte wird von einem Polynom mit kleiner Zahl von den Gliedern angenähert, denn die Profile haben kleine Wölbung.

1°. — Ebenes Gitter, bestehendes aus den geradlinigen Profilen

Für das Gitter, bestehendes aus den geradlinigen Profilen $A_i F_i$ (Bild 1-b) ist die konforme Abb ldung auf den Kreis $|\zeta|=1$ (Bild 1-a) von der Weinigschen Funktion gegeben [1], [2]

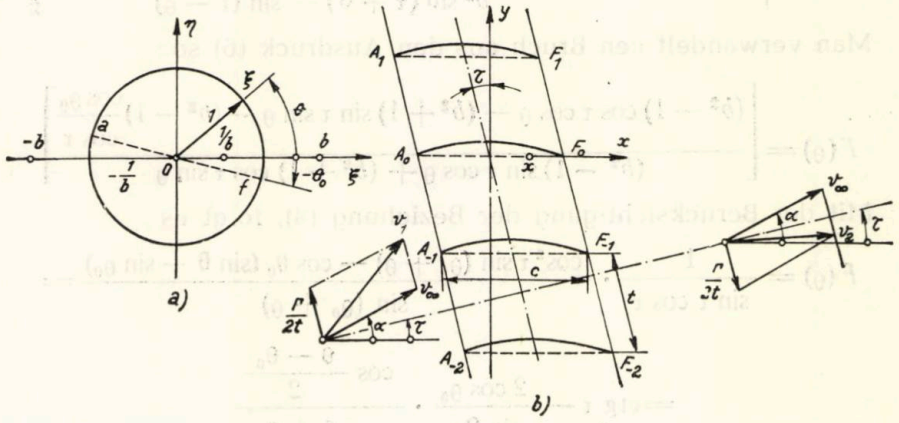


Abb. 1

$$z = \frac{t}{2\pi}\left(e^{i\tau} ln \frac{\zeta + b}{\zeta - b} + e^{-i\tau} ln \frac{\zeta + \frac{1}{b}}{\zeta - \frac{1}{b}}\right) \tag{1}$$

Die Koordinaten der Punkten der Profile sind :

$$x = \frac{t}{2\pi}\left[\cos\tau\, ln \frac{b^2 + 2b\cos\theta + 1}{b^2 - 2b\cos\theta + 1} - \sin\tau\left(2 \operatorname{arc\,tg} \frac{2b\sin\theta}{b^2 - 1} + \pi + 2k\pi\right)\right] \tag{2}$$

$$y = \frac{t}{2}(2k + 1)\cos\tau$$

Die Dichte des Gitters ist

$$\frac{c}{t} = \frac{1}{\pi}\left(\cos\tau\, ln \frac{b^2 + 2b\cos\theta_0 + 1}{b^2 - 2b\cos\theta_0 + 1} + 2\sin\tau \operatorname{arc\,tg} \frac{2b\sin\theta_0}{b^2 - 1}\right) \tag{3}$$

worin

$$\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{b^2 - 1}{b^2 + 1}\operatorname{tg}\tau \tag{4}$$

Die Zirkulation des geradlinigen Gitterprofils

$$\Gamma_0 = \frac{4b}{b^2 + 1}\, t\, v_\infty \frac{\cos\theta_0}{\cos\tau}\sin\alpha \tag{5}$$

Die Geschwindigkeit auf dem Profil hat den in [2] festgestellten Ausdruck

$$v = v_\infty\left[\cos\alpha - \sin\alpha \frac{b^2\cos(\tau + \theta) - \cos(\tau - \theta) - (b^2 - 1)\frac{\cos\theta_0}{\cos\tau}}{b^2 \operatorname{siu}(\tau + \theta) - \sin(\tau - \theta)}\right] \tag{6}$$

Man verwandelt den Bruch aus den Ausdruck (6) so :

$$F(\theta) = \left[\frac{(b^2 - 1)\cos\tau\cos\theta - (b^2 + 1)\sin\tau\sin\theta - (b^2 - 1)\frac{\cos\theta_0}{\cos\tau}}{(b^2 - 1)\sin\tau\cos\theta + (b^2 + 1)\cos\tau\sin\theta}\right]$$

Mit der Berücksichtigung der Beziehung (4), fo'gt es

$$F(\theta) = \frac{1}{\sin\tau\cos\tau} \cdot \frac{\cos^2\tau\sin(\theta_0 + \theta) - \cos\theta_0(\sin\theta + \sin\theta_0)}{\sin(\theta_0 + \theta)} =$$

$$= \operatorname{ctg}\tau - \frac{2\cos\theta_0}{\sin 2\tau} \cdot \frac{\cos\frac{\theta - \theta_0}{2}}{\cos\frac{\theta + \theta_0}{2}}$$

Demnach,

$$v(\theta) = v_\infty \left[\cos - \sin \alpha \left(\operatorname{ctg} \tau - \frac{2 \cos \theta_0}{\sin 2\tau} \frac{\cos \frac{\theta - \theta_0}{2}}{\cos \frac{\theta + \theta_0}{2}} \right) \right] \tag{6'}$$

Aus (2) erhält man

$$x(\theta) = x(2\pi - \theta) \tag{7}$$

Der Punkt, entsprechender dem Winkel $\theta \in [-\theta_0 ; \pi - \theta_0]$ liegt an der oberen Kannte, während der Punkt, der dem Winkel $2\pi - \theta$ entspricht, an der niedrigen Kannte liegt.

Die Beziehung (6') liefert :

$$v(2\pi - \theta) = v_\infty \left[\cos \alpha - \sin \alpha \left(\operatorname{ctg} \tau - \frac{2 \cos \theta_0}{\sin 2\tau} \cdot \frac{\cos \frac{\theta + \theta_0}{2}}{\cos \frac{\theta - \theta_0}{2}} \right) \right] \tag{8}$$

Es folgt die Zirkulationsdichte auf dem Profil

$$\gamma_0(x) = \gamma_0(\theta) = v(\theta) - v(2\pi - \theta)$$

$$\gamma_0(x) = 2 v_\infty \sin \alpha \frac{\sin 2\theta_0}{\sin 2\tau} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta + \cos \theta_0} \tag{9}$$

Um den Profil von A bis F mit den verteilteten Wirbeln von Intensitäten γ_0 (x) zu decken, läuft man den oberen Halbkreis von a bis f durch, das heisst $\theta \in [\pi - \theta_0 ; -\theta_0]$.

Mit der Ersetzung :

$$\varphi = \theta - \pi + \theta_0 \tag{10}$$

wird der Profil in dieselbe Richtung durchgelaufen, wenn $\varphi \in [0 ; \pi]$ Der Ausdruck (9) wird :

$$\gamma_0(x) = 2 v_\infty A_0 \frac{\sin(\varphi - \theta_0)}{\cos(\varphi - \theta_0) - \cos \theta_0} \tag{11}$$

worin

$$A_0 = \frac{\sin 2\theta_0}{\sin 2\tau} \sin \alpha \tag{12}$$

2°. — **Ausdruck der Zirkulation um den gewölbten Gitterprofil**

Durch eine Translation des Gitters, holt man die Sehne eines Profils auf die Achse x so, dass

$$x \in \left[-\frac{c}{2} ; \frac{c}{2} \right] \quad \text{wenn} \quad \varphi \in [0 ; \pi] \tag{13}$$

Infolge der kleinen Wölbung, belegen wir die Wirbel, welche die Profile substituieren, auf ihren Sehnen.

Für den gewölbten Gitterprofil,folgt es [3], [4]

$$\gamma(x) = \gamma(\varphi) = 2\,v_\infty \left[A_0 \frac{\sin(\varphi - \theta_0)}{\cos(\varphi - \theta_0) - \cos\theta_0} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin k\varphi \right] \quad (14)$$

Infolge der Korrespondenz (3),

$$x = -\frac{c}{2}\cos\varphi \quad (15)$$

Die ganze Zirkulation um den Gitterprofil ist

$$\Gamma = \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \gamma(x)\,dx = \int_0^{\pi} \gamma(\varphi)\frac{dx}{d\varphi}\,d\varphi$$

Durch die Berechnungen, erhält man

$$\Gamma = \frac{c\,v_\infty}{2}\{A_0[\cos\theta_0(I_0 - I_2) - \sin\theta_0\,J_2] + A_1\} \quad (16)$$

worin :

$$I_k = \int_0^{\pi} \frac{\cos k\varphi\,d\varphi}{\cos(\varphi - \theta_0) - \cos\theta_0} \quad (17)$$

$$J_k = \int_0^{\pi} \frac{\sin k\varphi\,d\varphi}{\cos(\varphi - \theta_0) - \cos\theta_0} \quad (18)$$

Die Koeffizienten A_k $(k=1,2,...)$ werden weiter berechnet werden.

3°. — Geschwindigkeiten, induzierten von der Wirbelbelegung

Die komplexe induzierte Geschwindigkeit in einem Punkt x der Sehne $A_0 F_0$, ist, [3]

$$\overline{v}_i(x) = \frac{i\,e^{-i\tau}}{2\,t}\int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \gamma(x')\,\mathrm{cth}\left[\frac{\pi(x - x')}{t}\,e^{-i\tau}\right]dx' \quad (19)$$

worin

$$x' = -\frac{c}{2}\cos\varphi',\ \varphi' \in [0;\pi]$$

Für

$$u^2 < \pi^2,$$

$$\operatorname{cth} u = \frac{1}{u} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{2k} B_{2k}}{(2k)!} u^{2k-1}$$

in dem sind B_{2k} die Bernoullischen Nummern.

Man nähert an

$$\operatorname{cth} u \approx \frac{1}{u} + \frac{u}{3} - \frac{u^3}{45} \tag{20}$$

Mit der Berücksichtigung des Ausdruckes (15),

$$u = \frac{\pi}{t}(x - x') e^{-i\tau} = p(\cos\varphi' - \cos\varphi) \tag{21}$$

$$p = \frac{\pi c}{2t} e^{-i\tau} = |p| e^{-i\tau} \tag{22}$$

Die Ausdrücke (14) (20) ÷ (22) werden in (19) eingeführt und es folgt

$$\bar{v}_i(x) = \frac{i p v_\infty}{2\pi}\left\{\frac{A_0}{p}[\cos\theta_0(I_0' - I_2') - \sin\theta_0 J_2'] + \frac{A_0 p}{6}\left[\cos\theta_0(I_1 - I_3) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{\sin\theta_0}{2}(J_1 + J_3)\right] - \frac{A_0 p}{3}\cos\varphi[\cos\theta_0(I_0 - I_2) - \sin\theta_0 J_2] -$$

$$- \frac{A_0 p^3}{45}[(\cos\theta_0 P_3 - \sin\theta_0 Q_3) - 3\cos\varphi(\cos\theta_0 P_2 - \sin\theta_0 Q_2) +$$

$$+ 3\cos^2\varphi(\cos\theta_0 P_1 - \sin\theta_0 Q_1) - \cos^3\varphi(\cos\theta_0(I_0 - I_2) - \sin\theta_0 J_2)] +$$

$$+ \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{\infty} A_k(G_{k-1} - G_{k+1}) + \frac{p}{3}\sum_{k=1}^{8} A_k \int_0^{\pi} \cos(k-1)\varphi' - \cos(k+1)\varphi'] \cdot$$

$$\cdot (\cos\varphi' - \cos\varphi)\, d\varphi' - \frac{p^3}{45}\sum_{k=1}^{\infty} A_k \int_0^{\pi} [\cos(k-1)\varphi' - \cos(k+1)\varphi'] \cdot$$

$$\cdot (\cos\varphi' - \cos\varphi)^3\, d\varphi' \tag{23}$$

worin :

$$I_k' = \int_0^{\pi} \frac{\cos k\varphi'\, d\varphi'}{[\cos(\varphi' - \theta_0) - \cos\theta_0](\cos\varphi' - \cos\varphi)} \tag{24}$$

$$J_k' = \int_0^{\pi} \frac{\sin k\varphi'\, d\varphi'}{[\cos(\varphi' - \theta_0) - \cos\theta_0](\cos\varphi' - \cos\varphi)} \tag{25}$$

Die Glauertsche Integrale hat den Ausdruck, [1], [2]

$$G_k = \int_0^{\pi} \frac{\cos k\varphi' \, d\varphi'}{\cos\varphi' - \cos\varphi} = \pi \frac{\sin k\varphi}{\sin\varphi} \tag{26}$$

Demnach,

$$G_{k-1} - G_{k+1} = -2\pi \cos k\varphi$$

Da

$$\int_0^{\pi} \cos m\varphi' \cos n\varphi' \, d\varphi' = \begin{cases} 0 & (m \neq n \neq 0) \\ \frac{\pi}{2} & (m = n \neq 0) \\ \pi & (m = n = 0) \end{cases} \tag{27}$$

man hat, erhält man:

$$\sum_{k=1}^{\infty} A_k \int_0^{\pi} [\cos(k-1)\varphi' - \cos(k+1)\varphi'](\cos\varphi' - \cos\varphi) =$$

$$= \pi\left(\frac{A_2}{2} - A_1 \cos\varphi\right) \tag{28}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} A_k \int_0^{\pi} [\cos(k-1)\varphi' - \cos(k+1)\varphi'](\cos\varphi' - \cos\varphi)^3 \, d\varphi' =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} A_k \int_0^{\pi} [\cos(k-1)\varphi' - \cos(k+1)\varphi'] \left[\frac{1}{4}(3\cos\varphi' + \cos 3\varphi') - \right.$$

$$\left. - \frac{3}{2}\cos\varphi(1 + \cos 2\varphi') + 3\cos^2\varphi \cos\varphi' - \cos^3\varphi\right] d\varphi' =$$

$$= \frac{\pi}{8}(2A_2 + A_4) - \frac{3\pi}{4}\cos\varphi(A_1 + A_3) + \frac{3\pi}{2}\cos^2\varphi A_2 - \pi\cos^3\varphi A_1 \tag{29}$$

In (23) sind gezeichnet worden:

$$P_k = \int_0^{\pi} \frac{(1 - \cos 2\varphi')\cos^k\varphi'}{\cos(\varphi' - \theta_0) - \cos\theta_0} d\varphi' ; \; Q_k = \int_0^{\pi} \frac{\sin^2\varphi' \cos^k\varphi'}{\cos(\varphi' - \theta_0) - \cos\theta_0} d\varphi' \tag{30}$$

P_k, Q_k sind Funktionen von I_k, J_k:

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{2}(I_1 - I_3); & Q_1 &= \frac{1}{2}(J_1 + J_3); \\ P_2 &= \frac{1}{4}(I_0 - I_4); & Q_2 &= \frac{1}{4}(2J_2 + J_4); \\ P_3 &= \frac{1}{8}(2I_1 - I_3 - I_5); & Q_3 &= \frac{1}{8}(2J_1 + 3J_3 + J_5) \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

Man zeichnet

$$I'_{02} = I'_0 - I'_2 \; ; \; I_{ij} = I_i - I_j \tag{32}$$

und einführend die Ausdrücke (26) ÷ (32) in (23), folgt es:

$$\bar{v}_i(x) = \frac{i p v_\infty}{2\pi} \left\{ \frac{A_0}{p} (\cos\theta_0 I'_{02} - \sin\theta_0 J'_2) + \frac{A_0 p}{6} [\cos\theta_0 I_{13} - \right.$$

$$- \sin\theta_0 (J_1 + J_3)] - \frac{A_0 p}{3} \cos\varphi (\cos\theta_0 I_{02} - \sin\theta_0 J_2) - \frac{A_0 p^3}{45}$$

$$\left[\frac{1}{8} \cos\theta_0 (I_{13} + I_{15}) - \frac{1}{8} \sin\theta_0 (2 J_1 + 3 J_3 + J_5) - \frac{3}{4} \cos\varphi (\cos\theta_0 (I_{02} + \right.$$

$$+ I_{24}) - \sin\theta_0 (2 J_2 + J_4)) + \frac{3}{2} \cos^2\varphi (\cos\theta_0 I_{13} - \sin\theta_0 (J_1 + J_3)) -$$

$$- \cos^3\varphi (\cos\theta_0 I_{02} - \sin\theta_0 J_2)] - \frac{2\pi}{p} \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos k\varphi + \frac{\pi p}{3} \left(\frac{A_2}{2} - \right.$$

$$- A_1 \cos\varphi) - \frac{\pi p^3}{45} \left[\frac{1}{8} (2 A_2 + A_4) - \frac{3}{4} (A_1 + A_3) \cos\varphi + \frac{3}{2} \right.$$

$$\left. \left. A_2 \cos^2\varphi - A_1 \cos^3\varphi \right] \right\} \tag{33}$$

mit den unbekannten Koeffizienten $A_1, A_2 \ldots$; die Integralen I'_{02}, I_{ij}, J_k werden weiter berechnet.

Es ist unmöglich, die Integralen (17), (18) für beliebiges k zu bestimmen, denn die Integralen sind nicht paare Funktionen.

Die Integralen I_k, I'_k sind divergent, darum man berechnet gerade I_{ij} und I'_{02} berücksichtigend (17), (24) und (32). Weiter gibt man kurz, zum Beispiel, die Berechnung der Integrale I_{02}.

$$I_{02} = \int_0^\pi \frac{(1 - \cos 2\varphi)\, d\varphi}{\cos(\varphi - \theta_0) - \cos\theta_0} = -2 \int_0^\pi \frac{\sin^2\varphi\, d\varphi}{\cos\theta_0 (1 - \cos\varphi) - \sin\theta_0 \sin\varphi}$$

Mit der Substitution $\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = t$, erhält man:

$$I_{02} = -\frac{8}{\cos\theta_0} \int_0^\infty \frac{t\, dt}{(t^2 + 1)^2 (t - t_0)}$$

worin $t_0 = \operatorname{tg}\theta_0$

$$\frac{t}{(t^2+1)^2 (t - t_0)} \equiv \frac{\lambda_2 t + \mu_2}{(t^2+1)^2} + \frac{\lambda_1 t + \mu_1}{t^2+1} + \frac{\nu}{t - t_0}$$

mit :

$$\lambda_2 = -\frac{t_0}{t_0^2+1}\ ;\ \mu_2 = \frac{1}{t_0^2+1}\ ;\ \lambda_1 = -\nu = -\frac{t_0}{(t_0^2+1)^2}\ ;\mu_1 = -\frac{t_0^2}{(t_0^2+1)^2}$$

Man bemerkt, dass $0 < t_0 < \pi$ deshalb

$$\int_0^\infty \frac{dt}{t-t_0} \lim_{\substack{\varepsilon\to 0\\ N\to\infty}} \left[ln(t_0-t) \begin{vmatrix} t_0-\varepsilon \\ 0 \end{vmatrix} + ln(t-t_0) \begin{vmatrix} N \\ t_0+\varepsilon \end{vmatrix} \right] = \lim_{N\to\infty} ln(N-t_0) - ln\, t_0$$

$$I_{02} = -\frac{8}{\cos\theta_0} \lim_{N\to\infty} \left[\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\pi}{2}\mu_2 + \lambda_1 ln \sqrt{N^2+1} + \frac{\pi}{2}\mu_1 + \right.$$

$$\left. + \nu\, ln(N-t_0) - \nu\, ln\, t_0 \right]$$

Aber $\lambda_1 = -\nu$ und darum

$$\lim_{N\to\infty} \left[\lambda_1\, ln \sqrt{N^2+1} + \nu\, ln(N-t_0)\right] = 0$$

Es folgt

$$I_{02} = 8\cos^2\theta_0 \sin\theta_0\, ln\, tg\,\theta_0 + \frac{4\pi}{3}\cos\theta_0(2\sin^2\theta_0 - \cos^2\theta_0) + 4\sin\theta_0 \qquad (34)$$

Ebenfalls, erhält man :

$$I_{13} = 16\cos^3\theta_0 \left[\frac{1}{2}\sin 2\theta_0 (1 - tg^2\theta_0)\, ln\, tg\,\theta_0 - \frac{\pi}{30}\cos^2\theta_0 (6\, tg^4\theta_0 - \right. \qquad (35)$$

$$\left. - 23\, tg^2\theta_0 + 1) - \frac{1}{2}(tg^3\theta_0 + ctg\,\theta_0) \right]$$

$$I_{24} = 4\cos^5\theta_0 \left[\sin 2\theta_0 (3\, tg^4\theta_0 - 10\, tg^2\theta_0 + 3)\, ln\, tg\,\theta_0 + \right.$$

$$+ \frac{\pi}{105}\cos^2\theta_0 (82\, tg^6\theta_0 - 1007\, tg^4\theta_0 + 582\, tg^2\theta_0 - 9) +$$

$$\left. + \frac{1}{3} tg\,\theta_0 (tg^4\theta_0 - 22\, tg^2\theta_0 + 22) \right] \qquad (36)$$

$$I_{15} = -8\cos^7\theta_0 \left[\sin 2\theta_0 (3\, tg^6\theta_0 - 8\, tg^4\theta_0 + 8\, tg^2\theta_0 - 3)\, ln\, tg\,\theta_0 + \right.$$

$$\left. + \frac{\pi}{315}\cos^2\theta_0 (290\, tg^8\theta_0 - 2365\, tg^6\theta_0 + 2526\, tg^4\theta_0 - \right.$$

$$-1708\,\mathrm{tg}^2\theta_0+41)-\frac{1}{6}\,\mathrm{tg}\,\theta_0\,(47\,\mathrm{tg}^4\theta_0-38\,\mathrm{tg}^2\theta_0+47) \tag{37}$$

$$J_1=2\cos\theta_0\,ln\,\mathrm{tg}\,\theta_0+\pi\sin\theta_0 \tag{38}$$

$$J_2=4\cos\theta_0\left[\cos 2\theta_0\,ln\,\mathrm{tg}\,\theta_0-\frac{\pi}{12}\sin 2\theta_0\,(\mathrm{tg}^2\theta_0-5)+1\right] \tag{39}$$

$$J_3=2c\,\mathrm{os}^3\theta_0\left[\cos^2\theta_0\,(3\,\mathrm{tg}^4\theta_0-10\,\mathrm{tg}^2\theta_0+3)\,ln\,\mathrm{tg}\,\theta_0+\right.$$

$$\left.+\frac{\pi}{60}\sin 2\theta_0\,(13\,\mathrm{tg}^4\theta_0-134\,\mathrm{tg}^2\theta_0+93)+4\,(1-\mathrm{tg}^2\theta_0)\right] \tag{40}$$

$$J_4=-8\cos^5\theta_0\left[\cos^2\theta_0\,(\mathrm{tg}^6\theta_0-7\,\mathrm{tg}^4\theta_0+7\,\mathrm{tg}^2\theta_0-1)\,ln\,\mathrm{tg}\,\theta_0+\right.$$

$$+\frac{\pi}{420}\sin 2\theta_0\,(19\,\mathrm{tg}^6\theta_0-489\,\mathrm{tg}^4\theta_0+925\,\mathrm{tg}^2\theta_0-247)-$$

$$\left.-\frac{1}{3}\,(5\,\mathrm{tg}^4\theta_0-14\,\mathrm{tg}^2\theta_0+5)\right] \tag{41}$$

$$J_5=2\cos^7\theta_0\left[\cos^2\theta_0\,(5\,\mathrm{tg}^8\theta_0-60\,\mathrm{tg}^6\theta_0+126\,\mathrm{tg}^4\theta_0-60\,\mathrm{tg}^2\theta_0+\right.$$

$$+5)\,ln\,\mathrm{tg}\,\theta_0+\frac{\pi}{1260}\sin 2\theta_0\,(3254\,\mathrm{tg}^8\theta_0-6613\,\mathrm{tg}^6\theta_0+$$

$$+37818\,\mathrm{tg}^4\theta_0-28900\,\mathrm{tg}^2\theta_0+4055)+\frac{1}{3}\,(28\,\mathrm{tg}^6\theta_0-$$

$$\left.-164\,\mathrm{tg}^4\theta_0+164\,\mathrm{tg}^2\theta_0-28)\right] \tag{42}$$

$$I'_{02}=-4\left[\frac{\pi}{2}\cos\theta_0-\frac{\sin\theta_0\,ln\,\mathrm{tg}\,\theta_0}{\cos^2\frac{\varphi}{2}\left(\mathrm{tg}^2\frac{\varphi}{2}-\mathrm{tg}^2\theta_0\right)}+\right.$$

$$\left.+\frac{\sin\theta_0}{\cos^2\theta_0}\cdot\frac{ln\,\mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{2}}{\mathrm{tg}^2\frac{\varphi}{2}-\mathrm{tg}^2\theta_0}\right] \tag{43}$$

$$J_2' = \frac{2}{\cos\theta_0 \cos^2\frac{\varphi}{2}}\left[\frac{\pi}{2}\sin 2\theta_0 \cos^2\frac{\varphi}{2} + \cos 2\theta_0 \frac{ln\,\mathrm{tg}\,\theta_0}{\mathrm{tg}^2\frac{\varphi}{2} - \mathrm{tg}^2\theta_0} - \right.$$

$$\left. - \frac{\cos\varphi}{\mathrm{tg}^2\frac{\varphi}{2} - \mathrm{tg}^2\theta_0}\, ln\,\mathrm{tg}\frac{\varphi}{2}\right] \tag{44}$$

Man zeichnet:

$$\begin{aligned}
B(\varphi) &= \frac{A_0}{|p|}(\cos\theta_0 I_{02}' - \sin\theta_0 J_2') \\
C_1 &= \frac{A_0|p|}{6}[\cos\theta_0 I_{13} - \sin\theta_0 (J_1 + J_3)] \\
C_2 &= \frac{A_0|p|}{3}(\cos\theta_0 I_{02} - \sin\theta_0 J_2) \\
C_3 &= \frac{A_0|p|^3}{360}[\cos\theta_0 (I_{13} + I_{15}) - \sin\theta_0 (2J_1 + 3J_3 + J_5) \\
C_4 &= \frac{A_0|p|^3}{60}[\cos\theta_0 (I_{02} + I_{24}) - \sin\theta_0 (2_1 J_2 + J_4)] \\
C_5 &= \frac{|p|^2}{5} C_1 \\
C_6 &= \frac{|p|^2}{15} C_2
\end{aligned} \tag{45}$$

Der Ausdruck der induzierten Geschw'ndigkeit wird:

$$\bar{v}_i(x) = \frac{|p| v_\infty}{2\pi}\left\{ i B(\varphi) + e^{i\left(\frac{\pi}{2} - 2\tau\right)}(C_1 - C_2\cos\varphi) - e^{i\left(\frac{\pi}{2} - 2\tau\right)}(C_3 - \right.$$

$$- C_4\cos\varphi + C_5\cos^2\varphi - C_6\cos^3\varphi) - i\frac{2\pi}{|p|}\sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos k\varphi +$$

$$+ e^{i\left(\frac{\pi}{2} - 2\tau\right)}\frac{\pi}{3}|p|\left(\frac{A_2}{2} - A_1\cos\varphi\right) - e^{i\left(\frac{\pi}{2} - 4\tau\right)}\frac{\pi}{45}|p|^3\left[\frac{1}{8}(2A_2 + \right. \tag{46}$$

$$\left.\left. + A_4) - \frac{3}{4}(A_1 + A_3)\cos\varphi + \frac{3}{2}A_2\cos^2\varphi - A_1\cos^3\varphi\right]\right\} = v_{ix} - i v_{iy}$$

Man zeichnet:

$$B_1(\varphi)=\frac{|p|}{2\pi}[\sin 2\tau(C_1-C_2\cos\varphi)-\sin 4\tau(C_3-C_4\cos\varphi)+$$
$$+C_5\cos^2\varphi-C_6\cos^3\varphi)]$$
$$B_2(\varphi)=\frac{|p|}{2\pi}[B(\varphi)+\cos 2\tau(C_1-C_2\cos\varphi)-\cos 4\tau \tag{47}$$
$$(C_3-C_4\cos\varphi)+C_5\cos^2\varphi-C_6\cos^3\varphi)]$$

Ebenfalls,

$$k_1'=\frac{|p|^2}{6}\sin 2\tau\ ;\quad k_2'=\frac{|p|^4}{90}\sin 4\tau\ ;\quad k_1''=\frac{|p|^2}{6}\cos 2\tau\ ;$$
$$k_2''=\frac{|p|^4}{90}\cos 4\tau \tag{48}$$

$$a_1'(\varphi)=\left(\frac{3}{4}k_2'-k_1'\right)\cos\varphi+k_2'\cos^3\varphi\ ;\ a_2'(\varphi)=\frac{2k_1'-k_2'}{4}-\frac{3}{2}k_2'\cos^2\varphi;$$
$$a_3'(\varphi)=\frac{3}{4}k_2'\cos\varphi\ ;\ a_1''(\varphi)=-k_2''\left(\frac{3}{4}\cos\varphi+\cos^3\varphi\right)+(1+k_1'')\cos\varphi\ ;$$
$$a_2''(\varphi)=\frac{k_2''-2k_1''}{4}+\frac{3}{2}k_2''\cos^2\varphi+\cos 2\varphi\ ; \tag{49}$$
$$a_3''(\varphi)=-\frac{3}{4}k_2''\cos\varphi+\cos 3\varphi\ ;\ a_4''(\varphi)=\frac{k_2''}{8}+\cos 4\varphi$$

Mit den Substitutionen (47 ÷ (49) aus (46) erhält man:

$$\frac{v_{1x}}{v_\infty}=B_1(\varphi)+a_1'(\varphi)A_1+a_2'(\varphi)A_2+a_3'(\varphi)A_3-\frac{k_2'}{8}A_4$$
$$\frac{v_{1y}}{v_\infty}=-B_2(\varphi)+a_1''(\varphi)A_1+a_2''(\varphi)A_2+a_3''(\varphi)A_3+a_4''(\varphi)A_4 \tag{50}$$

In dem letzten Ausdruck, hat man die Annäherung

$$\sum_5^\infty A_k\cos k\varphi\approx 0$$

gemacht, annehmend so nur vier Harmoniker für $\gamma(x)$.

4°. — **Bestimmung der Konstanten A_k und der hydrodynamischen Parameter der Profilgitter.**

Die resultierenden Geschwindigkeiten durch die Überlegung der Grundströmung und der induzierten Strömung sind berührend (Bild. 2) am Skelett des Prof ls $A_0 F_0$ (Birnbaum) dessen Gleichung ist

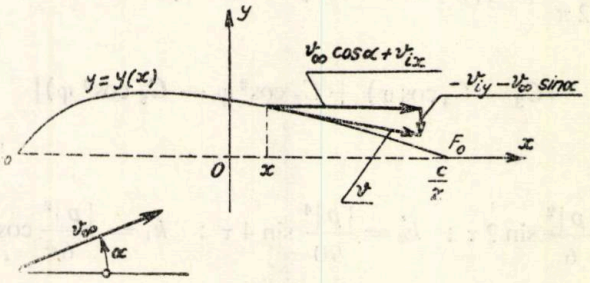


Abb. 2

$$y = y(x) \tag{51}$$

worin

$$y\left(\pm \frac{c}{2}\right) = 0$$

Deshalb

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{-v_{iy} - v_\infty \sin\alpha}{v_\infty \cos\alpha + v_{ix}}$$

oder

$$\left(\cos\alpha + \frac{v_{iy}}{v_\infty}\right)\frac{dy}{dx} = \sin\alpha + \frac{v_{iy}}{v_\infty} \tag{52}$$

Man gibt dem Winkel $\varphi \in [0;\pi]$ 4 Werte ($\varphi \neq 2\theta_0$), man bestimmt die entsprechende Abszissen x mit der Beziehung (15). Aus (51) rezultiert $\frac{dy}{dx}$. Benützend die Ausdrücke (50), aus (52) resultiert ein System von 4 algebraischen Gleichungen mit den Unbekannten A_k $(k=1, 2, 3, 4)$. So bestimmt man mit dem Ausdruck (16) die Zirkulation, worin

$$I_0 - I_2 = I_{02}$$

Für den einzelnen Profil (51) in einer Strömung mit der Geschwindigkeit $v_\infty e^{i\alpha}$ im Unendlich, die Zirkulation ist [3], [4]:

$$\Gamma_1 = 2 v_\infty \left(\frac{\pi c}{2} \sin\alpha + \cos\alpha \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{dy}{dx} \operatorname{ctg}\varphi \, dx \right) \tag{53}$$

Der Einflusskoeffizient des gegebenen Gitters ist

$$k = \frac{\Gamma}{\Gamma_1} \tag{54}$$

Die ganze Geschwindigkeit im Unendlich oberhalb vom Gitter (Bild 1) hat die Bestandteile :

$$v_{1x} = v_\infty \cos\alpha - \frac{\Gamma}{2t}\sin\tau\,;\quad v_{2y} = v_\infty \sin\alpha - \frac{\Gamma}{2t}\cos\tau \tag{55}$$

Die Geschwindigkeit im Unendlich stromabwärts vom Gitter hat die Bestandteile :

$$v_{2x} = v_\infty \cos\alpha + \frac{\Gamma}{2t}\sin\tau\,;\quad v_{2y} = v_\infty \sin\alpha - \frac{\Gamma}{2t}\cos\tau \tag{56}$$

Der Auftrieb des Gitterprofils ist

$$F_p = \varrho\, v_\infty\, \Gamma \tag{57}$$

Das Moment der Drücke um die Einflusskannte ist

$$M_A = \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \left(\frac{c}{2} + x\right) dF_p = \frac{c}{2} F_p + \varrho \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \gamma(x)\, x\, dx$$

Ersetzend die Ausdrücke (14) und (15) erhält man

$$M_A = \frac{c}{2} F_p - \frac{\varrho}{2}\, v_\infty\, c^2 \left\{ \frac{A_0}{4} \left[\cos\theta_0\, I_{13} - \sin\theta_0 (J_1 + J_3) \right] + \frac{\pi}{2} A_2 \right\} \tag{58}$$

Berücksichtigend (45) kann man auch schreiben :

$$M_A = \frac{c}{2}\left[F_p - \frac{\varrho}{2}\, v_\infty\, c \left(3\frac{C_1}{|p|} + \frac{\pi}{2} A_2 \right) \right] \tag{59}$$

Bemerkung : Man kann die Berechnung des erklärten Verfahrens mit der Hilfe der gewöhnlichen oder elektronischen Berechnungsmaschinen machen. Das Verfahren ist anwendbar für die Untersuchung der Gitter aus den dünnen und schwach gewölbten Profilen deren Skelette haben die gegebene Gleichung (51) oder die gegebene graphische Darstellung, und — wie es folgte aus (20) — mit der Berücksichtigung der Bedingung $\frac{c}{t} < 1$, demnach für die nicht zu dicken Gitter.

Lehrstuhl der Strömungs — maschinen
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

LIETERATUR

1. *Tașcă, D.:* — Teoria hidrodinamică a rețelelor de profile, 1964-1968, Inst. Polit. unveröffentlicht).

2. *Павел, Д; Зидару Г;* — Определение скорости на выходной кромке и точки застоя для некоторых изолиробанных профилей или в линейной профильной решетке.

3. *Zidaru, Gh.:* — Mouvement potentiel autour du réseau lineaire de profils minces et à petite courbure, la diréction du réseau étant normale aux cordes des profils, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Nr. 5-6/1968.

4. *Zidaru, Gh.:* — Ebenes Gitter aus den dünnen und schwach gewölbten Profilen in der Potentialströmung. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"-București, No. 2/1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 2

METALURGIE

C.Z.: 622.341.

CU PRIVIRE LA MODIFICĂRILE STRUCTURALE ALE FIERULUI ȘI SOLUȚIILOR SOLIDE PE BAZĂ DE FIER *

NICOLAE GERU

Introducere

Fierul și soluțiile solide pe bază de fier prezintă, în funcție de condițiile de tratament, diferite structuri microscopice [1, 2, 3, 4, 5]. Guleaev menționează pentru soluțiile solide pe bază de fier trei tipuri de structuri: structura poliedrică, structura în picături și structura aciculară [1]. Structura poliedrică se obține la răcire cu viteze mici, răcire în aer, structura aciculară la răcire cu viteze de răcire foarte mari, răcire în apă, iar structura în picătură la răcirea cu viteză moderate, răcire în ulei. Kurdiumov și Perkas arată că în cazul fierului tehnic pur se pot obține, în funcție de tratamentul aplicat, fie structuri poliedrice fie structuri aciculare [4].

Aceste structuri sînt explicate prin considerarea influenței diferiților factori interni sau externi asupra cineticii transformării alotropice a fierului γ în fier α. Astăzi se știe că în funcție de temperatura și durata de autenitizare, viteza de răcire, compoziție etc., transformarea $\gamma \rightarrow \alpha$ în fier sau în aliaje pe bază de fier se poate produce fie prin mecanismul normal, cu difuziune a atomilor, implicînd o creștere neordonată a noilor cristale care nu mențin legături de coerență cu cristalele din care au provenit, cum este de exemplu transformarea perlitică, fie prin mecanismul martensitic. Această concluzie are un caracter mult mai general aplicîndu-se principial la toate transformările alotropice din metale, fiind constatată nu numai la fier ci și la cobalt, titaniu, zirconiu și litiu precum și la transformările unor soluții solide ca de exemplu la transformarea austenitei în aliajele pe bază de fier, la transformarea fazei β în aliajele eutectoide Cu-Al și Cu-Sn, la transformarea fazei β în aliajele Cu-Zn, la transformarea $\beta \rightarrow \alpha$ în aliajele pe bază de titan, zir-

* Manuscris predat la redacție la 12 martie 1969.

coniu, cobalt etc. În cazul aliajelor a căror stare monofazică este stabilă numai la temperaturi înalte, prin transformarea martensitică se formează, ca urmare a caracterului de transformare fără difuziune, faze metastabile care au rețele diferite de rețelele fazelor stabile (de exemplu fazele β' și α' în aliajele Cu-Al, β' și β'' în aliajele Cu-Sn, β', β'' și α' în aliajele Cu-Zn). Dacă aliajul este monofazic atît la temperatură înaltă cît și la temperatură joasă (de exemplu unele aliaje pe bază de fier, titan, zirconiu, cobalt la temperaturi joase sînt formate din fază α), prin transformare martensitică se formează, ca și în cazul metalelor pure, cristale cu rețeaua fazei stabilite la temperatura scăzută.

Aceste fapte arată că transformarea martensitică trebuie privită ca unul dintre principalele tipuri de transformare de fază în stare solidă [2]. Ca urmare transformarea alotropică în unele metale pure precum și transformările unor soluții solide stabile la temperatură înaltă pot să decurgă în funcție de factorii fizici interni sau externi (temperatura și durata de încălzire, viteza de răcire, compoziție chimică etc.) fie ca transformarea martensitică, fie ca transformare cu cinetică normală ; în domeniul de temperaturi în care procesele de difuziune și autodifuziune decurg cu viteză foarte mică transformarea se produce prin mecanismul martensitic și invers în domeniul de temperatură în care procesele de difuziune și autodifuziune decurg cu viteză mare, transformarea urmează cinetica normală.

Un rol important asupra determinării mecanismului după care se desfășoară transformarea $\gamma \rightarrow \alpha$ îl joacă temperatura și durata de încălzire. Se știe de exemplu că în cazul fierului transformarea $\gamma \rightarrow \alpha$ merge după mecanismul martensitic numai în cazul în care încălzirea se face la o temperatură foarte înaltă de ordinul 1 300°C, la încălzirea la temperaturi mai mici, de exemplu la circa 1 000°C, neobținîndu-se martensită indiferent de viteza de răcire. Acest fapt se explică prin rolul jucat de imperfecțiile structurale ca vacanțe, dislocații, blocuri în mozaic, în procesele de transformare. Prezența unor astfel de imperfecțiuni determină o valoare mare a coeficientului de autodifuziune, deci o capacitate mică de subrăcire austenita fiind mai puțin stabilă. Încălzirea la temperaturi ridicate peste 1 100°C produce înlăturarea parțială a imperfecțiunilor structurale, ceea ce are ca efect o mișcare importantă a coeficientului de autodifuziune, mărindu-se prin aceasta capacitatea de subrăcire a fierului, deci creindu-se astfel condiții pentru ca transformarea $\gamma \rightarrow \alpha$ să decurgă după mecanismul martensitic.

Dacă temperatura de încălzire a fierului este ridicată, peste 1 100°C durata de încălzire acționează în aceeași direcție ca și temperatura.

Prezenta lucrare urmărește să aducă contribuții la fundamentarea influenței condițiilor de încălzire pentru austenitizare asupra transformărilor $\gamma \rightarrow \alpha$ în fier și în soluțiile solide pe bază de fier.

Încercările efectuate și rezultatele obținute

Pentru experimentări s-au folosit : fier, soluții solide fier-crom, soluții solide fier-crom-cobalt. Compoziția chimică a materialelor folosite este dată în tabelul 1.

Fierul a fost obținut prin purificarea unui fier armco prin metoda topirii sub zgură electroconductoare iar soluțiile solide prin alierea fierului într-un cuptor cu inducție și purificarea ulterioară a produsului tot prin topire sau zgură electroconductoare.

Tabelul 1

Nr. crt.	Materialul	Compoziția chimică în %							
		C	Si	Mn	P	S	Cr	Co	Fe
1	Fier tehnic pur	0,015	0,085	0,04	0,010	0,015	—	—	restul
2	Soluție solidă fier-crom-cobalt	0,017	0,02	0,03	0,012	0,012	2,30	2,94	restul
3	Soluție solidă fier-crom	0,024	urme	0,041	0,010	0,012	2,22	—	restul
4	Soluție solidă fier-crom	0,020	urme	0,073	0,011	0,013	5,22	—	restul
5	Soluție solidă fier-crom-cobalt	0,024	0,047	0,054	0,010	0,013	5,20	4,20	restul
6	Soluție solidă fier-crom-cobalt	0,018	0,057	0,044	0,013	0,013	5,45	6,10	restul
7	Soluție solidă fier-crom-cobalt	0,020	0,075	0,046	0,013	0,013	2,60	6,15	restul

Din fiecare material au fost efectuate probe care, după încălzire durate diferite de timp la temperaturi mai mari de 900°C, au fost răcite cu diferite viteze de răcire : răcire cu cuptorul, răcire în aer, răcire în ulei, răcire în apă, și răcire în apă plus 10% NaOH. O probă de fier a fost topită în vid, topirea fiind răcită brusc în apă + 10% NaOH.Încălzirile la temperaturi cuprinse între 900—1 100°C s-au făcut într-un cuptor cu baghete de silit, probele fiind protejate cu șpan de fontă ; la temperaturi mai mari de 1 100°C probele au fost încălzite în vid, sau în atmosferă de azot, într-un cuptor Tamman.

Probele tratate termic au fost examinate microscopic și microdurimetric ; o parte din probe au fost examinate roentgenostructural prin metoda difractometrică. Cîteva dintre tratamentele termice aplicate, structurile microscopice și microdurităţile obținute sînt specificate în tabelul 2.

Tabelul 2

Nr. probei		Structura microscopică	Microduritatea H, kgf/mm² F = 100 gf
1	2	3	4
1a	Încălzită o oră la 1 000°C răcită cu cuptorul.	ferită poliedrică	116
1b	Încălzită cinci ore la 1 000°C răcită în apă.	ferită poliedrică	170
1c	Încălzită treizeci de minute la 1 000°C răcită în apă + 10% NaOH.	structură ferito-martensitică	193
1e	Încălzită o oră la 1 280°C răcită în apă + 10% NaCH.	structură ferito-martensitică	212
1f	Încălzită în vid patru ore la 1 400°C răcită în aer.	ferită poliedrică	122
1g	Încălzită în vid patru ore la 1 400°C răcită cu cuptorul.	ferită poliedrică	116
1h	Încălzită în azot patru ore la 1 400°C răcită în apă + 10% NaOH.	martensită	340
1i	Încălzită în vid o oră la 1 250°C răcită în apă + 10% NaOH.	martensită	221
1j	Încălzită în azot pînă la topire, topitura solidificată brusc în apă + 10% NaOH.	martensită	380
2a	Încălzită o oră la 1 000°C răcită cu cuptorul.	ferită poliedrică	143
2b	Încălzită treieci de minute la 1 000°C răcită în apă + 10% NaOH.	martensitică	220
3a	Încălzită o oră la 1 000°C răcită cu cuptorul.	ferită poliedrică	122
3b	Încălzită treizeci de minute la 1 000°C răcită în apă + 10% NaOH.	martensită	221
3c	Încălzită o oră la 1 200°C răcită în apă.	martensită	220
4a	Încălzită o oră la 1 000°C răcită cu cuptorul.	ferită poliedrică	160
4b	Încălzită treizeci de minute la 1 000°C răcită în apă + 10% NaOH.	martensită	254
4c	Încălzită treizeci de minute la 1 150°C răcită cu cuptorul	ferită poliedrică	150
4d	Încălzită cincisprezece minute la 1 150°C răcită în apă.	martensită	316
4f	Încălzită cinsprezece minute la 1 150°C răcită în ulei.	martensită	274
5a	Încălzită o oră la 1 000°C răcită cu cuptorul.	ferită martensitică	170

continuare *(Tabelul 2)*

1	2	3	4
5b	Încălzită treizeci de minute la 1 000°C răcită în apă +10% NaOH.	martensită	297
5c	Încălzită cinci ore la 1 100°C răcită în apă.	martensită	390
5d	Încălzită cinsprezece minute la 1 100°C răcită în ulei.	martensită	297
5f	Încălzită treizeci de minute la 1 200°C răcită în apă.	martensită	350
6a	Încălzită o oră la 1 000°C răcită cu cuptorul.	ferită poliedrică	181
6b	Încălzită treizeci de minute la 1 000°C răcită în apă +10% NaOH.	martensită	297
6c	Încălzită în vid dousprezece ore la 1 000°C răcită cu cuptorul.	ferită poliedrică	150
6d	Încălzită în vid dousprezece ore la 1 000°C răcită cu cuptorul, reîncălzită zece minute la 1 000°C răcită în apă.	martensită	274
7a	Încălzită o oră la 1 000°C răcită cu cuptorul.	ferită poliedrică	151
7b	Încălzită treizeci de minute la 1 000°C răcită în apă +10% NaOH.	martensită	236
7c	Încălzită în vid douăsprezece ore la 1 000° C răcită cu cuptorul, reîncălzită zece minute la 1 000°C răcită în apă.	martensită	274

În fig. 1, 2, 3, 4, 5 și 6 sînt arătate unele aspecte microstructurale. În fig. 1 se vede o structură poliedrică obținută prin încălzirea aliajului 4 la 1 150°C și răcirea lui cu viteză mică (răcire cu cuptorul). Această structură este caracteristică pentru toate aliajele studiate, omogenizate la temperaturi mai mari de 900°C și răcite cu viteză foarte mică.

Microduritatea probelor cu structură poliedrică depinde de compoziția chimică, temperatura de recoacere și de viteza de răcire; din tabelul 2 rezultă că menținînd temperatura de recoacere și viteza de răcire constantă, microduritatea variază cu compoziția chimică de la 116 kgf/mm² pentru fierul pur pînă la 181 kgf/mm² pentru aliajul cu 5,4% Cr și 6,1% Co. Fără îndoială că această creștere de duritate este determinată atît de deformarea rețelei cristaline la dizolvarea atomilor de crom și cobalt în rețeaua fierului cît și de subrăcirea mai mare legată de asemenea de prezența elementelor de aliere.

În fig. 2 se arată o structură martensitică obținută prin încălzirea în azot a unei probe de fier la 1 400°C timp de patru ore și răcire în apă + 10% NaOH. În fig. 3 se arată tot o structură martensitică obținută însă în aliajul 3 prin austenitizare la 1 200°C și răcire în apă; fig. 4 reprezintă aceeași structură mult mărită. Structuri asemănătoare se obțin în toate aliajele studiate, condițiile de obținere depinzînd însă de compoziția chimică.

Observaţiile cu microscopul optic arată că în cazul fierului obţinerea unor transformări martensitice cu efecte observabile microscopic presupune încălziri pentru călire la temperaturi mai mari de circa 1 300°C urmate de răciri cu viteze relativ mari (răcire în apă, în apă + 10% NaOH etc.).

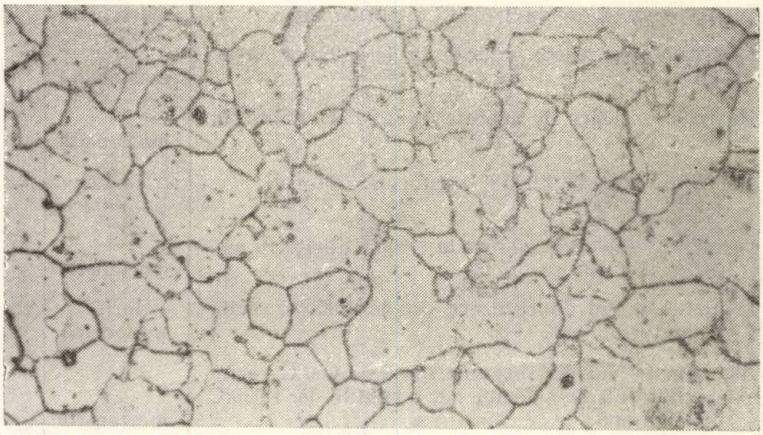


Fig. 1. X : 400 Aliaj 4 încălzit la 1100°C timp de 30' răcit în cuptor. Structura poliedrică

Măsurătorile microdurimetrice şi roentgenostructurale scot însă în evidenţă faptul că în fier au loc transformări martensitice şi la răcirile efectuate după încălziri la temperaturi mai mici de 1 300°C ; astfel prin răcirea bruscă a fierului încălzit la 1 000°C microduritatea creşte de la 116 kgf/mm² (proba 1 a) la 170 kgf/ mm² (proba 1 b), respectiv la 193 kgf/mm² (proba 1 c), în acest ultim caz caracterul poliedric al structurii microscopice fiind mai puţin clar. O asemenea variaţie de microduritate

Fig. 2. X : 200 Fier încălzit patru ore la 1 400°C răcit în apă + 10% NaOH

nu poate fi dată numai pe seama dizolvării la încălzire a eventualelor precipitate (de exemplu pe seama dizolvării cementitei terțiare) ci presupune schimbări mai importante în structura fierului provocate de începerea transformării martensitice. Această ipoteză este confirmată de

Fig. 3. X : 200 Aliaj 3 încălzit la 1200°C timp de o oră. Călit în apă.

cercetările roentgenostructurale, liniile de difracție obținute pe probele răcite cu viteză mare fiind lățite.

Determinările microscopice, microdurimetrice și roentgenostructurale scot în evidență și faptul că transformarea martensitică decurge cu atît mai ușor cu cît temperatura de încălzire este mai ridicată. La aceeași viteză de răcire microduritatea fierului este cu atît mai mare cu cît temperatura de călire este mai ridicată ; o structură martensitică cu du-

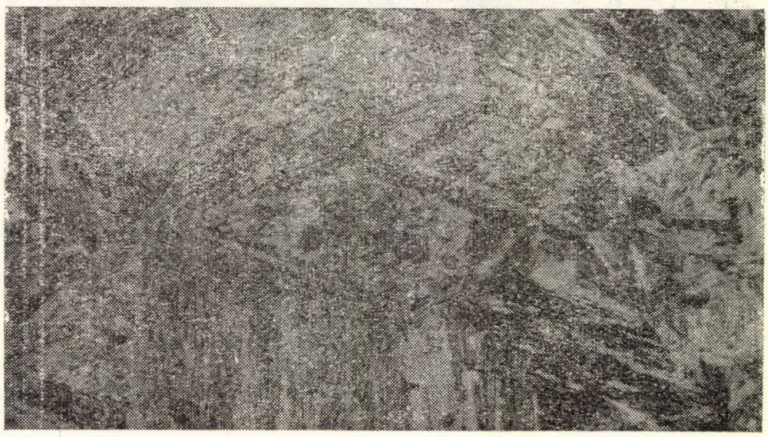


Fig. 4. X : 400. Aliaj 3. Încălzit la 1200°C timp de o oră. Călit în apă.

ritate foarte mare a fost obţinută pe proba de fier răcită energic din stare de topitură. Această comportare se explică prin faptul că odată cu creşterea temperaturii de încălzire pentru călire creşte şi capacitatea de subrăcire a fierului, deci transformarea $\gamma \rightarrow \alpha$ se va face la temperaturi mai mici.

Obţinerea structurilor martensitice în soluţiile solide pe bază de fier este mai uşoară fiind necesare temperaturi de austenitizare mai mici decît cele necesare în cazul fierului.

Transformarea martensitică în soluţiile solide pe bază de fier se obţine cu atît mai uşor cu cît conţinutul în elemente de aliere este mai ridicat; pentru exemplificare în fig. 5 se arată structura martensitică

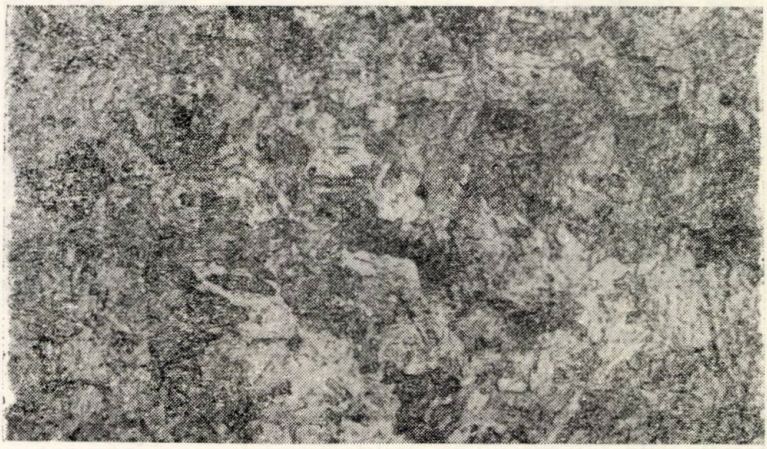


Fig. 5. X: 400.Aliaj 4. Încălzit la 1150°C timp de cinsprezece minute. Răcit în apă.

Fig. 6. X: 400. Aliaj 4. Încălzit la 1150°C timp de cinsprezece minute. Răcit în ulei.

obținută în aliajul 4 (5,2% Cr) prin austenitizare la 1 100°C timp de 15 minute urmată de răcire în apă.

O structură tot cu aspect martensitic obținută în același aliaj încălzit în aceleași condiții dar răcit cu viteză mai mică (răcire în ulei) este arătată în fig. 6. Se vede în această figură aspectul unei martensite obținute la o temperatură de transformare ceva mai ridicată (subrăcire mai mică).

Confirmarea caracterului martensitic pentru structurile din fig. 2, 3, 4, 5 și 6 este dată de profilul liniilor de difracție (220) reprezentat în fig. 7 și de lățimile liniilor de difracție (110), (200), (211) și (220) date în tabelul 3. Din fig. 7 se vede că spre deosebire de structura poliedrică pentru care liniile de difracție nu sînt deformate (fig. 7 a) la probele cu structură aciculară liniile de difracție sînt lățite (fig. 7 b, c și d), ceea ce indică legături coerente, deci structură martensitică. Din analiza lățimii liniilor de difracție ale probelor cu structură aciculară (tabelul 3) se trag concluzii asemănătoare.

Tabelul 3

Nr. probei	Tratamentul aplicat	Structura microscopică	Lățimea liniei de difracție $B_0 \times 10^3$ radiani			
			110	200	211	220
4c	Încălzită treizeci de minute la 1 150°C răcită cu cuptorul.	ferită poliedrică	3,82	4,85	5,25	7,2
4d	Încălzită cinsprezece minute la 1 150°C răcită în apă.	martensită	455	5,93	8,1	15,4
4f	Încălzită cinsprezece minute la 1 150°C răcită în ulei.	martensită	4,25	7,4	7,65	10,3
3c	Încălzită o oră la 1 220°C răcită în apă.	martensită	6,6	10	13,7	16,5

Din datele prezentate rezultă clar că în fier și în soluțiile solide pe bază de fier se pot întîlni numai două tipuri de structuri, structuri poliedrice și structuri aciculare (structuri martensitice), așa numita ferită în picături nefiind altceva decît martensită obținută la temperaturi relativ ridicate. Există totuși o diferență între diferitele structuri martensitice, această diferență apărînd clar și din fig. 2, 3, 4, 5 și 6; ea este determinată de faptul că temperatura și durata de austenitizare manifestă o puternică influență asupra capacității de subrăcire a austenitei. Variația microdurității cu condițiile de tratament termic (tabela 2) permit concluzii asemănătoare.

În tabelul 4 se arată variația microdurității unor probe de fier călite la martensită și revenite. Din examinarea datelor din acest tabel se poate trage concluzia că martensita obținută la călirea fierului este relativ stabilă la încălzire; această concluzie este în mod evident corectă și pentru martensita obținută în soluțiile solide pe bază de fier.

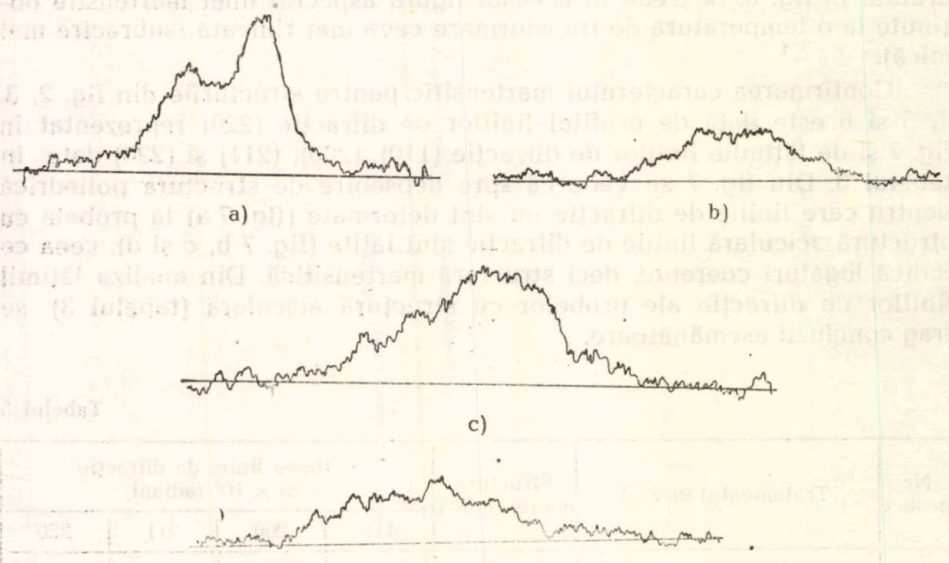


Fig. 7. Profilul liniilor de difracție (220)

a — proba 4c (încălzită la 1150°C menținută treizeci de minute, răcită cu cuptorul; *b* — proba 4d (încălzită la 1150°C, menținută cinsprezece minute, răcită în apă); *c* — proba 4d (încălzită la 1150°C timp de cinsprezece minute, răcită în ulei); *d* — proba 3c (încălzită la 1200°C timp de o oră, răcită în apă).

Tabelul 4

Nr. probei	Tratamentul de călire	Tratamentul de revenire	Microduritatea H, kgf/mm² F = 100 gf
1	2	3	4
1h	Încălzită în azot patru ore la 1 400°C răcită în apă + 10% NaOH	—	340
	Încălzită în azot patru ore la 1 400°C răcită în apă + 10% NaOH	Revenită o oră la 300°C.	274
	Încălzită în azot patru ore la 1 400°C răcită în apă + 10% NaOH	Revenită o oră la 300°C plus o oră la 700°C.	221
	Încălzită în azot patru ore la 1 400°C răcită în apă + 10% NaOH	Revenită o oră la 300°C plus o oră la 700°C plus încălzire timp de o oră la 1 000C.	122

continuar *(Tabelul 4)*

1	2	3	4
1j	Încălzită în vid pînă la topire, topitură solidificată brusc în apă + 10% NaOH.	—	380
	Încălzită în vid pînă la topire, topitură solidificată brusc în apă + 10% NaOH.	Revenită o oră la 300°C.	365
	Încălzită în vid pînă la topire, topitură solidificată brusc în apă + 10% NaOH.	Revenită o oră la 300°C plus o oră la 700°C.	254
		Revenită o oră la 300°C plus o oră la 700°C plus încălzire timp de o oră la 1 000C.	122

Structura probei 1h după revenire o oră la 300°C, o oră la 700°C și încă o oră la 1 000°C este arătată în figura 8; atrage atenția la această figură creșterea orientată a cristalelor de ferită.

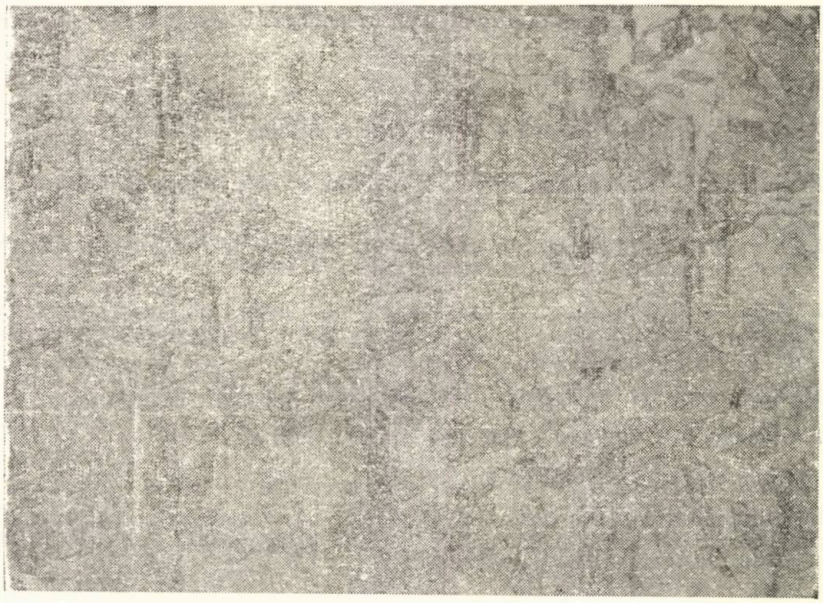


Fig. 8. X : 200 Fier încălzit în azot patru ore la 1400°C, răcit în apă + 10% NaOH Revenit o oră la 300° C, o oră la 700°C după care a fost supus unei încălziri timp de o oră la 1000°C.

Concluzii

Aspectele microfotografice, mărimea microdurității și profilul liniilor de difracție arată că în funcție de condițiile de tratament termic (temperatură, durată de austenitizare și viteza de răcire) în fier și în soluțiile solide pe bază de fier se obțin fie structuri poliedrice, fie structuri martensitice așa numita „structură în picătură" reprezentînd tot o structură martensitică obținută însă la o temperatură mai ridicată din cauza subrăcirii relativ mici, motiv pentru care aspectul asicular a suferit o oarecare transformare. Forma liniilor de difracție arată clar că structurile aciculare în aceste materiale sînt structuri de tip martensitic.

Pentru a obține în fier transformări martensitice cu rezultate vizibile microscopic sînt necesare încălziri la temperaturi mai mari de circa 1 300°C urmate de răciri energice. Transformări martensitice au loc și în cazul încălzirii fierului la temperaturi mai mici de 1 300°C dar rezultatele transformării sînt sesizabile nu microscopic ci roentgenostructural sau prin modificările de proprietăți. Martensita obținută în fier este relativ stabilă la încălzire menținîndu-se coerență chiar și după o revenire la 700°C.

Obținerea structurilor martensitice în soluțiile solide pe bază de fier este mult mai ușoară necesitînd temperaturi de austenitizare cu atît mai mici cu cît conținutul în elemente de aliere este mai ridicat.

Catedra de metalurgie fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. P. Guleaev* — Tratamentul termic al oțelului, p. 205, București, Editura Tehnică, 1962.

2. *G. V. Kurdiumov* — K teorii martensitnîh prevrașcenii în *Problemî Metallovedeniia i Fiziki metallov*, p. 9. Metallurghizdat, Moskva, 1952.

3. *P. I. Entin* — K voprosu o mehanizme vliania legiruinski elementov na kineticu raspada pereohlajdennovo austenita în *Problemî Metallovedeniia i Fiziki Metallov*, p. 105. Metallurgizdat, Moskva, 1952.

4. *G. V. Kurdiumov, M. D. Perkas* — D.A.N. S.S.S.R. tom. 111 1956, nr. 4.

5. *A. P. Guleaev, V. I. Emilina* — Stali 1948 nr. 12, p. 1101.

6. *M. M. Steinberg* — Stali 1948 nr. 9.

7. *G. V. Kurdiumov, M. D. Perkas, A. E. Samov* — O sostoianii cristalov martensita tehniceskovo jeleza i malouglerodnîh stalei posle zakalki în *Problemî Metallovedenii i Fiziki Metallov*, p. 228, 1955.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 2

TRANSPORTURI

C.Z. : 621.33

O NOUĂ METODĂ DE STUDIU A SISTEMULUI DE REGLARE AUTOMATĂ DE PE LOCOMOTIVELE DIESEL ELECTRICE 060 DA DIN PARCUL CFR. *

N. I. MANOLESCU
Catedra de mecanisme
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

M. F. PIELMUȘ
Institutul de studii și cercetări transporturi, București.

1. Introducere

Prescripțiile Sulzer de fabricație și de reglare a locomotivei diesel electrice 060 DA din parcul CFR nu permit o *studiere cantitativă* a funcționării sistemului de comandă și de reglare automată de pe aceste vehicule, fiind însă indispensabile procesului de fabricație [1].

Reviste de specialitate străine [2], [3], au publicat, în urmă cu circa 10 ani, diverse materiale referitoare la concepția constructivă și funcțională a acestor vehicule, unele insistînd asupra sistemului de reglare și de comandă automată, dar numai din punct de vedere funcțional.

Manuale românești [4], [5] au prezentat, de asemenea, din punct de vedere constructiv și funcțional, aceste vehicule, inclusiv sistemul lor de comandă și de reglare automată iar în publicațiile de specialitate din Țară [6], au fost prezentate schemele bloc de funcționare a sistemului amintit, aducîndu-se și unele completări unor publicații străine.

Complexitatea funcționării sistemului de reglare automată, la care trebuie să se adaoge și considerentele de mai sus referitoare la imposibilitatea *studierii cantitative*, impuneau stabilirea, experimentarea și definitivarea unei metodologii pentru studierea comportării sistemului de reglare automată în discuție. Simpla cunoaștere a acestui sistem numai pe baza prescripțiilor date de firma Sulzer nu poate constitui o bază științifică pentru cercetare.

Unele dificultăți întîmpinate în reglare cu ocazia probelor de fabricație, unele dereglări apărute în funcționarea sistemului de reglare automată în exploatare și unele dificultăți întîmpinate în reglare cu ocazia executării probelor finale după efectuarea reparațiilor cu ridicarea (prestație 300.000—360.000 km) și generale (prestație 600.000—700.000

* Manuscris predat la redacție la 28 decembrie 1968.

km) au demonstrat necesitatea cunoașterii cantitative de detaliu a funcționării acestui sistem, prin măsuri experimentale de laborator.

Studierea comportării sistemului de reglare automată în condiții diverse de uzură a unora din subansamblele acestuia (regulator mecanic, pompe de injecție, injectoare) este necesară, în primul rînd, Căilor Ferate Române.

Posibilitatea folosirii motorului diesel al acestor locomotive, inclusiv sistemul său de automatizare pe nave, impune și în acest caz necesitatea studierii comportării acestui ansamblu pe cale experimentală în laborator, în condiții specifice exploatării navale.

Din cele prezentate pe scurt mai sus, rezultă în mod obiectiv necesitatea elaborării și definitivării unei metode unitare de cercetare și de măsuri experimentale de laborator, în condiții identice cu cele din exploatare.

*
* *

În lucrarea de față se prezintă în consecință metodologia ce am elaborat-o în cadrul Secției de locomotive din Institutul de cercetări căi ferate București și folosită din primăvara anului 1968 în cercetarea sistemului de comandă și de reglare automată menționat mai sus.

2. Metoda de cercetare elaborată

2.1. *Mărimile de măsurat, simboluri*

Metoda de înregistrare a următorilor parametri : tensiunea și curentul generatorului principal, tensiunea și curentul generatorului auxiliar, forța de tracțiune, forța de accelerație și consumul specific de combustibil, utilizate de Calea Ferată Română cu ocazia diferitelor probe, s-a dovedit a fi insuficientă pentru studierea *cantitativă* a fenomenelor din sistemul de reglare la care ne referim.

S-a dovedit necesar a se cerceta *simultan* următorii parametri funcționali :

a) *Parametri electrici*

U_{GP} — tensiunea generatorului principal ;
I_{GP} — curentul generatorului principal ;
U_{GA} — tensiunea generatorului auxiliar ;
I_{GA} — curentul generatorului auxiliar ;
i_{ex} — curentul din excitația separată a generatorului principal.

b) *Parametri mecanici*

n — turația motorului diesel ;
p_{ac} — presiunea aerului de comandă ;
p_{as} — presiunea aerului de supraalimentare ;

s_{sp} — deplasarea pistonașului servomotorului variatorului pneumatic de turație ;

s_{pc} — deplasarea pistonașului de reglare a combustibilului ;

s_{cp} — deplasarea pistonașului de comandă a pîrghiei dublu articulate (27) ;

s_{ps} — deplasarea sertarului (37) al protectorului contra supraalimentării insuficiente ;

C — consumul de combustibil ;

t — timpul.

2.2.1. *Schemele de măsură și aparatura folosită* *)

Prezentăm mai jos schemele de principiu concepute și utilizate pentru măsurarea parametrilor de mai sus. Prezentăm schițele și cotele principale ale unor dispozitive strict necesare pentru efectuarea acestor măsurări.

2.2.1 *Schema de măsurare a tensiunii generatorului principal (fig. 1)*

Tensiunea U_{GP} a generatorului principal (GP) a fost înregistrată legînd bucla oscilografului (G) la bornele 2 și 3 ale divizorului de tensiune 130 a, al voltmetrului generatorului principal. În acest fel s-a asigurat cu minimum de adaosuri, schema electrică necesară, potențialul față de masă al circuitului respectiv din oscilograf fiind foarte redus (max. 10 V).

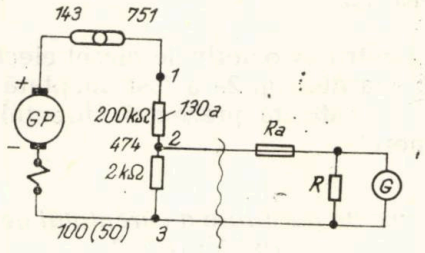


Fig. 1. Schema electrică de principiu pentru înregistrarea tensiunii generatorului principal, U_{GP}.

2.2.2. *Schema de măsurare a curentului generatorului principal (fig. 2 și 2 a)*

Curentul I_{GP} al generatorului principal a fost înregistrat legînd bucla oscilografului (G) imediat lîngă borna minus a generatorului respectiv, pe șuntul S de 3 000 A, 60 mV și 0,1 clasă de precizie. Astfel, po-

* Numerotările din schemele electrice de principiu (de ex. în fig. 1...., 751, 754 etc.) aparțin schemelor originale de fabricație. Ele s-au păstrat în aceste desene pentru o ușoară identificare a lor de către personalul din construcția și din exploatarea acestor vehicule.

tențialul față de masă al circuitului respectiv al oscilatorului este de asemenea foarte redus (sub 10 V). Cel de al doilea șunt, cu aceleași caracteristici, se folosește pentru etalonare împreună cu un ampermetru de aceeași clasă de precizie (fig. 2).

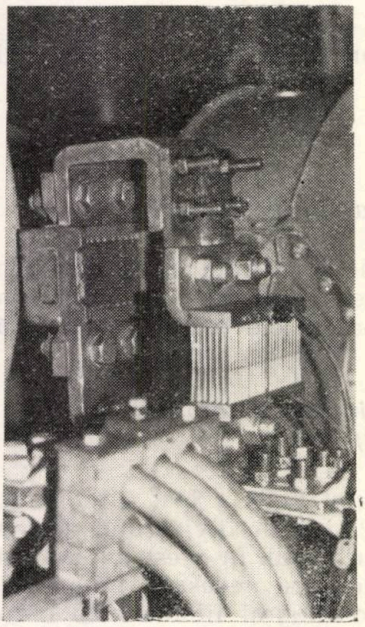


Fig. 2. Schema electrică de principiu pentru înregistrarea curentului generatorului principal, I_{GP}.

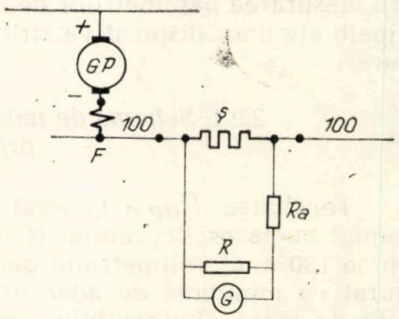


Fig. 2a. Montarea șunturilor pe generatorul principal.

De remarcat că pentru locomotivele diesel electrice cu circuite electrice neseparate schema din fig. 2a a fost adaptată pentru a se evita eroarea ce ar proveni datorită prezenței curentului generatorului auxiliar în minusul general.

2.2.3. *Schema de măsurare a curentului generatorului auxiliar (fig. 3)*

Curentul I_{GA} al generatorului auxiliar se măsoară legînd bucla oscilografului (G) la bornele șuntului S (de 500 A, 60 mV și 0,1 clasă de precizie). Acesta se introduce între cablul 501 legat la borna plus a generatorului și șuntul 11 al ampermetrului pentru generatorul auxiliar.

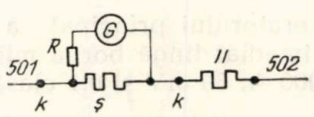


Fig. 3. Schema electrică de principiu pentru înregistrarea curentului generatorului auxiliar, I_{GA}

Se constată că, dată fiind tensiunea generatorului auxiliar — 170 V (redusă față de valoarea maximă a tensiunii generatorului principal) — n-a fost nevoie de precauții suplimentare privind legarea buclei oscilografului.

2.2.4. *Schema de măsurare a tensiunii generatorului auxiliar (fig. 4)*

Legarea buclei respective a oscilografului (G) nu impune dificultăți, una din bornele acesteia legîndu-se la borna *1* a șuntului 11, pe conductorul 502.

S-a constatat, în urma măsurărilor efectuate, că dată fiind puterea redusă a generatorului auxiliar față de aceea a generatorului principal, înregistrarea tensiunii și curentului generatorului auxiliar nu este absolut necesară în toate cazurile.

2.2.5. *Schema de măsurare a curentului din excitația separată a generatorului principal (fig. 5)*

S-a dovedit a fi cel mai indicat și din considerente de realizare practică a se amplasa șuntul *S* necesar (30 A, 60 mV, 0,1 clasă de precizie) între cablul 503 al siguranței 144 (netrecută în fig. 5) a generatorului și borna *a* a contactorului 13 (de asemenea, nefigurat).

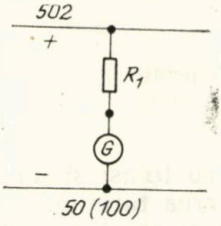


Fig. 4. Schema electrică de principiu pentru înregistrarea tensiunii generatorului auxiliar, U_{GA}

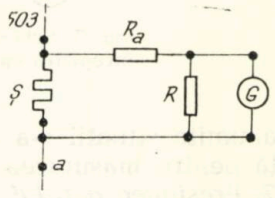


Fig. 5. Schema electrică de principiu pentru înregistrarea curentului de excitație, i_{ex}

2.2.6. *Schema de măsurare a turației motorului diesel (fig. 6 și 7)*

În acest scop s-a folosit tensiunea tahogeneratorului 71 ce se află montat pe una din axele de comandă a distribuției motorului diesel. Cu ajutorul punții de redresare (*R*), (0,2 W și 50 V), legată la tahogenerator prin conductorii 36 și 37, s-a redresat curentul alternativ monofazat debitat de acesta. Pentru protejarea galvanometrului respectiv al oscilo-

grafului s-a folosit rezistenţa reglabilă (R_{a1}), pentru netezirea necesară folosindu-se două condensatoare (C) şi rezistenţa (R_{a2}), restul de rezistenţe ce apar fiind specifice construcţiei oscilografului.

Pentru măsurările de turaţie necesare în vederea determinării gradului de neregularitate al motorului diesel pe întreaga sa gamă de putere s-a utilizat schema de măsurare diferenţială (fig. 7), ce diferă de aceea din fig. 6 prin folosirea de diverse valori de tensiune ale unei baterii de acumulatoare (B.A.), între 18 V şi 40 V[1].

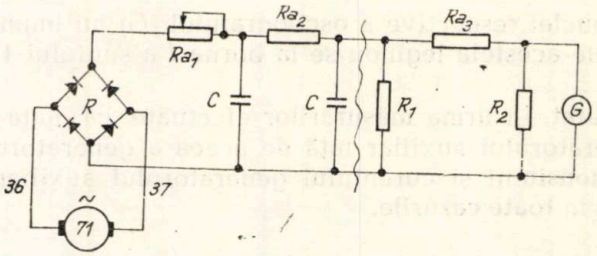


Fig. 6. Schema electrică de principiu pentru înregistrarea turaţiei motorului diesel, n_{md}.

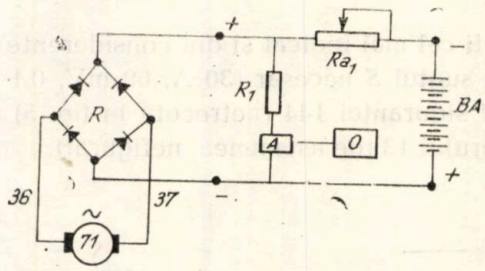


Fig. 7. Schema electrică de principiu pentru înregistrarea diferenţială a turaţiei motorului diesel, n_{md}.

În anumite situaţii s-a dovedit necesar a se folosi şi un filtru de frecvenţă pentru măsurarea respectiv înregistrarea turaţiei.

2.2.7. *Presiunea aerului de supraalimentare şi presiunea aerului de comandă* au fost înregistrate utilizînd schema electrică de principiu (fig. 8), în care au fost folosite traductoare inductive de presiune (tip $P_{1/1\text{-}5}$ respectiv $P_{1/5\text{-}5}$) de fabricaţie Hottinger RFG, punţi de amplificare cu frecvenţă purtătoare de 5 kHz (tip KWS/II-5 sau KWS/6T-5) şi — pentru aerul de supraalimentare — un filtru de frecvenţă (tip T.P-6), toate de aceeaşi provenienţă.

2.2.8. *Deplasările celor cinci elemente din regulatorul mecanic amintite* şi de asemenea, deplasările cremalierelor pompelor de injecţie au fost înregistrate folosind schema din fig. (8), din care a fost eliminat filtrul (F). S-au folosit traductoare de deplasare inductive de provenienţă Hottinger — RFG, tip W 50 pentru toate elementele mai puţin

[1]) Cu ocazia măsurărilor efectuate în anii 1969 şi 1970 s-a folosit o schemă mult îmbunătăţită.

pentru sertarele (7) și (28) pentru care a fost utilizat tipul W 20. Fig. (8a) prezintă cîteva traductoare montate pe regulatorul mecanic al unei locomotive diesel.

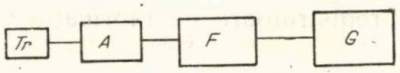


Fig. 8. Schema electrică de principiu pentru înregistrări de deplasări și presiuni.

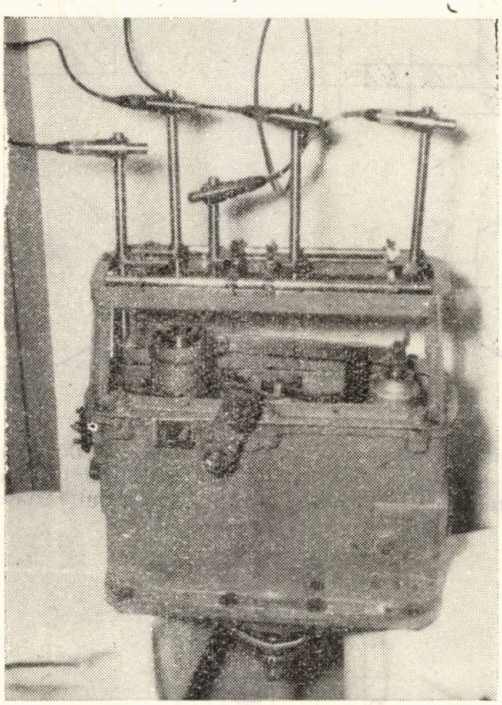


Fig. 8 a. Traductoare montate pe regulatorul mecanic.

În vederea unei sistematizări a celor prezentate și pentru a se evita risipa de timp cu ocazia pregătirii pentru asemenea încercări uzinale, se prezintă schematic adaptările necesare în regulatorul mecanic pentru aplicarea traductorilor de deplasare (fig. 9...14).

*
* *

Pentru înregistrarea mărimilor de mai sus au fost folosite două oscilografe: unul tip AF 8/N cu opt canale, de fabricație Hottinger iar celălalt tip Visicorder, 1708, de fabricație Honeywell, cu patru canale.

2.2.9. *Consumul specific de combustibil* — element esențial pentru aprecierea calității funcționării ansamblului motor diesel — generator — a fost determinat fie folosind metoda volumetrică fie, pentru mă-

surările din 1968, folosind debitmetrul cu înregistrare tip OPD/DO din RFG sau un debitmetru cu înregistrare la distanță tip Rochard — Franța.

Puterea grupului de generatoare a fost înregistrată folosind ampermetre și voltmetre înregistratoare de fabricație Goerz — Austria.

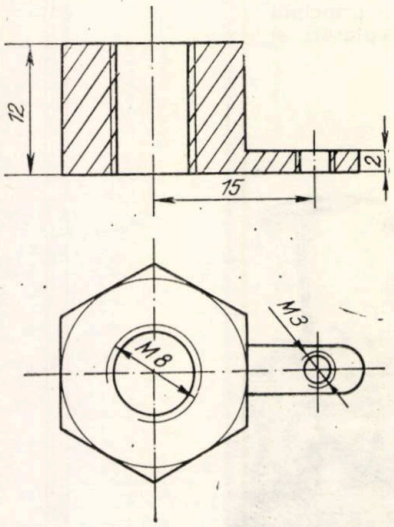


Fig. 9. Dispozitiv pentru legarea traductorului de tija variatorului pneumatic de turație.

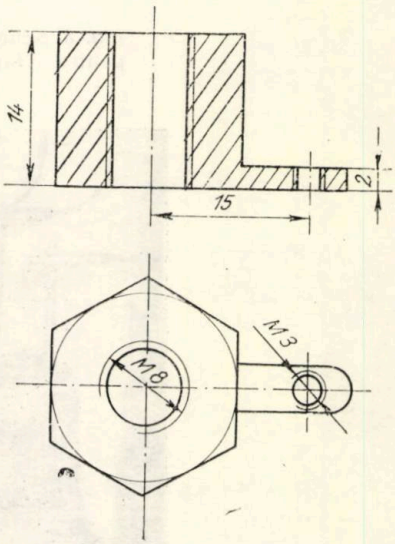


Fig. 10. Dispozitiv pentru legarea traductorului de pistonașul servomotorului variatorului de turație.

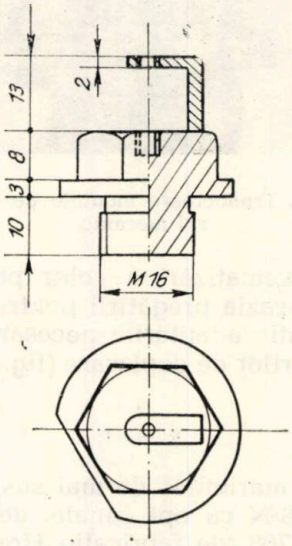


Fig. 11. Dispozitiv pentru legarea traductorului de pistonașul (16) de reglare a combustibilului.

Pentru măsurările efectuate în remorcarea trenurilor a fost folosit vagonul dinamometric al Căilor Ferate Române iar pentru cele efectuate în staţionare s-au utilizat staţiile de încercare ale depourilor CFR Braşov şi Craiova.

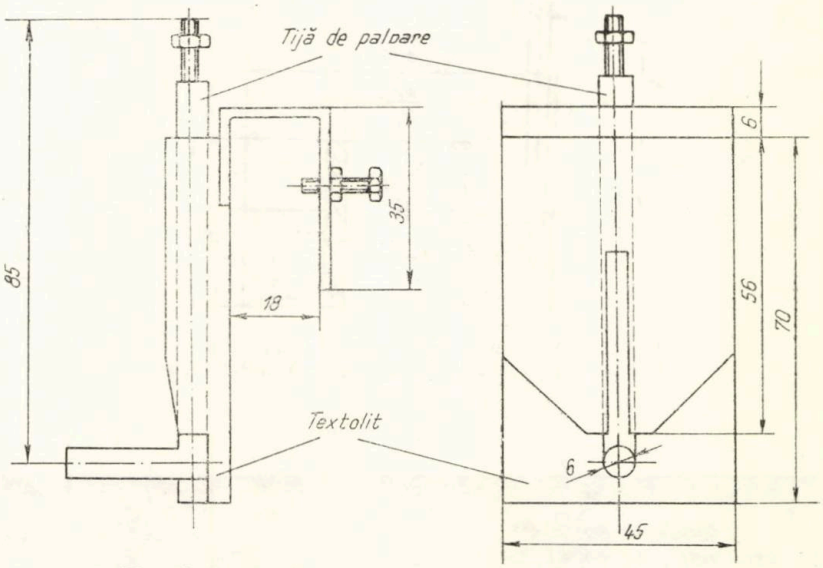
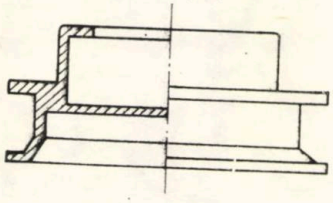


Fig. 12. Dispozitiv pentru legarea traductorului de pistonaşul (15) de comandă a pîrghiei dublu articulată (27).



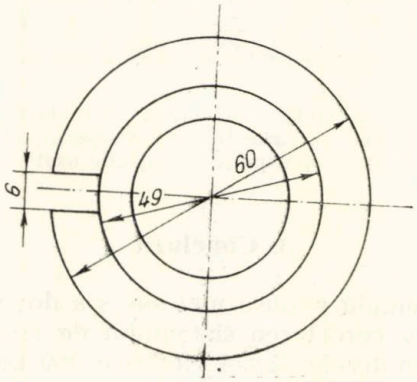


Fig. 13. Adaptarea talerului superior al dispozitivului de protecţie contra supraalimentării insuficiente.

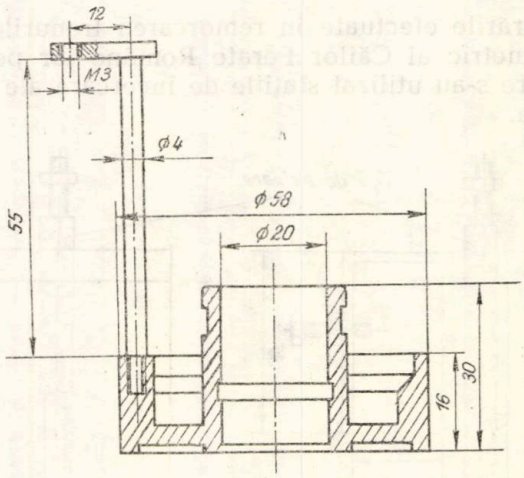


Fig. 14. Adaptarea pistonașului (37) al dispozitivului de protecție contra supraalimentării insuficiente.

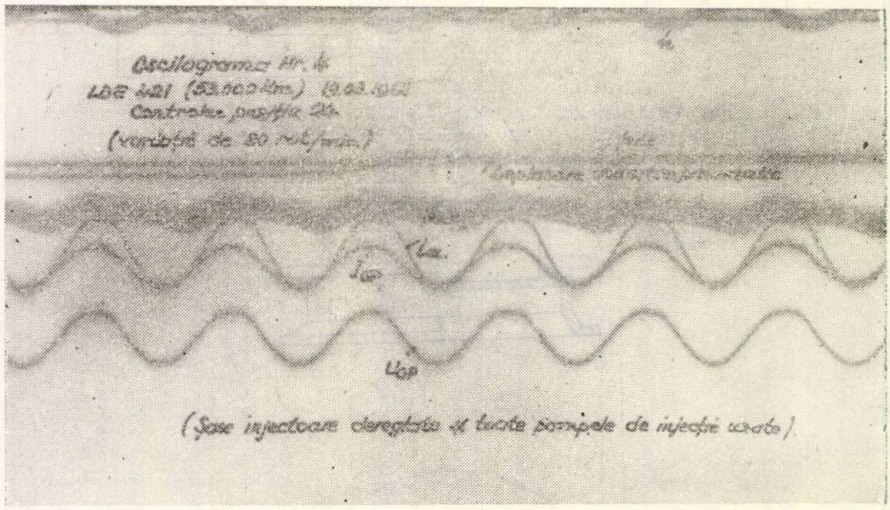


Fig. 15. Comportarea instabilă a sistemului de reglare automată al LDE 421 (prestație 53.000 Km), în cazul folosirii a șase injectoare dereglate și a tuturor pompelor de injecție uzate.

3. Concluzii

Metoda experimentală expusă mai sus s-a dovedit a constitui o bază științifică pentru cercetarea sistemului de comandă și de reglare automată de pe locomotivele diesel electrice 060 DA produse de Uzina Electroputere Craiova pentru RSR sau pentru export. Deoarece nu este

posibil a se expune aici metodologia de lucru și rezultatele obținute pînă acum, se prezintă un caz semnificativ din oscilografierile amintite (fig. 15). Într-un alt articol se vor expune rezultate ale măsurătorilor experimentale la Secția de locomotive din Institutul de studii și cercetări transporturi București.

Trebuie menționat că, asociind acestor metode și măsurări privind presiunile în cilindrii motorului diesel (folosind instalația de măsurare piezoelectrică tip PM4 de proveniență RDG), presiunea combustibilului între pompele de injecție și injectoare, temperatura gazelor de ardere înainte de turbosuflantă (folosind instalația Minicomp P_1 de proveniență RFG), analiza chimică a acestora etc., se va putea ajunge la o cunoaștere completă a fenomenelor pentru diferite stări de prestație, de uzură și de întreținere a sistemului de reglare amintit.

Considerăm că folosind metodologia elaborată expusă mai sus, Căile Ferate Române împreună cu industria constructoare de mașini din țară, vor putea să elaboreze soluții utile privind definitivarea construcției motorului diesel de 2 500 CP, pe care industria indigenă îl realizează din actualul motor 12 LDA-28.

În baza experienței de pînă în prezent [7] se apreciază că, folosind calea de cercetare expusă mai sus, se vor putea aduce lămuririle necesare și se vor putea stabili soluțiile privind folosirea motorului diesel 12 LDA-28 sau a variantei sale de 2 500 CP — inclusiv sistemul de automatizare — pe nave de concepție românească.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * Prescripții de construcție și de reglare a locomotivelor diesel electrice 060-DA din parcul CFR.

2. *Hondius H.* — 2100 PS Dieselelektrische Lokomotiven der Baureihe 060—DA für die Rumänischen Stastsbahnen. In : E.T.R. Nr. 2 și 3, 1960.

3. *Hondius H.* — Idem. In : E.B. Nr. 3 și 4, 1960.

4. *Dinu St., Isac C., Jidveianu V.* — Locomotive diesel, Ed. MTTc.

5. *Popovici E., Tighiliu M., Mihăilescu N.* — Locomotive diesel, vol. II. Ed. MTTc. — 1964.

6. *Ciortan P.* — Analiza funcțională a sistemului de comandă și reglare automată Sulzer, aplicat pe locomotivele diesel electrice 060—DA. In : Revista Căilor Ferate, Nr. 4, 1964.

7. *** Stabilirea unui procedeu pentru controlul funcționării sistemului de reglare automată de pe locomotiva diesel electrică 060—DA din parcul CFR în condițiile exploatării. Temă de cercetare, Institutul de cercetări căi ferate.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 7502

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1970 OKT 2 3

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXII NUMĂRUL 3 ANUL 1970
MAI — IUNIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXII — NUMĂRUL 3

MAI—IUNIE
1970

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Academician prof. *Martin Bercovici*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. *Constantin Ionescu-Bujor*, Profesor emerit; Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICA

D. Pirgow, L. Stoitschew
Uber eine Klasse der irreduzibelen ganzzahligen Polynome . . . 25

N. Mirescu
A Generalization of Revolving 31

FIZICA

M. Oncescu, I. Petriu, M. Tănăsescu
Studiul măsurării nivelului prin metoda diferențială 39

TEHNOLOGIE CHIMICA

Gh. Constantinescu
Uber die technische Humifizierung von Einjahrpflanzen . . . 55

Fl. Em. Daneș
Permeabilitatea straturilor poroase 65

MECANICA

C. Guță
Cu privire la înscrierea pe orbită a sateliților artificiali 81

ORGANE DE MAȘINI

Gh. Manea, N. Boicu, M. Pascovici, I. Voica
Die Lage des querbelasteten Zapfens in der aus Materialien mit geringem Elastizitätsmodul gefertigten Lagerschale 89

AUTOMATICA

V. Găburici
Introducere în tratarea matricială a interconexiunii elementelor fluidice 105

ELECTRONICA

Al. Spătaru
Metodă de sinteză a condurilor. Fire autocorectoare de pachete de erori 119

I. Constantin, E. Neguț, Șt. Bîrcă-Gălățeanu
Single Diode Balanced Modulator 125

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

П. А. Мамедов
О фактической площади касания опорной поверхности замковой резьбы 133

METALURGIE

Suzana Gâdea, D. Drimer, C. Dumitrescu
Noi materiale pentru generatorii piezoelectrici 137

TRANSPORTURI

Al. Popa, A. Carabulea
Algorithm Concerning the Railway Electrification Optimilization by Means of Operatoinal Research and Digital Electronic Computers . 143

Sumar

MATEMATICA

D. Pirgov, L. Stoitschew
Über eine Klasse der irreduzibelen ganzzahligen Polynome 25

N. Mirescu
A Generalization of Revolving 31

FIZICA

M. Oncescu, I. Petriu, M. Tănăsescu
Studiul măsurării nivelului prin metoda diferențială 39

TEHNOLOGIE CHIMICA

Ch. Constantinescu
Über die technische Humilisierung von Einfahrpflanzen 55

Fl. Em. Ganea
Permeabilitatea straturilor poroase 65

MECANICA

G. Gută
Cu privire la inscrierea pe orbita a satelitilor artificiali 81

ORGANE DE MASINI

Gh. Manec, N. Boicu, M. Pascovici, I. Voica
Die Lage des querbelasteten Zapfens in der aus Materialien mit geringem Elastizitätsmodul gefertigten Lagerschale 89

AUTOMATICA

V. Găbărici
Introducere în tratarea matricială a interconexiunii elementelor fluidice 105

ELECTRONICA

Al. Spătaru
Metodă de sinteză a condurilor. Fire autocorectoare de pachete de erori 119

I. Constantin, E. Negut, St. Bîrcă-Gălățeanu
Single Diode Balanced Modulator 125

TEHNOLOGIA CONSTRUCTIILOR DE MASINI

П. А. Мамедов
О фактической площади касания опорной поверхности замковой резьбы 133

METALURGIE

Suzana Gadea, D. Drimer, C. Dumitrescu
Noi materiale pentru generatorii piezoelectrici 137

TRANSPORTURI

Al. Popa, A. Carabulea
Algorithm Concerning the Railway Electrification Optimization by Means of Operational Research and Digital Electronic Computers 143

Резюме

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS ÁGYPONT 1883

Д. К. 517

Д, Пиргов, Л. Стойчев

Об одном классе неприводимых целочисленных полиномов

В этой работе рассматриваются целочисленные полиномы n степени, которые в n различных числах $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ принимают стоймость p, p — простое число.

Полиномы этого вида рассматривают Полиа [1] и Брауер [2].

Полиа доказал, что полиномы указанного выше класса неприводимы в поле рациональных чисел или разлагаются на произведение двух полиномов одинаковой степени, если $u > 17$. Утверждение Брауера является обобщением утверждения Полиа, потому что оно имеет значение при $n > 5$.

Некоторые примеры Шульца [2] показывают, что требование $n > 6$ и допускание приводимости произведения двух полиномов одинаковой степени нельзя удалить, не произведя дополнительных ограничений для чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

В этой работе даны условия, при которых можно удалить требование $n > 6$ и допускание неприводимости двух полиномов одинаковой степени.

Некоторые из полученных результатов следующие.

ТЕОРЕМА: Целочисленный полином $f(x)$ степени $n \geqslant 2$ неприводим в поле рациональных чисел или разлагается на произведение двух полиномов одинаковой степени, если для n различных целых значений аргумента $x_1, x_2, \ldots, x_n$ приминает стоймость p/p — простое число и $|x_i - x_j| > 2p$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3, \ldots, n$.

И ее следствия:

I. Целочисленный полином $f(x)$ степени $n \geqslant 5$ неприводим в поле рациональных чисел или разлагается на произведение двух полиномов одинаковой степени, если для n различных целых значений аргумента $x_1, x_2, \ldots, x_n$ он принимает стоймость p (p — простое число) и $|x_i - x_j| \geqslant 3$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3, \ldots, n$.

II. Целочисленный полином $f(x)$ степени $n \geqslant 6$ неприводим в поле рациональных чисел, если для n различных целых значений аргумента $x_1, x_2, \ldots, x_n$ он принимает стоймость p (p — простое число) и $|x_i - x_j| > 2p$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3, \ldots, n$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Д. К. 515

Н. Мireску

Одно из обобщений отклонения

Автор обобщает метод отклонения в смысле определения двух фигур, заключениых в двух разных плоскостях, отклонения которых совпадают. В данном случае соответвтующие фигуры оказываются равными.

Во второй части решается задача переноса фигуры, принадлежащей к одной плоскости, в другую заданную плоскость. Задача является эквивалентной, с равными сечениями по разным плоскостям в одной и той же призме.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Summary

D.C. 517

D. Pirgov, L. Stoischew

On a Polynom Class of Irreducible Whole Numbers.

This work studies the polynoms of n degree whole numbers, wihch is n $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ distinct points acquire the p value, where p is a prime number. Some of the results of this paper are as follows:

Theorem. The whole number polynom $f(x)$ of $n \geqslant 2$ degree is irreducible within the rational number field or is decomposed in a product of two polynoms of the same degree, if for n whole and different values of the $x_1, x_2, \ldots x_n$ argument it acquires the p value, where p is a prime number and $| x_i - x_j | > 2p$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3, \ldots n$.

Theorem consequences:

1) The whole number $f(x)$ polynome of $n > 5$ degree is irreducible within the rational number field or is decomposed in a product of two polynoms of the same degree, if for n whole and different values of the $x_1, x_2, \ldots x_n$ argument it acquires the p value, where p is a prime number and $| x_i - x_j | > 3$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3, \ldots n$.

2) The whole number $f(x)$ polynome of $n \geqslant 6$ degree is irreducible within the rational number field if for n whole and different values of the $x_1, x_2 \ldots x_n$ argument it acquires the p value, where p is a prime number and $| x_i - x_j | > 2p$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3, \ldots n$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.C. 515

N. Mirescu

A Generalization of Revolving

The author is generalizing the revolving method for determining two figures included in two different planes, the revolvings of which are coinciding. In this case, the respective figures are equal.

Within the second part, the problem of transferring a figure, pertaining to a plane, into a gven plane is solved, as it is equivalent with that with equal sections through different planes in the same prism.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Д.К. 539

М. Онческу, И. Петриу, М. Тэнэсеску

Исследование измерения уровня дифференциальным методом

В настоящей работе предлагается возможности измерения уровня жидкости и удержания его приблизительно постоянным в баке маленького диаметра высокого давления.

Поскольку жидкость из бака образуется из капель, падающих на верхнюю часть в виде „дождя", нельзя применять измерительный метод „все или ничего", потому что разница ослабления через жидкость и капельный дождь является маленькой.

Для этого предлагается метод со смонтированным на поплавок источником и определение его внешнего положения при помощи дифференциальной электронной установкой с более хорошей линейностью и с большой чувствительностью к изменениям уровня.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Д.К. 66

Г. Константинеску

О технической химизации годичных посевов

В данной работе рассматриваются технические условия реакции ржаной соломы на действие разбавленной фосфорной кислоты при получении органо-минеральных химических удобрений.

Изучается влияние температуры и времени на протекание реакции гидролиза и имизации, а также влияние термической обработки в нейтральной среде на полученные гидролизаты, используя химический анализ самых важных групп органических веществ и минеральных компонентов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Ф. Данеш

Водопроницаемость фильтрирующих слоев

В работе предлагается модель водопроницаемости через фильтрирующие слои. Исходя из статистических данных, касающихся пересечения пор различных размеров, приходят к установ приему, разрешающему рассчитать водопроницаемость по соотношению влажность-падение давление.

Соотношения, предложенные в работе, соответствуют в наибольшей мере опытным данным, нежели те, которые основываются на имеющихся моделях.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/197

D.C. 539

M. Oncescu, I. Petriu, M. Tănăsescu

Study of Level Measurement Through the Differential Method.

The present paper proposes to study the possibility of measuring the level of a liquid and its keeping at approximatively constant value, in a high pressure recipient of small diameter.

Since the recipient liquids is formed by the drops falling from the top side as „rain", the „all-or-nothing" measuring method may not be applied in this case, as the attenuation difference through the liquid and the drop „rain" is small. The proposed method for this case is that with a float installed source, its position being determined from outside by means of a differential electronic circuit with an as good linearity as possible and a great sensibility to level variations.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.C.66.

Gh. Constantinescu

About the Technical Humificatoin of Annual Plants.

In the present paper, the author studies the technical reaction conditions of rye straw with diluted phosphoric acid to the end of obtaining organic-mineral chemical fertilizers.

He studies the influence of temperature and weather on the hydrolysis and humification reactions, as well as the influence of a heat treatment in neutral medium on the hydrolisates resulted, using the chemical analysis of the most important groups of organic substances and mineral components.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.C. 541.1

E. Fl. Daneş

Filter bed Permeability

A permeability pattern for filter beds is proposed. Starting from statistical considerations on the intersection of various sizes of pores, a procedure is obtained which allows the calculation of permeability from the humidity — depression dependence.

The proposed relations are better agreeing with the experimental data than the relations which are based on the other existing patterns.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Д.К. 629.13

К. Гуцэ

Относительно вписывания на орбиту искусственных спутников

В работе применяются методы вариационного исчисления для определения закона управления, по которому, из соотношения (17), выводится изменение тангенциальной составляющей скорости во времени, а из (5) устанавливается закон изменения силы тяги, соответственно режиму работы двигателя.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Д.К. 621.81

Г. Маня, Т. Н. Войку, М. Паскович, И. Войка

Положение радиальной цапфы в вкладыше из материала с приведенным модулем упругости (пластический материал)

Одновременным рассмотрением основных уравнений гидродинамической смазки и законов теории упругости были определены аналитическим путем, методом рекуррентности, местные деформации вкладыша из пластического материала под эффектом давлений в смазочной пленке. Полученные результаты позволили одновременно указать положение цапфы во вкладыше, отличное от положения в случае металлического вкладыша, выявляя наличие некоторых сужений, объясняющих специфический ход изменения температуры в пленке с максимумами, могущими оказаться опасными в работе. Определив опытным путем положение цапфы во вкладыше с помощью системы измерения с индуктивными датчиками, были проверены выведенные аналитическим путем выводы.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Д.К. 621.52

В. Гэбурич

Введение в матрицную разработку взаимосоединений жидкостей

Темой работы является матрицная разработка явлений, происходящих в ряде пневматических и простых жидких элементов. Жидкие элементы находят в последнее время широкое применение в технике вычисления. Предлагаемый метод способствует более легкой и единообразной разработке сложных вопросов, возникающих при взаимосоединении жидкостей.

Применение матрицного исчисления возможно благодаря электропневматической аналогии: $Y \sim Q$, $U \sim P$ (ток-расход, напряжение-давление).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.C. 629.13

C. Guță

Concerning the Orbit Pacing of Artificial Satellites.

Whithin this work the variation calculus methods are used for determining the directing law, according to which the velocity tangential component variation in time is deduced from relation (17) and the variation law of the thrust and the motor operating regime, respectively, are determined from (5).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.C. 621.81

Gh. Manea, N. Boicu, M. Pascovici, I. Voica

The Position of the Radial Axle in Bushings Made of a Material of eRduced Elasticity Modulus. (Plastic material).

By considering simultaneously the basic equations of hydrodynamic lubrication and the laws of the elasticity theory, the authors have analytically determined, by a recurrence method, the local deformation of the plastic material bushing under the effect of pressures in the lubricant film. The results obtained have allowed at the same time to indicate the position of the axle in the bushing, which is different from that in a metallic bushing, stressing the presence of some nattowings wich explain the specific working of the temperature variation in the film, with peaks which may become dangerous during working. By determining experimentally the axle position in the bushing, by means of a transducer-inductors measuring system, the authors have verified the conclusions analytically deduced.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.C. 621-52

V. Găburici

Introduction in the Matricial Treatment of the Fluidic Elements Interconnection.

The author deals in the paper with a matricial treatment of phenomena occuring in a series of simple pneumatic and fluidic elements. The latter have been lately largely applied in the calculation technique. The method opens new prospects for an aesier and more unitary treatment of the complex problems occurring in the interconnection of fluidic elements.

The application of matricial calculations has been possible due to the considered electro-pneumatic analogy : $I \sim Q$ $U \sim P$ (current-output, voltage-pressure).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Д. К. 621.38.

Ал. Спэтару

Метод синтеза кодов Файэ, корректирующих пачки ошибок

В работе рассматривается случай пачки ошибок длины $l = 2$ и определяется генерирующий многочлен циклического кода, исправляющего эти ошибки. Характеристическая матрица регистра сдвига с обратной связью, генерирующего этот код, написана в эквивалентной форме, что позволяет обобщить результаты для случая пачки ошибок длины 1.

Устанавливается, что характеристический многочлен этой обобщенной эквивалентной матрицы идентичен генерирующему многочлену кода Файэ.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom XXXII, Nr. 3/1970

Д. К. 621.38

И. Константин, Е. Негруц, С. Быркэ-Гэлэцяну

Балансный модулятор с одним диодом

В статье описывается балансный модулятор с Т-каскадом, нелинейный элемент которого, осуществляющий модуляцию, представляет собой детектор поляризованный модулирующим сигналом.

Анализируется квазистационарный и динамический режимы модулятора и представлены экспериментальные результаты.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Д. К. 621

П. Мамедов

К вопросу о действительной поверхности соприкасания замковой резьбы

В работе аналитическим путем определяется величина действительной поверхности соприкасания для замковой резьбы при условии, что шероховатости граней имеют коническую форму.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.C. 621.38

Al. Spătaru

A Synthesis Method for Fire Burst-error Correcting Codes.

The Case of a burst-error of length $l = 2$ is considered and the generator polynomial of the cyclic code able to correct these errors is determined. The feedback shift register characteristic matrix is written in an equivalent form, in order to permit the generalisation to the case of a burst-error length $l = 2$. It is found that the characteristic polynomial of this generalised equivalent matrix is identical to the generator polynomial of a Fire code.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.C. 621.38

I. Constantin, E. Negut, Ş. Bîrcă-Gălăţeanu

Single Diode Balanced Modulator

The work describes a balanced modulator with a bridged-T circuit, the non-linear element by means of which the modulation is achieved being a detector polarized by the modulating signal. The quasi-steady state and the dynamic state of the modulator are studied and the experimental results submitted.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.C. 621

P. Mamedov

On the Actual Contact Surfage of the Special Connecting Piece Thnead.

The effective contact surface magnitude with special connecting-piece threads has been analytically determined within this paper by considering that the flank micro-roughnesses have a conical shape.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Д.К. 621,762

Сусана Гыдя, Д. Дример, К. Думитреску

Новые материалы для пьезоэлектрических генераторов

В работе авторы приводят некоторые результаты, полученные при создании пьезоэлекрических генераторов на основе титанового бария. Такие приспособления получили все большее распространение в аппаратуре детектирования.

Была установлена технология получения деталей, на которых производились определения по плотности и проницаемости.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Д.К. 629.1

Ал. Попа и А. Карабуля

Алгоритм оптимизации электрификации железных дорогог с помощью теории исследования операции и цифровых счетно-решающих машин

Представлены математические модели по оптимизации электрификации железных дорог в случае, когда вложения могут или не могут быть распрделены во времени.

Анализируются составные элементы общей модели с учетом теории ожидания, теорий изнашивания и теория безопасности работы.

Строится общая логическая схема, а также специализированная схема, которая способствует определению оптимального варианта электрофикации железных дорог при миниимизации затрат (Z), используя цифровые счетно-решающие устройства.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.C. 621.762

Suzana Gâdea, D. Drimer, C. Dumitrescu

New Materials for Piezoelectric Generators.

Within the paper, the authors show some results when obtaining piezoelectric generators, on basis of barium titanate, such devices being more and more used as detecting equipment.

The method for obtaining certain parts, on which density and permittivity determinations have been carried out, has been set down.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.C. 629.1

Al. Popa, A. Carabulea

Algorithm Concerning the Railway Electrification Optimilization by Means of Operational Research and Digital Electronic Computers.

Mathematical models for railway electrification are shown in both events time-scheduled or not.

The general structural elements of the model are analyzed, taking into account the waiting theory, wear theory and operation safety theory.

General logical and specialized diagrams are drawn-up, the latter facilitating the determination of the optimum electrification variant by minimizing the computing expenses (z), by means of digital computers.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Résumé

C.D. 517

D. Pirgov, L. Stoischew

Sur une classe de polynômes à nombres entiers irreductibles.

En ce travail on examine les polynômes à nombres entiers du degré n, qui en n points distincts $x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$ acquièrent la valeur p, où p est un nombre premier. Quelques uns des résultats du travail sont :

Théorème. Le polynôme à nombres entiers $f(x)$ du dégré $n \geqslant 2$ est irreductible dans le champ des nombre rationnels ou se décompose en un produit de deux polynômes du même degré, si pour n valeurs entières et différentes de l'argument $x_1, x_2, \ldots x_n$, il acquiert la valeur p, où p est un nombre premier et $|x_i - x_j| > 2p$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3 \ldots n$.

Les conséquences du théorème :

1) Le polynôme à nombres entiers $f(x)$, du degré $n \geqslant 5$, est irréductible dans le champ des nombres rationnels ou se décompose en un produit de deux polynômes du même degré, si pour n valeurs entières et différentes de l'argument $x_1, x_2 \ldots x_n$ il acquiert la xaleur p, où p *est un nombre premier et* $|x_i - x_j| > 3$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3, \ldots n$.

2) Le polynôme à nombres entiers $f(x)$, du degré $n \geqslant 6$, est irréductible dans le champ des nombres rationnels, si pour n valeurs entières et différentes de l'argument $x_1, x_2 \ldots x_n$ il acquiert la valeur p, où p est un nombre premier et $|x_i - x_j| > 2p$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3, \ldots n$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D.515

N. Mirescu

Une généralisation du rabattement.

L'auteur généralise la méthode du rabattement dans le sens de la détermination de deux figures comprises en deux plans différents dont les rabattements coïncident. En ce cas les figures respectives sont égales.

Dans la seconde partie on résout le problème du transfert d'une figure qui appartient à un plan en un plan donné, problème équivalent à sections égales par des plans différents en un même prisme.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

Zusammenfassund

D.K. 517

D. Pirgov, L. Stoischew

Uber eine Klasse der irreduzibelen ganzzahligen Polynome.

In diese Werk werdem die Polynome in ganzen Zahlen des Grades n untersucht, die in n unterschiedlichen Punkten $x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$ den Wert p erhalten, wo p eine Primzahl ist. Einige Ergebnisse dieses Werkes sind ;

Theorem : Das Polynom in ganzen Zahlen $f(x)$ des Grades $n \geqslant 2$ ist irreduktibel im Rationalzahlenfeld, oder wird zu einem Produkt von zwei gleichgradigen Polynomen zergliedert, wenn es für n ganze und verschiedene Werte des Arguments $x_1, x_2 \ldots x_n$ den Wert p erhaltet, wo p eine Primzahl ist und $| x_i - x_j | > 2p$, $i \neq j$, $ij = 1, 2, 3, \ldots n$.

Folgen des Theorems :

1) Das Polynom in ganzen Zahlen $f(x)$ des Grades $n > 5$ ist in Rationalzahlenfeld irreduktibel, oder wird zu einem Produkt von zwei gleichgradigen Polynom zergliedert, wenn es für n ganzeund verschiedene Werte des Arguments $x_1, x_2 \ldots x_n$ den Wert p erhaltet, wo p eine Primzahl ist und $| x_i - x_j | > 3$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3, \ldots n$.

2) Das Polynom in ganzen Zahlen $f(x)$, des Grades n 6, ist im Rationalzahlenfeld irreduktibel, wenn es für n ganze und verschiedene Werte des Arguments $x_1, x_2, \ldots x_n$ es den Wert p erhaltet, wo p eine Prinzahl ist und $| x_i - x_j | > 2p$, $i \neq j$ $i, j = 1, 2, 3, \ldots n$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K. 515

N. Mirescu

Eine Verallgemeierung der Umklappung.

Der Verfasser verallgemeinert die Umklappungsmethode, im Sinne der Bestimmung zweier in verschiedenen Ebenen gelegener Figuren, deren Umklappungen übereinstimmen. In diesem Falle sind die betreffenden Figuren gleich.

Im zweiten Teil wird die Aufgabe der Uberführung einer zu einer gewissen Ebene gehörenden Figur in eine andere gegebene Ebene, gelöst, welche Aufgabe mit gleichen Durchschnitten durch verschiedene Ebenen übereisstimmt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D. 539

M. Oncescu, I. Petriu, M. Tănăsescu

Etude du mesurage du niveau par la méthode différentielle.

En ce travail nous nous proposons d'étudier la possibilité de mesurer le niveau d'un liquide et de le maintenir approximativement constant en un récipient de haute pression à petit diamètre.

Comme le liquide du récipient est formé des gouttes qui tombent de la partie d'en haut sous forme de „pluie", on ne peut pas appliquer la méthode de mesurage „tout ou rien", car la différence d'atténuation par le liquide et la „pluie" de gouttes est trop petite.

La méthode propossée en ce cas est celle utilisant une source montée sur le flotteur et la détermination de la position de celle-ci de l'extérieur, avec un montage électronique différentiel d'une linéarité aussi bonne que possible et d'une grande sensibilité au variations de niveau.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D. 66

Gh. Constantinescu

Sur l'humification technique des plantes annuelles.

Dans l'ouvrage présent, l'auteur étudie les conditions techniques de réaction des pailles de seigle avec l'acide phosphorique dilué, dans le but d'obtenir des engrais chimiques organiques et minéraux.

Il étudie l'influence de la température et du temps sur les réactions d'hydrolyse et d'humification, ainsi que l'influence d'un traitement thermique en milieu neutre sur les hydrolysés obtenus, en utilisant l'analyse chimique des groupes les plus importants de substances organiques et des composants minéraux.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D. 541.1

E. Fl. Danes

Perméabilité des couches filtrantes.

On propose un modèle pour la perméabilité des couches poreuses. En partant des considérations statistiques sur l'intérsection des pores de dimensions différentes, on arrive à un procédé qui permet de calculer la perméabilité en partant de la dependence humidité dépression.

Les relations proposées sont dans une meilleure concordance avec les données expérimentalles que les relations basées sur les antres modèles existants.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K. 539

M. Oncescu, I. Petriu, M. Tănăsescu

Studium der Niveaumessung durch die Differentialmethode.

In diesem Werk schlagen wir uns vor die Möglichkeit der Messung und ungefähren Konstanthaltung des Niveaus einer Flüssigkeit in einem Hochdruckbehälter mit kleinem Durchmesser, zu studieren.

Da die Flüssigkeit im Behälter aus den von oben „herabregnenden" Tropfen entsteht, kann das Messverfahren: „alles oder nichts" nicht angewendet werden, da der Dämpfungsunterschied durch Flüssigkeit und „Regen" zu klein ist. Die für diesen Fall vorgeschlagene Methode ist eine am Schwimmer angebrachte Quelle, deren Lage von aussen mittels einer elektronischen Differentialschaltung mit bestmöglicher Linearität und hoher Empfindlichkeit bei Niveauschwankungen, festgestellt wird.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K. : 66

Gh. Constantinescu

Über die technische Humifizierung von Einjahrpflanzen.

In der vorliegenden Arbeit werden die technischen Bedingungen studiert, die für eine Umwandlung des Roggenstrohes mit Phosphorsäure in Nährstoffträgern oder organo-mineralischen Komplexdüngern bedeutsam sein können. Es werden den Einfluß der Temperatur und der Zeit auf die Hydrolyse — und Humifizierungsreaktionen, sowie den einer thermischen Behandlung in neutralem Milieu auf die gewonnenen Hydrolysate untersucht, an Hand chemischer Analysen der wichtigsten organischen Stoffgruppen und minealischen Bestandteile.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K. 541.1

Fl. E. Daneş

Permeabilität der Filterbetten.

Es wird ein Modell der Permeabilität durch Filterbetten vorgeschlagen. Von statistischen Erwägungen betreffs der Kreuzung von verschieden grossen Poren ausgehend, gelangt man zu einem Verfahren welches die Berechnung der Permeabilität durch die Feuchtigkeit — Unterdruck-Abhängigket ermöglicht.

Die vorgeschlagenen Relationen stimmen besser mit den Versuchsergebnissen überein als die auf anderen vorhandenen Modellen beruhenden Relationen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D. 629.13

C. Guță

Sur, le placement sur l'orbite des satellites artificiels.

En ce travail on utilise les méthodes de calcul variationnel pour déterminer le loi de direction, d'après laquelle on déduit la variation de la composante tangentielle de la vitesse en temps, de la relation (17), et on établit la loi de la variation de l'effort de traction, respectivement du régime de fonctionnement du moteur, de la relation (5).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D. 621.81

Gh. Manea, N. Boicu, M. Pascovici, I. Voica

Position du tourillon radial dans le coussinet en matériel à module d'élasticite réduit (matériel plastique).

Par l'étude simultanée, des équations de base de la lubrification hydrodynamique et des lois de la théorie de l'élasticité, on a déterminé par une méthode de récurrence, les déformations locales du coussinet en matériel plastique sous l'effet des pressions de la pellicule de lubrifiant. Les résultats obtenus ont permis en même temps d'indiquer la position du tourillon dans le coussinet, qui diffère de celle du coussinet métallique, en faisant remarquer la présence de rétrécissements qui expliquent l'allure spécifique de la variation de température dans la pellicule, avec des valeurs maximales qui peuvent devenir dangereuses pendant le fonctionnement. Em déterminant expérimentalement la position du tourillon dans le coussinet à l'aide d'un système de mesure avec traducteurs inductifs, on a vérifié les résultats obtenus par le calcul.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D. 621-52

V. Găburici

Introduction au traitement matriciel de l'interconnection des éléments fluidiques.

L'auteur aborde dans l'ouvrage un traitement matiriciel des phénomènes qui se passent dans une série d'éléments pneumatiques et fluidiques simples. Ces derniers ont trouvé dernièrement une large application dans la technique du calcul. La méthode ouvre des perspectives à un traitement plus facile et plus unitaire des problèmes complexes qui se posent pour l'interconnection des éléments fluidiques.

L'application du calcul matriciel a pu se faire grâce à l'analogie électro-pneumatique considérée : $I \sim Q$, $U \sim P$ (courant-débit, tension-pression).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K. 629.13

C. Guţă

Uber die Einschreibung der künstlichen Satelliten in ihre Orbitalbahn.

In diesem Werk werden die Variationsrechnungsmethoden für die Festellung des Steuerungsgesetzes angewendet, nach dem aus Relation (17) die Variation der tangentialen Komponente der Geschwindigkeit mit der Zeit hergeleitet wrd, und aus Relation (5) das Variationsgesetz der Zugkraft, bzw. der Arbeitszustand des Motors, festgestellt wird.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K. 621.81

Gh. Manea, N. Boicu, M. Pascovici, I. Voica

Die Lage des querbelasteten Zapfens in der aus Materialien mit geringem Elastizitätsmodul gefertigten Lagerschale.

Unter Zuhilfenahme der für die hydrodynamischen Prozesse im Flüssigkeitsfilm geltenden Grundgleichungen sowie der Gesetze der Elastizitätstheorie, wird ein Rechenverfahren entwickelt, das die Bestimmung der Verformungen unter dem Einfluß örtlich vorhandener Pressungen gestattet. Die erhaltenen Ergebnisse haben gleichzeitig zu Aussagen über die Lage des Zapfens in der Lagerschale aus Kunststoffen geführt, die von der für Metallschalen gültigen abweicht, und Verengungen aufweist, die teilweise den charakteristischen Temperaturverlauf im Schmierfilm mit eventuell unzulässigen Höchstwerten erklären.

Die mittels einer mit induktiven Gebern versehenen Meßanordnung versuchsmässig festgestellte Zapfenlage bestätigt die Rechenergebnisse.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K. 621-52

V. Găburici

Einführung in die Matrivbehandlung der Wechselbeziehungen zwischen Elementen in flüssigem Zustand.

Im Beitrag wird eine Matrixbehandlung der Erscheinungen angebahnt, welche in einer Reihe von pneumatischen und einfachen im Flüssi gkeitszustand befindlichen Elementen auftreten. Letztere finden kürzlich breite Anwendrung in der Berechnungstechnik. Die Methode öffnet Ausblicke auf eine leichtere und einheitlichere Behandlung der komplexen, bei der Interkonnektion der im flüssigen Zustand befindlichen Elemente aufreten.

Die Anwendung der Matrizenrechnung konnte dank der betrachteten elektrisch-pneumatischen Analogie: $I \sim Q, U \sim P$ (Strom-Fördermenge — Druck) stattfinden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D. 621.38

Al. Spătaru

Méthode de synthèse des codes de Fire autocorrecteurs des paquets d'erreurs.

On considère le cas d'un paquet d'erreurs de longueur $l = 2$, et on détermine le polynôme générateur du code cyclique capable de corriger ces erreurs. La matrice caractéristique du registre de déplacement à réaction qui produit ce code est écrit sous une forme équivalente, qui permet la généralisation pour le cas où le paquet d'erreur a une longuer l. quelconque.

On trouve que le polynôme caractéristique de cette matrice équivalente généralisée est identique au polynôme générateur d'un code de Fire.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D. 621.38

I. Constantin, E. Neguţ, Ş. Bîrcă-Gălăţeanu

Modulateur équilibré avec une seule diode.

L'article décrit un modulateur équilibré à circuit en T ponté, dont l'élément non-linéaire au moyen duquel on réalise la modulation est un détecteur polarisé par le signal modulateur. On analyse le régime quasi-stationnaire et le régime dynamique du modulateur et on présente les résultats expérimentaux.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D. 621

P. Mamedov

Sur la surface réelle de contact du filet spécial de raccord.

Dans ce travail on a déterminé analytiquement la grandeur de la surface effective de contact des filets spéciaux de raccord, en considérant que les micro-aspérités des flancs ont une forme conique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K. 621.38

Al. Spătaru

Methode für die Synthese von selbstkorrigierenden Fire-Code für „Burst-error".

Man betrachtet einem „Burst-error" der Länge $l = 2$, und es wird das generierende Polynom des zyklischen Codes gebildet, der diese Fehler korrigieren kann. Die charakteristische Matrix des Verstellregisters mit Rückkopplung, die diesen Code bildet, ist in einer äquivalenten Form geschrieben, die eine Verallgemeinerung erlaubt für den Fall in dem der „Burst-error" eine beliebige Länge hat.

Es wird festgestellt, dass, das charakteristische Polynom der äquivalenten und verallgemeinerten Matrix gleich dem generierenden Polynom eines Fire-Code ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K. 621.38

I. Constantin, E. Neguţ, Ş. Bîrcă-Gălăţeanu

Ausgeglichener ein-Dioden-Modulator.

Das Werk beschreibt einen ausgeglichenen Modulator mit einem überbrückten-T Stromkreis, dessen nichlineares Modulations, element ein modulationsignal polarisierter Detektor ist. Es werden der quasistationäre Zustand und der dynamische Zustand des Modulators analysiert und Vesuchsergebnisse vorgelegt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K. 621

P. Mamedov

Uber die reelle Kontaktfläche des Spezialanschlussgewindes.

Im Werk wird die Grösse der reellen Kontaktfläche der Spezialanschlussgewinden analytisch festgestellt, indem man annahm, dass Mikrorauheiten der Profilflanken kegelförmig sind.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D. 621.762

Suzana Gâdea, D. Drimer, C. Dumitrescu

Des matériaux, nouveaux pour les générateurs piezo-électriques.

En ce travail les auteurs présentent quelques résultats obtenus pour les générateurs piezo-électriques à base de titanate de baryum, dispositifs qu'on utilise de plus en plus dans l'équipement de détection.

On a établi la méthode pour obtenir des pièces sur lesquelles on a effectué des déterminations de densité et de permitivité.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

C.D. 629.1

Al. Popa, A. Carabulea

Algorytheme concernant l'optimisation de l'électrification des chemins de fer à l'aide de la recherche opérationnelle et des calculateurs électroniques numériques.

Les auterus présentent les modèles mathématiques concernant l'optimisation de l'électrification des chemins de fer dans le cas où les investissements sout et ne sont pas échelonnées dans le temps.

Ils analysent les éléments structures du modèle général en tenont compte de la théorie de l'attente, de la théorie de l'usure et de la théorie de la sûreté pendant le fonctionnement.

Ils construisent le schéma logique général et le schéma spécialisé qui facilite la détermination de la variante optimale d'électrification des chemins de fer par minimisation des dépenses de calcul (Z) à l'aide des calculateurs numériques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K. 621.762

Suzana Gâdea, D. Drimer, C. Dumitrescu

Neue Materialien für piezoelektrische Generatoren.

Die Verfasser legen gewisse Ergebnisse vor, welche bei der Herstellung an Hand von Bariumtitanat von piezoelektrischen Generatoren — Vorrichtungen die bei der Detektionsapparatur immer häufiger vorkommen — erzielt worden sind.

Es wurde die Herstellungstechnologie für gewisse Bestandteile, an denen Dichte — und Dielektrizitätskonstanten — Messungen durchgeführt wurden, festgestellt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

D.K 629.1

Al. Popa, A. Carabulea

Algorithmus bezüglich Optimierung der Elektrifizierung der Eisenbahnen mit Hilfe von operationellen Untersuchungen und elektronischen Digitalrechenmaschinen.

Es werden mathematische Modelle bezüglich Optimierung der Elektrifizierung der Eisenbahnen für den Fall dargestellt, wenn die Investitionen nicht zeitlich gestaffelt sind.

Die Strukturelemente des allgemeinen Modelles werden untersucht, wobei der Wartezeittheorie, der Abnützungstheorie und der Betriebssicherheitstheorie Rechnung getragen wird.

Das allgemeine logische Schema und das spezialisierte Schema werden aufgestellt, welch letzteres die Bestimmung der günstigsten Variante für die Elektrifizierung der Eisenbahnen bei kleinsten Berechnungskosten (Z) mit Hilfe der elektronischen Digitalrechner erleichtert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 3/1970

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

MATEMATICĂ

C.Z. : 517.

ÜBER EINE KLASSE DER IRREDUZIBELEN GANZZAHLIGEN POLYNOME *

D. PIRGOW, L. STOITSCHEW
Technische Hochschule
SOFIA

In einer von seinen Arbeiten hat Polya [1] folgenden Satz für die Irreduzibilität der ganzzahligen Polynome bewiesen :

Das ganzzahlige Polynom $f(x)$ vom Grade $n \geq 17$ ist irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen, oder zerfällt in einem Produkt zweier Polynome gleichen Grades, wenn bei n verschiedenen ganzen Zahlen das Polynom den Wert $+p$ oder $-p$ annimmt (p — Primzahl).

Später hat Brauer [2] den Satz von Polya verbessert, wobei er die Richtigkeit des Satzes bei $n > 6$ bewies.

Das bekannte Beispiel von Schulz [2] :

$$x(x-1)(x-3)(x-6)(x-8)(x-12)(x-14)(x-17)(x-19)(x-20)+10079 =$$
$$= \{(x-1)(x-3)(x-12)(x-14)(x-20)+10079\} \times$$
$$\times \{x(x-6)(x-8)(x-17)(x-19)-10079\}$$

zeigt, daß die betrachteten Polynome von Polya und Brauer in ein Produkt zweier Polynome gleichen Grades zerlegt werden können, falls für sie keine zusätzliche Begrenzungen gemacht werden. Das Bedeuten, daß das Problem für die Irreduzibilität dieser Polynome noch nicht völlig gelöst ist.

In einigen unserer vorherigen Arbeiten haben wir dieser Frage beantwortet, wobei für die Wurzeln von $f(x)$ bestimmte Einschränkungen gemacht wurden.

In vorliegender Arbeit betrachten wir solche Fälle, bei welchen die von Polya und Brauer behandelten Polynome irreduzibel sind. Außerdem werden wir zeigen, daß in manchen Fällen die Begrenzung $n>6$ abfallen kann. In der Tat hat Brauer in [2] an Hand eines Beispiel gezeigt, daß bei $n \leq 6$ die Polynome $f(x)$ in einem Produkt zweier Polynome verschiedenen Grades zerfallen können, wenn für die Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n$ keine zusätzliche Einschränkungen gemacht werden.

Wir wollen am Anfang einige bekannten Behauptungen zitieren und einige Hilfssätze beweisen, die wir später in der Abhandlung benutzen werden.

---

* Manuskript am 16 Iulie 1969 eingegangen.

I. Wenn die Rationalzahl $\frac{\tau}{s}$ eine Wurzel des ganzzahligen Polynoms $f(x)$ ist, so ist die Zahl $\tau - \beta s$ Divisor von $f(\beta)$ wo β — eine willkürliche ganze Zahl [3] ist.

Hilfssatz: Das ganzzahlige Polynom $f(x)$ vom Grade $n \geqq 2$, welches den Wert $+1$ (-1) in zwei ganzen Zahlen α_1, α_2 annimmt, für welche die Ungleichung $|\alpha_2 - \alpha_1| > 3$ gilt, kann den Wert -1 $(+1)$ für keine ganze Bedeutung von x annehmen.

Beweis:

Es sei $f(\alpha_1) = f(\alpha_2) = 1$. Für das Polynom $f(x)$ haben wir den Ausdruck:

$$(1)\ldots \qquad f(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2) h(x) + 1$$

wo $h(x)$ ein ganzzahliges Polynom vom Grade $m \geqq 0$ ist.

Wir lassen das Umgekehrte zu, d.h. x_0 sei eine solche ganze Zahl, für welche $f(x_0) = -1$ gilt. Wir setzen $x = x_0$ in (1) ein und bekommen:

$$(2)\ldots \qquad -2 = (\alpha_1 - x_0)(\alpha_2 - x_0) h(x_0)$$

Aus (2) folgt:

$$(3)\ldots \qquad 2 = |\alpha_1 - x_0|\,|\alpha_2 - x_0|\,|h(x_0)|$$

Aus der Bedingung des Hilfssatzes $|\alpha_2 - \alpha_1| \geqq 4$ folgt:

$$(3')\ldots \quad 4 \leqq |\alpha_2 - \alpha_1| = |(\alpha_2 - x_0) + (x_0 - \alpha_1)| \leqq |\alpha_2 - x_0| + |\alpha_1 - x_0|$$

Aus (3') folgt, daß mindestens eine der Zahlen $|\alpha_2 - x_0|$ und $|\alpha_1 - x_0|$ größer oder gleich 2 ist. Aber $|h(x_0)| \geqq 1$ ($h(x)$ — ganzzahliges Polynom) infolgedessen (3) ist unmöglich. Wir kommen zu einem Widerspruch, womit der erste Teil des Hilfssatzes bewiesen ist. Der Fall $f(\alpha_1) = f(\alpha_2) = -1$ betrachtet man analogisch.

Satz 1: Das ganzzahlige Polynom $f(x)$ vom Grade n hat keine rationalen Wurzeln, wenn zwei verschiedene ganze Zahlen existieren, fur welche $f(x_1) - f(x_2) = p$, (p — Primzahl) und $|x_2 - x_1| > 2p$ erfüllt ist.

Beweis:

Wir lassen das Umgekehrte zu, d.h. das Polynom $f(x)$ habe eine rationale Wurzel $\frac{\tau}{s}$. Dann folgt gemäß (I):

$$(4)\ldots \qquad \frac{f(x_1)}{\tau - x_1 s} = \frac{p}{\tau - x_1 s} = q_1; \qquad \frac{f(x_2)}{\tau - x_2 s} = \frac{p}{\tau - x_2 s} = q_2$$

wobei q_1 und q_2 ganze Zahlen sind. Die Gleichungen (4) sind möglich, wenn nur $\tau - x_1 s = \begin{cases} \pm 1 \\ \pm p \end{cases}$ und $\tau - x_2 s = \begin{cases} \pm 1 \\ \pm p \end{cases}$ ist, weil p eine Primzahl ist. Wenn wir die Gleichungen $\tau - x_1 s = \begin{cases} \pm 1 \\ \pm p \end{cases}$ und $\tau - x_2 s = \begin{cases} \pm 1 \\ \pm p \end{cases}$ substrahieren, bekommen wir:

$$(4')\ldots \qquad |x_2 - x_1|\,|s| \leqq 2p$$

Aber $|s| \geq 1$ und laut Bedingung ist $|x_2 - x_1| > 2p$, also ist (4') unmöglich, hiermit ist der Satz völlig bewiesen.

Bemerkung:

1. Die Bedingung $|x_2 - x_1| > 2p$ können wir mit der Ungleichung $|x_2 - x_1| > p$ ersetzen, falls wir den Fall $s \neq 1$ betrachten, d.h. wenn uns die ganzen Wurzeln von $f(x)$ nicht interessieren.

2. Die betrachteten Polynome im Satz 1 können wir in folgender Form darstellen:

$$(5)\ldots \qquad f(x) = \varphi(x)(x - x_1)(x - x_2) + p$$

Hier ist $\varphi(x)$ ein ganzzahliges Polynom vom Grade $n - 2$.

Folgerung: Wenn $\Psi(x)$ ein ganzzahliges Polynom ist, für welches zwei verschiedene ganze Zahlen x' und x'' existieren, so daß $\Psi(x') = x_1$ und $\Psi(x'') = x_2$ ist, dann hat das Polynom $F(x) = f[\Psi(x)] = \varphi[\Psi(x)] \times [\Psi(x) - x_1][\Psi(x) - x_2] + p$, wenn $|x'' - x'| > 2p$ ist, keine rationalen Wurzeln, Diese Behauptung folgt unmittelbar von dem Faktum, daß $F(x') = F(x'') = p$ ist.

Nun wollen wir einen Satz für die Irreduzibilität der ganzzahligen Polynome im Körper der rationalen Zahlen beweisen.

Satz 2: Das ganzzahlige Polynom $f(x)$ vom Grade $n \geq 2$ ist irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen oder es zerfällt in einem Produkt zweier Polynome mit gleichen Grade, falls es für n verschiedene ganze Bedeutungen des Arguments $x, x_1, x_2, \ldots, x_n$ den Wert p (p — Primzahl) annimmt und wenn $|x_i - x_j| > 2p$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$ erfüllt ist.

Beweis:

Bei $n = 2,3$ folgt unmittelbar, daß $f(x)$ irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen ist, weil gemäß Satz 1 das Polynom $f(x)$ keine rationalen Wurzeln hat. Wenn $n = 4$ ist, so kann gemäß Satz 1 das Polynom nicht in einem Produkt zweier Polynome zerlegt werden, bei welchem das Eine ein Polynom ersten Grades ist. In diesem Fall kann es eventuell in einem Produkt zweier Polynome vom zweiten Grade zerfallen.

Es sei jetzt $f(x)$ vom Grade $n \geq 5$.

Wir lassen das Umgekehrte zu:

$$(8)\ldots \qquad f(x) = \varphi(x)\,\Psi(x)$$

wo $\varphi(x)$ und $\Psi(x)$ ganzzahlige Polynome entsprechend vom Grade ν und $n - \nu$ sind. In diesem Fall ist mindenstens eines von den Polynomen $\varphi(x)$, $\Psi(x)$ vom Grade 3 oder größer 3. Ohne die Allgemeinheit zu begrenzen, kann man $\nu \geq n - \nu$ zulassen. In Gleichung (8) setzen wir $x = x_k$ $k = 1, 2, \ldots, n$ ein und erhalten die Gleichungen:

$$(9)\ldots \qquad \begin{aligned} p &= \varphi(x_1)\,\Psi(x_1) \\ p &= \varphi(x_2)\,\Psi(x_2) \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ p &= \varphi(x_n)\,\Psi(x_n) \end{aligned}$$

Die Produkte der rechten Seiten von (9) sind von der Art $(\pm 1)(\pm p)$ oder $(\pm p)(\pm 1)$. Unter den Zahlen $\varphi(x_k)$, $k=1, 2, \ldots, n$ bezeichnen wir entsprechend mit m_1, m_2, m_3 und m_4 die Anzahl der Zahlen 1, -1, p und $-p$, und analogisch für die Zahlen $\Psi(x_k)$, $k=1, 2, \ldots, n$ mit m_1', m_2', m_3' und m_4'. Offenbar gelten die Gleichungen:

$$(10)\ldots \quad \begin{matrix} m_1+m_2+m_3+m_4=n, & m_1'+m_2'+m_3'+m_4'=n \\ m_1=m_3' & m_2=m_4' \qquad m_3=m_1' \qquad m_4=m_2' \end{matrix}$$

Die Symetrie in (10) erlaubt uns bei dem Beweis des Satzes nur für eine der Zahlen m_i, m_i' $(i=1, 2, 3, 4)$ die Überlegungen anzustellen, weil die Überlegungen für die anderen Zahlen analog sind. Gemäß dem Hilfssatz haben wir:

a) wenn $m_1 \geqq 2$, so $m_2=0$

b) wenn $m_1=1$, so $m_2=\begin{cases}0\\1\end{cases}$

c) wenn $m_1=0$, so $0 \leqq m_2 \leqq n$

Ähnliche Relationen gelten für m_3' und m_4' was aus (10) ersichtlich ist und auch für m_1', m_2' und m_3, m_4.

Wir wollen nun im Einzelnen die Fälle $\nu > n-\nu$ und $\nu = n-\nu$ betrachten. Die Überlegungen machen wir für m_1, weil sie für die übrigen Zahlen von (10) analog sind.

A) Es sei $\nu > n-\nu$ $(n \geqq 5)$

1) $m_1 \geqq 2$. Dann ist von (a) $m_2=0$.

I) Wenn $m_1=\nu$, so folgt aus $m_1=m_3'$ und $\nu > n-\nu$ daß $\Psi(x) \equiv p$ ist d.h. das Polynom $f(x)$ ist irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen.

II) Wenn $m_1=\tau$, $2 \leqq \tau < \nu$, so folgt aus (10) $m_3+m_4=n-\tau \geqq 3$ oder $m_1'+m_2'=n-\tau \geqq 3$. Gemäß dem Hilfssatz haben wir entweder $m_1'=0$ oder $m_2'=0$. Aber $n-\tau > n-\nu$ $(\tau < \nu)$, also ist $\Psi(x) \equiv 1$ oder $\Psi(x) \equiv -1$, d.h. auch in diesem Fall ist $f(x)$ irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen.

2) $m_1=1$. Dann folgt aus (b) $m_2=1$ oder $m_2=0$.

I) Es sei $m_2=1$. Von (10) folgt $m_3+m_4=n-2 \geqq 3$. Gemäß dem Hilfssatz haben wir entweder $m_3=0$ oder $m_4=0$, d.h. entweder $m_4=m_2'=n-2$ oder $m_3=m_1'=n-2$. Aber $n-2 > n-\nu$, $(\nu > n-\nu$, $\nu \geqq 3)$, also ist entweder $\Psi(x) \equiv 1$ oder $\Psi(x) \equiv -1$, d.h. das Polynom $f(x)$ ist auch in diesen Fall irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen.

II. Es sei $m_2=0$. Dann haben wir von (10) $m_3+m_4=n-1$. Weiter sind die Überlegungen ähnlich wie in I von (2).

3) $m_1=0$. Dann haben wir von (c) $0 \leqq m_2 \leqq n$. Die Überlegungen sind ähnlich wie in I und II von (1) nur sind die Rollen von m_1 und m_2 verwechelt.

B) Es sei $\nu = n - \nu$ ($n = 6, 8, \ldots$). Hier wollen wir die Überlegungen zum Beispiel für die Zahl m_3 anstellen.

1) $m_3 \geqq 2$. Von $m_3 = m_1'$ folgt $m_1' \geqq 2$. Gemäß dem Hilfssatz haben wir $m_2' = 0$.

I. Es sei $m_1' > \nu$, Dann haben wir $\Psi(x) \equiv 1$, d.h. $f(x)$ ist irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen.

II. Es sei $m_1' = \nu$. Von (10) folgt, daß $m_3' + m_4' = n - \nu \geqq 3$ ist. Aber $m_3' = m_1$ und $m_4' = m_2$, also ist $m_1 + m_2 = n - \nu \geqq 3$, welches gemäß dem Hilfssatz unmöglich ist, d.h. entweder $m_1 = \nu \geqq 3$, ($n - \nu = \nu$) oder $m_2 = \nu \geqq 3$ ist. Also haben wir eine von der folgenden Möglichkeiten $m_1' = \nu$, $m_3' = \nu$ ($m_1 = m_3'$), oder $m_1' = \nu$, $m_4' = \nu$ ($m_2 = m_4'$). In diesem Fall kann das Polynom $f(x)$ eventuell in einem Produkt zweier Polynome gleichen Grades $\left(\nu = \frac{n}{2}\right)$ zerfallen.

III. Es sei $m_1' = t$, $2 \leqq t < \nu$. Dann haben wir von (10) $m_3' + m_4' = n - t > 3$. Da aber $m_3' + m_4' = m_1 + m_2$ ist, folgt $m_1 + m_2 = n - t > 3$. Gemäß dem Hilfssatz ist das unmöglich, d.h. entweder ist $m_1 = n - t$ oder $m_2 = n - t$. Aber $n - t > n - \nu = \nu$, also $\varphi(x) \equiv 1$ oder $\varphi(x) \equiv -1$, d.h. auch in diesem Fall ist f (x) irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen.

2) Es sei $m_3 = 1$. Von (10) haben wir $m_3 = m_1' = 1$. Dann folgt gemäß dem Hilfssatz $m_2' = 1$ oder $m_2' = 0$.

I. Es sei $m_2' = 1$. Von (10) folgt $m_3' + m_4' = n - 2 > 3$ oder $m_1 + m_2 = n - 2 > 3$ welches gemäß dem Hilfssatz unmöglich ist, d.h. entweder ist $m_1 = n - 2$ oder $m_2 = n - 2$. Aber $n - 2 > \nu$, also ist $\varphi(x) \equiv 1$ oder $\varphi(x) \equiv -1$ d.h. $f(x)$ ist irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen.

II. Es sei $m_2' = 0$. Aus (10) folgt, daß $m_3' + m_4' = n - 1$ ist. Weiter stellen wir die Überlegungen wie im Punkt (I) an.

3. Es sei $m_3 = 0$. Dann haben wir $m_3 = m_1' = 0$, also existiert für m_2' eine der folgenden Möglichkeiten: $m_2' \geqq 2$ oder $m_2' = 1$, oder $m_2' = 0$, die man auf derselben Weise wie in den Punkten (1) und (2) von B betrachtet. Also ist in allen Fällen das Polynom $f(x)$ irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen oder zerfällt in einem Produkt zweier Polynome gleichen Grades.

Folgerung 1: Das ganzzahlige Polynom $f(x)$ vom Grade $n \geqq 5$ ist irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen oder zerfällt in einem Produkt zweier Polynome mit gleichen Graden, wenn es für n verschiedene ganze Bedeutungen des Arguments $x, x_1, x_2, \ldots, x_n$ den Wert p annimmt (p — Primzahl) und $|x_i - x_j| > 3$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$ ist.

Diese Folgerung erklärt die Frage, bei welcher Wahl der Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ kann man die Forderung von Brauer $n > 6$ mit schwächeren Forderung $n \geqq 5$ ersetzen.

Bemerkung: Die Fälle $n=2, 3, 4$ stellen kein besonderes Interesse dar, weil für die Polynome diesen Grades direkte algebraischen Methoden zur Bestimmung ihren Wurzeln existieren.

Folgerung 2: Das ganzzahlige Polynom $f(x)$ vom Grade $n \geq 6$ ist irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen, wenn es für n verschiedene ganzen Bedeutungen des Arguments $x, x_1, x_2, \ldots, x_n$ den Wert p annimmt (p — Primzahl) und $|x_i - x_j| > 2p$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$ ist. In der Tat zeigten wir im Satz 2, daß das Polynom $f(x)$ in einem Produkt zweier Polynome gleichen Grades ($n \geq 6$) eventuell zerfallen kann. In diesem Fall gemäß dem bewiesenen Hilfssatz nehmen die Polynome $\varphi(x)$ und $\Psi(x)$ in $\nu = \frac{n}{2}$ der Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ entsprechend die Werte $\varphi(x_k) = 1$, $\varphi(x'_k) = p$, $\Psi(x_k) = p$, $\Psi(x'_k) = 1$ oder $\varphi(x_k) = -1$, $\varphi(x'_k) = -p$, $\Psi(x_k) = -p$, $\Psi(x'_k) = -1$ $\left(k = 1, 2, \ldots, \frac{n}{2}\right)$ an.

Es sei $\varphi(x_k) = 1$ und $\varphi(x'_k)$ $p = \left(k = 1, 2, \ldots, \frac{n}{2}\right)$, wo x_k, x'_k $(x_k \neq x'_k)$ die Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sind. Dann haben wir:

$$\varphi(x) = (x - x_1)(x - x_2) \ldots (x - x_{\frac{n}{2}}) + 1$$

(11) ...

$$\varphi(x) = (x - x'_1)(x - x'_2) \ldots (x - x'_{\frac{n}{2}}) + p$$

Wenn wir die Gleichungen (11) substrahieren, bekommen wir:

$$(12) \ldots \quad p - 1 = (x - x_1)(x - x_2) \ldots (x - x_{\frac{n}{2}}) - (x - x'_1)(x - x'_2) \ldots (x - x'_{\frac{n}{2}})$$

Wir setzen in (12) $x = x'_k$, $1 \leq k \leq \frac{n}{2}$ ein. Dann bekommen wir: die Gleichung:

$$(12') \ldots \quad p - 1 = |x'_k - x_1|\,|x'_k - x_2| \ldots |x'_k - x_{\frac{n}{2}}|$$

Die Gleichung (12') ist unmöglich, weil laut Bedingung $|x_i - x_j| > 2p$ $i \neq j$ ist. Also ist $f(x)$ irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen.

Bemerkung: Aus dem Beweis der Folgerung 2 sieht man, daß man die Forderung $|x_i - x_j| > 2p$ mit der Forderung $|x_i - x_j| > p$, $(p \neq 2$, $n \geq 6)$ ersetzen kann.

LITERATUR

1. G. *Polya* Verschiedene Bemerkungen zur Zahlentheorie. Jahr. der Dotsch. Math. Ver 28, 1919, 31—40.

2. *Brauer A.* Bemerkungen zu einem Satz von Herrn G. Polya. Jahr. der Detsch. Math. Ver. 45, 1934, 124—125.

3. *Д. К. Фадеев и И. С. Соминский* Сборник по Высшей алгебре Москва, 1961 год.

Es ist uns eine angenehme Pflicht hier Herrn Dozent Iwan Raitschinow für die gemachten Bemerkungen unseren besten Dank auszusprechen. Diese Bemerkungen wurden in vorliegenger Arbeit berücksichtigt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

C.Z. : 515

A GENERALIZATION OF REVOLVING *

NICOLAE MIRESCU

Revolving is for Descriptive Geometry a method of solving metric problems referring to plane figures and consists in rotating the plane of the figure considerend on one of the projection planes, or on a plane parallel to it.

Thus, the figure in the is transferred on the projection plane. Consequently, it is a transformation of eqal figures which is, however, translated in the epure by an affine transformation [1].

Professor Mihail Botez suggests that this idea be generalized, keeping of it only its aspect of transfer of a figure from one plane in any other given plane. Seen under this aspect, the operation may be inserted in the general revolving method.

We intend to show in what follows how this transfer may be carried out on the classical epure.

This problem has not been approached until now, although we contemplate some practical applications.

1. The transfer of a figure between projecting planes [2].

a) *Projecting planes on the same projection plane*

If the planes are projecting on the same projection plane, then the transfer of a figure contained in one of the planes is obtained by the rotation of the plane containing the figure around the intersection straight line of the second, until the two planes conincide.

This is the common transfer case of a figure from one plane into another.

b) *Projecting planes on different planes of the reference poit*

Let us consider plane [P] perpendicular to plane [V] and plane [Q] perpendicular to plane [H] (fig. 1.).

---

* Paper read at the jubiliary Scientific Session of the Polytechnical Institute in Galați, 30—31 Mai 1969.

If the two planes contain two figures equal between them and similarly orientated, a translation movement may be imparted in the plan containing it, so that, revolving the two planes on the same projection plan, the corresponding revolving correspond.

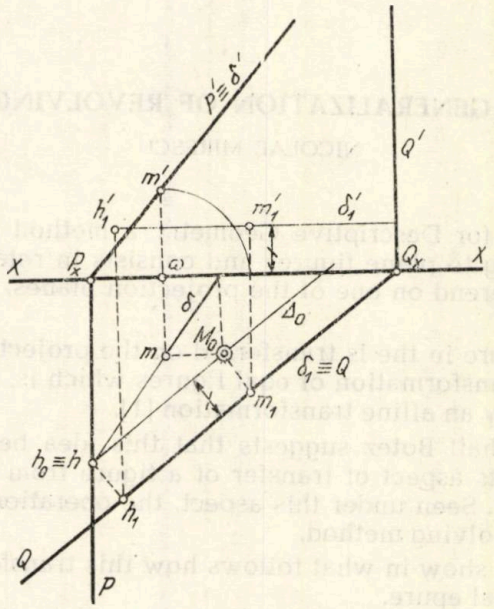


Fig. 1.

It is obvious that if this operation is achieved for one point, it may be achieved for any plane figure, as all plane figures may be built by meant of points.

Suppose point (mm') belonging to plane [P], which we transfer to plane [Q], so that the transferred point has the same revolving as the initial point.

We consider plane [PP'] revolved on plane [V] in the sense of the sharp angle of this plane with plane [H].

Hence we have : m' belongs to P', and m occupies some position on the order line of point m'. Its revolving is point M_0. This point is also at the same time the revolving of the point transferred in plane [Q], and the problem is reduced to raise up this revolving in relation to this latter plane.

To this end, from M_0 draw $M_0m_1 \perp$ on [Q]. The segment M_0m_1 measures the elevation of the transferred point, and $m_1 \in Q$. Therefore, the vertical projection m_1' is obtained by marking on the order line of point m_1 the abovementioned elevation ($M_0\, m_1$).

If a straight line $\Delta(\delta, \delta')$ belongs to plane $[P]$ and passes through point M, we have $\delta \equiv P'$, and $m \in \delta$. The straight line Δ_0 is incident with M_0 and the affine transform of its horizontal projection in relation to the affinity axis P.

At the same time Δ_0 is also the revolving of its transfer in the plane $[Q]$.

Following the construction shown above, we obtain the projections $\delta_1 \equiv Q$ and $\delta_1' \ni m_1'$ $(\delta_1' \parallel OX)$, determined by point m_1' and h_1' which is the transfer of the trace of this srainght line from the horizontal plane on plane $[Q]$.

2. The general case

a) *Some planes*

Suppose planes $[PP']$ and $[QQ']$, (fig. 2.), and mm' a point belonging to plane $[P]$ the revolving of which is M_0.

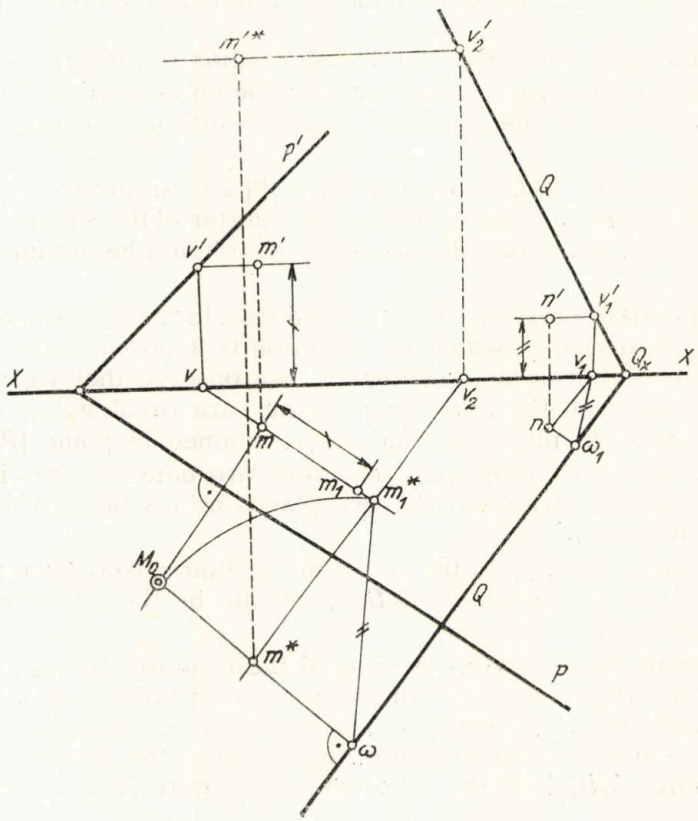


Fig. 2.

According to the stated principle, the revolving M_0 insidentically egual to the revolving of the transfer of this point in plane [Q]. To this end, by means of point(nn') which belongs to plane [Q] the direction of the revolving triangle hypotenuse direction is determined.

All the revolving triangles of the same plane, in relation to the same reference point plane, are alike. Therefore, the hypothenuse of the abovementioned triangle gives the direction of all the hypotenuses of the position triangles of the considered plane.

In order te obtain the transfer of this point, construct $M_0\omega \perp Q$. From ω draw $\omega m_1^* \parallel v_1$.

The arc of circle having ωM_0 radius, which is the revolving radius of point M referred to plane [Q], is built by means of an arc crossing ωm_1, in m_1^*, from which draw $m_1^* m^* \perp M_0\omega$. We have thus obtained in m^* the horizontal projection of the transferred point.

In order to obtain the vertical projection m of this point, draw the horizontal linie $(m^* v_2,\ m'^* v_2)$ which belongs to plane [Q]. The vertical projection m is to be found on the vertical projection of this hotizontal linie at the concurrence with the order line of point m^*.

b) *The transfer of a figure from one plane into a given plane (fig. 3)*

From the point of view of the transformation occuring in space, it is a transformation of equal figures, and from the point of view of the transformation occuring in the epure, it is a affine orthogonal transformation product.

Thus, let be Δ *ABC, (abc, a' b' c')* $\in$ [P] and an arbitrary plane [Q] given by its traces. In order to obtain the transfer of the suggested figure from plane [P] to plane [Q], the griven planes should be brought into coincidence.

From a certain point of view, this is a transformation equivalent to a generalized revolving in which no condition is imposed to the plane on which the revolving is made. However, we observe that we obtain a coincidence between the two planes if they are revolved on the same projection plane. In this case, figure *F*, contained in plane [P] and its transfer F_1, contained plane [Q], reprezent two equal figures if the revolving operation carried out the two planes brings figure F in coincidence with figure F_1.

Therefore, if $A_0B_0C_0$ is the revolving of figure *ABC* from plane [P] on plane [H], the same figure $A_0B_0C_0$ should be the revolving of its transfer in plane [Q].

In order to obtain the projections of these figures it is sufficient to build one the projections on a single transferred point, considering the affine transformations occuring in the epure field, between the projection and the revolving of a same figure. In this case, the revolving axis is [Q] and figure $A_0B_0C_0$ is the revolving of a figure *ABC* contained in plane [Q].

Taking into account that plane [Q] forms $\sphericalangle \theta$ with plan [H] (an angle which may be constructed if the respective data are known), it is possible to obtain the horizontal projection of point B of the figure transferred in b^* on $B_0\omega \perp Q$, at the intersection of the arc of circle of $B_0\,\omega$ radius, with $\omega b_1 \parallel \omega m_1$.

Once b^* has been obtained, transform $A_0B_0C_0$ by affinity in $a^*b^*c^*$, which is the horizontal projection of triangle $A^*B^*C^* \equiv ABC$.

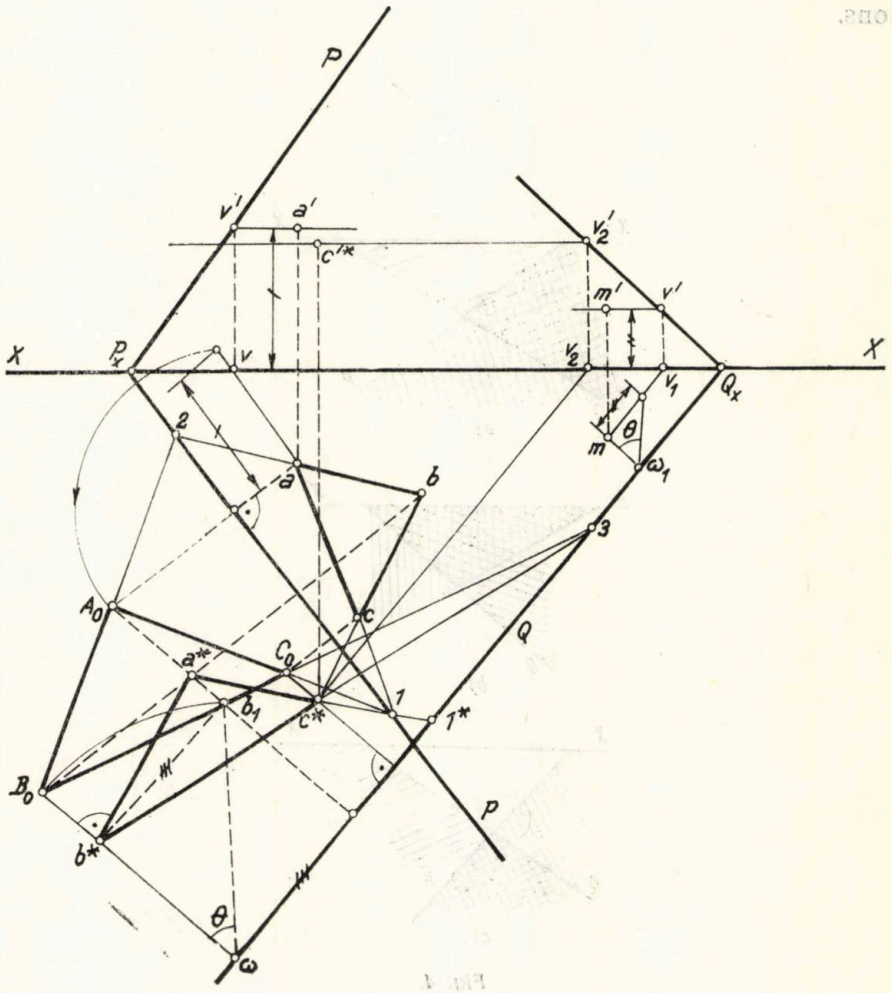


Fig. 3.

The vertical projection of a point (c^*, c'^* is obtained by considering the horizontal line af plane [Q] whose horizontal projection passes through point c^*.

3. The epure fields useful in the transfer of a figure from one plane into another (fig. 4)

If we denote by $\overset{+}{R}$ the revolving made is the sense of the small angle, between the revolved plane and the projection plane, and by $\overline{R}$ the revolving made in the sense of the obtuse angle, comprised between the given plane and the projection plane, then the figure which is to be transferred presents graphic facilities if the coincidence areas, reffered to the dihedra of the reference point, belong to the field of graphic operations.

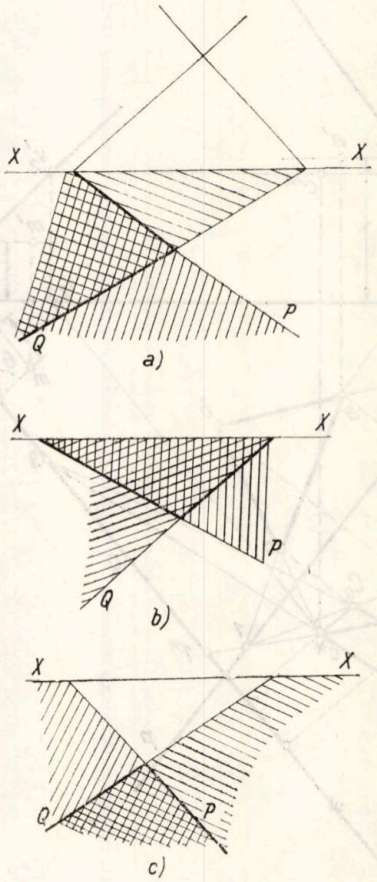


Fig. 4.

Thus, in figure 4, a, for plane [Q], we have a positive revolving and for plane [P] we have a negative revolving.

In figure 4, b, both revolvings are positive, and in figure 4, c, both revolvings are in the negative sense.

In order words, if a figure belogns to the same portion of plane corresponding to dihedron I, the revolving should belong to the duble shaded area.

4. To complete this work, it is necessary to find out in what conditions the senses of the two triangles change or not.

Chair of Descriptive Geometry and Drawing (I)
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucharest

REFERENCES

1. *Dan Barbilian* — Opera didactică (geometria) 1968. Editura Tehnică București, pag. 474.

2. *Mirescu N.* — Asupra deplasărilor de speța întîi în epura cu diedrul fundamental nul. Buletinul Institutului politehnic București. Tomul XXVI — fascicola 3 — 1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

FIZICĂ

C.Z. : 539

STUDIUL MĂSURĂRII NIVELULUI PRIN METODA DIFERENȚIALĂ

M. ONCESCU, I. PETRIU, M. TĂNĂSESCU
Institutul de fizică atomică
BUCUREȘTI

Una din multele aplicații ale radioizotopilor în tehnica industrială o constituie măsurarea nivelului lichidelor în diferiți recipienți, a cărui varietate implică adaptarea de metode de măsurare și soluții de realizare diferite.

În lucrarea de față, ne propunem să studiem posibilitatea măsurării nivelului unui lichid și menținerea lui aproximativ constantă într-un recipient de înaltă presiune cu un diametru mic.

Întrucît lichidul din recipient se formează din picăturile ce cad de la partea superioară sub formă de „ploaie", nu se poate aplica metoda de măsurare „totul sau nimic" deoarece diferența atenuării prin lichid și „ploaia" de picături este mică. Metoda propusă pentru acest caz este aceea cu o sursă montată de plutitor și determinarea poziției acesteia din exterior cu un montaj electronic diferențial cu o cît mai bună liniaritate și o mare sensibilitate la variațiile de nivel.

Principiul metodei de măsură

Pentru experimentarea metodei și montajului electronic diferențial am folosit instalația arătată în figura 1.

Sursa radioactivă este montată în plutitorul 3, ghidat de tubul 2 în vasul 1 a cărui perete de oțel are grosimea *g*. Contorii Geiger Müller sînt montați în exteriorul vasului la distanța *d* față de axul vertical de deplasare a sursei și avînd între ei distanța *l*. Blocul electronic 7 este format din două canale de intrare a impulsurilor de la contorii Geiger-Müller. Fiecare canal cuprinde un preamplificator, circuit de formare, circuit de integrare și amplificator diferențial. La ieșirea amplificatoru-

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 29 — 31 mai 1969.

lui diferențial este cuplat instrumentul de măsură 8, care va indica diferența de tensiune obținută la ieșirea celor două canale. În afară de aceasta, schema electronică mai cuprinde o sursă de joasă tensiune pentru alimentarea tranzistoarelor și o sursă de înaltă tensiune pentru alimentarea contorilor Geiger Müller.

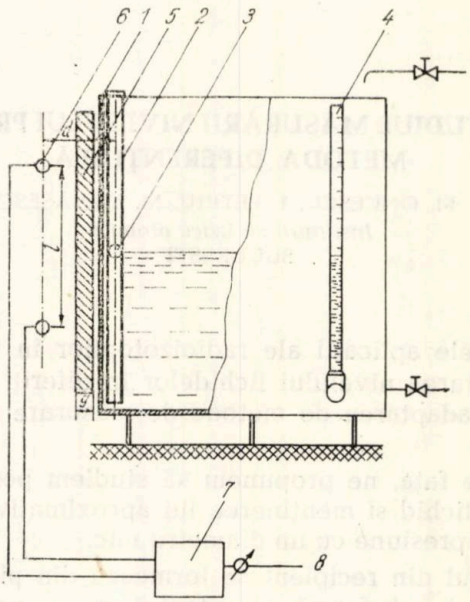


Fig. 1. Instalația experimentală de măsurare a nivelului.

1. Recipient din tablă de oțel cu grosimea peretelui de 2 mm. 2. Tub de sticlă pentru ghidarea plutitorului port-sursă. 3. Plutitor port-sursă din polietilenă (greutate specifică = 0,92 g/cm³) ; 4. Tub de comunicație din sticlă, gradat ; 5. Material de atenuare cu grosimea g (perete) ; 6. Contori de radiații G — 19 — H; 7. Blocul electronic ; 8. Instrumentul de măsură ;

Pentru traductorul radioactiv trebuiesc determinați următorii parametrii :

d — distanța între sursa radioactivă și planul contorilor.

l — distanța între cei doi contori.

Λ — activitatea sursei de radiații și felul izotopului radioactiv.

În acest scop este necesar să determinăm funcția de variație a diferenței vitezelor de numărare la contori.

$$R(x) = R_1(x) - R_2(x) \qquad (1)$$

unde :

$R_1(x)$ — viteza de numărare la primul contor G.M. (sus)

$R_2(x)$ — viteza de numărare la al doilea contor G.M. (jos)

Făcînd abstracție de timpul mort al contorilor G.M. și ajutîndu-ne de notațiile din fig. 2 avem

$$R_1(x) = s \cdot \Lambda \frac{\eta}{4\pi} \int_{S_{D_1}} B(\mu\delta_1) \frac{e^{-\mu\delta_1}}{\varrho_1^2} dS \tag{2}$$

$$R_2(x) = s \cdot \Lambda \frac{\eta}{4\pi} \int_{S_{D_2}} B(\mu\delta_2) \frac{e^{-\mu\delta_2}}{\varrho_2^2} dS \tag{3}$$

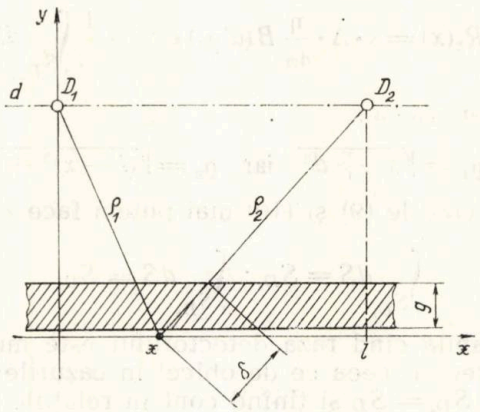


Fig. 2. Geometria între sursă și detectori.
— D_1 și D_2 contori G.M. — ϱ_1 ϱ_2 — distanța de la sursă la cei doi contori G.M.

unde s — factorul de schemă, activitatea sursei, η eficacitatea contorilor G.M. μ — coeficientul de atenuare linear, δ_1 δ_2 grosimile de atenuare prin material, ϱ_1 ϱ_2 — distanțele de la primul și al doilea contor G.M. la sursa de radiații, B — factorul build-up depinzînd de grosimea de material.

Bazîndu-ne pe proprietatea de asemănare a triunghiurilor din fig. 2 rezultă :

$$\delta_1 = \frac{g}{d} \varrho_1 \tag{4}$$

$$\delta_2 = \frac{g}{d} \varrho_2. \tag{5}$$

Înlocuind în relațiile (2) și (3) vom avea :

$$R_1(x) = s \cdot \Lambda \frac{\eta}{4\pi} \int_{S_{D_1}} B\left(\mu \frac{g}{d} \varrho_1\right) \frac{e^{-\mu \frac{g}{d} \varrho_1}}{\varrho_1^2} dS. \tag{6}$$

$$R_2(x) = s \cdot \Lambda \frac{\eta}{4\pi} \int_{S_{D_2}} B\left(\mu \frac{g}{d} \varrho_2\right) \frac{e^{-\mu \frac{g}{d} \varrho_2}}{\varrho_2^2} dS. \tag{7}$$

Vom nota :

$$\mu' = \mu \cdot \frac{g}{d} \tag{8}$$

și rezolvînd integralele (6) și (7) în coordonate sferice ϱ_1 ϱ_2 devin constante și vom putea scrie.

$$R_1(x) = s \cdot \Lambda \cdot \frac{\eta}{4\pi} B(\mu' \varrho_1)\, e^{-\mu \rho_1} \cdot \frac{1}{\varrho_1^2} \int_{S_{D_1}} dS. \tag{9}$$

$$R_2(x) = s \cdot \Lambda \cdot \frac{\eta}{4\pi} B(\mu' \varrho_2)\, e^{-\mu \rho_2} \cdot \frac{1}{\varrho_2^2} \int_{S_{D_2}} dS. \tag{10}$$

Din figura 2 se observă că :

$$\varrho_1 = \sqrt{x^2 + d^2} \quad \text{iar} \quad \varrho_2 = \sqrt{(l-x)^2 + d^2}. \tag{11}$$

De asemenea în relațiile (9) și (10) mai putem face aproximația.

$$\int_{S_{D_1}} dS = S_{D_1}; \quad \int_{S_{D_2}} dS = S_{D_2}. \tag{12}$$

Aceasta este valabilă cînd raza detectorului este mult mai mică decît distanța sursă detector, ceea ce de obicei în cazurile practice este real. Vom nota : $S_{D_1} = S_{D_2} = S_D$ și ținînd cont în relațiile(9) și (10) de relațiile (11) și (12) putem scrie.

$$R(x) = s \cdot \Lambda \cdot \frac{\eta \cdot S_D}{4\pi} \left[B_1 \frac{e^{-\mu' \sqrt{x^2 + d^2}}}{x^2 + d^2} - B_2 \frac{e^{-\mu' \sqrt{(l-x)^2 + d^2}}}{(l-x)^2 + d^2} \right] \tag{13}$$

unde :

$$B_1 = B\left(\mu' \sqrt{x^2 + d^2}\right); \quad B_2 = B\left(\mu' \sqrt{(l-x)^2 + d^2}\right). \tag{14}$$

Determinarea prin calcul a geometriei optime pentru sensibilitatea maximă

După cum am arătat se urmărește atît liniaritatea cît și sensibilitatea maximă în punctul $x = \frac{l}{2}$ față de care curba $R(x)$ este simetrică datorită simetriei geometrice alese.

Într-adevăr cu ajutorul formulei (13) se arată că :

$$R\left(\frac{l}{2} + x\right) = R\left(\frac{l}{2} - x\right). \tag{15}$$

Atunci cînd $\frac{g}{d} \ll 1$ adică în cazul pereților subțiri.

$$e^{-\mu' \sqrt{x^2 + d^2}} = e^{-\mu' \sqrt{(l-x)^2 + d^2}} = K_1 \tag{16}$$

$$B_1 = B_2 \simeq 1.$$

Adică neglijăm variația atenuării prin material și a factorului build-up. Rezultă :

$$R(x) = \frac{s \cdot \Lambda \cdot \eta \cdot S_D \cdot K_1}{4\pi}\left[\frac{1}{x^2 + d^2} - \frac{1}{(x - l)^2 + d^2}\right]. \tag{17}$$

Notînd : $K = \frac{s \cdot \Lambda \cdot \eta \cdot S_D \cdot K_1}{4\pi}$ rezultă :

$$R(x) = K\left[\frac{1}{x^2 + d^2} - \frac{1}{(x - l)^2 + d^2}\right] \tag{18}$$

într-o vecinătate a punctului $X = \frac{l}{2}$.

Panta acestei curbe reprezintă sensibilitatea în vecinătatea punctului $x = \frac{l}{2}$

$$S = \frac{dR}{dx} = -2K\left\{\frac{x}{(x^2 + d^2)^2} - \frac{(l - x)}{[(l - x)^2 + d^2]^2}\right\}. \tag{19}$$

Făcînd excepție de semn care indică sensul de înclinare a curbei, panta adică sensibilitatea va fi maximă cînd :

$$\frac{d|S|}{dl} = 2K\left\{\frac{1}{[(l - x)^2 + d^2]^2} - \frac{4(l - x)^2}{[(l - x)^2 + d^2]^3}\right\}. \tag{20}$$

Făcînd schimbarea de variabilă :

$$l - x = u$$

obținem :

$$\frac{d|S|}{dl} = \frac{d|S|}{du} = \frac{3u^2 - d^2}{(u^2 + d^2)^3} = 0 \tag{21}$$

ale cărei rădăcini sînt : $u = \pm \frac{d}{\sqrt{3}}$.

Semnul derivatei va fi dat de următorul tabel :

u	$-\infty$		$-d/\sqrt{3}$		$d/\sqrt{3}$		$+\infty$
$\frac{d\|s\|}{dl}$	$-$	$-$	0	$+$	0	$-$	$-$

(22)

Deci s e maximă cînd $u = \frac{d}{\sqrt{3}} = l - x$.

Deoarece panta trebuie să fie maximă în $x = \frac{l}{2}$, înlocuind vom avea

$$\frac{d}{\sqrt{3}} = l - \frac{l}{2} = \frac{l}{2} \tag{23}$$

$$l = \frac{2}{\sqrt{3}} d. \tag{24}$$

Din formula (24) se observă că cei doi detectori și sursa la $x = \frac{l}{2}$ formează vîrfurile unui triunghi echilateral și constituie geometria optimă pentru cazul sensibilității maxime.

Verificarea variației sensibilității

Am arătat că sensibilitatea prezintă un maxim în punctul $x = \frac{l}{2}$ pentru $l = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot d$ în cazul recipienților cu pereți subțiri. În continuare va trebui să vedem cum variază sensibilitatea pentru cazul recipienților cu pereți groși la care $\frac{g}{d} \leqslant 1$. Pentru aceasta am calculat funcția $R(x)$ cu relația (13) pentru două cazuri.

Cazul 1°. $d = 10$ cm. și $l = 10$ cm,. $l = 15$ cm., $l = 20$ cm., $l = 25$ cm.

Cazul 2°. $d = 13$ cm. și $l = 10$ cm., $l = 15$ cm., $l = 20$ cm., $l = 25$ cm., $l = 30$ cm.

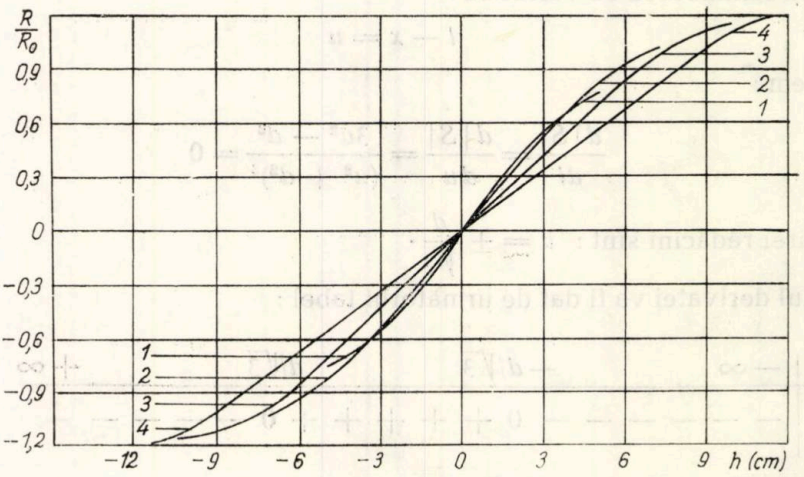


Fig. 3. Reprezentarea grafică a funcției $R(x)$ pentru cazul 1° ($d = 10$ cm).
1. $l = 10$ cm ; 2. $l = 15$ cm ; $l = 20$ cm ; 4. $l = 25$ cm.

Activitatea sursei de radiații de Co^{60} a fost de 0,1 mCi și grosimea peretelui de oțel de 2 cm.

Reprezentarea grafică a curbelor normate obținute în cele două cazuri este dată în figura 3 și figura 4, unde R_0 reprezintă viteza de numărare cînd sursa se află la jumătatea distanței între detectori pentru $l=10$ cm.

Din aceste curbe se observă următoarele :

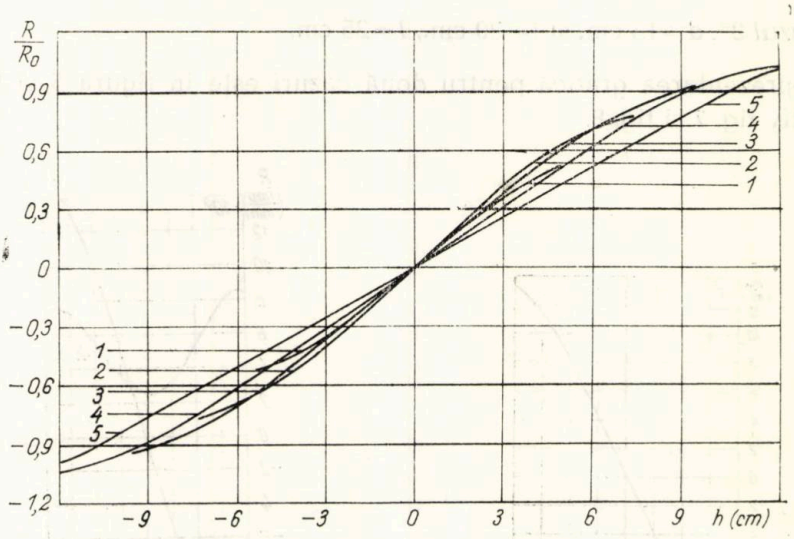


Fig. 4. Reprezentarea grafică a funcției $R(x)$ pentru cazul 2° (d = 13 cm).
1. l = 10 cm ; 2. l = 15 cm ; 3. l = 20 cm ; 4. l = 25 cm ; 5. l = 30 cm.

1) În figura 4 se poate observa că avem un maxim al sensibilității pentru $d=13$ cm. $l=15$ cm. adică aproximativ tot la $l=\frac{2}{\sqrt{3}}d$ care corespunde cazului pereților subțiri.

2) Curbele de liniaritate maximă nu coincid cu cele de sensibilitate maximă. Cele de liniaritate maximă sînt $d=10$ cm., $l=20$ cm. și $d=13$ cm., $l=25$ cm.

Adică pentru $l \simeq 2d$.

Dacă acceptăm să lucrăm pe curba de liniaritate maximă observăm că nu se pierde prea mult din sensibilitate, maximul fiind suficient de plat.

Rezultate experimentale

Curbele experimentale au fost ridicate cu o instalație avînd geometria arătată în figura 1.

Pentru reducerea abaterii standard am luat timpul de numărare de 5 minute.

Datorită apariției efectului timpului mort ne-am așteptat ca curba de liniaritate maximă să apară pentru ($l > 2d$) deoarece efectul creșterii vitezei de numărare datorat apropierii contorului G.M. de sursă este micșorat de efectul timpului mort.

În consecință, am determinat experimental curbele variației diferenței vitezelor de numărare la detectare pentru următoarele cazuri.

Cazul 1°. $d = 10$ cm. și $l = 20$ cm., $l = 25$ cm.

Cazul 2°. $d = 13$ cm. și $l = 20$ cm., $l = 25$ cm.

Reprezentarea grafică pentru două cazuri este în figura 5 și fig. 6, respectiv fig. 7 și fig. 8.

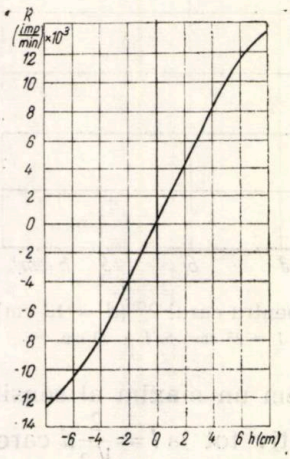


Fig. 5. Reprezentarea grafică a funcției $R(x)$ ridicată experimental pentru cazul $d = 10$ cm. $l = 20$ cm.

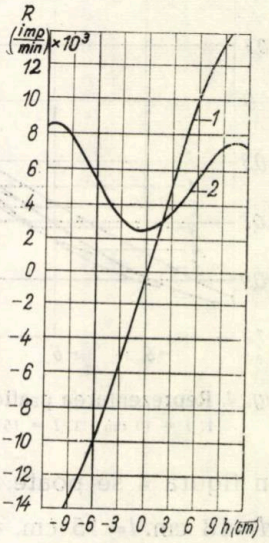


Fig. 6. Reprezentarea grafică a funcției $R(x)$ ridicată experimental pentru cazul $d = 10$ cm; $l = 25$ cm. (curba 1). 2. Reprezentarea grafică a variației abaterii standard cu poziția sursei pe plutitor.

Determinarea geometriei optime din punctul de vedere al liniarității

Din curbele reprezentate în figura 5 și figura 6 respectiv fig. 7 și fig. 8 se observă că variația sensibilității este în sensul aproximării teoretice însă mai mică. Astfel se vede că între fig. 5 și fig. 6 se modifică cu aproximativ 100 $\frac{imp}{min}$ iar între fig. 7 și fig. 8 la fel.

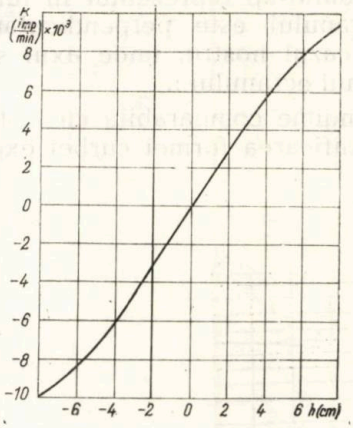


Fig. 7. Reprezentarea grafică a funcției $R(x)$ ridicată experimental pentru cazul d = 13 cm, l = 20 cm.

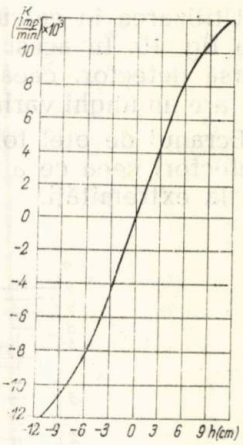


Fig. 8. Reprezentarea grafică a funcției $R(x)$ ridicată experimental pentru cazul d = 13 cm, l = 25 cm.

Așa cum am presupus, curba de liniaritate maximă va fi pentru $l > 2d$ și anume pentru $l = 2{,}5\ d$. Din fig. 9 în care am reprezentat comparativ curba teoretică și experimentală pentru $d = 10$ cm., $l = 25$ cm. se observă că porțiunea care se poate utiliza are aproximativ 16 cm.

În această figură observăm că diferă curba experimentală de cea teoretică. Aceasta are loc din următoarele motive :

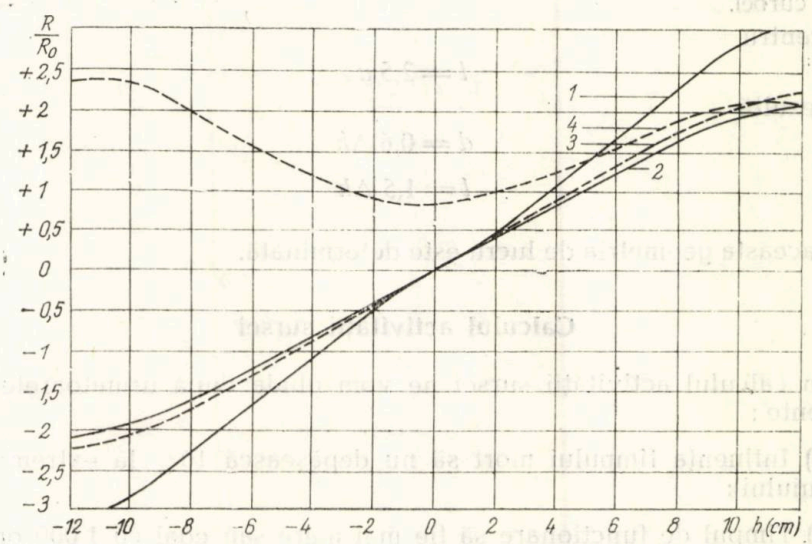


Fig. 9. Compararea curbelor teoretice și experimentală pentru cazul optim ; d = 10 cm și l = 25 cm.

1. Curba teoretică, d = 10 cm. l = 25 cm. 2. Curba experimentală d = 10 cm. l = 25 cm. 3. Curba experimentală cu corecția de timp mort ; 4. Variația abaterii standard.

— Utilizarea în calcul a factorului build-up reprezentat în funcţie de μr în fig. 10. În acest caz planul ecranului este perpendicular pe axul sursă detector, ceea ce diferă de cazul nostru, unde axul sursă detector are un unghi variabil faţă de planul ecranului :.

— Ecranul de oţel folosit avea o lungime comparabilă cu distanţa între detectori ceea ce a determinat modificarea formei curbei experimentale la extremităţi.

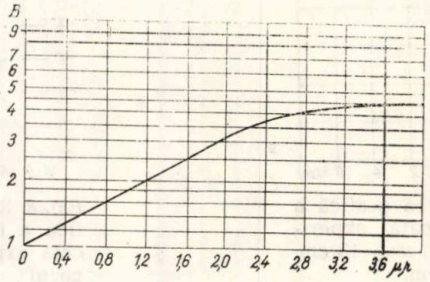


Fig. 10. Variaţia factorului Build-up în funcţie de μr.

Curba unui caz real se va afla între curba teoretică şi experimentală. Atunci se poate vedea că $\frac{l}{\Delta h} \in (13{,}2 \text{ şi } 15{,}7)$ şi deci vom putea lua $\frac{l}{\Delta h} = 1{,}5$, unde Δh este variaţia de nivel corespunzătoare porţiunii liniare a curbei.

Pentru

$$l = 2{,}5\, d \tag{25}$$

rezultă

$$d = 0{,}6\, \Delta h \tag{26}$$

$$l = 1{,}5\, \Delta h \tag{27}$$

şi cu aceasta geometria de lucru este determinată.

Calculul activităţii sursei

În calculul activităţii sursei ne vom ghida după următoarele considerente :

1) Influenţa timpului mort să nu depăşească 10% la extremităţile domeniului :

2) Timpul de funcţionare să fie mai mare sau egal cu 1 000 ore
Cunoaştem că : [2]

$$N = \frac{N'}{1 + N' i} \tag{28}$$

unde : N — numărul de impusuri înregistrate de contor în unitate de timp ; t timp ; N' — numărul de cuante gama care produc descărcări în contori :

t — timpul mort al contorului.

Ca influența timpului mort să nu depășească 10% trebuie ca :

$$N't \leqslant 0{,}1 \tag{29}$$

cunoscînd că $t \simeq 400$ μs rezultă $N' = 250$

Știind că viața unui contor este de circa 10^9 imp./sec. timpul de viață al contorului va fi :

$$T = \frac{10^9}{N'} \frac{10^9}{2{,}5 \cdot 10^2} = 4 \cdot 10^6 s = 1\,110 \text{ ore.}$$

Astfel este îndeplinită și a doua condiție în cazul cel mai defavorabil, cînd sursa ar sta mereu la distanță minimă față de unul din contori, adică $R_{max} = N'$.

Geometria fiind stabilă în baza relațiilor (25, 26, și 27) și utilizînd fig. 11 se poate calcula viteza maximă de numărare pentru contorul D_1.

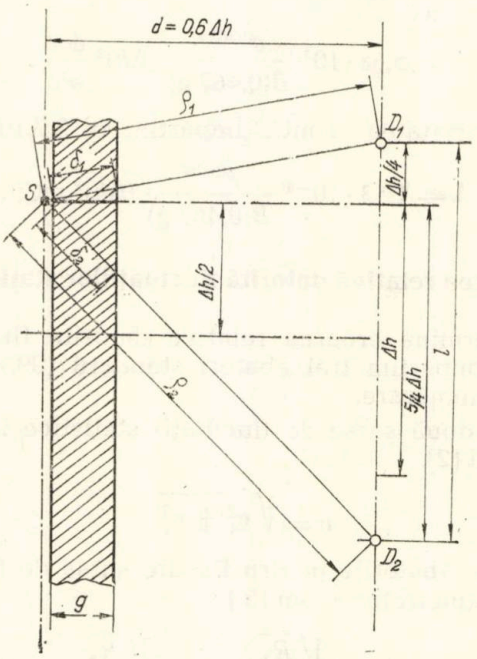


Fig. 11. Geometria sursă detectori ; pentru $\Delta h = \frac{1{,}5}{l}$; — D_1 și D_2 — contori G.M. ; S — sursa de radiații ; g = grosimea peretelui vasului ;

$$R_{max} = \frac{\Lambda \cdot s \cdot \eta \cdot S_D}{4\pi} B(\mu\delta_1) \frac{e^{-\mu\delta_1}}{\varrho_1^2} \tag{30}$$

unde :

$$\delta_1 = \varrho_1 \frac{g}{d}; \quad \varrho_1 = 0{,}65\,\Delta h \tag{31}$$

sau $\delta_1 = 1{,}085$ g.
$B(\mu\delta_1)$ reprezintă factorul build-up, care pentru energia radiațiilor gama emise de Co^{60} este dat de relațiile :

$$B \simeq e^{0{,}48\,\mu\delta_1} \text{ pentru } \mu\delta_1 \in (0,\ 2) \tag{32}$$

$$B \simeq 7{,}4\, e^{0{,}087\,\mu\delta_1} - 6{,}4\, e^{0{,}047\,\mu\delta_1} \text{ pentru } \mu\delta_1 \in (2,\ 20). \tag{33}$$

Ținînd seama că se utilizează o sursă de Co^{60}, contorii G-19-H și că peretele recipientului este din oțel, avem : $s = 2$; $\eta \simeq 8{,}10^{-3}$; $S_D = 15\text{cm}^2$; $\mu = 0{,}425\ \text{cm}^{-1}$.
Atunci :

$$R_{max} = \frac{\Lambda \cdot 2 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 15}{4\pi} B(1{,}085 \cdot 0{,}425\ \text{g}) \frac{e^{-1{,}085 \cdot 0{,}425\ \text{g}}}{(0{,}65)^2\,\Delta h^2} \tag{34}$$

Impunînd $R_{max} = 250 \dfrac{\text{imp}}{\text{sec}}$ rezultă :

$$\Lambda = 5{,}68 \cdot 10^{3} \frac{e^{0{,}462\,\text{g}}}{B(0{,}462\ \text{g})} (\Delta h)^2 \frac{\text{dez}}{\text{sec}}. \tag{35}$$

Pentru a obține activitatea în mCi împărțim cu $3{,}7.10^7$ și avem :

$$\Lambda = 1{,}53 \cdot 10^{-4} \frac{e^{0{,}462}}{B(0{,}462\ \text{g})} (\Delta h)^2\ \text{mCi}. \tag{36}$$

Eroarea relativă datorită fluctuațiilor statistice

Pentru a determina eroarea relativă datorită fluctuației statistice este suficient să împărțim trei abateri standard (99,7%) din cazuri la plaja vitezelor de numărare.

Fiind cazul a două surse de fluctuații statistice independente abaterea standard va fi [2].

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \tag{37}$$

unde : σ_1 și σ_2 — abaterile pentru fiecare sursă de fluctuații în parte.
În cazul cadențmetrelor avem [3.]

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{R_1}{2\tau}}; \quad \sigma_2 = \sqrt{\frac{R_2}{2\tau}} \tag{38}$$

unde : R_1 și R_2 — vitezele de numărare pe cei doi detectori :
τ — constantele de timp de integrare, care sînt egale.

Rezultă :

$$\sigma = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{2\tau}}. \tag{39}$$

În figura 9 am trasat variația acestei abateri standard și se poate vedea că are variații foarte mici, deci eroarea relativă datorită fluctuației statistice va fi aproximativ constantă pe întreaga plaje.

Calculul va fi acoperitor dacă vom considera abaterea standard maximă care după cum se vede apare la extremitățile domeniului de măsurare.

$$\sigma_{max} = \sqrt{\frac{R_{max} + R_{min}}{2\tau}} \tag{40}$$

Din fig. 11 determinăm viteza de numărare minimă pentru contorul D_2.

$$R_{min} = 5{,}68 \cdot 10^{-2} \frac{\eta \cdot S_D}{(\Delta h)^2} B(2{,}335\ \mu g)\, e^{-0{,}992\, g}\, \Lambda \cdot s \tag{41}$$

Eroarea relativă datorită fluctuației statistice va fi :

$$\varepsilon = \frac{3\sigma_{max}}{2\,(R_{max} - R_{min})} \tag{42}$$

Înlocuind R_{max} cu relația (30) și R_{min} cu relația (41) avem :

$$\varepsilon = 15\, \frac{\Delta h}{\sqrt{2\eta \cdot S_D \cdot s \cdot \Lambda \cdot \tau}} \cdot \frac{\sqrt{18{,}8\, B_1\, e^{-0{,}462\, g} + 5{,}68\, B_2\, e^{-0{,}992\, g}}}{18{,}8\, B_1\, e^{-0{,}462\, g} - 5{,}68\, B_2\, e^{-0992 g}} \tag{43}$$

Exprimînd eroarea relativă în procente pentru contori G-19-H avem :

$$\varepsilon = 3{,}06 \cdot 10^3\, \frac{\Delta h}{\sqrt{\tau \cdot s \cdot \Lambda}} \cdot \frac{e^{0{,}496\, g} \sqrt{18{,}8\ B_1\, e^{0{,}53\, g} + 5{,}68\, B_2}}{18{,}8\, B_1\, e^{0{,}53\, g} - 5{,}68\, B_2} \cdot \tag{44}$$

Înlocuind pe Λ (relația 36), avem :

$$\varepsilon = \frac{28{,}7}{\sqrt{\tau}}\, e^{0{,}265 g}\, \frac{\sqrt{18{,}8\, e^{0{,}53 g} + 5{,}68\, \dfrac{B_1}{B_2}}}{18{,}8\, e^{0{,}53 g} - 5{,}68\, \dfrac{B_2}{B_1}} \tag{45}$$

$$\varepsilon = \frac{12}{\sqrt{\tau}} \cdot \frac{\sqrt{3{,}31 + \dfrac{B_2}{B_1} e^{-0{,}53 g}}}{3{,}31 - \dfrac{B_2}{B_1} e^{-0{,}53 g}} \tag{46}$$

în care : $B_1 = B\ (1{,}085\ \mu g)$ și $B_2 = B\,(2{,}335\ \mu g)$ rezultă :

$$\varepsilon = \frac{6{,}6}{\sqrt{\tau}} F \tag{47}$$

unde :

$$F = \frac{\sqrt{1 + 0{,}302 \frac{B_2}{B_1} e^{-0{,}53\,g}}}{1 - 0{,}302 \frac{B_2}{B_1} e^{-0{,}53\,g}}. \tag{48}$$

În fig. 12 am reprezentat grafic funcţia F.

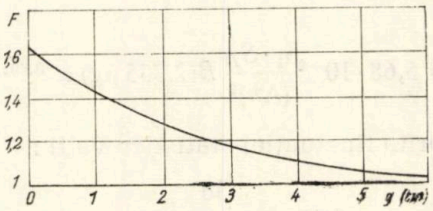


Fig. 12. Reprezentarea grafică a variaţiei funcţiei F cu grosimea.

După cum se vede eroarea scade cu grosimea de material şi tinde la valoarea $\lim_{g\to\infty} \varepsilon = \frac{6{,}6}{\sqrt{\tau}}$ ştiind că : $\lim_{g\to\infty} \frac{B_2}{B_1} = 1$.

Din curbă se observă că scăderea pronunţată a funcţiei F produce pînă la $g = 5 \div 6$ cm.

Explicaţia fizică este următoarea : datorită creşterii grosimii peretelui, scăderea vitezei minime de numărare pe D_2 are o contribuţie mai mare decît scăderea vitezei maxime de numărare pe D_1 şi ca urmare eroarea relativă scade.

Determinările le-am făcut pentru un $\Delta h = 16 - 17$ cm şi grosimea $g = 20$ mm. Din relaţia (36) a rezultat $\Lambda = 72$ μ Ci.

Cunoscînd din fig. 9 abaterea standard maximă în timpul de un minut, putem găsi eroarea relativă experimentală pentru $\tau = 3\,s$ cu ajutorul relaţiei (42), obţinînd $\varepsilon = 4{,}95\%$. Din formula 47 în care $F = 1{,}28$ la o grosime $g = 2$ cm (vezi fig. 12), determinăm eroarea relativă teoretică $\varepsilon = 4{,}9\%$ la $\tau = 3\,s$.

Deci eroarea relativă se calculează cu o aproximaţie suficient de bună.

În fig. 13 am reprezentat grafic variaţia erorii relative cu o constantă de timp, la grosimea de perete constantă.

Calculul constantei de timp

O caracteristică importantă a blocului electronic este viteza de răspuns la variaţiile de nivel. Aceasta este determinată de constanta de timp a circuitelor de integrare. Se consideră că viteza de răspuns a unui asemenea aparat este exprimată prin timpul după care deviaţia in-

strumentului de la ieșire indică 95% din variația bruscă a mărimii măsurate. Aceasta se întîmplă după scurgerea unui timp egal cu aproximativ trei constante de timp.

În cazul de față variația minimă de nivel care trebuie indicată de instrument este eroarea absolută, care poate fi calculată cu următoarea relație.

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon(\Delta h)}{100} \tag{49}$$

unde : ε_a — eroarea absolută de măsurare ; ε — eroarea relativă de măsurare (în procente).

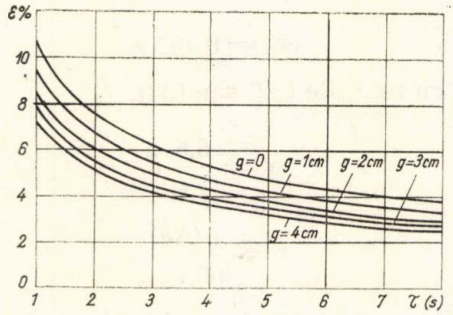


Fig. 13. Reprezentarea grafică a variației erorii relative datorită fluctuației statistice cu constanta de timp de integrare la o grosime *(g)* de perete constantă
1) — g = 0 cm ; 2) — g = 1 cm ; 3) — g = 2 cm ; 4) — g = 3 cm.

Rezultă că este necesar să alegem o constantă de timp a circuitului de integrare de trei ori mai mică decît timpul T în care nivelul are o variație egală cu eroarea absolută [4,5].

Deci :

$$\tau \leqslant \frac{T}{3} \tag{50}$$

unde :

$$T = \frac{\varepsilon_a}{V_{max}} = \frac{\varepsilon(\Delta h)}{100\, V_{max}} \tag{51}$$

iar V_{max} — viteza maximă de variație a nivelului.
Vom avea :

$$\tau \leqslant \frac{\varepsilon(\Delta h)}{300\, V_{max}}. \tag{52}$$

Concluzii

Calculul unei instalații de măsurare a nivelului prin metoda diferențială se poate face după cum urmează :

Impunîndu-se lungimea porțiunii liniare se poate determina geometria și activitatea sursei cu relațiile :

$g_{min} = 5 \div 6$ cm dacă nu se impune ;

$$l = 1{,}5\,\Delta h\,; \quad d = 0{,}6\,\Delta h\,;$$

$$\Lambda = 1{,}53 \cdot 10^{-4} \frac{e^{0{,}462\,g}}{B(0{,}462\,g)} (\Delta h)^2 \text{ mCi}$$

unde :

$$\mu\delta_1 = 0{,}462 \text{ g},$$

iar B se calculează cu relațiile (32) sau (33).
Apoi din sistemul :

$$\varepsilon = \frac{6{,}6}{\sqrt{\tau}} F$$

$$\tau = \frac{\varepsilon\,(\Delta h)}{300\,V_{max}}$$

se pot determina fie τ și ε dacă se dă V_{max}, fie τ și V_{max} dacă se impune ε. Formulele de mai sus sînt valabile pentru contoare Geiger Müller G-19-H ($N_0 \simeq 10^{9\text{imp}}$) pentru timpul de funcționare mai mare de 1 000 ore și pentru un recipient cu pereți din oțel, utilizîndu-se o sursă radioactivă de Co^{60}.

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Oncescu* Fizica protecției contra radiațiilor. Editura Academiei R.S.R. București (1958).

2. *M. Oncescu* Fluctuațiile statistice în măsurarea radiațiilor. Academia R.S.R. Institutul de fizică atomică, Măgurele, București (1958).

3. *F. Ciorăscu, M. Oncescu* Detectarea și măsurarea radiațiilor nucleare Editura Academiei R.S.R., București (1964).

4. *Cristea Gh.* ș.a. Dispozitive și circuite electronice în instalații cu izotopi radioactivi. Editura Tehnică, București (1967).

5. *R. V. Djagațpanianș, R. F. Romm, L. K. Tatocenco* Controlul și reglarea proceselor chimice cu izotopi radioactivi (traducere din limba rusă) Editura Tehnică, București (1964).

6. *Prise, Hoston, Spiney* Radiation Shielding, Pergam Shielding, Pergam Press — London, New-York, Paris, 1960.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z. : 66.

ÜBER DIE TECHNISCHE HUMIFIZIERUNG VON EINJAHRPFLANZEN

2. Mitt. Die Aufbereitung von Stroh mit Phosphorsäure *

GHEORGHE C. CONSTANTINESCU

Für die Umwandlungen der leicht mineralisierbaren organischen Substanzen des Strohes haben wir eine neue Methode erarbeitet, wobei kleine Mengen Schwefelsäure verschiedener Konzentrationen als Hydrolyseagens benutzt wurde (1). Um die Endprodukte außer Stickstoff auch Phosphor zu enthalten, wurde die Hydrolyse unter Einfluß der 5% igen Phosphorsäure als Katalisatoragens bei 110°C, 130°C und 150°C durchgeführt. Als Ausgangsmaterial kam zerkleinertes Roggenstroh mit einer Teilchengröße von 0,8 mm zur Anwendung. Vom Antreten der Dunkelfärbung an gerechnet (= Beginn der im folgenden erwähnten Reaktionszeit) wurde die Reaktion zu verschiedenen Zeiten in regelmäßigen Intervallen unterbrochen. 5 Minuten nach der Unterbrechung erfolgte jeweils die Neutralisation mit 25 % igien NH_4OH und das Troknen an der Luft. Die getockneten Präparate wurden dann einer thermischen Behandlung im Trockanschrank bei 185°C unterworfen. Die Zusammensetzung der so gewonnenen Präparate ist in der Tabelle 1 gegeben.

Ergebnisse

Die Hydrolyse der Strohpolykohlenydrate mit H_3PO_4 verläuft langsamer als die mit H_2SO_4. Die Hydrolysekonstante der Cellulose z.B., in 65% iger H_2SO_4 bei 20°C ist $k = 3{,}2—5{,}2.10^{-4}$ und in konzentrierter H_3PO_4 $k = 1{,}7—1{,}5.10^{-6}$ (2), d.h.daß die Hydrolyse mit H_3PO_4 200 mal langsamer als mit H_2SO_4 veläuft. Deshalb soll die angewante Hydrolysetemperatur höher sein, um vergleichbare Werte zu erreichen.

Durch Aufbereitung des Strohes mit 5% iger H_3PO_4 bei 110°C gewinnt man Produkte mit einen Gehalt von 77,33% an organischer Substanz, und bei 150°C enthalten sie bis zu 80,95%. Obwohl sich die Präparate äußerlich nicht sehr stark voneinander unterschiden, zeigt die Analyse wesentliche Unterschiede in der chemischen Zusammensetzung, wie die Tabelle 2 erkennen läbt :

* Manuskript am 5 märz 1969 eingegangen.

Mittelwerte der Präparate nach der Hydrolyse mit 5% iger H_3PO_4 im Vergleich zum Stroh (bezogen auf die trockene Substanz).

Tabelle 2

Präp.	Ges. org. Subst. %	Lignin %	Cellul. %	Leicht hydr. org. Subst. %	Wasslösl. org. Subst. %
Stroh	95,66	15,90	43,24	28,85	7,67
1 (110°C)	77,33	21,48	17,74	7,83	30,20
3 (150°C)	80,95	35,15	22,50	6,32	16,90

Bei der Aufbereitung mit Phosphorsäure entsprechen, wie aus Tabelle 1 hervorgeht, die unterschiedlichen Reaktionsgeschwindigkeiten, mit denen die Hydrolyse bis zum Beginn der Humifizierungsprozesse verläuft. Die benötigte Reaktionszeit ist un so länger, je niedriger die Temperatur ist. Demzufolge ist der Gesamteffekt der Hydrolyse bei niedriger Temperaturen größer.

Bei 150°C verläuft die Hydrolyseprozeß besonders in die Richtung der Bildung von Verharzungs- und Inkohlungsprodukten, die als Lignin bestimmt werden. In dem gleichen Maß tritt eine Abnahme der wasserlöslichen organischen Bestandteile auf.

Der Gehalt an Humistoffen und deren Farbquotienten (*FQ*)

Durch die Aufbereitung von Stroh mit 5% iger H_3PO_4 werden in der Hydrolysephase unterschiedliche Mengen an Huminstoffen erhalten, die in Abhängigkeit von der verwendeten Temperatur 2,30—4,23% betragen und deren *FQ* zwischen 5,9—7 liegt (Tab. 1). Die Bildung von Huminsubstanzen weißt eine mit der Reaktionszeit steigende Tendenz auf; die Zunahmen sind jedoch sehr gering.

Bei einer Temperatur von 130°C wird nach 390 Min. ein Maximum erreicht, danach nimmt die Humistoffmenge leicht ab. Die Gefahr einer raschen Inkohlung ist hier im Vergleich zu der Schwefelsäurebehandlung [1] dank der milderen Wirkung der Phosphorsäure nicht so groß. Infolgedessen ist die praktische Durchführung des Hydrolyseprozesses mit Phosphorsäure viel sicherer und vorteilhafter un führt zu ähnlichen Ergebnissen. Daß der Humifizierungsprozeß bei höheren Temperaturen schneller verläuft, kann verfolgt werden, wenn man die in gleicher Reaktionszeit bei 130°C und 150°C hergestellten Präparate miteinander vergleicht. Derselbe Huminstoffgehalt wird bei 150°C in einer kürzeren Reaktionsdauer als bei 130°C erreicht (Tab. 1). Von diesen Standpunkt aus ist hier eine höhere Temperatur als 110°C viel günstiger.

Infolge der thermischen Behandlung erfährt der Huminstoffgehalt prozentual beträchtliche Steigerungen die *FQ* sinken in allen Fällen bis etwa 4,3 bis 4,5 ab, und zeigen dadurch eine Annäherung der echten

Tabelle 1

Nummer der Variante präp	Redgenz	Tem. der °C	Zeit der min	Tem. thermisch Behan l. °C	Zeit thermisch Behan l. min	Feuchtigkeitsgehdlt vor %	Feuchtigkeitsgehdlt nach %	Gesamte org. substanz vor %	Gesamte org. substanz nach %	Verluste Währd. therm. Behdl.	Lignin vor %	Lignin nach %	Cellulose vor %	Cellulose nach %	Leicht hydrolysierbare org. substanz vor %	Leicht hydrolysierbare org. substanz nach %	Wasserlösliche org. substanz vor %	Wasserlösliche org. substanz nach %	Huminstoffe vor %	Huminstoffe nach %	FQ vor %	FQ nach %	Kationenaustauschkapazität mval/100 g vor mval/100 g	Kationenaustauschkapazität mval/100 g nach mval/100 g	Stickstoffgenalt bez. auf d. TS vor Ges N%	Stickstoffgenalt bez. auf d. TS vor Wass. Lösl. N%	Stickstoffgenalt bez. auf d. TS vor Aust. bar N%	Stickstoffgenalt bez. auf d. TS vor Org. geb. N%	Stickstoffgenalt bez. auf d. TS nach Ges. N%	Stickstoffgenalt bez. auf d. TS nach Wass Lösl. N%	Stickstoffgenalt bez. auf d. TS nach Aust. bar N%	Stickstoffgenalt bez. auf d. TS nach Org. geb. N%	P_2O_5 — Gehalt vor Ges. %	P_2O_5 — Gehalt vor Lösl. %	P_2O_5 — Gehalt vor Org. %	P_2O_5 — Gehalt nach Ges. %	P_2O_5 — Gehalt nach Lösl. %	P_2O_5 — Gehalt nach Org. geb. %	pH Wert (Wasserextrakt) vor	pH Wert (Wasserextrakt) nach
A	H_3PO_4 5%	110	550	185	90	6,56	4.52	75,44	78,0	—12,41	19,82	30,9	14,75	18,6	10,46	25,6	30.41	12,9	2,33	10,46	7,09	4,35	11,48	139,4	5,36	4,45			5,62	2,5			13,95	12,12	1,83	14,4	10,2	4,2	7,3	3,6
B	H_3PO_4 5%	110	565	185	90	6,82	4,42	76,2	79,3	13,08	22,53	30,5	14,40	18,1	8,9	29,1	30,36	11,51	2,38	10,2	5,91	4,38	13,55	128,1	6,33	4,46			5,82	2,22			13,74	12,4	1,34	14,7	10,3	4,4	7,4	3,55
C	H_3PO_4 5%	110	580	185	90	7,26	4,52	77,3	80,1	—13,26	19,24	31,8	21,58	14,5	6,98	23,39	29,5	10,52	2,38	9,31	5,91	4,48	16,48	117,8	6,35	4,56			5,84	2,08			13,88	12,6	1,28	15,5	10,6	4,9	7,5	3,5
D	H_3PO_4 5%	110	595	185	90	7,0	4,48	77,9	80,49	—12,98	22,53	33,0	18,49	12,0	5,63	24,23	31,24	9,72	2,42	10,02	5,89	4,49	18,22	123,4	6,3	4,51			5,78	2,02			16,15	12,7	1,45	15,3	10,6	4,7	7,4	3,45
E	H_3PO_4 5%	110	610	185	90	6,82	4,40	78,2	81,2	—13,4	21,33	33,5	19,83	9,6	7,04	28,05	30,1	16,08	2,61	10,88	5,93	4,38	23,6	129,1	5,91	4,5			5,80	1,79			14,33	13,0	1,33	15,8	11,0	4,8	7,1	3,4
F	H_3PO_4 5%	110	625	185	90	6,42	4,40	79,0	82,5	—13,0	23,47	34,0	17,44	8,0	8,01	31,09	30,1	9,41	2,66	11,22	5,95	4,36	25.55	134.2	6,23	4,48			5,66	1,79			16,31	13,0	1,31	15,8	10,9	4,9	6,8	3,4
						6 85	4,45	77,33	80,26	—13,02	21,48	32,28	17,74	13,46	7,83	26,8	30,2	10,69	2,46	10,18	6,11	4 4	18,1	128,6	6,08	4,49	0,12	1,47	5,67	2,07	0,12	3,48	14,06	12,64	1,42	15,2	10,6	4,6	7,25	3,5
A	H_3PO_4 5%	130	360	185	90		1,72		79,1			22,95		34,5		10,58		10,93	2,85	8,17	6,84	4.87		90,9					6,05	2,11						15,1	10,9	4.2		3,7
B	H_3PO_4 5%	130	375	185	90		2,18		80,7			26,17		33,8		10,73		9.37	2,98	9,08	6,72	4,67		90,16					5,46	2,22						15,5	10,9	4,6		3,4
C	H_3PO_4 5%	130	390	185	90		2,58		80,9			29,23		30,8		11,31		9,48	3,24	9,51	6,5	4,64		89,3					5,97	2,05						15,3	11,0	4,3		3,3
D	H_3PO_4 5%	130	405	185	90		2,28		81,7			30,08		27,2		12,24		9,25	3,4	9,32	6,36	4.67		88,03					6,02	2,08						15,4	11,0	4.4		3,0
E	H_3PO_4 5%	130	420	185	90		2,42		83,0			32,79		30,1		10,04		12,91	3,58	7,99	6,3	4,82		98.05					6,03	2,07						15,7	10,4	4,3		3,1
F	H_3PO_4 5%	130	435	185	90		2,52		84,0			36,04		23,8		11,65		12,48	3,74	8,94	6,18	4,76		100,85					6,00	2,07						15,4	10,4	5,0		3,4
							2,28		81,45			29,53		30,03		11,09		10 74	3,29	8,83	6,48	4,73		92,8					5,91	2,1	0,43	3,38				15,4	10,8	4,6		3,35
A	H_3PO_4 5%	150	360	185	90	7,48	5,44	76,39	83,53	—15,9	32,64	47,54	20,7	11,87	8,01	16,28	14,71	7,81	3,33	9,74	6,0	4,64	54,47	109.4	6,13	4,03			5,65	2,22			13 8	13,3	0,5	14,5	10,0	4,5	6,7	3,55
B	H_3PO_4 5%	150	370	185	90	7,62	5.4	78,8	84,1	—13,77	30,60	47,86	24.6	11,86	6,29	15,96	17,32	8,42	3,56	9,21	5,96	4,82	61,23	106 3	6.22	4 08			5,66	2,06			14 6	13 3	1,3	14,9	10,2	4,7	6,8	3,6
C	H_3PO_4 5%	150	380	185	90	8,16	5,68	80,0	84,9	—13,01	40,46	49,15	18,82	9,49	5,70	17,31	15,02	8,91	4,05	8,93	6,05	5,0	75,7	77,9	6.39	4,13			5.67	1,93			14,5	13,1	1,4	15,3	10,6	4,7	6,4	3,65
D	H_3PO_4 5%	150	390	185	90	7,60	5,6	82,46	87,29	—13,86	32,46	50,08	26,30	8,14	6 24	17,83	17,41	6,51	4,23	9,04	6,2	4,94	75,65	87,7	6.16	4,1			5,66	1,95			15,2	12,5	2,7	15.2	10,4	4,8	6,6	3.5
E	H_3PO_4 5%	150	400	185	90	7,5	5,6	83.2	88,4	—13,61	33,37	51,01	25,92	6,99	5,56	18,46	18,4	6,72	4.04	9,1	6,02	4,82	83,07	100.8	6,02	4,11			5.67	1,9			13,8	12,5	1,3	15,2	10,4	4,8	6,7	3,5
F	H_3PO_4 5%	150	410	185	90	7,52	5,68	84,9	90,2	—15,03	41,04	51,39	18,84	7,53	6,29	19,87	18,82	12,41	4.04	9,17	6,02	4.8	84,74	100,2	6,15	4,08			5,66	1.83			14,8	12,2	2,6	15,1	10,4	4,7	6,4	3,4
						7,64	5,56	80,95	86,4	13,91	35,15	49,5	22,5	9,31	6 22	17,6	16,9	8 44	3,87	9,19	6,04	4,82	72,5	97,0	6,13	4,1	0,65	1,63	5,66	1,99	0,65	3,02	14,4	12,8	1,6	15,1	10,4	4,7	6,6	3,52

Huminsubstanzen. Die Zunahmen durch die thermische Behandlung sind stest um so größer, je kleiner der Huminstoffgehalt in der vorgegangenen Phase war, d.h., je niedriger die Reaktionstemperatur vorhergehenden Vorganges war. Bei denselben Arbeitstemperaturen sind die Steigerungen des Humistoffgehaltes während der thermischen Behandlung der probe *A* bis *F* nicht bedeutend.

Die Kationenaustauschkapazität

Das Sorptionsvermögen der von uns während der Hydrolysephase mit 5%iger Phosphorsäure gewonnenen Präparate liegt zwischen 92,8 und 128,6 mval/100 g (Tab. 1 und Darstel 1. Die niedrigsten Werte wurden bei den 110°C erhaltenen Präparate festgestellt. Infolge des hydrolytischen Abbaues bei höheren Temperaturen ist die Kationenumtauschkapazität der gewonnenen Produkte höher.

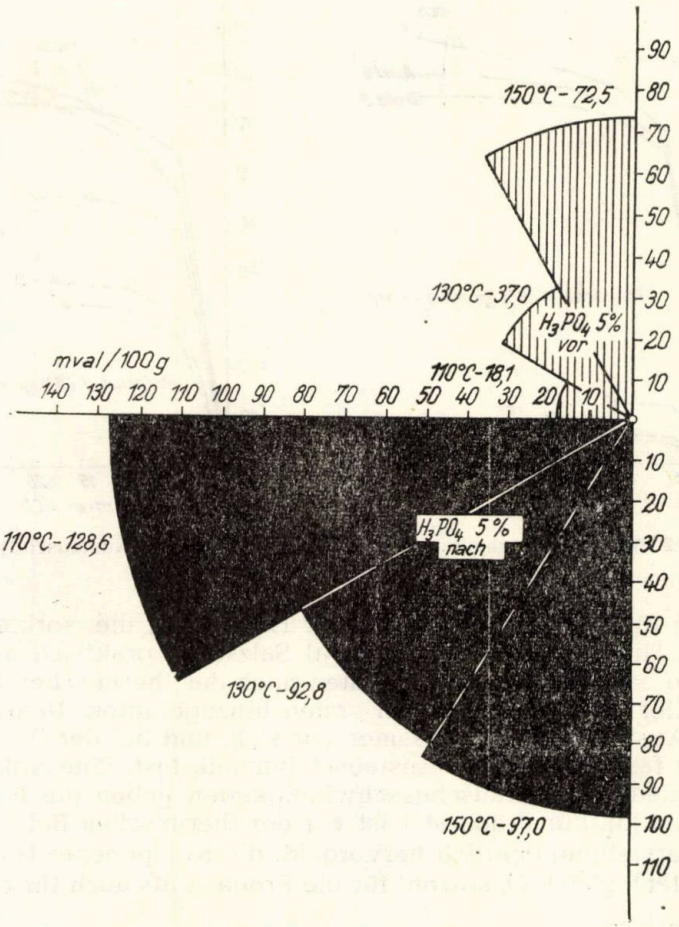


Bild. 1. Die Mittelwerte der Austauschkpazität (mval/100 g) vor und nach der therm, Behandl.

Durch die thermische Behandlung wird das Sorptionsvermögen der Präparate erhöht, wobei die Zunahmen von den Arbeitstemperaturen abhängig sind. Die Maximalwerte sind um so niedriger, je höher die Hydrolysetemperatur war, ein Phänomen, das dem bei der Verwendung der Schwefesäure gleich ist. Die Bildung austauschfähige Gruppen steht also in direkten Zusammenhang mit der Benutzung der konzentrierten Sären oder aber mit den Verharzungs- und Humifizierungsvorgängen, die von der thermischen Behandlung begünstigt werden.

Die in den Darstellungen 2 un 3 gezeichneten Kurven der Austauschynamik sind ähnlich denen, die für die Präparate mit H_2SO_4 erhalten wurden [4].

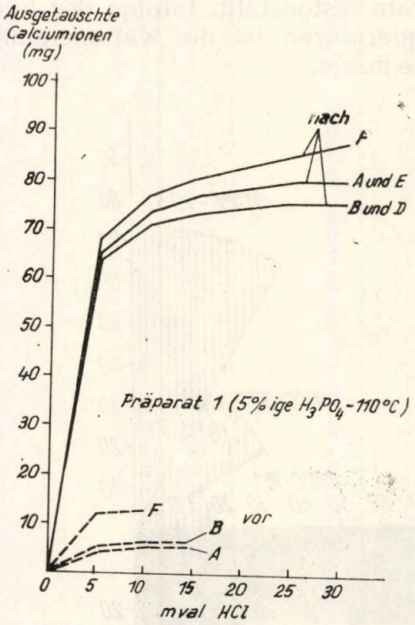


Bild. 2. Austauschdynamik.

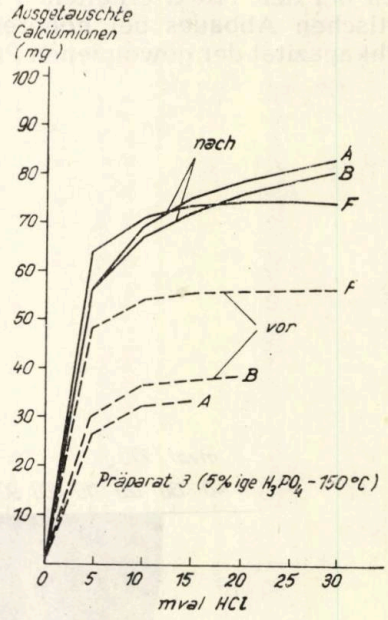


Bild. 3. Austauschdynamik.

Wenn für die Präparate nach der Hydrolyse, die sorbierten Ionen nach dem Hinzufufügen von 15 mval Salzsäure praktisch ausgetauscht werden, so erfolgt bei den Präparaten nach der thermischen Behandlung ein schneller Austausch mit den ersten hinzugefugten 10 mval, nachher geht der Austausch viel langsamer vor sich, und bei der Probe 1 *F* stellt man sogar fast eine lineare Austauschdynamik fest. Eine Erlklärung dieser verschiedener Umtauschgeschwindigkeiten geben die PAVLOWSKI — Digram 4 (3). Für Präparat 1 ist vor der thermischen Behandlung, wie aus der Darstellung deutlich hervorgeht, die Komponente *D* der Austauschkapazität * gleich O, sowohl für die Probe *A* als auch für die Probe *F* ;

* Die Komponente *D* der Austauschkapazität entspricht den Gesamtwert der stark sorbierten Ionen.

d.h., daß alle sorbierten Ca-Ionen verhältnismäßig leicht ausgetauscht werden können. Für dieselben Präparate aber beträgt nach thermischer Behandlung die Komponente *D* der Austauschkapazität 15,3% für die Probe *A* bzw. 17,5% für die Probe *F* (Darst. 4). Mit anderen Wörten, während der thermischen Behandlung sind Produkte entstanden, die dank ihrer Stuktur die Calciumionen stärker festzuhalten vermögen:

$$D_{1\text{Avor}} = 0 \qquad D_{1\text{Fvor}} = 0$$

$$D_{1\text{Anach}} = 15{,}3\,\% \qquad D_{1\text{Fnach}} = 17{,}5\,\%$$

Diese zwei Werte weisen gleichzeitig auf das quantitative Verhältnis der entstandenen Substanzen hin.

Besonders erwähnenswert ist des Verhalten des Präparates 3. Bei der Probe *A* (vor der thermischen Behandlung) sind die sorbierten Ionen mit 15 mval Salzsäure praktisch vollkommen austauschbar (Darst. 3), bei der Variante *F* dagegen erst mit 30 mval Salzsäure. Die Pavlowski-Diagramm Nr. 5 ergibt folgende Werte:

$$D_{3\text{Avor}} = 0 \qquad D_{3\text{Fvor}} = 8\,\%$$

Unter dem Einfluß von konzentrierter Phosphorsäure bildeten sich nach 60 Min. also nur 8% Substanzen, die eine stärkere Ionensorption aufweisen.

Das gleiche Präparat zeigt nach thermischer Behandlung ein Umgekehres Verhalten, und zwar tauscht die Probe *F* die sorbierten Ionen schnellen um als die Probe *A*.

Die Werte der *D*-Komponenten:

$$D_{3\text{Anach}} = 38{,}5\,\% \qquad D_{3\text{Fnach}} = 10\,\%$$

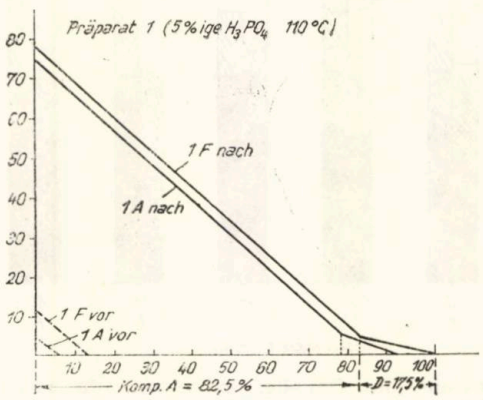


Bild. 4. Pawlovski – Diagram

Die bereits erwähnte Feststellung, daß der Gehalt an während der thermischen Behandlung gebildeten Verharzingsprodukte um so größer ist, je niedriger er nach der Hydrolyse war, und daß diese Substanzen haptsächlich Huminstoffe und Heteropolykondensate darstellen, die austauschfähig sind, wird auch durch die Werte der Umtauschkapazität be-

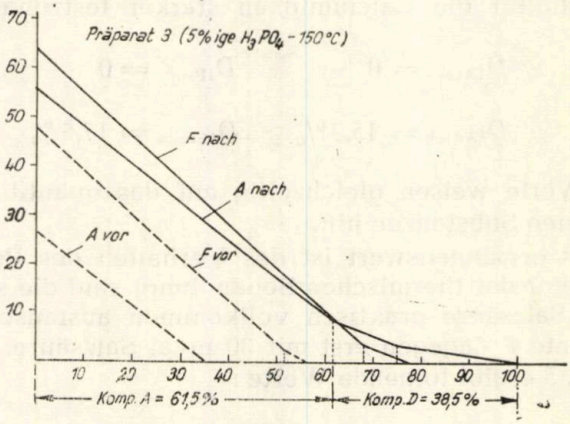


Bild. 5. Pawlovski — Diagram

stätigt.

Die organische Substanz

Aus Tabelle 1 und Darstellung 6 läßt sich der Verlauf der analytisch erfaßten Stoffgruppen erkennen. In Abhängigkeit von der Hydrolysetemperatur wird eine stärkere Anreicherung an gesamter organischen Substanz bei höheren Temperaturen festgestellt. Diese prozen-

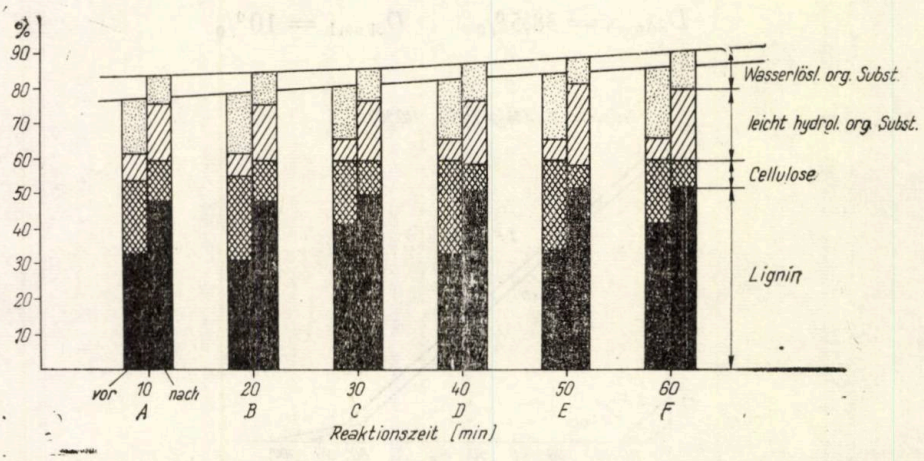


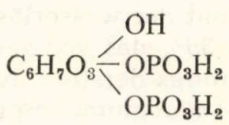
Bild. 6. Die Entwicklung des Gehaltes an gesamt org. Subst. u. der analysierten org. Stoffgruppen während der therm. Behandung bei dem Präparat 3 (5% ige H_3PO_4 — 150°C)

tualen Zunahmen dürften die resultierenden folgender parallel verlaufender Prozesse sein: einerseits erfolgen eine Aufnahme von Wasser unter Bildung von Monokohlenhydraten und durch Hydrolyseprodukte eine Aufnahme von Luftsauerstoff, während anderseits Abspaltung eines Teiles der entstandenen Glukosemoleküle und die Entfernung des während der Kondensationsprozesse gebildeten Wassers eintreten. Die zuerst gennanten Vorgänge scheinen dabei gewichtsmäßig zu überwiegen.

Die Verluste an organischer Substanz während der thermischen Behandlung betragen ca. 13% und sind um zwei bis vier Prozent kleiner als jene, die bei der Aufbereitung mit H_2SO_4 festgestellt wurden. Wie es zu erwarten war, sind die Reaktionsprodukte des Strohes mit H_3PO_4 temperaturbeständig.So sind u.a. auch die Molekülverbindugen

$$C_6H_{10}O_5 \cdot 2\,H_2O \cdot H_3PO_4$$

oder Ester wie (6):



Die analysenergebnisse zeigen hinsichtlich des Gehaltes an Cellulose und leicht hydrolysierbarer organischen Substanz (Pentosane) starke Schwankungen. Diese sind de Folge der kleinen und nicht gleichmäßig verteilten Reagensmenge, welche nicht auf alle im Stroh zwischen den Lignineinheiten eingelagerten Cellulose- und Pentosanemoleküle einwirken kann. Um die Kohlenhydrate vollständig zu hydrolysiern, muß zunächst die Bindung zum Lignin abgespalten werden, wozu größere Reagensmenge oder härtere Bedingungen als die hier verwendeten notwendig sind. Die Pentosane werden zu 75% hydrolysiert. An Hand der Analyssergebnisse kommt man zu dem Schluß, daß man Produkte mit einen höheren Ligningehalt und wenig wasserlöslicher organischer Substanz erhält, wenn man die Hydrolyse mit 5%iger Phosphorsäure bei höheren Temperaturen durchführt. Umgekehrt gewinnt man Präparate mit geringen Ligningehalten und höheren Anteilen an wasserlöslichen organischen Substanzen bei Anwendung teiferer Temperaturen (um 110°C).

Die thermische Behandlung begünstigt die Bildung der mit 2%iger Salzsäure leicht hydrolysierbaren organischen Substanzen, die einen kleinen Polymerisationsgrad besitzen (ähnlich den Reversionsprodukte der Glukose).

Nährstoffgehalt

Die durch Behandlung mit 5%iger H_3PO_4 dargestellten Präparate enthalten ca. 6,10% Gesamtstickstoff vor und etwa 5,67% nach der thermischen Behandlung. Unter bei unseren Umsetzungen vorliegenden Be-

dingungen entstehen Diammoniunhydrogenphosphat (21,3% N) und Monoammoniundihydrogenphosphat (12,17% N). Errechnet man den Gewichtsmittelwert der beiden gebildeten Salze, so komt man zu der Feststellung, daß, um ein Produkt mit 4,1 — 4,4% N (bezogen auf Trockensubstanz) bzw. mit ca. 14% P_2O_5 (bezogen auf die Mineralkomponente der Trockensubstanz, die wir bestimmt haben) zu gewinnen, das primäre Ammoniumphosphat einen Anteil von ca. 75% und das sekundäre Ammoniumphosphat einen von ca. 25% am Gesamtgewicht haben sollte. Über den analytisch gefundenen N-Gehalt wurde also das bei der Neutralisierung der Phosphorsäure mit Ammoniumhydroxyd erhaltene Gemisch definiert und somit ist auch erklärt, weshalb die mit H_3PO_4 hergestellten Präparate einen niedrigeren Gesamsticktoffgehalt als die mit H_2SO_4 gewonnenen besitzen.

Die Verluste an Stickstoff, während der thermischer Behandlung, betragen durchschnittlich 7,4%, d.h., sie liegen unter den Verlusten an organischer Substanz (13,5%) und sind niedriger als im Falle der Schwefelsäurebehandlung. Der organisch gebundene Stickstoff steigt von 1,47 auf 3,48, also um 230% bei 110°C, un von 1,63 auf 3,02, also um fast 190% bei 150°C. Zugleich nimmt der wesserlösliche Stickstoff auf 1,99—2,07% ab, so daß er nur etwa 35% des vor der thermischen Behandlung vorhandenen löslichen Stickstoffes derstellt. Neben diese Betrachtungen ist noch das Verlahten der Ammoniumphosphate und der organischen Phosphorverbindungen unter der Wirkung höherer Temperaturen zu erwähnen. Die Ammoniumphosphate sind bei hohen Temperaturen unbeständig und zersetzen sich unter ammoniakabgabe. Die Sekundärphosphatkristalle verwittern bereits an der Luft und geben Ammoniak ab (7). Der während der Hydrolysereaktion in organisch Bindungsformen überführte Phosphor ist so stark gebunden, daß er auch durch Kochen mit alkalien nicht in Lösung gebracht werden kann (3). Wird alles das in Erwägung gezogen, so läßt sich schlußfolgern, daß die von uns festgestellten, während der thermischen Behandlung aurtretenden Verluste an Stickstoff aus den wasserlöslichen anorganischen Stickstoff-Phosphor-Verbindungen entstehen.

Verfolgt man die Gewinnung von Produkten mit einen höheren Gehalt an wasserlöslichen Stickstoff, so kommt deutlich zum Ausdruck, daß man auf die thermischen Behandlung verzichten kann.

Der Gehalt an Gesamtphosphor der Präparate liegt zwischen 14 un 14,4% vor und zwischen 15,1 und 15,4% nach der thermischen Behandlung.

Aus der folgenden Darstellung (7) ist zu erkennen, daß der Gehalt an organischen Phosphor in Abhängigkeit von der Erhöhung der Hydrolysezeit ansteigt, d.h. der Einwirkungszeit der konzentrierten Phosphorsäure.

Die Bindung der Phosphorsäure mit der organischen Substanz wird also nicht nur von der Temperatur (3), sondern auch von der Reaktionzeit beeinflußt, falls die Säure konzentriert ist. Solange die Säure noch

verdünnt ist -d.h. in unserem Falle, solange die Hydrolysereaktion in Anwesenheit von Wasser stattfand-, ist ihre Wirkung vorwiegend katalytisch ; die intesive Reaktion mit den organischen Substanzen beginnt erst nach Entfernung des Wassers aus den System. Diesem Zeit-

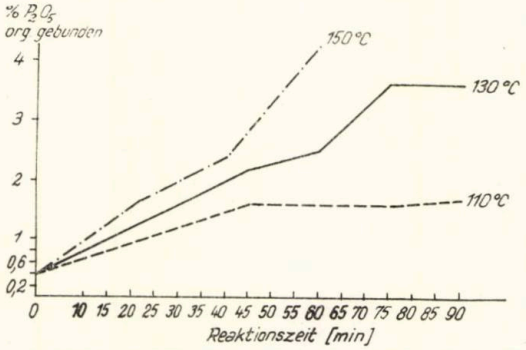


Bild. 7. Die Zunahme des organisch gebundenen Phosphors in Abhängigkeit von der Reaktionszeit und- Temperatur bei den mit 5% iger H_3PO_4 gewonnenen Präparaten.

punkt entsprechen die mit *A* bezeichneten Proben, danach wird die Reaktian allmählich intensiever.

Lehrstuhl für Allgemeine Chemie
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

LITERATUR

1. *Constantinescu, C. Gh.*, Über die technische Humifizierung von Einjahrpflanzen. 1. Mitt. Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti 6/969.
2. *Rogowin, A. Z., N. N. Schorygina*, Chimia celulozei şi a substanţelor însoţitoare. Ed. Tehnică, Bucureşti, 1958.
3. *Dorée, Ch.*, Les Méthodes de la chimie de la Cellulose. Dunod, Paris, 1949.
4. *Constantinescu, C. Gh.*, Über die technische Humifizierung von Stroh als Grundlage für organische Nährstoffträger, Bodenverbesserungsmittel und organo-mineralische Komplexdünger. Diss. Leipzig, 1966.
5. *Pawlovski, G.*, O nouă interpretare grafică a rezultatelor ce se obţin la extracţiile repetate ale cationilor din permutit. Analele Inst. Cerc. Agr. al Rom. Vol. VI, Bucureşti, 1931.
6. *Odinzow, N. P., K. W. Kudinow, A. G. Ignatijug*, Arb. d. Holzchem. Ind. d. Akad. d. Wiss. d. Lett. SSR, Heft 2, S. 68, Riga, 1950.
7. *Rémy, H.*, Grundrß der anorganischen Chemie. Verlag Geest und Porzig, Leipzig, 1960.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

C.Z. : 541.1

PERMEABILITATEA STRATURILOR POROASE *

FLORIN-EMILIAN DANEȘ

A. Introducere

Transportul fluidelor prin straturi poroase este mult studiat, avînd în vedere importanța sa practică (inginerie — mai ales chimică —, hidraulică, geologie, pedologie). Corelarea rezultatelor se face pe baza legii lui Darcy (valabilă pentru valori mai mici decît 1 ale criteriului Reynolds [1]):

$$\frac{Q}{S} = \frac{K}{\eta} \frac{dp}{dL} \tag{1}$$

unde Q este debitul curgerii prin strat, cm³/s; S — secțiunea transversală a stratului filtrant, cm²; dp/dL este gradientul de presiune în stratul filtrant, în direcția curgerii, dyn/cm³; η este viscozitatea fluidului, din s. cm-² iar K este permeabilitatea, cm². Permeabilitatea nu depinde de natura fluidului și — în limitele de valabilitate ale ecuației lui Darcy — nici de viteza de curgere, ci numai de geometria stratului filtrant. Pentru prevederea filtrării este de aceea importantă calcularea lui K, pe baza cunoașterii geometriei stratului filtrant. În acest sens s-au propus cîteva modele.

1. Pentru un fascicol paralel de capilare de rază r se poate deduce K plecînd de la legea lui Poiseuille pentru capilarul izolat:

$$q = \frac{\pi r^4}{8\eta} \cdot \frac{dr}{dL} \tag{2}$$

în care q este debitul curgerii printr-un capilar, cm³/s. Debitul total al curgerii, Q, se poate calcula înmulțind q cu numărul de capilare n, care este legat de porozitatea stratului, ε (raportul între volumul „porilor" prin care are loc scurgerea și volumul total al stratului) prin relația:

$$n = \frac{\varepsilon S}{\pi r^2};$$

* Manuscris predat la redacție la 2 februarie 1969.

Se ajunge final la :

$$K = \frac{\varepsilon r^2}{8}.$$

În cazul unor capilare neomogene ca mărime, se introduc mărimile r_i (raza porilor de speța i) și ε_i (porozitatea porilor de speța i, definită ca raportul între volumul acestor pori și volumul total al stratului, așa încît $\Sigma \varepsilon_i = \varepsilon$). Se ajunge analog la :

$$K_1 = \frac{1}{8} \Sigma \varepsilon_i r_i^2 \tag{3}$$

Experimental se constată că valorile date de ecuația (3) pentru permeabilitate sînt, în cazul straturilor poroase, mult prea mari.

2. Modelul Kozeny-Carman [2], după care :

$$K = \frac{\varepsilon^3}{2 f \sigma_1^2 (1 - \varepsilon)^2}$$

unde σ_1 este raportul între suprafața porilor și volumul materialului solid, cm^2/cm^3, iar f „factorul de tortuozitate" este un număr supraunitar definit ca raportul între lungimea efectivă a parcursului fluidului prin strat (denumită și „lungimea reală a porilor") și lungimea stratului filtrant.

Exprimînd σ_1 în funcție de distribuția razelor porilor, se obține

$$K_2 = \frac{1}{8f} \cdot \frac{(\Sigma \varepsilon_i)^3}{\left(\Sigma \frac{\varepsilon_i}{r_i}\right)^2} \tag{4}$$

În cazul unei distribuții omogene a porilor, modelul Kozeny-Carman prevede valori ale permeabilității (la $f = 1$) egale cu cele date de relația (3) dedusă din modelul capilarelor paralele. Dar pentru o distribuție reală — eterogenă — la $f = 1$ vor rezulta totdeauna valori K_2 mai mici. Astfel, pentru o distribuție cu 2 tipuri de pori ($\varepsilon_1 = 0{,}2$; $\varepsilon_2 = 0{,}2$; $r_1 = 1$; $r_2 = 3$) rezultă $K_2/K_1 = 0{,}45$. Valorile permeabilității calculate după Kozeny și Carman sînt mai apropiate decît cele date de modelul capilarelor paralele de valorile reale (determinate experimental) ale capilarității, deși sînt încă prea mari. Factorul de tortuozitate, calculat pe baza unui model fizic, are valoarea $f = \sqrt{2}$ [3]. Se constată însă că relația (4) concordă cu datele experimentale numai daca se iau valori f și mai mari (2,2 —2,8) și care se determină empiric pentru fiecare caz în parte [4]. Introducerea unor coeficienți empirici nu este însă o soluție, ci echivalează cu o deficiență a modelului propus.

Deși mult utilizată în ingineria chimică, relația Kozeny-Carman are o serie de deficiențe. Astfel, ea nu reflectă bine datele experimentale decît cu condiția utilizării unei valori f arbitrare. De asemenea, ea nu

ţine cont de neomogenitatea distribuţiei porilor, ci doar de porozitatea totală ε şi de raza medie a porilor (căci $\sigma_1 = 2\frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)\cdot r_m}$, unde raza medie $r_m = \frac{\varepsilon}{\Sigma\frac{\varepsilon_i}{r_i}}$). Metoda experimentală utilizată pentru verificare este de asemenea neadecvată : se studiază materiale ale căror porozităţi şi funcţii de distribuţie ale mărimii porilor variază între limite nu prea largi, aşa încît introducerea unei constante arbitrare (f) corelează satisfăcător rezultatele, fără a permite însă să se prevadă comportarea unor strate cu proprietăţi geometrice mult diferite.

Aceste deficienţe sînt — parţial — remediate prin metodica utilizată de Childs şi Collis-George [5].

B. Metodica şi modelul lui Childs şi Collis-George

În [5] autorii elaborează şi utilizează o metodică de variaţie controlabilă şi în limite largi a porozităţii şi distribuţiei mărimii porilor, de măsurare a acestor mărimi şi de determinare a permeabilităţii în condiţiile date. Metodica propusă oferă un puternic instrument de verificare experimentală a valabilităţii diverselor modele de strat filtrant.

Permeabilitatea este determinată prin măsurarea debitului de curgere al apei la o temperatură constantă (de 20°C) şi la o diferenţă de presiune între capetele stratului, Δp, variabilă. Varierea distribuţiei mărimii porilor şi varierea porozităţii totale se crează variind umiditatea stratului, u (cm^3 apă/cm^3 volum strat), ceea ce se realizează creînd în strat depresiuni. Deoarece porii umpluţi cu aer nu sînt eficienţi pentru transportul umidităţii, porozitatea efectivă se limitează la porii umpluţi cu apă. Deoarece porii largi îşi pierd apa înaintea celor înguşti (şi anume, la o depresiune p dată, pot participa la transportul apei numai porii de rară r mai mică decît valoarea r_d dată de relaţia $r_d = \frac{2\sigma}{p}$, unde σ este tensiunea interfacială apă/aer), se schimbă cu această ocazie nu numai porozitatea totală, ci şi distribuţia mărimii porilor. Pe această bază, este de prevăzut o micşorare rapidă a permeabilităţii atunci cînd se reduce, prin crearea unei depresiuni p, umiditatea stratului filtrant. În practică determinarea curbei de distribuţie a mărimii porilor se face prin ridicarea în condiţii statice a curbei u versus p. Dacă la două depresiuni p_1 şi p_2 apropiate ($p_1 > d_2$; $p_1 - p_2 \ll p_1$) se determină umidităţile u_1 şi u_2, se conchide că fracţia de goluri ε_i a porilor cu raze cuprinse între $\frac{2\sigma}{p_1}$ şi $\frac{2\sigma}{p_2}$ este : $\varepsilon_i = u_2 - u_1$.

Modelul Childs de calcul al permeabilităţii încearcă să ţină cont de variaţia pe parcurs a grosimii canalelor, presupunînd coloana formată din secvenţe de doi pori, de probabilitate egală cu produsul poro-

zităţilor respective, şi considerînd că debitul prin secvenţă este condiţionat de diametrul porului mai mic. Pentru existenţa a n grupe de pori de porozităţi ε_i şi raze r_i astfel încît $r_1 < r_2 < \ldots < r_i < \ldots < r_n$, Childs şi Collis-George ajung la relaţia :

$$K = C\,[r_1^2\,\varepsilon_1(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + 2\varepsilon_3 + \ldots + 2\varepsilon_n) + r_2^2\,\varepsilon_2(\varepsilon_2 + 2\varepsilon_3 + \ldots + 2\varepsilon_n) + \\ + \ldots + r_{n-1}^2\,\varepsilon_{n-1}(\varepsilon_{n-1} + 2\varepsilon_n) + r_n^2\,\varepsilon_n^2] \qquad (5)$$

unde C este o constantă arbitrară. Este logic a echivala această constantă cu $\frac{1}{f}$ — inversul factorului de tortuozitate — $\times \frac{1}{8}$.

Modelul propus de Childs şi Collis-George prezintă următoarele deficienţe :

a) Presupune că fiecare por îşi poate schimba o singură dată mărimea pe parcurs. O astfel de ipoteză este desigur arbitrară, în realitate diametrul porilor putînd varia de un număr foarte mare de ori (dacă dimensiunea porului este mult mai mică decît a stratului filtrant).

b) Din relaţia (5) se ajunge la concluzia — nefirească — că $K \sim \varepsilon^2$. De fapt însă trebuie ca dependenţa $K(\varepsilon)$ să fie liniară. Eroarea se explică prin faptul că, la calcularea probabilităţii existenţei secvenţei porilor r_i urmat de r_j, Childs dă relaţia : $w \sim \varepsilon_i\,\varepsilon_j$. O astfel de relaţie are ca urmare logică faptul că din totalul porilor de mărime iniţială dată numai o fracţiune ε se continuă pînă la celălalt capăt al filtrului (cu aceeaşi rază sau cu o rază schimbată), în timp ce fracţiunea $1 - \varepsilon$ din aceşti pori este „închisă", nu mai continuă pînă la cap şi deci nu poate contribui la curgere. Or, în determinări de permeabilitate intervine încă de la bun început numai porozitatea dată de porii deschişi la ambele capete, deci ε sau ε_i corespund numai porilor prin care are loc curgerea.

c) Debitul printr-o secvenţă de doi pori de rază r_i respectiv r_j (cu $r_i < r_j$) nu este :

$$q_{ij} = \frac{\pi\, r_i^4}{8\,\eta} \cdot \frac{dr}{dL}$$

cum îl consideră Childs şi Collis-George, ci, după cum se demonstrează uşor :

$$q_{ij} = \frac{\pi}{8\,\eta\left(\frac{m_i}{r_i^4} + \frac{m_j}{r_j^4}\right)} \cdot \frac{dr}{dL}$$

unde m_i este raportul între lungimea porţiunii de por de rază r_i şi lungimea totală a porului, iar m_j este raportul definit analog pentru porţiunea r_j (astfel încît $m_i + m_j = 1$).

d) Modelul Childs şi Collis-George nu permite calcularea lui K decît tot pînă la un factor arbitrar C, deci pe baza acestui model se pot compara permeabilităţile, dar nu se pot obţine valorile lor absolute.

C. Modelul propus

Deficienţele semnalate ne-au făcut să căutăm un model ce permite calcularea valorilor absolute ale permeabilităţii în strate parţial sau total umezite, plecînd de la cunoaşterea distribuţiei mărimii porilor (ε versus r). Expunerea modelului are loc în trei etape :

1. Determinarea permeabilităţii stratului complet umezit, pentru canale verticale, K_{uv}.

2. Determinarea permeabilităţii stratului complet umezit, pentru canale dispuse la întîmplare, K_u.

3. Determinarea permeabilităţii stratului umezit numai parţial, cu canale dispuse la întîmplare, $K = f(u)$ respectiv $K = f(p)$, unde u respectiv p indică umiditatea respectiv depresiunea prin care se crează scăderea umidităţii.

1. *Permeabilitatea stratului complet umezit, cu pori verticali*

Fie un strat filtrant de grosime L şi secţiune transversală S. Porii de secţiune variabilă sînt de două tipuri, de rază r_1 respectiv r_2, corespunzînd porozităţilor ε_1 respectiv ε_2. La o distanţă $\lambda = L/m$ se poate schimba raza porului.

Volumul total al stratului fiind LS, volumul porilor cu r_1 respectiv r_2 va fi : $LS\,\varepsilon_1$ respectiv $LS\,\varepsilon_2$. Volumul unui segment de por de lungime λ va fi $\pi\lambda r_1^2$ respectiv $\pi\lambda r_2^2$. De aici numerele x_1 şi x_2 de segmente (de lungime λ) de tip 1 respectiv 2 vor fi :

$$x_i = \frac{LS\,\varepsilon_i}{\pi r_i^2\,\lambda}$$

sau, întrucît $L/\lambda = m$:

$$x_i = \frac{Sm}{\pi} \cdot \frac{\varepsilon_i}{r_i^2} \tag{6}$$

Fie în total n pori, pe care îi clasificăm în $(m + 1)$ specii, astfel încît porul de specia k are $(m - k)$ segmente de tip 1 (cu r_1) şi k segmente de tip 2. Notăm n_k numărul de pori de speţa k.
Evident că

$$\sum_{k=1}^{m} n_k = n.$$

Totodată numărul x_1 de segmente de tip 1 este dat de :

$$x_1 = \Sigma\, n_k\,(m - k)$$

iar cel de segmente de tip 2 :

$$x_2 = \Sigma\, n_k \cdot k\,,$$

astfel încît :

$$x_1 + x_2 = m\,\Sigma\, n_k = mn\,.$$

De aici, ținînd cont de relațiile (6), obținem pentru numărul total de pori :

$$n = \frac{S}{\pi}\,(\gamma_1 + \gamma_2) \tag{7}$$

în care s-a notat

$$\gamma_i = \frac{\varepsilon_i}{r_i^2} \tag{8}$$

Notăm cu z_k raportul între numărul de pori de specia k și numărul total de pori :

$$z_k = \frac{n_k}{n} \tag{9}$$

Se vede ușor, prin analiză combinatorie, că :

$$z_k = \frac{C^{m-k}_{x_1} \cdot C^k_{x_2}}{C^m_{x_1+x_2}}$$

În general $x_i = mS\,\varepsilon_i/\pi\, r_i^2 \ll m$; combinările din relația de mai sus sînt deci de tipul C^b_a cu $a \gg b$, și în acest caz :

$$C^b_a = \frac{a!}{(a-b)!\,b!} \cong \frac{a^b}{b!}$$

așa încît :

$$z_k = \frac{\dfrac{x_1^{m-k}}{(m-k)!} \cdot \dfrac{x_2^k}{k!}}{\dfrac{(x_1+x_2)^m}{m!}} = C^k_m \frac{x_1^{m-k}\, x_2^k}{(x_1+x_2)^m}$$

sau, folosind relațiile (6) și (8) și simplificînd cu $\left(\dfrac{mS}{\pi}\right)^m$ între numitor și numărător :

$$z_k = C^k_m \frac{\gamma_1^{m-k} \cdot \gamma_2^k}{(\gamma_1+\gamma_2)^m}$$

Cu relaţiile (7) şi (9) se obţine de aici numărul de canale de speţa k :

$$n_k = \frac{S}{\pi} C_m^k \frac{\gamma_1^{m-k} \cdot \gamma_2^k}{(\gamma_1 + \gamma_2)^m} \tag{10}$$

Folosind relaţia lui Poiseuille (2) pentru căderea de presiune Δp într-un canal de rază r şi lungime λ la un debit volumetric q :

$$\Delta p = \frac{8\, q\, \eta\, \lambda}{r^4\, \pi},$$

se obţine, pentru canalul de speţa k compus din $(m - k)$ porţiuni de rază r_1 şi k porţiuni de rază r_2, o cădere totală de presiune p dată de relaţia :

$$p = (m - k)\, \Delta p_1 + k\, \Delta p_2 = \frac{8\, q_k\, \lambda\, \eta}{\pi} \cdot \left(\frac{m - k}{r_1^4} + \frac{k}{r_2^4} \right)$$

de unde, notînd $\frac{p}{m\, \lambda} = \varphi$ (gradientul de presiune),

$$\frac{1}{r_1^4} = a \text{ şi } \frac{1}{r_1^4} - \frac{1}{r_2^4} = b, \tag{11}$$

se obţine pentru debitul q_k prin acest canal :

$$q_k = \frac{\pi\, \varphi}{a - \frac{k\, b}{m}}$$

Ţinînd cont de relaţia (10) rezultă de aici, pentru debitul total prin strat :

$$Q = \sum_k n_k\, q_k = \frac{\varphi\, S}{8\, \eta} (\gamma_1 + \gamma_2) \frac{\sum_k C_m^k\, \alpha_k\, \gamma_1^{m-k}\, \gamma_2^k}{\sum_k C_m^k\, \gamma_1^{m-k}\, \gamma_2^k}$$

unde :

$$\alpha_k = \frac{1}{a - \frac{k\, b}{m}} \tag{12}$$

sau, trecînd la permeabilitate :

$$K_{uv} = \frac{T}{8} (\gamma_1 + \gamma_2) \tag{13}$$

unde prin T se notează raportul :

$$T = \frac{\sum_k C_m^k\, \alpha_k\, \gamma_1^{m-k}\, \gamma_2^k}{\sum_k C_m^k\, \gamma_1^{m-k}\, \gamma_2^k}.$$

Verificarea legii lui Darcy (la v constant, $p \sim L$) implică $dK/dT = 0$, adică va trebui ca T să nu depindă de m. Se poate arăta că aceasta are loc numai pentru $m = \infty$ (de altfel este de așteptat ca $\lambda \ll L : \lambda$ este de ordinul de mărime

$$\sqrt{\frac{S}{n}} = \sqrt{\frac{\pi}{\frac{\varepsilon_1}{r_1^2} + \frac{\varepsilon_2}{r_2^2}}},$$

adică de ordinul de mărime r, așa încît pentru stratele utilizate în practică, cu $L \gg r$, m este foarte mare). Deci va trebui luat de fapt:

$$T = \lim_{m \to \infty} \frac{\sum_{k=1}^{m} C_m^k \alpha_k \gamma_1^{m-k} \gamma_2^k}{\sum_{k=1}^{m} C_m^k \gamma_1^{m-k} \gamma_2^k}$$

Se poate arăta că de aici rezultă

$$T = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2(\gamma_1 + \gamma_2) - b\gamma_2}$$

sau, trecînd de la a, b, γ_1 și γ_2 la ε_1, ε_2, r_1 și r_2 (relațiile 8 și 11):

$$T = \frac{\frac{\varepsilon_1}{r_1^2} + \frac{\varepsilon_2}{r_2^2}}{\frac{\varepsilon_1}{r_1^6} + \frac{\varepsilon_2}{r_2^6}}$$

ori, înlocuind în relația (13)

$$K_{uv} = \frac{\left(\frac{\varepsilon_1}{r_1^2} + \frac{\varepsilon_2}{r_2^2}\right)^2}{8\left(\frac{\varepsilon_1}{r_1^6} + \frac{\varepsilon_2}{r_2^6}\right)}$$

O generalizare ușoară pentru un număr mai mare de fracțiuni duce la:

$$K_{uv} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\varepsilon_i}{r_i^2}\right)^2}{8\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\varepsilon_i}{r_i^6}\right)} \tag{14}$$

în care $i = 1$ corespunde fracțiunii de pori cu raza cea mai mică, iar $i = n$ — fracțiunii cu raza cea mai mare existentă în strat.

2. *Permeabilitatea stratului complet umezit şi cu porii neorientaţi, K_u*

Permeabilitatea pentru acest caz rezultă din permeabilitatea stratului complet umezit şi avînd porii dispuşi vertical, K_{uv}, şi din factorul de tortuozitate :

$$K_u = K_{uv}/f$$

de unde, cu expresia (14) pentru K_{uv}, se obţine :

$$K_u = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\varepsilon_i}{r_i^2}\right)^2}{8 f \sum_{i=1}^{n} \frac{\varepsilon_i}{r_i^6}} \tag{15}$$

Pentru cazul unei funcţii continue de distribuţie a mărimii porilor se obţine în mod analog :

$$K_u = \frac{\left[\int_{r_m}^{r_M} \psi(r) \cdot \frac{dr}{r^2}\right]^2}{8 f \int_{r_m}^{r_M} \psi(r) \cdot \frac{dr}{r^6}}$$

unde $\psi(r)\,dr$ este fracţiunea de volum a porilor cu rază cuprinsă între r şi $r + dr$ iar r_m şi r_M reprezintă valorile minimă, respectiv maximă ale razei porilor existenţi în strat.

3. *Permeabilitatea stratului parţial umezit, K*

La o depresiune oarecare p toţi porii de rază $r > r_d = \frac{p}{2\sigma}$ sînt umpluţi cu aer. Se pare deci că, spre deosebire de cazul precedent, însumarea trebuie făcută numai între r_1 (valoarea minimă a razei) şi r_d, ceeace ar corespunde la o permeabilitate K'.

$$K' = \frac{\left(\sum_{i=1}^{i_d} \frac{\varepsilon_i}{r_i^2}\right)^2}{8 f \sum_{i=1}^{i_d} \frac{\varepsilon_i}{r_i^6}} \tag{16}$$

unde i_d corespunde la $r = r_d$.

De fapt însă, permeabilitatea reală K este şi mai mică decît K'. Într-adevăr porţiunile de pori cu raze $r < r_d$ nu participă la curgere (cu toate că în ei există apă şi sînt „deschişi") decît dacă ambele lor capete debuşează în alte porţiuni de pori cu $r < r_d$; dacă unul sau amîndoi porii cu care comunică porul i (cu $i < i_d$) sînt de rază mai mare ca r_d, curgerea apei va înceta.

Să calculăm posibilitatea y ca un por să debușeze în altul de rază $r < r_d$. Plecăm de la faptul că probabilitatea w_{jk} ca un por de rază r_j să debușeze în altul cu rază r_k este proporțională cu aria totală A_k a porilor de rază r_k: $w_{jk} = CA_k$

Cum suma probabilităților de debușare este 1, rezultă :

$$\sum_k w_{jk} = C \sum A_k = 1,$$

de unde $C = (\sum A_k)^{-1}$, așa încît :

$$w_{jk} = \frac{A_k}{\sum A_k} \tag{17}$$

Notînd cu L_k lungimea totală a segmentelor de pori cu rază r_k, aria lor va fi :

$$A_k = 2 \pi r_k L_k \tag{18}$$

Pe de altă parte volumul acestor pori este $L S \varepsilon_k = \pi r_k^2 L_k$, de unde : $L_k = \frac{L S \varepsilon_k}{\pi r_k^2}$ sau, înlocuind în (18) : $A_k = 2 L S \varepsilon_k / r_k$.

Cu această relație se obține din (17) : $w_{jk} = (\varepsilon_k / r_k)(\sum \varepsilon_k / r_k)^{-1}$, astfel încît probabilitatea ca unul din capetele porului i să fie accesibil curgerii (care este permisă în capilare cu $r < r_d$) este :

$$Y = \sum_{k=1}^{k=i_d} w_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^{i_d} \frac{\varepsilon_i}{r_i}}{\sum_{i=1}^{i_{Max}} \frac{\varepsilon_i}{r_i}}.$$

Întrucît pentru curgerea prin porul respectiv este nevoie ca ambele capete să fie accesibile curgerii, probabilitatea curgerii prin por va fi :

$$y = Y^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{i_d} \frac{\varepsilon_i}{r_i} \right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{i_{Max}} \frac{\varepsilon_i}{r_i} \right)^2}$$

Deci permeabilitatea reală a stratelor parțial umezite va fi : $K = K'y$ sau ținînd cont de relația (16) :

$$K = \frac{\left(\sum_{i=1}^{i_d} \frac{\varepsilon_i}{r_i} \right)^2 \left(\sum_{i=1}^{i_d} \frac{\varepsilon_i}{r_i^2} \right)^2}{8 f \left(\sum_{i=1}^{i_{Max}} \frac{\varepsilon_i}{r_i} \right)^2 \left(\sum_{i=1}^{i_d} \frac{\varepsilon_i}{r_i^6} \right)} \tag{19}$$

D. Confruntarea cu datele experimentale

Se folosește caracteristica de umezeală u (P) pentru o fracțiune de nisip de 0,5 — 1 mm, dată de Childs [5]. Din aceasta rezultă, fiind prezentată în aceeași lucrare, distribuția mărimii porilor, prezentată în coloanele A și B din tabelul 1.

Tabelul 1

i	A $10^2\ r_i$ (cm col H_2O)$^{-1}$	B $10^4\ \varepsilon_i$	C $\frac{B}{A}$	D $\sum_{i=1}^{i} C_i$	E $\frac{B}{A^2}$	F $\sum_{i=1}^{i} E_i$	G $\frac{C}{B^6}$	H $\sum_{i=1}^{i} G_i$
1	2,75	2	0,73	$5{,}29.10^{-5}$	0,266	0,0708	45,8	45,8
2	3	4	1,33	$4{,}24.10^{-4}$	0,444	0,503	55	100,8
3	3,25	5	1,54	$1{,}296.10^{-3}$	0,471	1,464	42,2	143
4	3,5	12	3,42	$4{,}93.10^{-3}$	0,98	4,64	67,1	210
5	3,75	35	9,35	$2{,}66.10^{-2}$	2,13	18,25	124,3	334
6	4	61	15,25	0,1	3,81	55,8	149,1	483
7	4,25	97	22,8	0,295	5,39	182	160,4	644
8	4,5	142	31,5	0,738	7,01	420	171	815
9	4,75	172	36,3	1,5	7,62	790	149	964
10	5	242	48,4	2,91	9,68	1425	155	1119
11	5,25	416	79,3	6,25	15,07	2800	198	1317
12	5,5	670	121,8	13,8	22,16	5630	241	1558
13	5,75	595	103,5	22,5	17,97	8650	165	1723
14	6	342	57	29,4	9,50	10510	73	1796
15	6,25	202	32,3	31,9	5,17	11600	14	1810
16	6,5	25	3,8	32,3	0,592	11750	3	1813
17	6,75	11	1,6	32,6	0,242	11800	1	1814
18	7	9	1,3	32,75	0,184	11850	1	1815
19	7,44	9	1,2	32,9	0,163	11900	1	1816
20	8	8	1	32,95	0,125	11950	0	1816
21	8,5	5	0,6	33	0,069	11980	0	1816
22	9	5	0,6	33,05	0,062	12000	0	1816
23	9,88	8	0,8	33,1	0,082	12000	0	1816
24	11	5	0,5	33,1	0,041	12000	0	1816
25	12	3	0,3	33,1	0,021	12000	0	1816
26	13	2	0,2	33,2	0,012	12000	0	1816
27	15	5	0,3	33,2	0,022	12000	0	1816
28	18	5	0,3	33,2	0,15	12000	0	1816
29	21	4	0,2	33,2	0,009	12000	0	1816
30	24	4	0,2	33,3	0,007	12000	0	1816
31	29	7	0,2	33,3	0,008	12000	0	1816
32	36	7	0,2	33,3	0,005	12000	0	1816
33	43	4	0,1	33,4	0,002	12000	0	1816
34	50	3	0	33,4	0,001	12000	0	1816
35	57	2	0	33,4	0,001	12000	0	1816
36	64	1	0	33,4	0	12000	0	1816
37	0	0	0	33,4	0	12000	0	1816

Pentru calculul concret, se tabelează caracteristica statică $u(p)$; apoi se ridică derivata $\varepsilon = du/dp$ (sau se fac diferențele finite Δu), așa încît pentru raza medie $r_i = \sigma (p_{i+1}^{-1} + p_i^{-1})$ corespunde $\varepsilon_i = u_{i+1} - u_i$.

Pentru calculul lui K în cm² se evaluează întîi factorul numeric din relația (15) sau (19). Întrucît pentru apă, la 20°C, $\sigma = 72{,}58$ dyn·cm^{-1} și $\varrho = 0{,}9982$ g·cm^{-3}, cu valoarea 981 cm/s² a accelerației gravitaționale rezultă (la măsurarea depresiunii în centimetri coloană de apă, la 20°C) o valoare a factorului numeric de $\left[\frac{2 \cdot 72{,}58}{981 \cdot 0{,}9982}\right]^2 \cdot \frac{1}{8\sqrt{2}} = 1{,}942 \cdot 10^{-3}$, în care s-a inclus atît $f = \sqrt{2}$ cît și factorul $\frac{1}{8}$, ultimul fiind implicat de toate modelele, prin trecerea la cazul limită al unor pori paraleli.

1. *Permeabilitatea la umezire totală*

A fost calculată cu ajutorul relațiilor (3), (4), (5) și (15), introducîndu-se în toate, înaintea expresiilor de ε și r, factorul numeric $1{,}942.10^{-3}$, conform celor discutate mai sus.

Experimental, Child și Collis-George găsesc în [5] $K_u = 1{,}46.10^{-6}$ cm² (de fapt ei dau toate permeabilitățile sub forma produsului $K\eta$ de aceea valorile indicate în [5] trebuie împărțite prin valoarea $1{,}006.10^{-2}$P a viscozității apei la 20°C). Se obțin valorile din tabelul 2.

Tabelul 2

Permeabilitatea la umezire totală, K_u, cm²

	K_u, cm²	abatere logaritmică de la valoarea experimentală
Valoare experimentală	$1{,}46.10^{-6}$	—
Model pori paraleli — relația (3)	$2{,}74.10^{-6}$	+ 0,233
Model Kozeny-Carman — relația (4)	$1{,}28.10^{-6}$	+ 0,132
Model Child și Collis-George relația (5)	$4{,}98.10^{-7}$	— 0,469
Model propus — relația (15)	$1{,}29.10^{-6}$	— 0,053

Din tabel rezultă că modelul propus este de peste 2 ori mai exact decît oricare alt model analizat, în privința valorilor absolute ale permeabilității.

2. *Permeabilitatea la umeziri parțiale*

Aici am căutat să obținem numai valori relative ale permeabilității. Pentru aceasta s-a adoptat în fiecare din formulele (4), (5) și (19) cîte un factor constant așa încît valorile obținute prin calcul să coincidă cu valoarea determinată experimental. De exemplu în tabelul 3 se reprezintă calculul conform metodei propuse de noi. Permeabilitatea se calculează cu relația : $K = 6{,}60.10^{-5} \cdot \frac{DF}{H}$ unde D, F și H sînt valorile din coloanele respective al tabelei 2. În tabelul 3 se trec în paralel valorile K, experimentale și prevăzute de cele trei modele (făcute să coincidă la umiditatea maximă) și erorile modelelor față de experiment.

În fig. 1 se reprezintă mersul curbelor experimentale și teoretice (din cele trei modele) pentru variația permeabilității cu umiditatea stratului (umiditatea — de pe abscisă — este calculată în funcție de raza corespunzătoare din tabelul 2). Se observă ușor, analizînd aceste rezul-

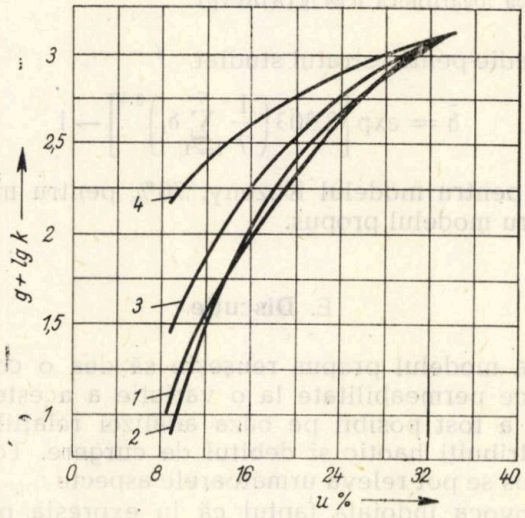


Fig. 1. Variația permeabilității, K, cu umiditatea, u.

1. Curba experimentală ; 2. Modelul propus ; 3. Modelul Childs & Collis — George ; 4. Model Kozeny & Carman.

tate, că modelul propus de noi corelează mulțumitor datele experimentale într-un domeniu larg de permeabilități și că corespondența sa este mult mai bună decît a modelelor Childs sau Kozeny, mai ales la permeabilități joase. Este de remarcat că stratul filtrant ales are o distribuție relativ strînsă a mărimii porilor și că sînt de așteptat discrepanțe și mai mari ale relațiilor Childs sau Kozeny în cazul unei eterogenități și mai pronunțate a mărimii porilor.

Tabelul 3

Verificarea datelor experimentale de permeabilitate la umeziri parțiale ale stratului

	u%	8,72	11,14	15,3	22	27,95	31,37	34,35
10^8K, cm^2	exper.	1,01	3,02	8,05	29,2	78,5	107,6	133,8
	Kozeny	14,1	22,6	38,2	66,4	94,5	117,9	133,3
	Childs	2,72	6,34	16,1	44,7	83,2	111,7	130,4
	rel. (19)	0,81	2,42	3,70	32,6	73,9	112,7	133,7
$10^3\,\delta$ *	Kozeny	+1 146	+ 875	+ 680	+ 358	+ 81	+ 40	— 1
	Childs	+ 431	+ 322	+ 301	+ 185	+ 26	+ 16	+ 11
	rel. (19)	— 97	— 97	+ 34	+ 50	—25	+ 20	0

* δ este abaterea logaritmică $\delta = \lg(K/K\text{exp})$

Abaterea medie pentru stratul studiat,

$$\bar{\delta} = \exp\left[2{,}303\left(\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}\delta_i\right)^{0{,}5}\right] - 1$$

este de : 320% pentru modelul Kozeny, 76% pentru modelul Childs și numai 13% pentru modelul propus.

E. Discuție

S-a văzut că modelul propus reușește să dea o corelare mulțumitoare a datelor de permeabilitate la o variație a acesteia de peste 100 ori. Acest lucru a fost posibil pe baza analizei relațiilor dintre structura porilor distribuiți haotic și debitul de curgere. Totuși în legătură cu modelul propus se pot releva următoarele aspecte :

1. Poate provoca îndoială faptul că în expresia pentru permeabilitate s-a presupus un număr infinit de schimbări ale razei porilor. La acestea trebuie însă remarcat că :

— șirul cu termenul general

$$u_m = \frac{\sum_{k=1}^{m} C_m^k \alpha_m \gamma_1^{m-k} \gamma_2^k}{\sum_{k=1}^{M} C_m^k \gamma_1^{m-k} \gamma_2^k}$$

$$\left(\text{unde } \alpha_m = \frac{1}{a - \frac{kb}{m}}\right)$$

este foarte rapid convergent, așa încît pentru valori m mari u_m diferă foarte puțin de u_∞.

— egalitatea $u_m = u_\infty$ este implicată de însăși valabilitatea legii lui Darcy, care presupune printre altele că permeabilitatea este independentă de lungimea stratului.

2. Modelul propus de noi (ca și cele precedente, de altfel) are o serie de deficiențe, printre care :

— nu se ține cont de ramificarea canalelor,

— nu se ține cont de rezistențele hidraulice ale lărgirilor și îngustărilor de secțiune și ale coturilor.

Cei doi factori menționați au totuși o valoare secundară ; aceasta, ca și faptul că ei au efecte contrarii (primul tinzînd să mărească permeabilitatea, al doilea să o micșoreze) explică dece totuși concordanța cu experiența a fost mulțumitoare.

Laboratorul de chimie fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. E. Scheidegger*, The Physics of Flow through Porous Media, Univ. Toronto Press 1960, p. 12.

2. *P. C. Carman*, Trans. Inst. Chem. Eng. (London) *15*, 150 (1937).

3. *E. Glueckauf, K. H. Barker, G. P. Kitt*, Disc. Faraday Soc. 7, 199 (1949).

4. *J. M. Coulson*, Trans. Inst. Chem. Eng. (London) 27, 237 (1949).

5. *E. C. Childs, N. Collis-George*, Proc. Roy. Soc. (London) *A 201*, 392 (1950).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

MECANICĂ

C.Z. : 629.13

CU PRIVIRE LA ÎNSCRIEREA PE ORBITĂ A SATELIȚILOR ARTIFICIALI

C. GUȚĂ

Dacă un aparat de zbor se deplasează între două puncte în spațiu ale căror coordonate se cunosc, traiectoriile pot să fie foarte diferite, ca urmare a forțelor exterioare care acționează asupra rachetei. Pe unele din aceste traiectorii vehiculul se deplasează într-un timp minim, poate consuma minimum de combustibil, atinge înălțimea maximă, etc. Traiectoriile respective vor fi optime din punct de vedere al parametrului considerat.

La determinarea traiectoriilor optime se utilizează în mod frecvent principii și metode ale calculului variațional.

Dacă orbita pe care sînt plasați sateliții artificiali este circulară sau de excentricitate foarte mică, se poate considera cu o aproximație destul de bună că asupra satelitului acționează numai greutatea proprie și forța centrifugă. Prin aceasta se neglijează rezistența la înaintare, curbura și rotația Pămîntului. [1].

Problema de optimizare a plasării unui satelit pe orbită constă în a găsi o lege de variație a vitezei în timp așa fel încît la o înălțime dată, componenta tangentă la traiectorie V_x să aibe valoare maximă iar cea normală V_z să fie practic nulă. În general, timpul de funcționare al motorului rachetă este mai mic decît cel necesar pentru plasarea pe orbită a unui satelit deosebindu-se două faze distincte și anume : a) *porțiunea activă* a traiectoriei, cînd motorul este în funcțiune ; b) *porțiunea pasivă*, între momentul opririi motorului, pînă la plasarea pe orbita circumterestră, porțiune care corespunde unui zbor balistic.

În general mișcarea pe porțiunea pasivă (corespunzătoare momentului încetării funcționării motoarelor și înscrierii obiectului cosmic pe orbita circumterestră) poate fi studiată neglijînd efectul forței centrifuge.

Componenta verticală a vitezei V_z pe porțiunea pasivă se micșorează în timp. Se poate scrie ecuația corespunzătoare aruncării pe verticală a unui corp material cu viteza V_z

$$z + \frac{V_z^2}{2g} = z_a + \frac{V_{za}^2}{2g} = z_s \qquad (1)$$

z_a — înălțimea față de sol la sfîrșitul porțiunii active ;

z — înălțimea la un moment dat, V_{za} — componenta verticală a vitezei în momentul încetării funcționării motoarelor.

z_s — înălțimea orbitei satelitului ($V_z \simeq 0$).

Funcționala de bază, al cărei extremum trebuie aflat, este de forma :

$$E = z + \frac{V_z^2}{2g} = z_s \tag{2}$$

care se poate reprezenta integral astfel :

$$E = \int_0^{t_a} \left(V_z + \frac{V_z}{g} \dot{V}_z \right) dt \tag{3}$$

unde :

$$V_z = \frac{dz}{dt}, \quad \dot{V}_z = \frac{dV_z}{dt}$$

Ecuațiile generale de mișcare ale navei purtătoare în plan vertical, vor fi :

$$M \frac{dV_x}{dt} = F\cos\varphi - P\sin\theta - R\cos\theta - \frac{G}{g}\frac{V^2}{r}\sin\theta \tag{4}$$

$$M \frac{dV_z}{dt} = F\sin\varphi + P\cos\theta - R\sin\theta - Mg + \frac{G}{g}\frac{V^2}{r}\cos\theta$$

unde φ este unghiul de care-l face suportul forței de tracțiune (F) cu planul orizontal al locului ; r este raza de curbură a traiectoriei în punctul M_1; M masa navei cosmice ; P. R fiind forța portantă respectiv de rezistență la înaintare, iar θ unghiul portanței cu verticala locului conform fig. 1.

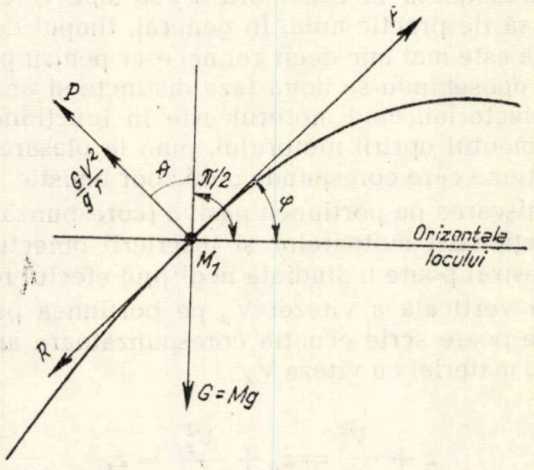


Fig. 1

În cazul plasării pe orbită a sateliților, care se face la înălțimi mari (peste 150 km) unde atmosfera este foarte rarefiată față de cea de la sol $\left(\frac{\varrho_{150\,\mathrm{km}}}{\varrho_0} \cong 2 \cdot 10^{-9}\right)$ conform [1] și deci, se poate neglija portanța și rezistența la înaintare.

Ecuațiile (4) devin:

$$M\frac{dV_x}{dt} = F\cos\varphi \qquad \text{(după tangentă la traiectorie)} \tag{5}$$

$$M\frac{dV_z}{dt} = F\sin\varphi - Mg \quad \text{(după normală la traiectorie)}$$

Notînd: $\frac{F}{M} = a_x$ obținem:

$$\frac{dV_x}{dt} - a_x\cos\varphi = 0 \tag{6}$$

$$\frac{dV_z}{dt} - a_x\sin\varphi + g = 0 \tag{7}$$

unde a_x este accelerația datorită forței de tracțiune, îndreptată după tangentă, avînd același suport cu aceasta.

În afara ecuațiilor (6) mai pot fi considerate relațiile cinematice:

$$V_x = \frac{dx}{dt} \tag{8}$$

$$V_z = \frac{dz}{dt} \tag{9}$$

Introducînd multiplicatorii lui Lagrange, se scrie funcția ajutătoare Weierstrass pe baza relațiilor (3), (6), (7) și (9):

$$E = -\left(V_z + \frac{V_z}{g}\cdot\frac{dV_z}{dt}\right) + \lambda_1 a_x\cos\varphi + \lambda_2\left(\frac{dV_z}{dt} - a_x\sin\varphi + g\right) \tag{10}$$

unde $\lambda_1 = \text{const.}$ iar $\lambda_2 = \lambda_2(t)$.

Problema variațională ce se pune este de a găsi extremalele funcției E, cu condiția (6), ceea ce revine la rezolvarea unei probleme de extremum condiționat [2, 3, 5].

Se poate considera F, respectiv a_x ca o funcție cunoscută de timp. În acest caz din (10) rezultă că trebuie determinate funcțiile $V_z = V_z(t)$ și $\varphi = \varphi(t)$.

Ecuațiile lui Euler — Lagrange au forma :

$$\frac{\partial E}{\partial V_z} - \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial E}{\partial \left(\frac{dV_z}{dt} \right)} = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial E}{\partial \varphi} - \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial E}{\partial \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)} = 0 \tag{12}$$

Ecuația Euler-Lagrange (11) aplicată funcției (10) ne dă :

$$\frac{\partial E}{\partial V_z} = -\left(1 + \frac{1}{g} \cdot \frac{dV_z}{dt} \right); \quad \frac{\partial E}{\partial \left(\frac{dV_z}{dt} \right)} = -\frac{V_z}{g} + \lambda_2$$

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial E}{\partial \left(\frac{dV_z}{dt} \right)} = -\frac{1}{g} \frac{dV_z}{dt} + \frac{d\lambda_2}{dt} \tag{13}$$

sau :

$$\frac{d\lambda_2}{dt} = -1 \text{ de unde : } \lambda_2 = -t + C \tag{14}$$

În mod analog :

$$\frac{\partial E}{\partial \varphi} = -\lambda_1 a_x \sin\varphi - \lambda_2 a_x \cos\varphi ; \quad \frac{\partial E}{\partial \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)} = 0$$

Ținînd seama că : $a_x \neq 0$, $\lambda_1 = -\frac{1}{B} = \text{const}$; înlocuind și (14) ecuația (12) devine :

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} A - Bt \tag{15}$$

Expresia (15) mai poate fi scrisă sub forma :

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\varphi_0 - Bt \tag{16}$$

unde φ_0 este unghiul inițial de lansare.

Pentru deducerea expresiei finale a legii de dirijare $[\varphi = \varphi(t)]$ trebuie determinate constantele φ_0 și B.

Se pornește de la condiția ca în momentul opririi motoarelor să se atingă viteza tangențială necesară (V_{xs}) :

$$V_{xs} = V_{xa} = g \int_0^{ta} \frac{F}{G} \cos\varphi \, dt \tag{17}$$

La sfîrșitul segmentului activ al traiectoriei trebuie să fie îndeplinită condiția :

$$\frac{\partial E}{\partial\left(\frac{dV_z}{dt}\right)}=0 \text{ ceea ce conduce la } \lambda_{2a}=\frac{V_{za}}{g} \tag{18}$$

Conform (14) și (15), rezultă :

$$\lambda_{2a}=C-ta=\frac{\operatorname{tg}\varphi_0}{B}-ta \tag{19}$$

Din ecuația (7) se deduce viteza rachetei la sfîrșitul segmentului activ al traiectoriei :

$$V_{za}=g\left(\int_0^{ta}\frac{F}{Mg}\sin\varphi\,dt-ta\right) \tag{20}$$

deci

$$\operatorname{tg}\varphi_0=B\int_0^{ta}\frac{F}{Mg}\sin\varphi\,dt \tag{21}$$

Avînd tgφ dată de relația (16), se poate scrie :

$$\begin{aligned}\cos\varphi&=\frac{1}{\sqrt{1+(\operatorname{tg}\varphi_0-Bt)^2}}\\ \sin\varphi&=\frac{\operatorname{tg}\varphi_0-Bt}{\sqrt{1+(\operatorname{tg}\varphi_0-Bt)^2}}\end{aligned} \tag{22}$$

și înlocuind în relațiile (17) și (21), se obține :

$$V_{xs}=g\int_0^{ta}\frac{F}{G}\frac{dt}{\sqrt{1+(\operatorname{tg}\varphi_0-Bt)^2}} \tag{23}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_0=B\int_0^{ta}\frac{F}{G}\frac{(\operatorname{tg}\varphi_0-Bt)dt}{\sqrt{1+(\operatorname{tg}\varphi_0-Bt)^2}} \tag{24}$$

Din ultimele două relații se pot determina constantele B și $\operatorname{tg}\varphi_0$. Astfel, știind că discriminantul expresiei de sub radical este pozitiv și anume $\Delta=1>0$ și $B^2>0$ se poate scrie :

$$V_{xs}=\frac{F}{M}\int_0^{ta}\frac{dt}{\sqrt{1+(\operatorname{tg}\varphi_0-Bt)^2}}=\frac{F}{MB}\left[Arsh\,(Bta-\operatorname{tg}\varphi_0)+Arsh\,(\operatorname{tg}\varphi_0)\right] \tag{25}$$

De asemenea ținînd seama de relațiile de transformare

$$\begin{aligned}Arsh\,(Bta-\operatorname{tg}\varphi_0)&=\ln\left[(Bta-\operatorname{tg}\varphi_0)+\sqrt{1+(Bta-\operatorname{tg}\varphi_0)^2}\right]\\ Arsh(\operatorname{tg}_0)&=\ln\left[\operatorname{tg}\varphi_0+\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi_0}\right]=\ln\frac{1+\sin\varphi_0}{\cos\varphi_0}\end{aligned} \tag{26}$$

relația (25) devine :

$$\frac{MBV_{xs}}{F} = \ln\left[(Bta - \operatorname{tg}\varphi_0) + \sqrt{1 + (Bta - \operatorname{tg}\varphi_0)^2}\right] \frac{1 + \sin\varphi_0}{\cos\varphi_0} \tag{27}$$

sau dacă se notează :

$$\begin{aligned} Bta - \operatorname{tg}\varphi_0 &= u(B, \varphi_0) \\ \left(\frac{1 + \sin\varphi_0}{\cos\varphi_0}\right)^{-1} &= v(\varphi_0) \end{aligned} \tag{28}$$

rezultă :

$$\frac{MV_{xs}}{F} = \frac{V_{xs}}{g\dfrac{F}{G}} = a$$

$$u(B, \varphi_0) + \sqrt{1 + u^2(B, \varphi_0)} = v(\varphi_0)\, e^{aB} \tag{29}$$

S-a obținut astfel o primă relație între constantele φ_0 și B.

În mod asemănător relația (24) se scrie :

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{BF}{G}\operatorname{tg}\varphi_0 \int_0^{ta} \frac{dt}{\sqrt{1 + (\operatorname{tg}\varphi_0 - Bt)^2}} - \frac{B^2F}{G} \int_0^{ta} \frac{t\,dt}{\sqrt{1 + (\operatorname{tg}\varphi_0 - Bt)^2}}$$

$$\int_0^{ta} \frac{t\,dt}{\sqrt{1 + (\operatorname{tg}\varphi_0 - Bt)^2}} = \frac{\sqrt{1 + (\operatorname{tg}\varphi_0 - Bta)^2}}{B^2} - \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\varphi_0}}{B^2} - \tag{30}$$

$$- \frac{\operatorname{tg}\varphi_0}{B} \int_0^{ta} \frac{dt}{\sqrt{1 + (\operatorname{tg}\varphi_0 - Bt)^2}}$$

Din relațiile (30) se obține :

$$\operatorname{tg}\varphi_0 + \frac{F}{G}\sqrt{1 + (\operatorname{tg}\varphi_0 - Bta)^2} - \frac{F}{G}\sqrt{1 + \operatorname{tg}\varphi_0} = 0 \tag{31}$$

De obicei, pentru navele cosmice care plasează pe orbite sateliți, raportul între forța de tracțiune și greutate este cuprinsă între limitele :

$$1{,}10 < \frac{F}{G} < 2{,}0 \tag{32}$$

Relația (31) mai poate fi scrisă, după unele dezvoltări :

$$\frac{F}{G}\left(2\sin\varphi_0 + \frac{F}{G}\right)(1 + \operatorname{tg}^2\varphi_0) + (2\operatorname{tg}\varphi_0 - Bta)Bta = 1 \tag{33}$$

Din (33) se poate scoate $B = B(\varphi_0)$ care după înlocuirea în (29) sau (27) se deduce φ_0. Un calcul mult mai ușor se poate face pe baza relațiilor (29) și (33) dacă acestea vor fi reprezentate grafic pentru valori date ale parametrului „a" din (28) și timpului de ardere (ta).

Introducînd valorile determinate pentru $tg\varphi_0$ și B în (16) se obține legea de dirijare, respectiv unghiul de poziție al rachetei în orice moment în așa fel încît componenta orizontală a vitezei să fie maximă iar cea verticală (după raza vectoare în punctul considerat) să devină nulă.

Catedra de aeronave și instalații de bord
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Ostoslavschi I. V., Strajeva I. V.*, Dinamica poleota, Oboronghiz, Moscova, 1963.
2. *Haimovici A.*, Ecuațiile fizicii matematice și elemente de calcul variațional, Editura Didactică și Pedagogică, 1966.
3. *Leitman G.*, Optimization tehniquees, New-York-London, Academic Press, 1962.
4. *Bellman R., Dreyfus St.*, Programarea dinamică aplicată, Editura tehnică (traducere din L. engleză) 1967.
5. *Marinescu Al., Guță C.*, Ecuațiile generale ale mișcării aparatelor cosmice în procesul de apropiere și întîlnire pe orbite. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 1, 1968.
6. *Marinescu Al., Guță C.*, Urcarea în timp minim a rachetelor cu mai multe trepte. Buletinul Institutului politehnic București, Nr. 1, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORCHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

ORGANE DE MAȘINI

C.Z. : 621.81

DIE LAGE DES QUERBELASTETEN ZAPFENS IN DER AUS MATERIALIEN MIT GERINGEM ELASTIZITÄTSMODUL GEFERTIGTEN LAGERSCHALE *

GH. MANEA, N. BOICU, M. PASCOVICI, I. VOICA

1. Allgemeine Betrachtung

In den theoretischen und experimentellen Untersuchungen über die hydrodynamischen Prozesse die in der Oelschicht zwischen Lagerschale und Welle stattfinden, werden die Grenzflächen fast ausschlisslich als starr betrachtet. Unter Vernachlässigung der elastischen Verformungen, wird damit auch die veränderliche Spalthöhe h nur von der Flächengeometrie bestimmt.

Für die aus metallischen Werkstoffen ausgeführten Zapfen und Lagerschalen ist diese Voraussetzung leicht annehmbar, da die Lokalverformungen unter der Wirkung der hydrodynamischen Pressungen unbedeutend sind. Die Vertiefung der Untersuchung dieser Vorgänge erscheint jedoch als Notwendigkeit, wenn die Lagerschale aus einem Material mit geringem Elastizitätsmodul — z.B. aus Polyamid —besteht. Bedeutende Lokalverformungen haben eine Änderung der Geometrie des Flüssigkeitsspaltes, mit Einfluss auf die Pressungs-und Temperaturverteilung im Flüssigkeitsfilm, infolgedessen auch auf die Viscositätsänderung, zur Folge ; das Schlussergebnis ist eine andere Zapfenlage als bei der metallischen Lagerschale. Erwähnt sei auch, dass die Temperatur gleichzeitig den Elastizitätsmodul der Plastmasse in bedeutendem Mass beeinflusst.

In solchen Fällen besteht die gesamte örtliche Höhe h der Flüssigkeitsschicht aus der Kumulation der geometrischen Höhe h'_g zwischen den als *starr* betrachteten Grenzflächen — jedoch in der, zugolge der elastischen Verformungen, versetzten Lage — mit den elastischen Lokalverschiebungen der Zapfen— und Schalenfläche h_{ef}, bzw. h_{ec} :

$$h = h'_g + h_{ef} + h_{ec}. \tag{1}$$

* Manuskript den 15 März 1969 eingegangen.

Unter Voraussetzung der linearen Abhängigkeit zwischen Spannungen und Verschiebungen, werden die Grössen $u_{f,c}$, $v_{f,c}$, $w_{f,c}$ der Verschiebungen eines Punktes im Inneren des Zapfens, bzw. der Schale — nach den drei zylindrischen Koordinatenrichtungen r, α, z — sowie die entsprechenden Spannungen $\sigma_{f,c}$, $\tau_{f,c}$, mit Hilfe der bekannten Beziehungen aus der Elastizitätstheorie bestimmt. Diese Beziehungen enthalten auch die Elastizitätseigenschaften des Materials.

Die gegenseitige Beeinflussung der hydrodynamischen Prozesse und der örtlich elastisch-bedingten Verschiebungen erfordert, unter diesen Umständen, die gleichzeitige Betrachtung der Pressungsgleichungen und der Beziehungen der Elastizitätstheorie. Durch Integration dieser Gleichungen unter Berücksichtigung der entsprechenden Grenzbedingungen, für Zapfen und Schale, besteht die Möglichkeit die Lösung des elastohydrodynamischen Problems der Radiallagers zu erhalten.

Hierbei ist es zu bemerken :

a) auf einer und derselben, durch den Neigungswinkel α bestimmten Radialrichtung, werden die Radialspannungen σ_{r_f} und σ_{r_c}, auf der Aussenfläche des Zapfens, bzw. Innenfläche der Schale, gleich der örtlichen Pressung p im Flüssigkeitsfilm, infolgedessen auch untereinander gleich

$$\sigma_{r_{f,c}} = p(\alpha, z) \tag{2}$$

soweit man diese Pressung, wie üblich in der hydrodynamischen Theorie, längs der radialen Richtung als unveränderlich annimmt ;

b) da die lineare Abhängigkeit zwischen Spannungen und Verschiebungen für den Plastwerkstoff nur annähernd gilt, sind für E und G, in die Rechnung, Mittelwerte einzuführen ;

c) die, infolge der elastischen Verformungen, hervorgerufenen Abweichungen der Oelfilmhöhe, gegenüber der geometrischen Höhe h'_g, werden von der örtlichen Radialverschiebungen $u_{f,c}$ gegeben :

$$h_{e_{f,c}} = u_{f,c} \tag{3}$$

Die Komplexität und die Schwierigkeiten der Untersuchung werden von Anfang an offenbar.

Die Erfahrung bei der Behandlung einfacherer Probleme, wie diejenigen der Elastizitätstheorie, zeigt dass, für gegebene Fälle, in denen die nummerische Entwicklung der Rechnung möglich ist, die Lösung aufgebaut werden kann, jedoch auch dann, unter Benutzung der Analogien und der elektronischen Rechenanlagen.

Zweck dieser Arbeit ist eine Methode aufzustellen, die die quantitative Verfolgung der unter der Wirkung der hydrodynamischen Pressungen örtlich entstehenden Verformungen ermöglicht, und die unterschiedliche Lage des Zapfens in der Schale aus einem Material mit niedrigem Elastizitätsmodul, gegenüber dem Falle der metallischen, als starr betrachteten Schale, hervorzuheben.

2. Das ebene Problem

2.1. Für den unendlich langen Zapfen, unter den üblichen Annahmen, hat die Reynolds-Grundgleichung die scheinbar einfache Form:

$$\frac{\partial p}{\partial \alpha} = \frac{6\,\eta V_{r_f}}{h^2} + \frac{C_1}{h^3} \tag{4}$$

Hierin bedeuten (Bild 1):

r_f, r_c — Zapfen —, bzw. Schalenradius;
V — Umfangsgeschwindigkeit relativ der Lagerschale;
η — Viscosität des Oeles.

C_1 stellt eine Konstante dar, die von den geometrischen und funktionellen Bedingungen bestimmt ist.

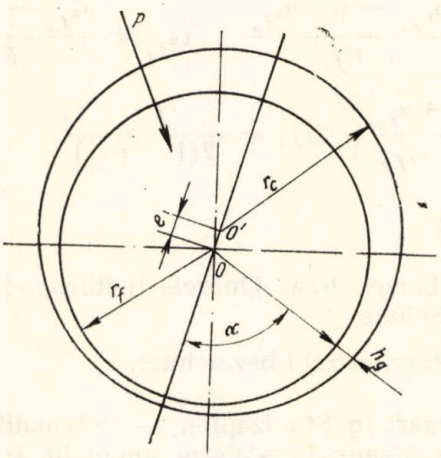


Bild. 1

Die Gleichungen der Elastizitätstheorie gehen in die für das ebene Problem gültige Form über. Nach der Einführung der biharmonischen Funktion Φ der Spannungen

$$\Delta^2 \Phi_{f,c} = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}\right)\Phi_{f,c} = 0, \tag{5}$$

erhält man die Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{r_{f,c}} &= \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi_{f,c}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \Phi_{f,c}}{\partial \alpha^2}; \\ \sigma_{\alpha_{f,c}} &= \frac{\partial^2 \Phi_{f,c}}{\partial r^2}; \\ \tau_{r_{f,c}} &= -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi_{f,c}}{\partial \alpha}\right). \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Um die Verschiebungen zu bestimmen, benutzt man die Abhängigkeit ihrer partiellen Ableitungen von den spezifischen Verschiebungen :

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{r_{f,c}} &= \frac{\partial u_{f,c}}{\partial r}; \\ \varepsilon_{\alpha_{f,c}} &= \frac{u_{f,c}}{r} + \frac{\partial v_{f,c}}{r\,\partial \alpha}; \\ \gamma_{r_{f,c}} &= \frac{\partial u_{f,c}}{r\,\partial \alpha} + \frac{\partial v_{f,c}}{\partial r} - \frac{v_{f,c}}{r}, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

und das Hookesche Gesetz für das ebene Problem :

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{r_{f,c}} &= \frac{\sigma_{r_{f,c}} - \mu_{f,c}\,\sigma_{\alpha_{f,c}}}{E_{f,c}}; \quad \varepsilon_{\alpha_{f,c}} = \frac{\sigma_{\alpha_{f,c}} - \mu_{f,c}\,\sigma_{r_{f,c}}}{E_{f,c}}; \\ \gamma_{r_{f,c}} &= \frac{\tau_{r\alpha_{f,c}}}{G_{f,c}}; \quad G_{f,c} = \frac{E_{f,c}}{2(1+\mu_{f,c})} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Es wurden mit :

$E_{f,c}$, $G_{f,c}$ — der Längs- bzw. Querelastizitätsmoduls des Zapfens und der Schale,

$\mu_{f,c}$ — die Poissonszahl bezeichnet.

2.2. Bei der Paarung Stahlzapfen — Polyamidschale, ist das Verhältnis der Elastizitätsmodulen-Werte ungefähr 1/100 ; damit werden auch die den örtlichen Verformungen entsprechenden Verschiebungen der Schaleninnenfläche bei weitem überwiegend.

Nach Lösung der Gleichung (5) unter Verwendung eines Fourier-Ansatzes, erhält man die allgemeine Lösung :

$$\left.\begin{aligned} \Phi_c = {} & a_0 + b_0 \ln r + (c_0 + d_0 \ln r)\, r^2 + (A \cos\alpha + B \sin\alpha)\, r\alpha + \\ & + \left(a_1 + b_1 r^2 + \frac{c_1}{r^2} + d_1 \ln r\right) r \cos\alpha + \left(e_1 + f_1 r^2 + \frac{g_1}{r^2} + h_1 \ln r\right) r \sin\alpha + \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} [(a_n + b_n r^2 + c_n r^{-2n} + d_n r^{(-n+1)})\, r^n \cos n\alpha + (e_n + f_n r^2 + \\ & \qquad + g_n r^{-2n} + h_n r^{2(-n+1)})\, r^n \sin n\alpha] \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

in der a_j, b_j ... g_j, h_j, A und B noch zu bestimmende Konstänten sind ($j = 0, 1, 2\ldots, n$).

Die Einführung dieser Lösung in Gleichnung (6) führt die analytischen Ausdrücke der Spannungen in Reihenformen über, die deren Grundfunktion — Reihe entsprechen, und zwar :

$$\sigma_{r_c} = \frac{b_0}{r^2} + 2\,c_0 + d_0(1 + 2\,ln\,r) + \left(2\,b_1 r - \frac{2\,c_1}{r^3} + \frac{d_1 + 2\,B}{r}\right)\cos\alpha +$$
$$+\left(2\,f_1 r - \frac{2\,g_1}{r^3} + \frac{h_1 - 2\,A}{r}\right)\sin\alpha + \sum_{n=2}^{\infty}\{[(n - n^2)\,a_n r^{n-2} -$$
$$-(n^2 - n - 2)\,b_n r^n - (n^2 + n)\,c_n r^{-(n-2)} - (n^2 + n - 2)\,d_n r^{-n}]\cos n\alpha +$$
$$+[(n - n^2)\,e_n r^{n-2} - (n^2 - n - 2)\,f_n r^n - (n^2 + n)\,g_n r^{-(n+2)} -$$
$$-(n^2 + n - 2)\,h_n r^{-n}]\sin n\alpha\}$$

$$\sigma_{\alpha_c} = -\frac{b_0}{r^2} + 2\,c_0 + (3 + 2\,ln\,r)\,d_0 + \left(6\,b_1 r + \frac{2\,c_1}{r^3} + \frac{d_1}{r}\right)\cos\alpha +$$
$$+\left(6\,f_1 r + \frac{2\,g_1}{r^3} + \frac{h_1}{r}\right)\sin\alpha + \sum_{n=2}^{\infty}\{[n(n-1)\,a_n r^{n-2} +$$
$$+(n+2)(n+1)\,b_n r^n + n(n+1)\,c_n n^{-(n+2)} + (n-2)(n-1)\,a_n r^{-n}]\cos n\alpha +$$
$$+[n(n-1)\,e_n r^{n-2} + (n+2)(n+1)\,f_n r^n + n(n+1)\,g_n r^{-(n+2)} +$$
$$+(n-2)(n-1)\,h_n r^{-n}]\sin n\alpha\}$$

$$\tau_{r\alpha_c} = \left(2\,b_1 r - \frac{2\,c_1}{r^3} + \frac{d_1}{r}\right)\sin\alpha - \left(2\,f_1 r - \frac{2\,g_1}{r^3} + \frac{h_1}{r}\right)\cos\alpha +$$
$$+\sum_{n=2}^{\infty}\{[n(n-1)\,a_n r^{n-2} + n(n+1)\,b_n r^n - n(n+1)\,c_n r^{-(n+2)} -$$
$$-n(n-1)\,d_n r^{-n}]\sin n\alpha - [n(n-1)\,e_n r^{n-2} + n(n+1)\,f_n r^n -$$
$$-n(n-1)\,g_n r^{-(n+2)} - n(n-1)\,h_n r^{-n}]\cos n\alpha\} \qquad (10)$$

Man setzt die für die Spannungen erhaltenen Ausdrücke (10) in die Gleichungern (8), und die Ergebnisse, in die für die Verschiebungen geltenden Formeln (7), ein. Durch Integration dieses letzten Differentialgleichung — Systems ergeben sich zum Schluss die Ausdrücke der Verschiebungen in der Form :

$$E_c u_c = -\frac{1 + \mu_c}{r}\,b_0 + 2(1 - \mu_c)\,c_0 r + \left[(1 - 3\,\mu_c)\,b_1 r^2 + \frac{1 + \mu_c}{r^2}\,c_1 +\right.$$
$$\left.+\frac{4 + (1 - \mu_c)^2}{1 - \mu_c}\,d_1\,ln\,r\right]\cos\alpha + \left[(1 - 3\,\mu_c)\,f_1 r^2 + \frac{1 + \mu_c}{r^2}\,g_1 -\right.$$
$$\left.-\frac{4 + (1 - \mu_c)^2}{1 - \mu_c}\,h_1\,ln\,r\right]\sin\alpha + \sum_{n=2}^{\infty}\{\{-n(1 + \mu_c)\,a_n r^{n-1} -$$
$$-[n(1 + \mu_c) - 2(1 - \mu_c)]\,b_n r^{n+1} + n(1 + \mu_c)\,c_n r^{-(n-1)} +$$
$$+[n(1 + \mu_c) + 2(1 - \mu_c)\,d_n r^{-(n-1)}\}\cos n\alpha + \{-n(1 + \mu_c)\,e_n r^{n-1} -$$
$$-[n(1 + \mu_c) - 2(1 - \mu_c)]\,f_n r^{n+1} + n(1 + \mu_c)\,g_n r^{-(n-1)} +$$
$$+[n(1 + \mu_c) + 2(1 - \mu_c)]\,h_n r^{-(n-1)}\}\sin n\alpha\} + \mathfrak{C}\cos\alpha + \mathfrak{D}\sin\alpha$$

$$E_c v_c = \left[(5+\mu_c)\, b_1 r^2 + \frac{1+\mu_c}{r^2} c_1 - \frac{4\mu_c + (1+\mu_c)^2}{(1-\mu_c)} d_1 + \right.$$
$$\left. + \frac{4 + (1-\mu_c)^2}{1-\mu_c} d_1 \ln r \right] \sin\alpha - \left[(5+\mu_c) f_1 r^2 + \frac{1+\mu_c}{r^2} g_1 + \right.$$
$$\left. + \frac{4\mu_c + (1-\mu_c)}{(1-\mu_c)} h_1 - \frac{4 + (1-\mu_c)^2}{(1-\mu_c)} h_1 \ln r \right] \cos\alpha +$$
$$+ \sum_{n=2}^{\infty} \{ [n(1+\mu_c) a_n r^{n-1} + [n(1+\mu_c)+4]\, b_n r^{n+1} + n(1+\mu_c)\, c_n r^{-(n-1)} +$$
$$+ [n(1+\mu_c) - 4]\, d_n r^{-(n-1)}\} \sin n\alpha - \{n(1+\mu_c)\, e_n r^{n-1} +$$
$$+ [n(1+\mu_c)+4]\, f_n r^{n+1} + n(1+\mu_c)\, g_n r^{-(n-1)} +$$
$$+ [n(1+\mu_c) - 4]\, h_n r^{-(n+1)}\} \cos n\alpha - \mathfrak{C} \sin\alpha + \mathfrak{D} \cos\alpha + \mathfrak{F} r \qquad (11)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichförmigkeits-Bedingung der Verschiebungen bei der obigen Integration erhält man für die Spannungen:

$$\sigma_{r_c} = -\frac{b_0}{r^2} + 2c_0 + \left(2 b_1 r - \frac{2 c_1}{r^3} + \frac{3+\mu_c}{1-\mu_c} \frac{d_1}{r}\right) \cos\alpha +$$
$$+ \left(2 f_1 r + \frac{2 g_1}{r^3} - \frac{3+\mu_c}{1-\mu_c} \frac{h_1}{r}\right) \sin\alpha + \sum_{n=2}^{\infty} \{[-n(n-1) a_n r^{n-2} -$$
$$-(n-2)(n+1) b_n r^n - n(n+1) c_n r^{-(n+2)} - (n+2)(n+1) d_n r^{-n}] \cos\alpha n +$$
$$+ [-n(n-1) e_n r^{n-2} - (n-2)(n+1) f_n r^n - n(n+1) g_n r^{-(n+2)} -$$
$$- (n+2)(n+1) h_n r^{-n}] \sin n\alpha\}$$

$$\sigma_{\alpha_c} = -\frac{b_0}{r^2} + 2c_0 + \left(6 b_1 r + \frac{2 c_1}{r^3} + \frac{d_1}{r}\right) \cos\alpha + \left(6 f_1 r + \frac{2 g_1}{r^3} + \right.$$
$$\left. + \frac{h_1}{r}\right) \sin\alpha + \sum_{n=}^{\infty} \{[n(n-1) a_n r^{n-2} + (n+1)(n+2) b_n r^n +$$
$$+ n(n+1) c_n r^{-(n+2)} + (n-1)(n-2) d_n r^{-n}] \cos n\alpha + [n(n-1) e_n r^{n-2} +$$
$$+ (n+1)(n+2) f_n r^n + n(n-1) g_n r^{-(n+2)} + (n-1)(n-2) f_n r^{-n}] \sin n\alpha\}$$

$$\tau_{r\alpha_c} = \sum_{n=2}^{\infty} \{[n(n-1) a_n r^{n-2} + n(n+1) b_n r^n - n(n+1) c_n r^{-(n+2)} -$$
$$- n(n-1) d_n r^{-n}] \sin n\alpha - [n(n-1) e_n r^{n-2} + n(n+1) f_n r^n -$$
$$- n(n+1) g_n r^{-n(n+2)} - n(n-1) h_n r^{-n}] \cos n\alpha\} + \left(2 b_1 r - \right.$$
$$\left. - \frac{2 c_1}{r^3} + \frac{d_1}{r}\right) \sin\alpha - \left(2 f_1 r - \frac{2 g_1}{r^3} + \frac{h_1}{r}\right) \cos\alpha \qquad (12)$$

Es besteht die Möglichkeit, die Verteilung der Pressungen innerhalb des Flüssigkeitsfilms, für eine beliebige Form, den wirklichen Bedingungen entsprechend, durch eine Reihe auszudrücken, und zwar von der Form

$$p(\alpha) = -\sum_{n=0}^{\infty} A_n^* \cos n\,\alpha - \sum_{n=0}^{\infty} B_n^* \sin n\,\alpha \qquad (13)$$

Unter gleichzeitiger Berücksichtigung der hydrodynamischen und elastischen Prozesse, werden die Grenzbedingungen an der Innenfläche der Plastbüchse

$$r = r_f + h, \quad \sigma_{r_c} = -p(\alpha), \quad \tau_{r\alpha_c} = \tau_0$$

Dabei wird mit τ_0 die Tangentialspannung in der Flüssigkeit bezeichnet. Die rechnerischen Schwierigkeiten werden dadurch grösser, dass die Scherspannung in der Oelmasse von der Viskosität-ebenfalls veränderlich — abhängig ist. Es ist jedoch festzustellen, dass das Verhältnis zwischen Tangential — und Radialspannungen von der Grössenordnung des Flüssigkeitsreibungszahl ist; dadurch, im Bezug auf die elastischen Verformungen, kann der Einfluss der Tangentialspannungen vernachlässigt werden. Anderseits, wenn man in der ersten Grenzbedingung der Wert r durch r_c einsetzt, wird eine ganz unbedeutende Abweichung eingeführt und zwar von der Grössenordnung von $\psi = \frac{\Delta r}{r}$ d. h. von ungefähr 1/1 000. In vorliegendem Falle, bleibt man der Wirklichkeit sehr nahe, wenn für die Innenfläche der Schale die Grenzbedingungen

$$r = r_c \quad \sigma_{r_c} = -p(\alpha) \quad \tau_{r\alpha_c} = 0 \qquad (14)$$

als gültig betrachtet werden.

Somit ergeben die Gleichungen (10), (12) für die Spannungen, und (13) für die Pressungen das Gleichungssystem :

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{b_0}{r_c^2} + 2\,c_0 = A^* \\[2ex]
\left\{\begin{array}{l} 2\,b_1 r_c - \dfrac{2\,c_1}{r_c^3} + \dfrac{3+\mu_c}{1-\mu_c}\,\dfrac{d_1}{r_c} = \mathfrak{A}_1^* \\[2ex] 2\,b_1 r_c - \dfrac{2\,c_1}{r_c^3} + \dfrac{d_1}{r_c} = 0 \end{array}\right. \\[2ex]
\left\{\begin{array}{l} 2\,f_1 r_c - \dfrac{2\,g_1}{r_c^3} - \dfrac{3+\mu_c}{1-\mu_c}\,\dfrac{h_1}{r_c} = \mathfrak{B}^* \\[2ex] 2\,f_1 r_c - \dfrac{2\,g_1}{r_c^3} - \dfrac{h_1}{r_c} = 0 \end{array}\right. \\[2ex]
\left\{\begin{array}{l} -n(n-1)\,a_n r_c^{n-2} - (n-2)(n+1)\,b_n r_c^n - n(n-1)\,c_n r_c^{-(n+2)} - \\ \qquad -(n+2)(n-1)\,d_n r_c^{-n} = A_n^* \\[2ex] n(n-1)\,a_n r_c^{n-2} + n(n+1)\,b_n r_c^n - n(n+1)\,c_n r_c^{-(n+2)} - \\ \qquad -n(n-1)\,d_n r_c^{-n} = 0 \end{array}\right.
\end{array}\right\} \qquad (15)$$

$$\left\{\begin{array}{c} -n(n-1)\,e_n r_c^{n-2} - (n-2)(n+1)\,f_n r_c^n - n(n+1)\,g_n r_c^{-(n+2)} - \\ -(n+2)(n-1)\,h_n r_c^{-n} = B_n^* \\ n(n-1)\,e_n r_c^{n-2} + n(n+1)\,f_n r_c^n - n(n+1)\,g_n r_c^{-(n+2)} - \\ -n(n-1)\,h_n r_c^{-n} = 0 \end{array}\right\}$$

Auf der Aussenfläche der elastischen Büchse, entsprechen die Grenzbedingungen denjenigen eines Problems der Elastizität.

Der metallische Schalenkörper — als starr betrachtet — verhindert jegliche Radialverschiebung der zylindrischen, aus elastischen Material hergestellten, ohne Spiel eingeführten Büchse. Mit der Bezeichnung s für ihre Wanddicke, werden die Grenzbedingungen für die Aussenfläche der Büchse

$$r = r_c + s \quad \tau_{r\alpha_c} = 0 \quad u_c = 0$$

Aus den Gleichungen für die Spannungen und für die Verschiebungen ergibt sich somit

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{1+\mu_c}{r_c+s}\,b_0 + 2(1-\mu_c)(r_c+s)\,c_0 = 0 \\ \left\{\begin{array}{l} (1-3\mu_c)\,b_1(r_c+s)^2 + \dfrac{1+\mu_c}{(r_c+s)^2}\,c_1 - \dfrac{(1-\mu_c)^2+4}{1-\mu_c}\,d_1 \ln(r_c+s) = -C \\ 2\,b_1(r_c+s) - \dfrac{2\,c_1}{(r_c+s)^3} + \dfrac{d_1}{r_c+s} = 0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} (1-3\mu_c)\,f_1(r_c+s)^3 + \dfrac{1+\mu_c}{(r_c+s)^2}\,g_1 - \dfrac{(1-\mu_c)^2+4}{1-\mu_c}\,h_1 \ln(r_c+s) = -D \\ 2\,f_1(r_c+s) - \dfrac{2\,g_1}{(r_c+s)^2} + \dfrac{h_1}{r_c+s} = 0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{c} -n(1+\mu_c)\,a_n(r_c+s)^{n-1} - [n(1+\mu_c) - 2(1-\mu_c)]\,b_n(r_c+s)^{n+1} + \\ +n(1+\mu_c)\,c_n(r_c+s)^{-(n-1)} + [n(1+\mu_c) + 2(1-\mu_c)]\,d_n(r_c+s)^{-(n-1)} = 0 \\ n(n-1)\,a_n(r_c+s)^{n-2} + n(n+1)\,b_n(r_c+s)^n - n(n+1)\,c_n(r_c+s)^{-(n+2)} - \\ -n(n-1)\,d_n(r_c+s)^{-n} = 0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{c} -n(1+\mu_c)\,e_n(r_c+s)^{n-1} - [n(1+\mu_c) - 2(1-\mu_c)]\,b_n(r_c+s)^{n+1} + \\ +n(1+\mu_c)\,g_n(r_c+s)^{-n(n-1)} + [n(1+\mu_c) + 2(1-\mu_c)]\,h_n(r_c+ \\ +s)^{-(n-1)} = 0 \\ n(n-1)\,e_n(r_c+s)^{n-2} + n(n+1)\,f_n(r_c+s)^n - n(n+1)\,g_n(r_c+ \\ +s)^{-(n+2)} - n(n-1)\,h_n(r_c+s)^{-n} = 0 \end{array}\right. \end{array}\right\} \quad (17)$$

Es ist leicht zu bemerken dass, selbst unter Voraussetzung bekannter Pressungsverteilung längs der Tragzone im Flüssigkeitsfilm, die Berechnung der örtlichen Radialverschiebungen u_c der Innenfläche an erhebliche Schwierigkeiten stösst; diese werden dadurch vergrössert, dass zunächst der Druckverlauf (13) und Lage des Zapfens in der Schale, somit die Werte h'_g selbst nicht bekannt sind.

Das Problem wird jedoch durch ein Rekursionsverfahren lösbar.

Unter Voraussetzung vollkommener Starrheit von Zapfen und Schalenkörper, und Berücksichtigung von Gleichung (4), wird die Pressungsgleichung in der von (13) gegebenen Fourier-Reihe entwickelt. Aus (15) und (17) werden die Integrationskonstanten der biharmonischen Function Φ_c bestimmt. Die erste der Gleichungen (11) liefert dann die Radialverschiebung u_c an der Innenfäche der Büchse. Weiter werden Gleichungen (3) und (1) nacheinander benutzt um die gesamte Filmhöhe h in erster Näherung zu bestimmen. Die auf dieser Weise erhaltenen Werte werden zur Wiederholung des ganzen Rechnungsganges benutzt um die zweite Näherung zu bestimmen u.s.w.

Die obigen Betrachtungen besitzen allgemeine Gültigkeit.

3. Polyamid-Büchse endlicher Länge in starrem Körper der Lagerschale

Die Radialverschiebung eines Punktes P innerhalb der Büchsenwand kann mit Hilfe des, für das räumliche Problem der Elastizität gültigen, Hooke-schen Gesetz ausgedrückt werden, mit einer Genauigkeit die vom Verhältnis k/r_c (Bezeichnungen entsprechend Bild 2) abhängt:

$$u_c(r_c + k, \alpha, z) \cong u_c(r_c, \alpha, z) + k \frac{\sigma_{r_c} - \mu_c(\sigma_{\alpha_c} + \sigma_{z_c}}{E_c} \qquad (18)$$

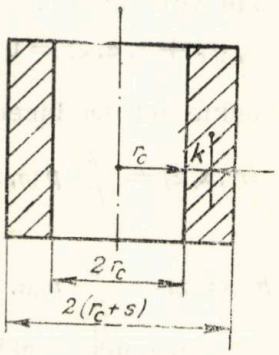


Bild. 2

Für eine solche, unter Innendruck sich befindlichen Polyamid-Büchse in starrem Schalenkörper, werden die Spannungen σ_{α_c} und σ_{z_c} klein im Verhältnis zu den Spannungen σ_{r_c}, um somehr als deren

Werte in Gleichung (18) mit der Querkontraktionszahl μ_c multipliziert erscheinen. Ein zahlenbeispiel ergibt das Bild 3.

Infolgedessen gilt für die Verschiebung eines auf der Aussenfläche der Büchse sich befindenden Punktes ($k = s$) :

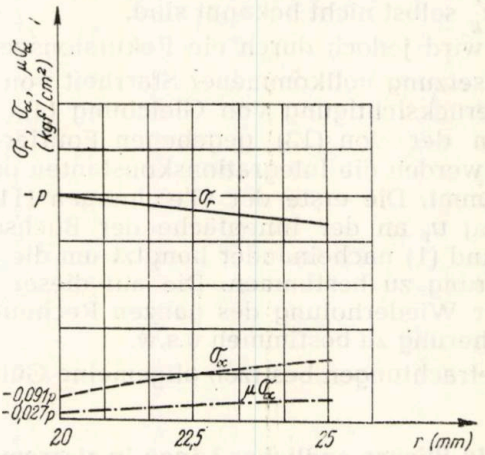


Bild. 3

$$u_c(r_c + s, \alpha, z) \cong u_c(r_c, \alpha, z) + s\frac{\sigma_{r_c}}{E_c} \tag{19}$$

oder, unter Berücksichtigung der Tatsache dass $\sigma_{r_c} = -p(\alpha, z)$:

$$u_c(r_c + s, \alpha, z) \cong u_c(r_c, \alpha, z) - \frac{s}{E_c} p(\alpha, z). \tag{20}$$

Die Bedingung der Verschiebungsverhinderung der auf der Aussenfläche befindlichen Punkte wird durch die Gleichung

$$u_c(r_c + s, \alpha, z) = 0$$

ausgedrückt.

Daraus folgt für die Punkte auf der Innenfläche der Büchse

$$u_c(r_c, \alpha, z) = \frac{s}{E_c} p(\alpha, z) \tag{21}$$

bzw.

$$h_{e_c}(\alpha, z) = \frac{s}{E_c} p(\alpha, z) \tag{22}$$

Es ergibt sich also — in sehr guter Annäherung an die tatsäclichen Verhältnisse — dass die elastischen Verschiebungen dem örtlichen hydrodynamischen Druck proportional sind. In der Arbeit [3], benützt Ernst Wenger diese Proportionalität, dem einfachen Hooke-schen Gesetze antsprechend, jedoch für ruhenden Zapfen und Cosinusverteilung des Druckes, ohne Bezugnahme auf die elastischen und hydrodynamischen Vorgänge im Oelfilm.

4. Schlussbetrachtungen über die Lage des Zapfens in der „elastischen" Polyamidbüchse

4.1. Im Bild 4 sind, in stark vergrössertem Masstab gegenüber der Wellendimension, die elastischen Verformungen der Polyamidbüchse dargestellt, und zwar für drei Belastungen, bei bestimmten Versuchsbedingungen, unter Annahme einer Länge der Tragzone von 180°,

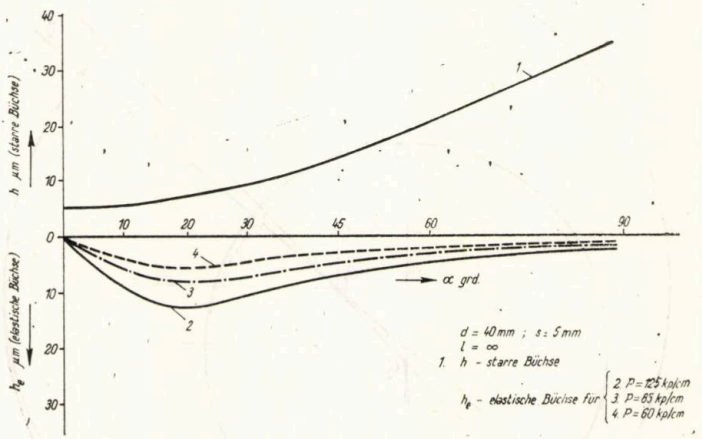


Bild. 4

Es ist zu bemerken dass deren Grösse, je nach der Belastung, kleiner oder, stellenweise, sogar grösser als die ursprüngliche geometrische Höhe h_g werden kann.

Zufolge dieser örtlichen Verformungen, ist die Verschiebung des Zapfenmittelpunktes eine andre als im Falle der starren Schale : es treten gleichzeitig Verschiebungen in Umfangsrichtung (Winkelabweichung) und in lotrechter Richtung auf (Bild 5) ; die Welle „vertieft" sich in die weiche Schale. Damit ist die Möglichkeit einer Verengung des ursprünglichen kleinsten Spaltes gegeben, die ungünstige Einflüsse auf die Betriebssicherheit haben kann.

Der obenerwähnte Unterschied wächst mit der Grösse der Büchsendicke (Bild 6).

In Wirklichkeit wird jedoch diese ungünstige Wirkung durch einen milden Ubergang von der nichtdeformierten- zu der verformten Zone, gemindert.

4.2. Die Lage des Stahlzapfens in der Büchse mit $\frac{l}{d} = 1$, aus thermoplastischen Kunststoff (Polyamid) und, zwecks Vergleichung, aus Bronze, wurde auf einen Prüfstand, unter Benutzung von Induktivgebern untersucht [5].

Unter Berücksichtigung der Erwärmung während des Betriebes und der unterschiedlichen Wärmeausdehnung beider Materialien, für ein relatives Spiel $\psi - 6{,}7^0/_{00}$ im kalten Zustand der Polyamid-Schale, wurde für die Büchse aus Bronze eine doppelte Reihe von Messungen, für $\psi = 2{,}9^0/_{00}$ und $6{,}4^0/_{00}$ durchgeführt.

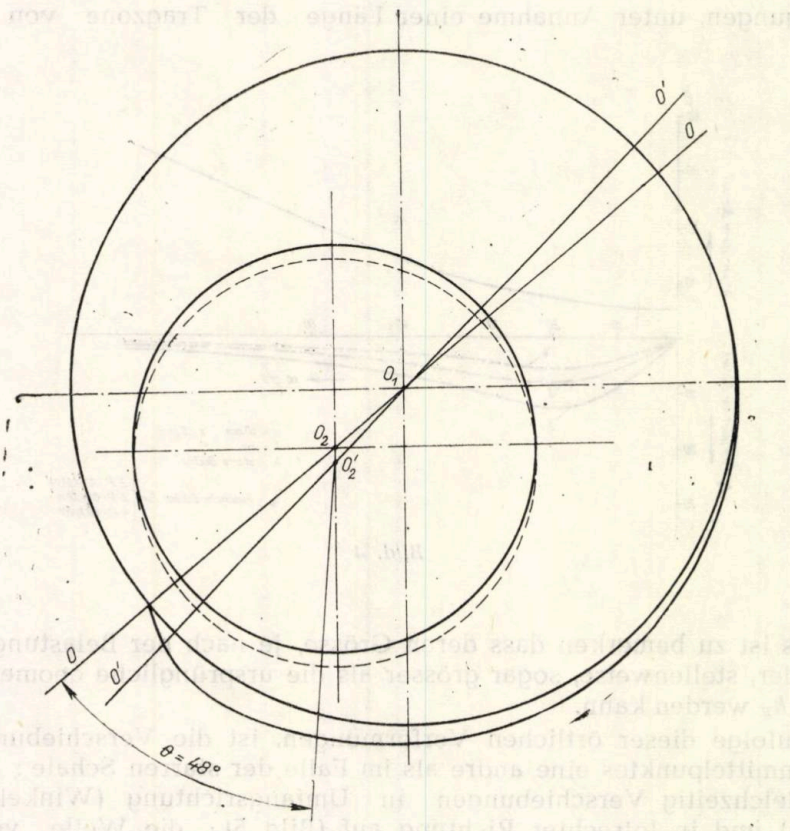


Bild. 5.

O_1 — Büchsenmittelpunkt
O_2' — versetzter Wellenmittelpunkt (starre Büchse)
O_2 — versetzter Wellenmittelpunkt (elastische Büchse)
Das Radialspiel und die elastischen Verformungen 2000x vergrössert.
Die Durchmesser und die Entfernung O_1 O_2 nicht masstüblich dargestellt.
Die Versetzung des Wellenmittelpunktes $O_2O_2' = 1{,}6$ µm
Die Dicke der Büchse s = 2,5 mm.

Unter Konstanthaltung der Zapfengeschwindigkeit, des Oelzuführungsdruckes, der — temperatur und der — qualität selbst, und ständiger Betrachtung des Wärmezustandes, wurde die Balastung zwischen kleinen Werten (p_m = 3,85 kgf/cm²) und verhältnismässig grossen Wer-

ten (p_m = 34,5 kgf/cm² für Polyamid, und p_m = 54 kgf/cm² für Bronze) geändert.

Die statische Eichung und die Nachprüfund der elektrischen Geber [5] wurde vor, bzw nach Beedigung jeder Versuchsreihe durchgeführt.

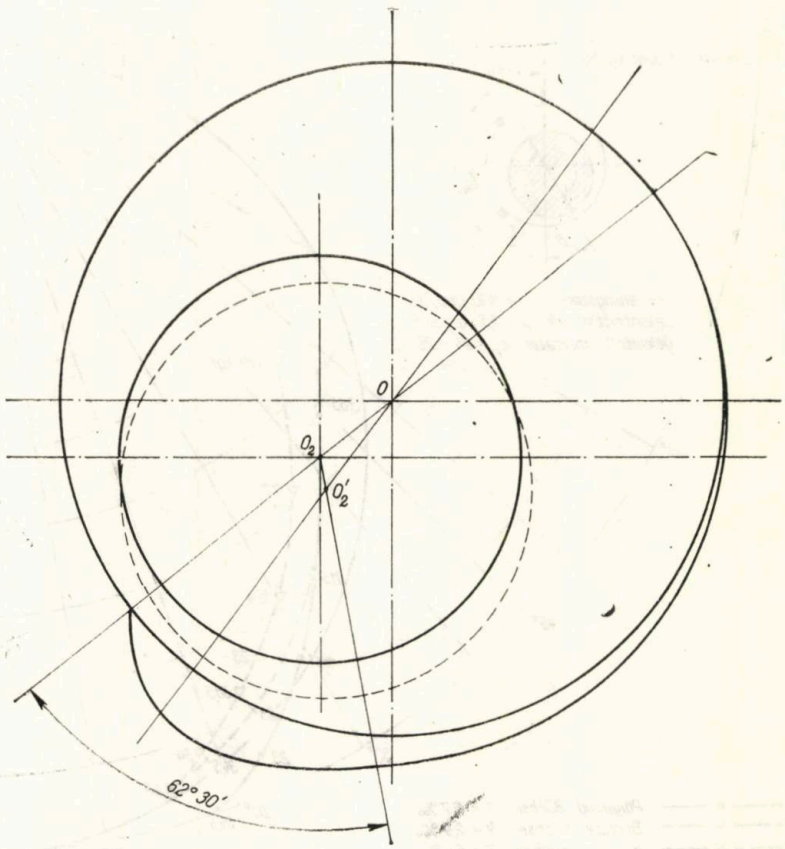


Bild. 6.

O_1 — Büchsenmittelpunkt
O_2 — versetzter Wellenmittelpunkt (starre Büchse)
O'_2 — versetzter Wellenmittelpunkt (elastische Büchse)
Das Radialspiel und die elastischen Verformungen 2000x vergrössert.
Die Durchmesser und die Entfernung O_1 O_2 nicht masstüblich dargestellt.
Die Versetzung des Wellenmittelpunktes $O_2O'_2$ = 3,36 µm
Die Dicke der Büchse s = 1 mm.

Die Ergebnisse sind im Bild 7 dargestellt. Im Einklang mit der allgemeinen Theorie, bei der Paarung mit einer Büchse aus Bronze befindet sich die Bahn des Wellenmittelpunktes im Innen eines Halbkreises mit dem Durchmesser Δr.

Dagegen, im Falle der Polyamidbüchse ist diese Bahn verschieden. Wie in Bild 5 erscheint eine Verschiebung der Zapfenmitte in Lastrichtung, sowie eine negative, mit der Last wachsende Winkelversetzung. Selbst für die Exzentrizität $\varepsilon = 1$ entsteht kein ummittelbarer Umfangskontakt; die gemessene niedrige Austrittsemperatur (35,5°C) bestätigt diese Tatsache.

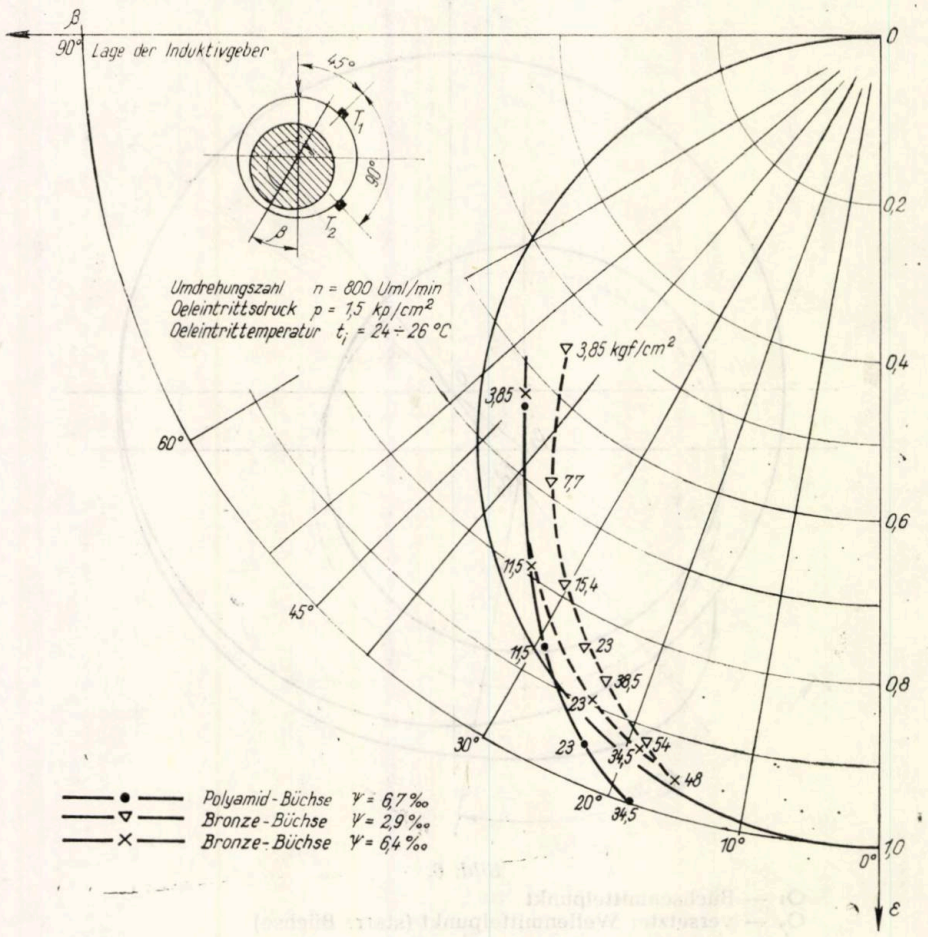


Bild. 7

4.3. Die erwähnte Verengung in der Austrittzone könnte teilweise die Symmetrielosigkeit des Temperaturfeldes und eine bestimmte Streuung der in diesem Gebiet gemessenen Temperaturwerte erklären; diese Werte waren tatsächlich höher als dienigen die einer allmählich wachsenden Dicke des Oelfilms hinter der kleinsten Höhe h_0 entsprechen würden.

In diesen Sinne ist der Vergleich des Temperaturverlaufs für metallische (Bild 8) und aus Kunststoff hergestellte Büchsen (Bild 9 und 10) überzeugend.

4.4. Es ist anzunehmen dass diese Abweichung der Lage des Zapfens in beiden Fällen auch mit dem Einfluss der Materialpaarung auf den Oeldurchsatz im Zusammenhang steht. Die gegenseitige Beeinflussung dieser hydrodynamischen, elastischen, elastoplastischen, termischen, physikalisch-chemischen Prozesse, an der Grenzfläche und in der Tiefe

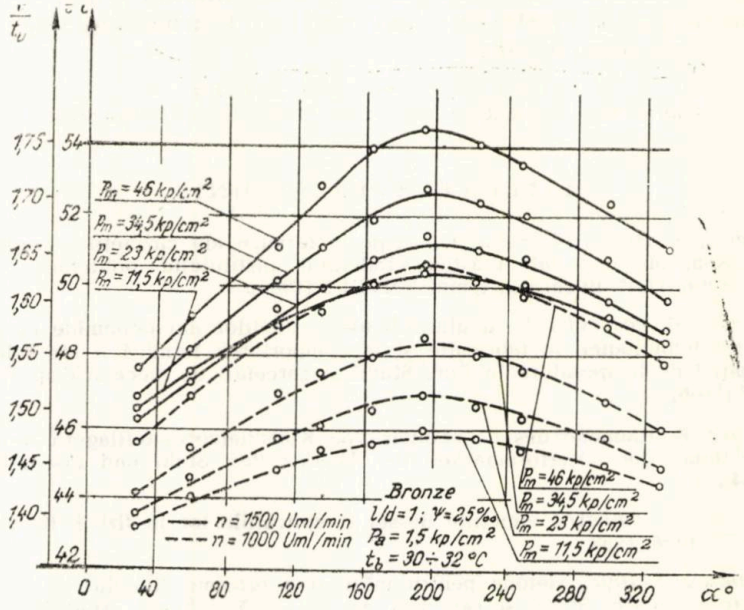


Bild. 8

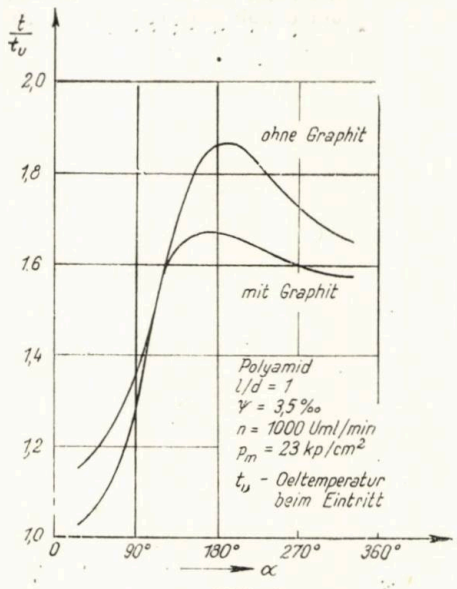


Bild. 9

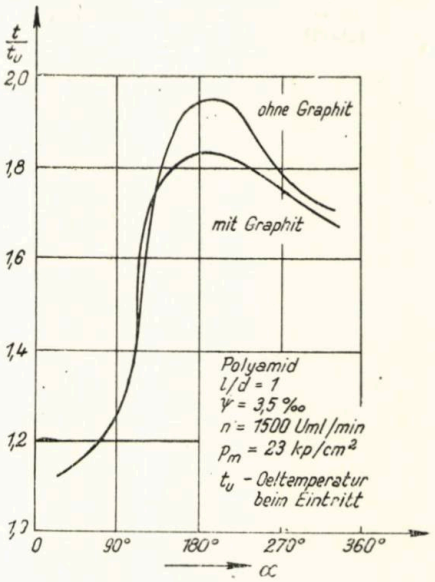


Bild. 10

des Materials, vergrössern ganz besonders die Schwierigkeiten der Behandlung der Aufgabe im Falle der thermoplastischen Kunststoffe, selbst wenn es sich um die Betrachtung der einzelnen Vorgänge handelt.

Die eingeführten quantitativen Ergebnisse, auch wenn sie für den gesamten Vorgang zur Zeit nur qualitative Schlussfolgerungen gestatten — stellen Schritte auf dem Wege dar, der zur theoretischen Aufklärung der Prozesse in der Plastlagerschale und zur Erarbeitung von sicheren Berechnungsgrundlagen führt.

Lehrstuhl für Maschinen Elemente
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

LITERATURVERZEICHNIS

1. *Gh. Manea, N. Boicu, M. Pascovici.* Aspecte termice ale cuzineților pentru lagăre, îndeosebi din materiale plastice. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej". București, tomul XXVIII-5 (1966).

2. *Gh .Manea, M. Pascovici.* Particularități ale cuzineților din poliamide cu privire la efectul tehnologiei de fabricație și la comportarea termică a lor sub aspectul cîmpului de temperatură în film. Studii și cercetări de mecanică aplicată, 25, 6, 1395 (1966).

3. *E. Wenger.* Bestimmung des Lagerspiels von Kunstharzpresstofflagern unter Berücksichtigung der Verformbarkeit des Werkstoffes, Stahl und Eisen, 84, 3, 153 (1964).

4. *A. Gray, G. B. Mathews,* Funcțiile Bessel și aplicațiile lor în fizică. București. Editura Tehnică, 1958.

5. *D. Pavelescu, I. Iliuc.* Metode pentru măsurarea grosimii filmului de lubrifiant la lagăre circulare. Studii și cercetări de mecanică aplicată, Anul XII, 5, 1, 117 (1961).

6. *Gh. Manea, N. Boicu, I. Voica.* Deformațiile locale sub efectul presiunii în problema ungerii hidrodinamice. Studii și cercetări de mecanică aplicată. Tom. 27, 2, 289 (1968).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

AUTOMATICĂ

C.Z. : 621-52

INTRODUCERE ÎN TRATAREA MATRICIALĂ A INTERCONEXIUNII ELEMENTELOR FLUIDICE *

VASILE GĂBURICI

1. Noțiuni introductive

În studiul interconexiunii elementelor fluidice (elemente fără piese în mișcare bazate pe interacțiunea jeturilor de aer sau pe interacțiunea dintre un jet de aer și un perete — efectul Coandă) apar o serie de dificultăți ca urmare a necunoașterii în amănunțime a fenomenelor de dinamica fluidelor care au loc în elemente, precum și a influenței pe care o are asupra acestor fenomene interconectarea elementelor fluidice, atunci cînd se urmărește obținerea unor circuite de calcul analogic sau numeric. La aceste dificultăți se adaugă acelea legate de lipsa unui limbaj matematic corespunzător care să ușureze exprimarea fenomenelor care au loc în elementele fluidice și în circuitele în care aceste elemente sînt legate.

Elementele fluidice pot fi pasive sau active. Cele pasive sînt de fapt un ansamblu de rezistențe capacități și inductanțe pneumatice.

În cazul curgerii laminare sau a celei turbulente avînd numărul *Re* mic rezistența fluidică *R* este liniară și are expresia [1']:

$$R = \frac{\Delta p}{q} = \frac{128\ l \cdot \gamma \cdot \nu}{d^2 g \cdot \varrho} \tag{1}$$

unde:

Δp — căderea de presiune realizată pe rezistența fluidică (fig. 1).
q — debitul de fluid care trece prin rezistență,
l — lungimea rezistenței,
d — diametrul orificiului de curgere a fluidului,
γ — greutatea specifică a fluidului,
ϱ — masa specifică a fluidului,

* Manuscris predat la redacție la 12 martie 1969.

g — accelerația gravitației,

ν — vîscozitatea cinematică a fluidului. Capacitatea fluidică (fig. 2) este constituită dintr-un volum V care primește un debit volumetric de fluid q_v în timpul dt și are valoarea [1] :

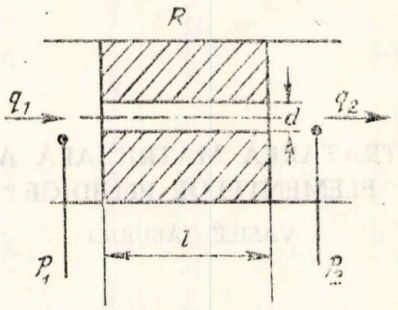


Fig. 1

$$C = \frac{V \cdot \varrho}{n \cdot p} \tag{2}$$

unde :

n — indicele politropic care are valoarea 1 pentru o transformare izotermă și valoarea 1,4 pentru o transformare adiabată,

p — presiunea din încăperea de volum V.

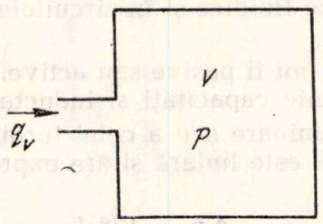


Fig. 2

Inductanța fluidică (L) se definește ca fiind raportul dintre căderea de presiune (Δp) și variația debitului în raport cu timpul (dQ/dt) dintr-o conductă [2] :

$$L = \frac{\Delta p}{\frac{dQ}{dt}} \tag{3}$$

O conductă de lungime l și diametrul d prin care curge un fluid de masă specifică ϱ are inductanța fluidică [2] :

$$L = \frac{4 \varrho l}{\pi d^2} \tag{4}$$

La elementele fluidice, nefiind vorba de conducte lungi, inductanța se neglijează. În studiul lor, în continuare, au fost considerate numai rezistențele și capacitățile.

2. Elementul fluidic — un cuadripol

Considerăm elementul fluidic un cuadripol la care, după cum se știe, nu interesează ce se petrece în interior, ci numai mărimile care se aplică la intrare și cele care rezultă la ieșire [3, 4].

Studiul elementelor fluidice privite ca niște cuadripoli are importanță în special la interconectarea lor.

Rezistența fluidică din fig. 1 căreia la intrare i se aplică presiunea p_1, la ieșire rezultînd presiunea p_2 străbătută de debitul q poate fi considerată un cuadripol cu impedanță longitudinală (fig. 3).

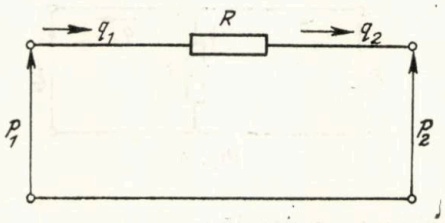


Fig. 3

Valorile presiunilor p_1 și p_2 se consideră față de un nivel de referință și anume față de presiunea atmosferică.

La cuadripolul din fig. 3 putem scrie următoarele relații dintre presiuni și debite (ținînd seama și de (1)).

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 + R\, q_2 \\ q_1 &= q_2 \end{aligned} \tag{5}$$

Aceasta ne permite să scriem ecuațiile matriciale :

$$\left\| \begin{matrix} p_1 \\ q_1 \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} p_2 \\ q_2 \end{matrix} \right\| \tag{6}$$

în care $\| A \| = \left\| \begin{matrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{matrix} \right\|$ este matricea de lanț a cuadripolului.

Relațiile sînt analoage celor scrise la cuadripolii electrici [3, 4, 5] atunci cînd utilizăm analogia tensiune-presiune ($U \sim p$), curent-debit ($I \sim q$). Această analogie conduce la obținerea unor rezultate satisfăcătoare în studiul circuitelor fluidice dacă avem de a face cu presiuni mici care conduc la viteze scăzute de curgere ale fluidelor prin canale.

Se poate construi și un cuadripol cu impedanță longitudinală (fig. 4) a unui element fluidic, la care se stabilesc relațiile :

$$p_1 = p_2$$
$$q_1 = \frac{1}{R} \cdot p_2 + q_2 \tag{7}$$

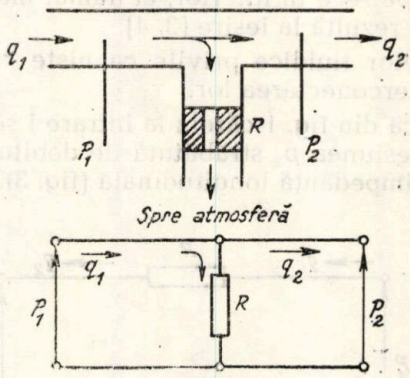


Fig. 4

Ecuațiile matriciale au expresia :

$$\begin{Vmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Vmatrix}. \tag{8}$$

în care matricea de lanț $\| A \|$ are valoarea :

$$\| A \| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{Vmatrix}$$

Capacitatea fluidică (fig. 5) se reprezintă legată de masă întrucît la ieșirea din ea se stabilește aceeași presiune ca și la intrare.

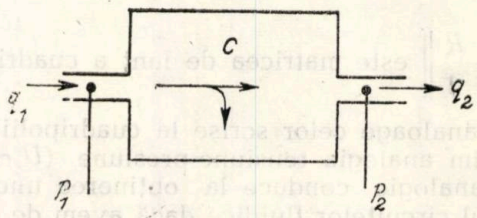


Fig. 5

Masa este reprezentată de mediul ambiant — presiunea atmosferică. Astfel capacitatea din fig. 5, constituie un cuadripol cu impedanţă longitudinală (fig. 6), avînd ecuaţiile matriciale :

$$\begin{Vmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ C_s & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Vmatrix} \tag{9}$$

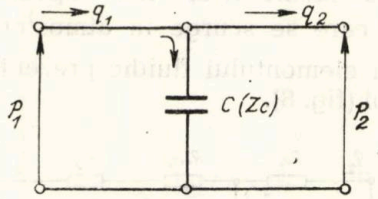


Fig. 6

unde :

$$C_s = \frac{1}{Z_c}$$

Cuadripolii Γ, T, π etc. atît cu rezistenţe cît şi cu capacităţi se pot realiza prin legarea într-un anumit mod (lanţ, paralel) a cuadripolilor cu impedanţă longitudinală şi a celor cu impedanţă transversală [6]. Rezultatele se dau în tabelul 1.

3. Elemente fluidice complexe

Cel mai simplu element fluidic este format din două ajutaje : unul de alimentare (1) şi altul de recepţie (2) — (fig. 7).

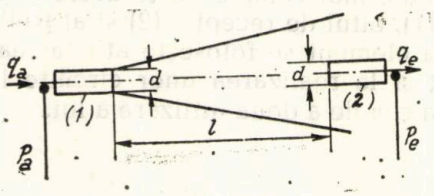


Fig. 7

Presiunea p_e din camera receptoare este funcţie de presiunea p_a din camera de alimentare, de distanţa l dintre ajutaje, de diametrul d al acestora. Zona dintre ajutajele de alimentare şi de recepţie este pusă în legătură cu presiunea atmosferică (jetul de aer din ajutajul (1) se dezvoltă în mediul ambiant). Numai o parte a jetului este captată de ajutajul receptor (2) ; o altă parte se scurge în atmosferă care reprezintă pentru circuitele fluidice ceea ce masa reprezintă pentru circuitele electronice.

Curgerii fluidului din ajutajul (1) în ajutajul (2) i se opun următoarele rezistenţe fluidice :

R_{d_1} — rezistenţa opusă de ajutajul (1),

R_{d_2} — rezistenţa opusă de ajutajul (2),

R_{aer_1} — rezistenţa mediului ambiant opusă curgerii acelei porţiuni din jet (q_e) care este captată de către ajutajul (2).

R_{aer_2} — rezistenţa mediului ambiant opusă curgerii porţiunii din jet (q_{aer}) care se scurge în atmosferă.

Se poate construi elementului fluidic prezentat în fig. 7 un circuit echivalent în cuadripol (fig. 8).

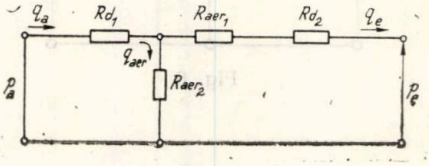


Fig. 8

Acest cuadripol este caracterizat de următoarele ecuaţii matriciale :

$$\left\| \begin{matrix} p_a \\ q_a \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} 1 + \dfrac{R_{d1}}{R_{\text{aer}_2}}; & R_{d_1} + R_{d_2} + R_{\text{aer}_1} + \dfrac{R_{d_1}(R_{\text{aer}_1} + R_{d_2})}{R_{\text{aer}_2}} \\ \dfrac{1}{R_{\text{aer}_2}}; & 1 + \dfrac{R_{\text{aer}_1} + R_{d_2}}{R_{\text{aer}_2}} \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} p_e \\ q_e \end{matrix} \right\| \tag{10}$$

şi

$$\left\| \begin{matrix} p_a \\ p_e \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} R_{d_1} + R_{\text{aer}_2}; & -R_{\text{aer}_2} \\ R_{\text{aer}_2}; & -(R_{\text{aer}_1} + R_{\text{aer}_2} + R_{d_2}) \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} q_a \\ q_e \end{matrix} \right\| \tag{11}$$

Un element fluidic mai complex este acela format din trei ajutaje : unul de almentare (1), altul de recepţie (2) şi al treilea de comandă (3) — fig. 9. Un asemenea element se foloseşte atît la realizarea unor amplificatoare fluidice cît şi la realizarea unor circuite logice. În continuare, lucrarea se referă la cea de a doua utilizare a lui.

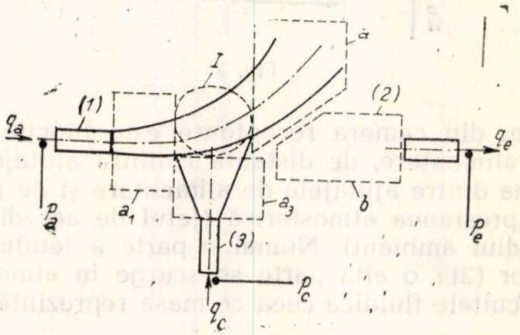


Fig. 9

Funcţionarea elementului din fig. 9 se bazează pe principiul interacţiunii jeturilor de aer [7]. Ajutajul de recepţie (2) captează o parte din jetul emis de ajutajul (1) numai dacă semnalul emis prin (3) este nul. Altfel jetul emis prin (3) abate jetul emis prin (1) şi în ajutajul (2) nu şi recepţionează nici un semnal. Comportarea este analoagă cu a unui element de negaţie al cărui tabel de adevăr îl dăm mai jos :

p_e	p_c
0	1
1	0

În cazul funcţionării cu $p_c = 0$, avem de aface cu elementul din fig. 7 cu circuitul echivalent dat în fig. 8. În cazul cînd $p_c \neq 0$, elementului cu trei ajutaje i se poate construi un circuit echivalent ca în fig. 10. în care (vezi fig. 9 şi 10) :

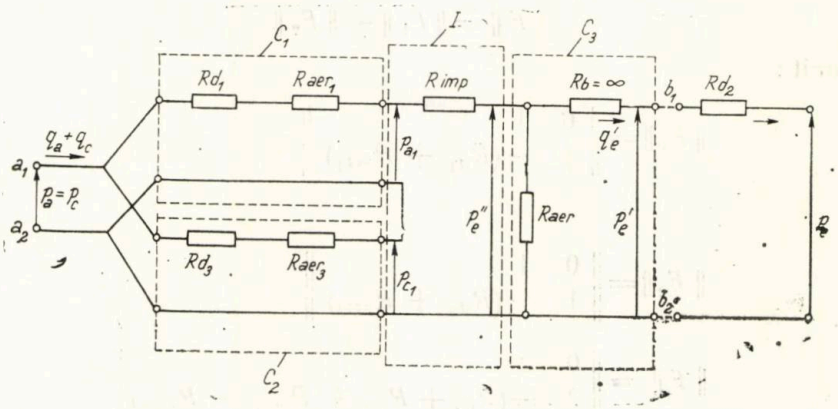


Fig. 10

R_{d_1}, R_{d_2}, R_{d_3} — rezistenţele ajutajelor (1), (2) şi (3),

R_{aer_1} — rezistenţa opusă trecerii jetului din (1) prin zona a_1

R_{aer_3} — rezistenţa opusă trecerii jetului din ajutajul (3) prin zona a_3

R_{imp} — rezistenţa de impact. În zona de impact o parte din energia celor două jeturi care se interacţionează se distruge. Acest efect a fost asimilat cu o rezistenţă pneumatică.

R_{aer} — rezistenţa opusă trecerii jetului rezultat în urma impactului prin zona a. Acest jet se scurge în atmosferă.

R_b — rezistenţa opusă trecerii jetului prin zona b către ajutajul de recepţie (2). Întrucît prin această zonă nu trece fluid este ca şi cum rezistenţa ei ar fi foarte mare.

Circuitul echivalent este format din cuadripolii C_1 și C_2 legați în paralel serie și din cuadripolii I și C_3 legați în lanț (fig. 10).

Intrările cuadripolilor C_1 și C_2 pot fi legate în paralel întrucît la folosirea elementului pentru circuite logice atît diuza (1) cît și diuza (3) se alimentează cu presiuni de valoare egală ($p_a = p_c$).

În zona de impact I cele două jeturi se adună vectorial. Jetul rezultant nu are o presiune egală cu $p_{a_1} + p_{c_1}$ (fig. 10) ci mai mică. Această diminuare a ei s-a realizat utilizînd rezistența de impact R_{imp}, astfel că $p''_e < p_{a_1} + p_{c_1}$.

Dar jetul cu această presiune se îndreaptă către atmosferă astfel că presiunea din fața ajutajului de recepție (2) este nulă ($p'_e = 0$) așa încît el nu recepționează nimic ($p_e = 0$).

Pentru a găsi ecuațiile matriciale ale circuitului din fig. 10 (între bornele a și b) se vor scrie mai întîi ecuațiile cuadripolului echivalent al cuadripolilor C_1 și C_2 legați în paralel-serie. La acest cuadripol, matricea paralel-serie $\| F \|$ este egală cu suma matricelor paralel-serie ale cuadripolilor componenți C_1 și C_2 [3, 4] :

$$\| F \| = \| F_1 \| + \| F_2 \|$$

Întrucît :

$$\| F_1 \| = \begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -(R_{d_1} + R_{aer_1}) \end{Vmatrix}$$

și

$$\| F_2 \| = \begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -(R_{d_3} + R_{aer_3}) \end{Vmatrix}$$

$$\| F \| = \begin{Vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -(R_{d_1} + R_{d_3} + R_{aer_1} + R_{aer_3}) \end{Vmatrix} \tag{12}$$

Deoarece cuadripolul paralel-serie (C_1 C_2) este legat în lanț cu cuadripolii I și C_3 trebuie să determinăm matricea de lanț $\| A \|$ a acestuia [3, 4] :

$$\| A \| = \frac{1}{F_{21}} \begin{Vmatrix} 1 & -F_{22} \\ F_{11} & -|F| \end{Vmatrix} \tag{13}$$

Ținînd seama de relațiile (12) și (13), matricea de lanț $\| A \|$ a cuadripolilor C_1, C_2 legați în paralel-serie pe care o vom nota cu $\| A \|_{C_1C_2}$ va avea expresia :

$$\| A \|_{C_1C_2} = \frac{1}{2} \begin{Vmatrix} 1 & R_{d_1} + R_{d_3} + R_{aer_1} + R_{aer_3} \\ 0 & 4 \end{Vmatrix} \tag{14}$$

Matricea $\| A \|$ a cuadripolilor (C_1 C_2), I și C_3 va fi :

$$\| A \| = \| A \|_{C_1C_2} \cdot \| A \|_I \cdot \| A \|_{C_3} \tag{15}$$

Pentru cuadripolii I și C_3 care sînt respectiv cu impedanță longitudinală și în Γ, matricele de lanț $\| A \|_I$ și $\| A \|_{C_3}$ au valorile :

$$\| A \|_I = \begin{Vmatrix} 1 & R_{imp} \\ 0 & 1 \end{Vmatrix} \tag{16}$$

$$\| A \|_{C_3} = \begin{Vmatrix} 1 & R_b \\ \dfrac{1}{R_{aer}} & \dfrac{R_b}{R_{aer}} + 1 \end{Vmatrix} \tag{17}$$

Atunci matricea de lanț $\| A \|$ a circuitului din fig. 10 cuprins între bornele a și b, ținînd seama de (14), (15), (16) și (17) are valoarea :

$$\| A \| = \frac{1}{R_{aer}} \begin{Vmatrix} M & N \\ 4 & 4(R_b + R_{aer}) \end{Vmatrix} \tag{18}$$

în care

$$M = R_{d_1} + R_{d_3} + R_{aer_1} + R_{aer_3} + R_{aer} + R_{imp}$$

$$N = R_b R_{aer} + R_b \cdot R_{imp} + R_b R_{d_1} + R_b R_{d_3} + R_b R_{aer_1} + R_b R_{aer_3} + \\ + R_{aer} R_{imp} + R_{aer} R_{d_1} + R_{aer} R_{d_3} + R_{aer} R_{aer_1} + R_{aer} R_{aer_3}$$

Cu matricea de lanț $\| A \|$ putem găsi

$$\begin{Vmatrix} p_a \\ q_a + q_c \end{Vmatrix} = \| A \| \cdot \begin{Vmatrix} p'_e \\ q'_e \end{Vmatrix} \tag{19}$$

Dar cum de fapt ne interesează

$$\begin{Vmatrix} p'_e \\ q'_e \end{Vmatrix} = \| A \|^{-1} \cdot \begin{Vmatrix} p \\ q_a + q_c \end{Vmatrix} \tag{20}$$

vom proceda la găsirea lui $\| A \|^{-1}$ avînd în vedere că [3, 4]

$$\| A \|^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{Vmatrix} A_{22} & -A_{12} \\ -A_{21} & A_{11} \end{Vmatrix} \tag{21}$$

Ținînd seama de relațiile (18) și (21) se găsește că :

$$\| A \|^{-1} = \frac{1}{4 R_{aer}} \cdot \begin{Vmatrix} 4(R_b + R_{aer}) & -N \\ -4 & M \end{Vmatrix} \tag{22}$$

Relaţia (20) cu (22) ne permite să găsim mărimile de la ieşire (borna b fig. 10) în funcţie de cele de la intrare şi de impedanţe în cazul general. Dacă $R_b \to \infty$, atunci $p'_e \to 0$ şi nu mai este nevoie să mergem mai departe pentru a găsi valoarea lui p_e. În caz contrar, pentru calcularea lui p_e se mai ţine seama şi de înlănţuirea cuadripolului care conţine pe R_{d_2} (fig. 10).

Catedra de automatică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Molle,* Les composants hydrauliques et pneumatiques de l'automatique — Dunod, Paris.

2. *Silas Katz, John Goto, Robert Dockery,* Experiments in analog computation with fluids H.D.L., 1964, vol. II-3.

3. *C. Sora,* Cuadripolul electric E.T. 1964.

4. *I. S. Antoniu,* Calculul matricial şi tensorial în electrotehnică — E.T. 1962.

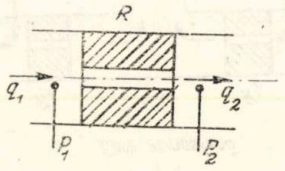
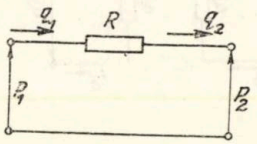
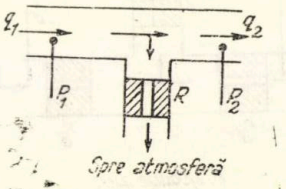
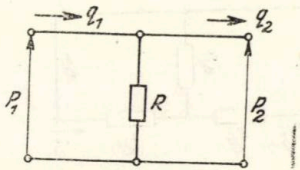
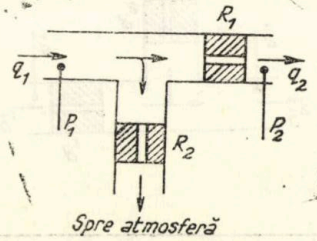
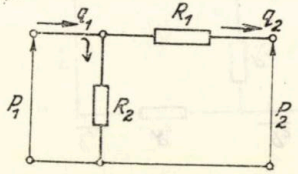
5. *M. Săvescu,* Circuite electrice liniare E.D.P. 1968.

6. V. *Găburici,* Probleme privind interacţiunea unor elemente fluidice folosite în circuitele logice de calcul — comunicare la sesiunea cadrelor didactice din Institutul politehnic Bucureşti, 1—3.XI.68.

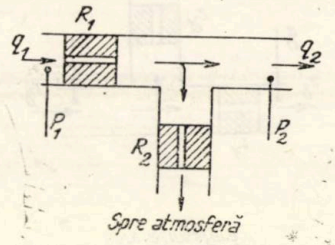
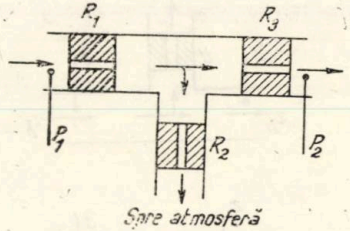
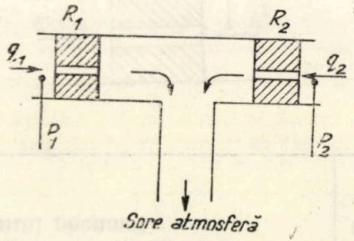
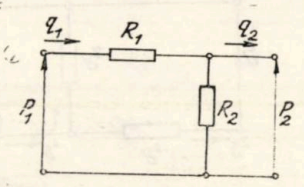
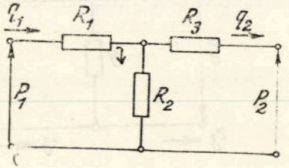
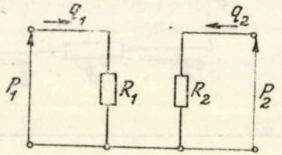
7. *S. Florea, I. Dumitrache, V. Găburici,* Elemente de calcul numeric, pneumatice bazate pe interacţiunea curenţilor de aer — Automatica şi Electronica 8 (1964) nr. 3.

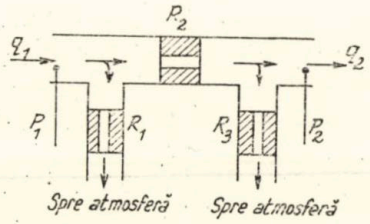
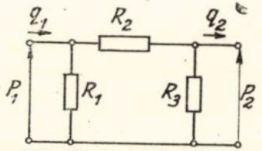
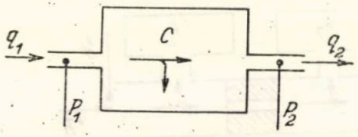
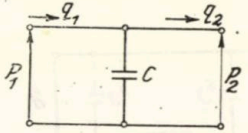
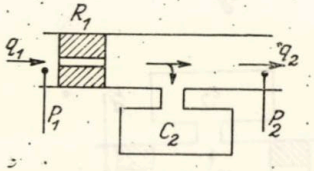
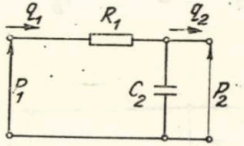
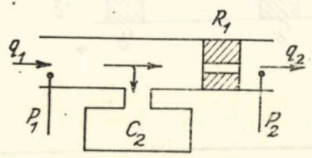
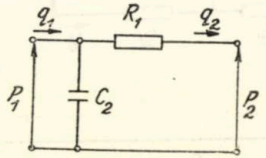
Tabelul 1

Cuadripolii unor elemente pneumatice simple

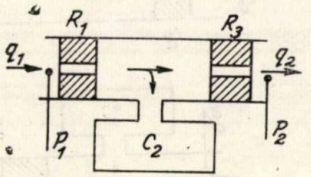
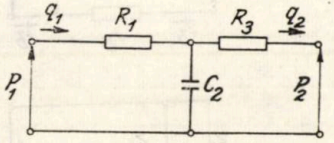
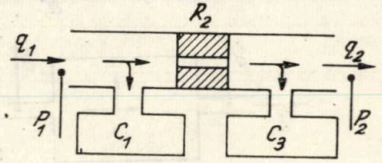
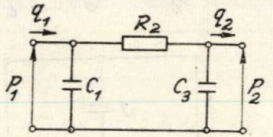
Nr. crt.	Circuitul pneumatic	Cuadripolul echivalent	Ecuația matricială
1			4
			$\begin{Vmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Vmatrix}$
			$\begin{Vmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Vmatrix}$
			$\begin{Vmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & R_1 \\ \frac{1}{R_2}; & \frac{R_1}{R_2} + 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Vmatrix}$

continuare (Tabelul 1)

1	2	3	4
	  	  	$$\begin{Vmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_2}; & R_1 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} p_2 \\ q_1 \end{Vmatrix}$$ $$\begin{Vmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_2}; & R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2} \\ \frac{1}{R_2}; & 1 + \frac{R_3}{R_2} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Vmatrix}$$ $$\begin{Vmatrix} p_1 \\ p_1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & -R_2 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} p_1 \\ q_2 \end{Vmatrix}$$

1	2	3	4
			$\left\|\begin{matrix} p_1 \\ q_1 \end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix} 1 + \frac{R_2}{R_3} & R_2 \\ \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 R_3} & 1 + \frac{R_1}{R_2} \end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix} p_2 \\ q_2 \end{matrix}\right\|$
			$\left\|\begin{matrix} p_1 \\ q_1 \end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix} 1 & 0 \\ C_s & 1 \end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix} p_2 \\ q_2 \end{matrix}\right\|$
			$\left\|\begin{matrix} p_1 \\ q_1 \end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix} 1 + R_1 C_2 s & R_1 \\ C_2 s & 1 \end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix} p_2 \\ q_2 \end{matrix}\right\|$
			$\left\|\begin{matrix} p_1 \\ q_1 \end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix} 1 & R_1 \\ C_2 s & R_1 C_2 s + 1 \end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix} p_2 \\ q_2 \end{matrix}\right\|$

continuare (Tabelul 1)

1	2	3	4
			$\begin{Vmatrix} q_1 \\ p_1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 + R_1C_2\,s; & R_1 + R_3 + R_1R_3C_2\,s \\ C_2\,s & 1 + R_3C_2\,s \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Vmatrix}$
			$\begin{Vmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 + R_2 \cdot C_3\,s & R_2 \\ C_1s + C_3s + R_2C_1\,s \cdot C_3\,s; & 1 + R_2C_1s \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Vmatrix}$

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

ELECTRONICĂ

C.Z. : 621.38

METODĂ DE SINTEZĂ A CODURILOR FIRE AUTOCORECTOARE DE PACHETE DE ERORI *

ALEXANDRU SPĂTARU

Se consideră cazul unui pachet de erori de lungime $l = 2$ și se determină polinomul generator al codului ciclic capabil să corecteze aceste erori. Matricea caracteristică a registrului de deplasare cu reacție care generează acest cod este scrisă sub o formă echivalentă care permite generalizarea la cazul cînd pachetul de erori are o lungime l oarecare. Se găsește că polinomul caracteristic al acestei matrice echivalente generalizate este identic cu polinomul generator al unui cod Fire.

* * *

Se consideră că registrul de deplasare cu reacție, fig. 1, ale cărui conexiuni sînt făcute în conformitate cu polinomul :

$$g(x) = g_0 + g_1 x + \cdots g_{m-1} x^{m_c - 1} + x^{m_c} \qquad (1)$$

unde coeficienții sînt elemente în cîmpul Galois GF (2)

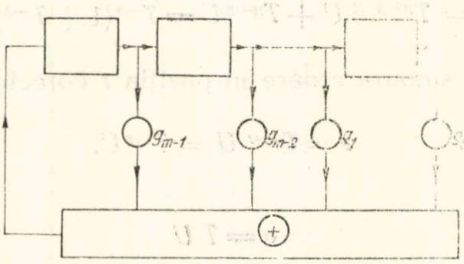


Fig. 1

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 29—31 mai 1969.

Matricea caracteristică a acestui registru este

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & 0 \\ 0 & & & & & & 1 \\ g_0 & \cdot & \cdot & \cdot & g_{m-2} & & g_{m-1} \end{bmatrix} \tag{2}$$

iar starea inițială a registrului este :

$$U = \left.\begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right\} m \tag{3}$$

Dacă cuvîntul recepționat este :

$$v'(x) = a'_0 + a'_1 x + \cdot \cdot \cdot + a'_{n-1} x^{n-1}$$

sau :

$$v' = [a'_0\ a'_1 \cdot \cdot \cdot a'_{n-1}] \tag{4}$$

atunci corectorul înmagazinat în celulele registrului după recepționarea cuvîntului v' este :

$$z = a'_0 U + a'_1 TU + \cdot \cdot \cdot + a'_{n-1} T^{n-1} U \tag{5}$$

a) *Corecția unui pachet de erori de lungime* $l = 2$

Se consideră că în poziția s și $s + 1$ s-au introdus erori, numerotarea făcîndu-se de la primul simbol recepționat a'_{n-1}.

Corectorul în acest caz este :

$$z = T^{n-s-1} U + T^{n-s} U = T^{-s}(1 + T^{-1})\, U. \tag{6}$$

Dacă există o singură eroare în poziția r corectorul este :

$$z = T^{n-r} U = T^{-r} U. \tag{7}$$

Notînd :

$$\alpha = T\, U \tag{8}$$

corectorii sînt în cazul erorilor simple ($l = 1$)

$$\alpha^0, \alpha, \alpha^2, \cdot \cdot \cdot \alpha^{n-1} \tag{9}$$

iar în cazul erorilor adiacente (l=2) :

$$\alpha^0 + \alpha,\ \alpha + \alpha^2,\ \cdots\ \alpha^{n-2} + \alpha^{n-1}. \tag{10}$$

Pentru ca toate erorile simple şi toate cele adiacente să poată fi corectate, corectorii (9) şi (10) trebuie să fie distincţi.

Pentru a determina polinomul caracteristic care generează structura ciclică (9) şi (10) se va considera o matrice caracteristică echivalentă T^* care are acelaşi polinom caracteristic cu T :

$$T^* = \begin{bmatrix} T_1 \vdots 0 \\ \cdots \\ 0 \vdots T_2 \end{bmatrix} \tag{11}$$

unde T_1, T_2 sînt matricele caracteristice ale polinoamelor $g_1(x)$, $g_2(x)$ care satisfac relaţia :

$$g_1(x)\, g_2(x) = g(x). \tag{12}$$

Elementul α poate fi scris sub forma :

$$\alpha = TU = T^*U = \begin{bmatrix} T_1 \vdots 0 \\ \cdots \\ 0 \vdots T_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 U_1 \\ \vdots \\ T_2 U_2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

unde matricele U_1 şi U_2 sînt de forma

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

avînd un număr de linii egal cu numărul coloanelor din T_1 respectiv din T_2.

Puterile elementului α care intervin în expresiile corectorilor sînt :

$$\alpha^i = T^i U = \begin{bmatrix} T_1^i \vdots 0 \\ \cdots \\ 0 \vdots T_2^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^i\, U \\ \vdots \\ T_2^i\, U \end{bmatrix} \tag{14}$$

sau notînd :

$$\beta_1 = T_1 U_1 \text{ şi } \beta_2 = T_2 U_2 \tag{15}$$

se poate scrie :

$$\alpha = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_2 \end{bmatrix} \text{ şi } \alpha^i = \begin{bmatrix} \beta_1^i \\ \vdots \\ \beta_2^i \end{bmatrix} \tag{16}$$

Pentru localizarea unei erori este necesar un număr de biţi egal cu :

$$m = \log (n + 1) \tag{17}$$

unde n este lungimea cuvîntului de cod.

Pentru a indica că eroarea este simplă sau adiacentă este nevoie de un bit în plus, respectiv în total de :

$$m_c = \log (n + 1) + 1 \text{ bit.} \tag{18}$$

Rezultă

$$n = 2^{m_c-1} - 1 = 2^m - 1 \tag{19}$$

respectiv :

$$m_c = m + 1. \tag{20}$$

Dacă β_1 este un element primitiv al cîmpului Galois GF (2^m) atunci elementele :

$$\beta_1^0, \beta_1, \beta_1^2, \cdots \beta_1^{n-1} \tag{21}$$

sînt distincte, respectiv corectorii (9) sînt distincţi pentru orice valori ale lui β_2 în (16).

Funcţia minimă a lui β_1 este un polinom primitiv $g_1(x)$ de grad m.

Corectorii (10) sînt distincţi dacă :

$$\beta_2^i + \beta_2^{i+1} \neq \beta_2^j \tag{22}$$

pentru oricare i de la 0 la n-2 şi pentru oricare j de la 0 la n-1.

Funcţia minimă a lui β_2 este polinomul $g_2(x)$ al cărui grad trebuie să fie m_c-m. Ţinînd seama de (20) rezultă că polinomul $g_2(x)$ este de gradul întîi :

$$g_2(x) = 1 + x \tag{23}$$

respectiv

$$\beta_2 = 1 \tag{24}$$

valoare care verifică relaţia (22)

Polinomul generator este :

$$g(x) = (1 + x)\, g_1(x) \tag{25}$$

unde $g_1(x)$ este un polinom primitiv de grad m.

Ciclurile generate de registru sînt în număr de trei :

— un ciclu de lungime unu

— două cicluri de lungimi egale care generează stările :

$$\alpha^i = \begin{bmatrix} T_1^i & \vdots & 0 \\ \cdots & & \cdots \\ 0 & \vdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^i U_1 \\ \cdots \\ 1 \end{bmatrix} \tag{26}$$

şi

$$\alpha^i + \alpha^{i+1} = \begin{bmatrix} T_1^i U_1 \\ \cdots \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_1^{i+1} U_1 \\ \cdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^i (1 + T_1) U_1 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{27}$$

Dacă nu este nici o eroare se reproduce starea nulă.

Dacă există o singură eroare se reproduc stările (26).

Dacă sînt două erori adiacente se reproduc stările (27).

b) *Corecția unui pachet de erori de lungime l*

Pachetul de erori poate fi scris sub forma :

$$e_0(x) = x^{n-r-l+1}(\varepsilon_{n-r-l+1} + \cdots + \varepsilon_{n-r-1}x^{l-2} + x^{l-1}) \tag{28}$$

unde r indică poziția primului simbol eronat din pachetul de lungime l iar ε are valoarea 1 sau 0 după cum simbolurile din pozițiile respective sînt eronate sau nu.

Ținînd seama de poziția simbolurilor eronate date de (28) și de expresia corectorului (5), acesta poate fi scris sub o formă concisă :

$$z = T^{-r}\left[1 + \sum_{j=1}^{l-1} \varepsilon_{n-r-j} T^{-j}\right]U \tag{29}$$

sau ținînd seamă de (8) corectorii pot fi scriși :

$$\alpha^{l-1} + \varepsilon\alpha^{l-2} + \cdots + \varepsilon\alpha^0;\ \alpha^l + \varepsilon\alpha^{l-1} + \cdots + \varepsilon\alpha^1;\ \cdots;$$
$$\alpha^{n-1} + \varepsilon\alpha^{n-2} + \cdots + \varepsilon\alpha \tag{30}$$

Generalizînd rezultatele obținute la paragraful (a) se poate afirma că, corectorii (30) pot fi reproduși sub o formă distinctă de un registru de deplasare cu reacție care are o matrice caracteristică echivalentă :

$$T^* = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 1 & 0 \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \ddots \\ \cdots & \cdots & \ddots \\ \cdots & & 1 \end{bmatrix} \tag{31}$$

și efectuînd unele transformări elementare

$$T^* = \begin{bmatrix} T_1 & & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ & 0\,1\,0 \cdots & 0 \\ & \vdots\ \ \ddots & \vdots \\ & \cdots & \cdots \\ & 0 & 1 \\ & 1\,0 \cdots & 0\,0 \end{bmatrix} \tag{32}$$

sau notînd :

$$T_2 = \begin{bmatrix} 0\,1\,0 \cdots & 0 \\ 0\,0\,1\,0 \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots \\ \cdots & \ddots \\ \cdots & \ddots \\ 0 & 1 \\ 1\,0 \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{33}$$

se obţine :

$$T^* = \begin{bmatrix} T_1 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & T_2 \end{bmatrix} \tag{34}$$

iar

$$g(x) = g_1(x)\, g_2(x) \tag{35}$$

unde $g_1(x)$ este polinomul caracteristic al lui T_1, de grad m, primitiv ca şi în cazul precedent, iar $g_2(x)$ este polinomul caracteristic al lui T_2 respectiv

$$g_2(x) = 1 + x^p \tag{36}$$

unde p este egal cu numărul de coloane în matricea T_2 dată de (33).

Polinomul caracteristic $g(x)$ al matricei T este :

$$g(x) = (1 + x^p)\, g_1(x) \tag{37}$$

polinom identic cu polinomul caracteristic al codului Fire.

Numărul de elemente $\beta_1 = T_1 U_1$ generate de polinomul primitiv $g_1(x)$ de grad m este :

$$2^m - 1. \tag{38}$$

Numărul de elemente $\beta_2^i = T_2^i U_2$ distincte este egal cu p fiindcă :

$$\beta_2 = T_2 U_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & & & & & 1 \\ 1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{39}$$

iar

$$\beta_2^i = T_2^i\, U = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \gamma_i \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \tag{40}$$

unde $\gamma_i = 1$ indicele i arătînd poziţia (de jos în sus) în care este plasat simbolul „1".

Rezultă :

$$\beta_2^0 = \beta_2^p = U_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{41}$$

deci $\beta_2^0, \beta_2, \beta_2^2 \cdots \beta_2^{p-1}$ sînt valori distincte.

Ţinînd seama de cele precedente rezultă că numărul maxim de elemente :

$$\alpha^i = \begin{bmatrix} \beta_1^i \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_2^i \end{bmatrix} \tag{42}$$

distincte ce pot fi formate cu β_1^i şi β_2^i este:

$$n = p(2^m - 1). \tag{43}$$

Fiindcă elementele α^i sînt corectorii în cazul $l=1$ (corecţia unei singure erori) rezultă că numărul lor n este egal cu numărul de simboluri din cuvîntul de cod. Relaţia (43) este determinată deobicei pe baza unor consideraţii pur algebrice.

Utilizarea matricelor echivalente în care elementele sînt matrici cu o structură mai simplă permite expunerea mecanismului de corecţie a erorilor sub o formă mai sistematică.

Catedra de electronică aplicată
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

W. W. *Peterson* Error — corecting codes, Wiley 1961.

H. Tanaka, M. Kasahara, Y. Tezuka, Y. Kasahara Computation over Galois Fields Using Shiftregisters, Information and Control 15, 75—84 (1968).

B. Elispas The Theory of Autonomous Linear Sequential Neworks, I.R.E. Transactions on Circuit Theory vol. CT—6 (1959).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

C.Z. : 621.38

SINGLE DIODE BALANCED MODULATOR

I. CONSTANTIN, E. NEGUȚ, Ș. BÎRCĂ-GĂLĂȚEANU

The quiescent carrier amplitude modulation is difficultly obtained with existing circuits which require pairs of non-linear elements with identical characteristics. A new circuit is proposed below which eliminates this inconvenience by his very operating principle. For this purpose a bridged-*T* circuit is used, already known as a null circuit [1] (Fig. 1 a).

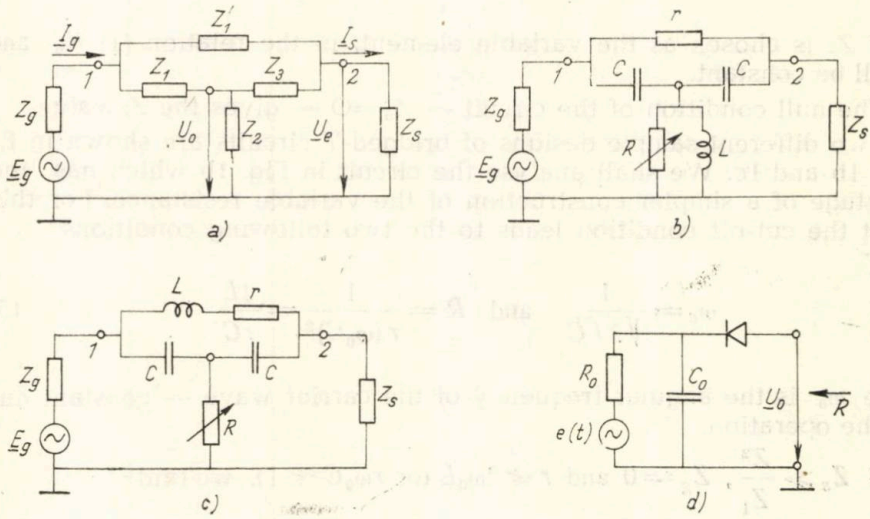


Fig. 1 a) The bridged—T circuit. b), c) Examples of bridged—T circuits.
d) The polarized detector.

The quasisteady state

If the value of one of the circuit elements varies around the null condition value, an output signal appears according to the circuit element variation. By the adequate choice of this element, one can obtain

* Manuscript received April 20, 1969.

at the output a quiescent carrier amplitude modulated wave without parasitic phase modulation and with a good linearity.

If the generator has the electromotive force $\underline{E}_g = E_g e^{j\omega_0 t}$ (E_g = real) and the internal impedance Z_g, the transfer function of this circuit, with the load impedance Z_s, is :

$$\frac{\underline{U}_e}{\underline{E}_g} = K_0 \frac{Z_0}{Z_0 + Z_e} \tag{1}$$

where $\underline{U}_e = U_e e^{j\omega_0 t}$ is the output voltage (on the load impedance Z_s),

$$K_0 = \frac{Z_s}{Z_s + Z_g + \frac{Z^2}{Z_3} + \frac{Z^2}{Z_1}}; \quad Z_e = \frac{\left(Z_g + \frac{Z^2}{Z_3}\right)\left(Z_s + \frac{Z^2}{Z_1}\right)}{Z_g + Z_s + \frac{Z^2}{Z_3} + \frac{Z^2}{Z_1}}$$

$$Z^2 = \frac{Z_1 Z_1' Z_3}{Z_1 + Z_1' + Z_3} \quad \text{and} \quad Z_0 = Z_2 + \frac{Z^2}{Z_1'} \tag{2}$$

If Z_2 is chosen as the variable element, in the relation (1) K_0 and Z_e will be constant.

The null condition of the circuit — $Z_0 = O$ — gives the Z_2 value.

Two different sample designs of bridged-T circuits are shown in figures 1b and 1c. We shall analyse the circuit in Fig. 1b which has the advantage of a simpler construction of the variable resistance. For this circuit the cut-off condition leads to the two following conditions :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2LC}} \quad \text{and} \quad R = \frac{1}{r(\omega_0 C)^2} = \frac{2L}{rC} \tag{3}$$

where ω_0 is the angular frequency of the carrier wave — constant during the operation.

If $Z_s \gg \frac{Z^2}{Z_1}$, $Z_g = 0$ and $r \ll 2\omega_0 L$ (or $r\omega_0 C \ll 1$), we find :

$$\frac{\underline{U}_e}{\underline{E}_g} = -\frac{R - \frac{2L}{Cr}}{R + \frac{2L}{Cr}} \tag{4}$$

The variable resistance R may be performed in different ways with tubes or transistors. The handier and the most reliable in operation is a detector polarized by the modulating signal, as in Fig. 1d., similar to the one used in [2].

It can be shown that for a diode with the forward resistance $R_d \ll R_0$ (see F.g. 1d) and considering the detector to be linear, the input resistance of the detector (R) is given by the relation :

$$R = \frac{R_0}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{e(t)}{|U_0|}} \tag{5}$$

where $e(t)$ is the modulating generator voltage and $\underline{U}_0 = U_0 e^{j\omega_0 t}$ is the carrier wave voltage at the detector input.

On the other side $\underline{U}_0$ depends on the value of the resistance R according to the relation :

$$\underline{U}_0 = \frac{j2R}{\omega_0 C\left(rR + 2\frac{L}{C}\right)} \underline{E}_g \tag{6}$$

if the condition $r \ll 2\omega_0 L$ (or $r\omega_0 C \ll 1$) is fulfilled.

Introducing (6) in the relation (5) we obtain :

$$R = \frac{R_0}{2} \cdot \frac{1 + \frac{e(t)}{E_g} \cdot \frac{2\omega_0 L}{R_0}}{1 - \frac{e(t)}{E_g} \cdot \frac{2\omega_0 L}{R_0}} \tag{7}$$

taking into account the conditions (3).

The relation (4) then becomes.

$$U_e = \frac{2\omega_0 L}{R_0} e(t) \tag{8}$$

This expression shows that the output signal amplitude varies as the modulating signal, therefore the circuit works as a balanced modulator with a good linearity. If $Z_g \neq 0$, $Z_s \neq \infty$ and the Q — factor of the coil L is not sufficiently large ,the above relation is no more correct and distortions appear. More the circuit approaches the above conditions, smaller are the distortions.

A general form of the relation (8) for $Z_s = R_s$ and $Z_g = R_g$, supposing distortions to be small, is :

$$U_e \approx \frac{2\omega_0 L R_s}{R_0\left(R_s + \frac{r}{2}\right)} \cdot \frac{e(t)}{1 + 4\frac{e(t)}{E_g} \cdot \frac{R_s + R_g + r}{R_s + \frac{r}{2}} \left(\frac{\omega_0 L}{R_0}\right)^3} \tag{9}$$

The distortions given by the $2\omega_m$ — frequency wave are :

$$\delta_2 \approx \frac{2R_s}{R_s + \frac{r}{2}} \left(1 + \frac{R_g + r}{R_s}\right) \cdot \left(\frac{\omega_0 L}{R_0}\right)^3 \cdot \frac{e(t)}{E_g} \tag{10}$$

The dynamic state

We shall analyse the dynamic state when the modulator works with small distortions ($e(t) \ll E_g$). In these conditions we may write

$$\underline{U}_0 = R\underline{I}_0 \tag{11}$$

where

$$\underline{I}_0 \approx -\frac{\underline{E}_g\left(1 - 4j\frac{\omega_0 L}{r}\right)}{R_0 + 2j\omega_0 L + Z_g\left(\frac{2R_0}{r} - 1 + 8j\frac{\omega_0 L}{r}\right)} = I_0 e^{j\omega_0 t} \tag{12}$$

and

$$R = \frac{R_0}{2} + \Delta R \cos\omega_m t \tag{13}$$

ω_m being the modulating signal angular frequency.

The voltage $\underline{U}_0$ contains three components :

$$\underline{U}_0 = \frac{R_0}{2} I_0 e^{j\omega_0 t} + \frac{\Delta R}{2} I_0 [e^{j(\omega_0 + \omega_m)t} + e^{j(\omega_0 - \omega_m)t}] \tag{14}$$

The first component does not appear in the output, because it compensates the voltage $\underline{E}_g$ (carrier wave cut-off). The effect of the two other components in the output may be determined using the circuit in Fig. 1b. in which the variable resistance R is replaced by a voltage generator $\underline{U}_0$ with the internal impedance $\frac{R_0}{2}$, E_g being considered O.

If $Z_s \gg Z_g + \frac{Z^2}{Z_3}$, then

$$\frac{\underline{U}_e}{\underline{U}_0} = 1 : \left\{\left[1 + \frac{\frac{1}{j\omega C}}{r + Z_g(2 + j\omega Cr)}\right] \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \left[1 + \frac{2}{j\omega Cr} \cdot \frac{r + \frac{1}{j\omega C} + (Z_g + j\omega L)\ (2 + j\omega Cr)}{r + \frac{1}{j\omega C} + Z_g(2 + j\omega Cr)}\right]\right\} \tag{15}$$

Thus one can find the output value of each of the two components due to the modulation ($\omega = \omega_0 \pm \omega_m$).

In the circuit used for measuring $f_0 = 4.43$ Mc/s (commonly used as chrominance subcarrier in colour television), $C = 10$ pF, $R_0 = 600\,\Omega$, $r = 42.14\,\text{k}\Omega$, $Z_g = 50\,\Omega$ and $Z_s = 1\,\text{M}\Omega$.

$$\left.\frac{\underline{U_e}}{\underline{U_0}}\right|_{\omega_m \to 0} = 0.985\,|\,9°44'$$

In television the chrominance signal bandwidth is at most 1.5 Mc/s that is $\left.\frac{\omega_m}{\omega_0}\right|_{\text{max.}} = 0.338$

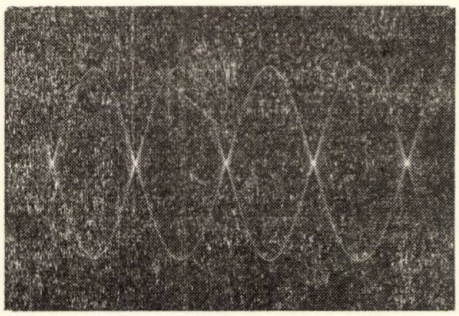
$$\frac{\left.\frac{\underline{U_e}}{\underline{U_0}}\right|_{-\omega_m\ \text{max.}}}{\left.\frac{\underline{U_e}}{\underline{U_0}}\right|_{\omega_m \to 0}} = 0.984\,|\,8°50' \qquad \frac{\left.\frac{\underline{U_e}}{\underline{U_0}}\right|_{+\omega_m\ \text{max.}}}{\left.\frac{\underline{U_e}}{\underline{U_0}}\right|_{\omega_m \to 0}} = 1.01\,|\,-5°24'$$

The phase shift and the attenuation are not the same, but they are sufficiently small for being not annoying [3]. One can obtain still smaller phase shifts with a high impedance carrier wave generator. From this example one can see that even in the most disadvantageous situations the dynamic state is not causing troubles.

Experimental results

The performances of some modulators of this type were measured working at $f_0 = 38$ kc/s, $f_0 = 370$ kc/s, and $f_0 = 4.43$ Mc/s. The experimental results fully confirmed the theoretical considerations and calculations. The carrier wave cut-off was better than 70 dB using as a diode a transistor, with the base and the collector put together, which has a very small forward resistance ($R_d = 2 - 6\ \Omega$) due to which the cut-off factor is independent on the input voltage amplitude (measured for $U_e = 0.1$-5 V r.m.s.).

Figure 2a shows the oscillogram of the output voltage when a sinusoidal modulating signal is applied with the frequency $f_m = 1$ kc/s and the amplitude $E = 0.2$ V r.m.s. and the carrier wave parameters are : $f_0 = 370$ kc/s and $E_g = 1$ V r.m.s.



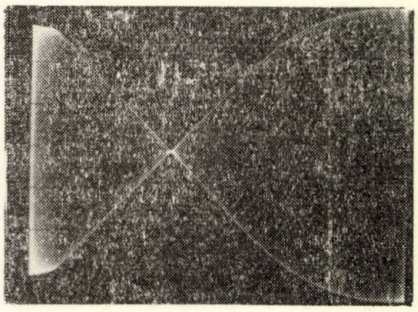


Fig. 2

a) The oscillogram of the output voltage. b) The linearity range of the modulator.

The range of linear operation of the modulator, which depends on the modulating signal amplitude, and the complete cut-off of the carrier wave can be quite clearly observed when applying on the vertical deviation plates of the oscilloscope the output (modulated) signal and on the horizontal deviation plates — the modulating signal. Such an oscillogram is shown in Fig. 2b in which the modulating signal value is larger than the optimum one.

The measured distortions were less than 2% for $\frac{U_{e\,\max.}}{E_g} \leqslant 0.2$, where $U_{e\,\max.}$ is the peak value of U_e.

Conclusions

This modulator works equally well for small as for great signal voltages and in a large range of frequencies of the carrier wave. This is for it can be used in carrier-current telephony, stereophonic broadcasting [4], colour television a.s.o.

The advantages of this type of balanced modulator are : very great and stable carrier wave cut-off ; simple and cheap construction ; quite simple tuning and balance ; great safety and stability in operation ; small distortions.

The disadvantages of this circuit are : the carrier wave frequency must be very stable ; the high level of harmonics of the carrier wave frequency due to the detector which is a non-linear element. A band-pass filter must be provided after the modulator.

Department of Electronics and Communications.
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest.

REFERENCES:

1. *Tuttle* W. N., Bridged-T and Parallel-T Null Circuit for Measurements at Radio Frequencies (P.I.R.E. Vol. 28 Jan. 1940, pag. 23—33).

2. *Morcom* W. J., *Sutton* J., U.H.F. Television Transmitter (Proceedings of the I.E.E. Vol. 113, nr. 4, Apr. 1966, pag. 541—550).

3. *Bruch* W., Selected Papers II. PAL-a Variant of the NTSC Colour TV System. Special Edition of Telefunken Zeitung, June 1966.

4. *Kassens A. L.*, Standards for Stereophonic Broadcasting. (I.R.E. Transactions on Broadcasting nr. 1, Apr. 1962).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

C. Z.: 621

О ФАКТИЧЕСКОЙ ПЛОЩАДИ КАСАНИЯ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗАМКОВОЙ РЕЗЬБЫ

П. А. МАМЕДОВ

Азербайджанский Политехнический институт
БАКУ

Одним из существенных критериев шероховатости поверхности является величниа определяющая несущую часть профиля. Несущая часть профиля — значение сумм длин участков профиля при отсечении его линиями параллельными геометрическому профилю, на определенной длине. С увеличением глубины отсекаемой части профиля, несущая часть будет возрастать (рис. 1). Износоустойчивость поверхности в какой то степени можно охарактеризовать этим критерием [1].

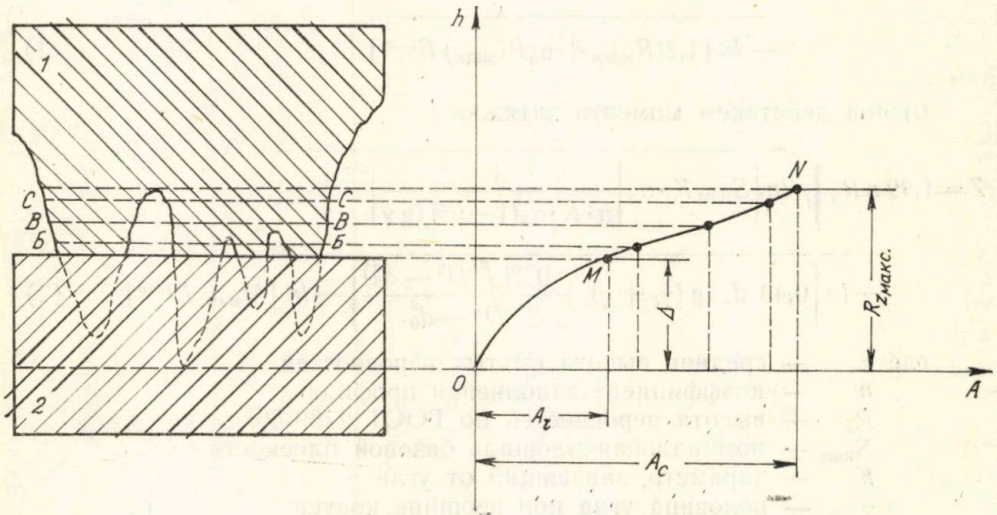


Fig. 1

Во время механической обработки или в эксплуатационных условиях если мы уменьшаем высоты неровности, то есть увеличиваем несущую часть профиля, то, следовательно, возрастает способность поверхности к износоустойчивости.

В эксплуатационных условиях, после приработки, появление „оптимальной шероховатости“ можно обьяснить той же причиной: микронеровности снимаются и сминаются до тех пор, пока поверхность не доходит до „ оптимальной“ износоустойчивости.

Несущая часть профиля не полностью характеризует особенности поверхности в отношении ее эксплуатационных свойств. Поэтому, прибегают к графикам опорных кривых профиля (рис. 1). График опорных кривых профиля показывает зависимость увеличения несущей части профиля от глубины, то есть от секущей линии [2].

С точки зрения расчета изнашивания трущихся деталей, фактическая площадь касания имеет большое значение. Среди площадей касания особое место занимает фактическая площадь соприкосновения A_τ. Фактическая площадь A_τ, представлет собой сумму фактических малых площадок контакта тел [3].

Фактическая площадь контакта весьма мала и составлет, в зависимости от нагрузки и формы контактируемых поверхностей, от 1/100 до 1/10000 номинальной поверхности. На пятнах фактического контакта и развиваются процессы трения и износа.

В статье [4] авторы на основе конусоидальной модели определили среднюю высоту смятых неровностей опорной поверхности резьбы, под действием силы и момента затяжки бурильных замков:

а) под действием силы затяжки:

$$Z = 1{,}99\, n R_z \sqrt{ln\left\{0{,}866\, S_{ном} K \cdot \sigma_S \left[\frac{1}{\pi \cdot K \cdot \sigma_S (1-\mu^2)\, \mathrm{tg}\,\gamma}\right]^{a-1}\right\} - ln\left[1{,}2 (R_{макс} + \alpha_0 P_{1\,макс})\, E^{1-a}\right]} \qquad (1)$$

б) под действием момента затяжки:

$$Z = 1{,}99\, n R_z \sqrt{ln\left\{S_{ном} K \cdot \sigma_S \left[\frac{1}{\pi \cdot K \cdot \sigma_S (1-\mu^2)\, \mathrm{tg}\,\gamma}\right]^{a-1}\right\} + ln\left[0{,}43\, d_c\, \mathrm{tg}\,(\gamma_c + \varrho) + \frac{0{,}29 f (D^3 - d_0^3)}{D^2 - d_0^2}\right] - ln\left[M_{макс} E^{1-a}\right]} \qquad (2)$$

где z — средняя высота смятых неровностей
n — коэффициент заполнения профиля
R_z — высота неровностей по ГОСТ 2789-59
$S_{ном}$ — номинальная площадь базовой плоскости
K — параметр, зависящий от угла γ
γ — половина угла при вершине конуса
σ_S — предел текучести
μ — коэффициент Пуассона
a — коэффициент
$R_{макс}$ — максимальное усилие, с которым прижимается торец муфты к ниппелю, после приложения силы веса бурильной колллонны.

$P_{макс}$ — допускаемый вес бурильной колонны
α_0 — коэффициент
E — модуль упругости
$M_{макс}$ — максимальный момент затяжки замковых резьб
d_c — средний диаметр резьбы в *мм*, принимаемый для конических резьб равным среднему диаметру резьбы в плоскости, проходящей на расстоянии половины длины конуса ниппеля
γ_c — угол подъема резьбы
ϱ — угол трения, соответствующий коэффициенту трения в сопрягаемой резьбовой паре
f — коэффициент трения на опроной поверхности торцев
D — наружный диаметр упорного уступа ниппеля
d_0 — диаметр конической выточки в плоскости торца муфты

Высота смятиа равна (рис. 2)

$$\Delta = R_z - Z$$

где Δ — высота смятия.

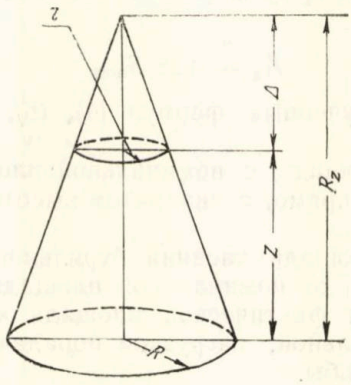


Fig. 2

Радиус τ и площадь $S_{k \cdot b}$ контактируемого выступа соответственно будут:

$$\tau = \Delta \cdot \operatorname{tg} \gamma;$$

$$S_{k \cdot b} = \pi \cdot \tau^2 = \pi \cdot \Delta^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma;$$

Если прямой конус пересечен плоскостью параллельной основанию, то

$$\frac{S_{k \cdot b}}{S_{oc}} = \frac{\Delta^2}{R_z^2} \qquad (3)$$

где S_{oc} — площадь основания конуса.

Приблизительно можно взять суммы всех площадей основания конусов равными номинальни площади, а суммы всех площадей контактируемых выступов, равными фактической площади касания.

$$S_{ном} = n \cdot S_{ос}; \quad A_2 = n \cdot S_{к \cdot в}$$

Эти значения ставим в формуле (3) и получаем:

$$\frac{A_2}{S_{ном}} = \frac{\Delta^2}{R_z^2}$$

Отсюда:

$$A_2 = S_{ном} \cdot \frac{\Delta^2}{R_z^2} \tag{4}$$

В статье [4] авторы указывают, что для бурильного замка ЗН-95 высота смятых неровностей равна:

$$Z = 0{,}5\ R_z$$

Тогда:

$$\Delta = 0{,}5\ R_z \tag{5}$$

Значение ставим в формулы (4) и после соответствующих преобразований, получаем:

$$A_2 = 0{,}25\ S_{ном} \tag{6}$$

На основании полученных формул (4), (6), можно сделать следующие выводы:

1. Фактическая площадь, с номинальной площади контакта, с квадратом высоты смятия прямо, с квадратом высоты неровностей обратно пропорциональна.
2. Фактическая площадь касания бурильного замка ЗН-95 после затягивания равна 25% от номиналоной площади.
3. Большой процент фактической площади касания можно обьяснить значительной удельной, нагрузкой попадающей на опорные поверхности замковой резьбы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карташев А. И.* — Шероховатость поверхности и методы ее измерения, М., Издательство Стандартов, 1964.
2. *Лесохин А. Ф.* — Чистота поверхности. Основные параметры. М., Стандартиз 1949.
3. *Крагельский И. В.* — Трение и износ. М., Издательство Машиностсоение, 1968.
4. *Мамедов П. А., Ярошевский Ф. М.* — Определение средней высоты смятых неровностей опорной поверхности резьбы и влияние ее на отклонеия натяга. Материалы научных конференций аспирантов Азербайджанского государственнго университета им С. М. Кирова, Баку, 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

METALURGIE

C.Z. : 621.762

NOI MATERIALE PENTRU GENERATORII PIEZOELECTRICI

SUZANA GÂDEA, D. DRIMER, C. DUMITRESCU

Dezvoltarea științelor contemporane atrage după sine lărgirea domeniilor de studiu a materialelor prin analiza mai completă a legăturilor profunde dintre structură și proprietăți.

Cuceririle științifice din ultimele decenii ale electrotehnicii, bazate în mare măsură pe utilizarea materialelor semiconductoare, se adîncesc astăzi către necesitățile de creere a circuitelor integrate și dispozitivelor funcționale. În același mod metalurgia trebuie să-și lărgească cîmpul de investigații de la semiconductorii elementari către compușii cu proprietăți multiple, avînd ca punct de plecare considerarea corpului solid ca un veritabil dispozitiv funcțional care poate îndeplini, prin proprietăți fundamentale ale materiei, funcțiile de sistem ale circuitelor electronice.

Împărțirea clasică a corpurilor solide după criteriul conductibilității electrice în : metale, semiconductori și dielectrici, a sugerat studiile pe materiale cu proprietăți de tranziție. În cazul materialelor situate la limitele dintre metale și semiconductori au fost puse în evidență proprietăți termoelectrice cu interesante aplicații practice, de ex. [1] ; la limita dintre semiconductori și dielectrici se pot obține numeroase materiale a căror proprietăți combinate permit să se prevadă posibilitatea obținerii unor noi clase de dispozitive în stare solidă, rezonatoare piezoelectrice, amplificatoare, elemente de memorie etc. Dintre acestea din urmă, materialele oxidice segnettoelectrice ocupă un loc aparte. În primul rînd mecanismul semiconductibilității — avînd la bază posibilitățile schimbului de electroni dintre nivelele $3d$ și $4s$ — sînt puternic afectate de impurități, tratamente termice, granularea structurii și atmosfera înconjurătoare [2]. În al doilea rînd, prin capacitatea de polarizare spontană, datorită spațiilor de domenii orientate după diferite direcții cristalografice, materialele segnettoelectrice reprezintă analogia electrică a materialelor magnetice cu toate consecințele aplicative ce

---

Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 29—31 mai 1969

decurg de aici. De exemplu polarizarea spontană avînd caracteristici neliniare adică saturîndu-se prin mărirea excesivă a cîmpului ca urmare a orientării momentelor domeniilor în sensul cîmpului, creează şi o polarizare remanentă la anularea intensităţii cîmpului. Dacă se aplică o presiune mecanică, polarizarea remanentă îşi schimbă valoarea iar sarcina superficială legată de ea se va mări sau micşora corespunzător similar efectului piezoelectric. Dacă materialului i se va aplica concomitent cu presiunea mecanică un cîmp electric continuu, electronii vor fi obligaţi să se deplaseze în aceeaşi direcţie însă mai repede decît undele elastice. Interacţiunea dintre electroni şi cîmpul piezoelectric, care poate fi creeat printre altele de unde sonore de înaltă frecvenţă, provoacă o încetinire a electronilor, o pierdere de energie cinetică însoţită de o creştere a energiei cîmpului electric. Acest dispozitiv este deci asemănător unui amplificator teoretic nelimitat în frecvenţă. Într-un mod oarecum similar pot fi create şi dispozitive de memorii electrice prin impresionarea mecanică diferenţiată a suprafeţei materialului.

Clasa materialelor segnettoelectrice (sau feroelectrice) este extrem de vastă cuprinzînd atît substanţe organice cît şi anorganice, materialele oxidice avînd însă avantajul robusteţei mecanice şi a unei durate de funcţionare în dispozitive mai mari (peste 2 ani).

Principalele materiale oxidice segnettoelectrice (sau feroelectrice) cunoscute, sînt sintetizate, în tabela 1, indicîndu-se formula chimică, structura şi temperatura Curie.

Tabelul 1

Nr. crt	Material	Formula chimică	Structura	Temperatura Curie
1	Titanat de bariu	$BaTiO_3$	Perowxit	—120
2	Titanat de cadmiu	$CdTiO_3$	Perowxit	—120
3	Titanat de plumb	$PbTiO_3$	Perowxit	+500
4	Soluţii solide de stanat de bariu şi plumb	$(PbBa)SnO_3$	Perowxit	—
5	Tantalat de potasiu	$KTaO_3$	Perowxit	—260
6	Niobat de potasiu	$KNbO_3$	Perowxit	+435
7	Niobat de litiu	$LiNbO_3$	Ilmenit	+450
8	Pironiobat de cadmiu	$Cd_2Nb_2O_7$	Piroclor	— 90
9	Metaniabat de plumb	$PbNb_2O_6$	Ortorombic	+570
10	Mononiobat de plumb	$Pb_3MgNb_2O_6$	Perowxit	— 12
11	Scandoniobat de plumb	Pb_2ScNbO_6	Perowxit	+ 90
12	Feroniobat de plumb	Pb_2FeNbO_6	Perowxit	+110

Titanatul de bariu este un reprezentant tipic al materialelor care cristalizează în structură de tip perowxit. Octaedrii de tip TiO_6 se cuplează la vîrfuri, formînd catene de -O-Ti-O-Ti. În interstiţiile dintre octaedrii se repart zează cationii mai mari de bariu înconjuraţi de 12 ioni de oxigen (fig. 1). Titanatul de bariu suferă la 115—125°C o transformare polimorfă trecînd într-o reţea cubică cu parametrul celulei elementare a=4,01 Å. Prin răcire sub 115°C ca rezultat al rearanjării spontane a ionilor, reţeaua devine tetragonală (c/a > 1) producîndu-se o alungire a celulei elementare de-a lungul axei OZ în direcţia de polarizare spon-

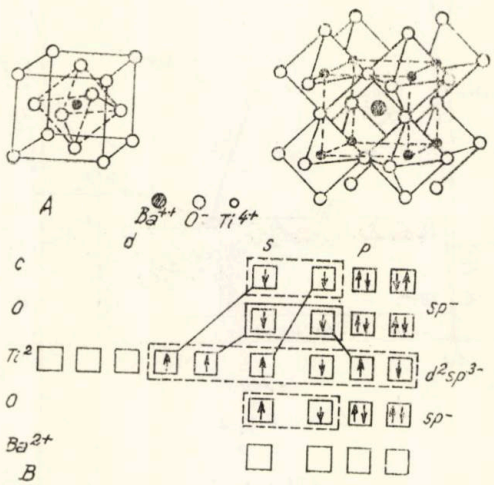


Fig. 1

tană şi o contracţie de-a lungul celorlalte două axe. Domeniul de structuri poate fi uşor observat pe monocristale la microscop în lumina polarizată. În lipsa unui cîmp electric exterior, polarizarea spontană în diferite domenii este orientată după diferite direcţii cristalografice. În principiu se deosebesc domenii *C* în care direcţia polarizării spontane este perpendiculară pe suprafaţă şi domenii *A* în care această direcţie este orientată paralel cu suprafaţa. Presiunea domeniilor este de ordinul a 10^{-4} cm iar limitele dintre domenii nu depăşesc cîteva dimensiuni atomice.

Diagrama de echilibru a sistemului BaO-TiO_2 în zona corespunzătoare obţinerii compusului $BaTiO_3$ este redată în fig. 2.

Datele asupra obţinerii $BaTiO_3$ cuprinse în literatura de specialitate sînt limitate, majoritatea cercetătorilor indicînd în deosebi caracteristicile funcţionale ale produsului obţinut şi mai puţin tehnologia de realizare a acestuia.

Avînd în vedere greutăţile tehnologice deosebite de obţinere a $BaTiO_3$ prin metoda alierii directe (temperaturi foarte ridicate, atmosfere controlate, reactivitate puternică cu creuzetul de preparare, obţinerea unui produs neomogen etc.), în experimentările preliminare s-a pornit de la pulbere de hidroxid de bariu de puritate tehnică şi pulbere de oxid

de titan de înaltă puritate. Hidroxidul de bariu a fost deshidratat la temperaturi cuprinse între 80—90°C, iar pentru siguranță oxidul de titan a fost de asemeni uscat. Cantități stoechiometrice de BaO-TiO_2 (necesare obținerii $BaTiO_3$) au fost majorate fin și amestecate omogen suficient de rapid pentru ca pulberea obținută să nu adsoarbă vapori de apă din atmosferă.

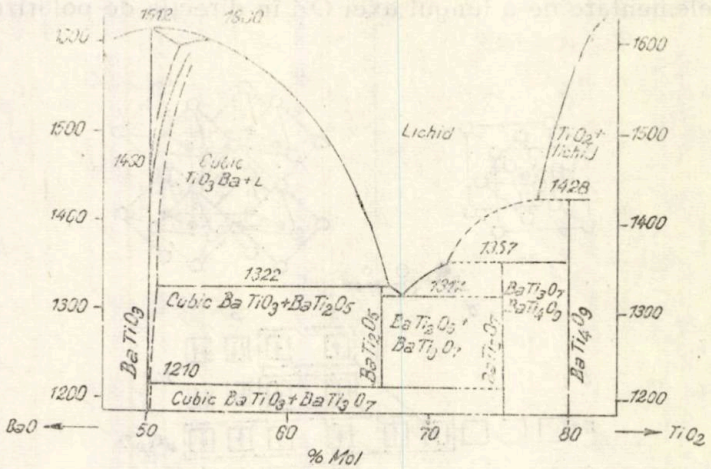


Fig. 2

Etapa următoare a procesului tehnologic a constat în obținerea unor pastile de Ø 20 mm și grosimi cuprinse între 3—8 mm. Presarea s-a efectuat pe o presă hidraulică, la presiuni de 100 Kgf/mm² într-o matriță tratată termic, avînd în vedere aderența avansată a pulberii cu scula.

Presinterizarea pastilelor s-a efectuat la temperatura de 1240-1260°C în cuptor cu bare de silită, timp de o oră, răcirea efectuîndu-se o dată cu cuptorul.

Semifabricatul astfel obținut, a fost mojarat din nou pînă la obținerea unei pulberi fine (Ø 0,006 mm.) și apoi presat în pastile de Ø 10 mm și 3—5 mm grosime și Ø 16,5 mm cu aceleași grosimi, cu 150 kgf/mm². Sinterizarea s-a efectuat la 1320—1340°C timp de 1—1,5 ore, răcirea efectuîndu-se o dată cu cuptorul.

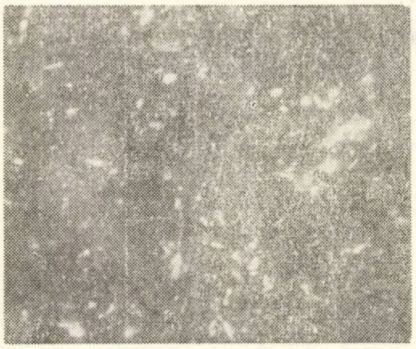
Presiunile optime, temperaturile și timpii de sinterizare au fost stabilite după efectuarea a numeroase încercări în care s-a urmărit obținerea produsului finit.

În fig. 3 sînt prezentate microstructurile unor produse obținute în diferite condiții tehnologice. Se observă variația cantitativă a compusului $BaTiO_3$ în funcție de principalele condiții de obținere.

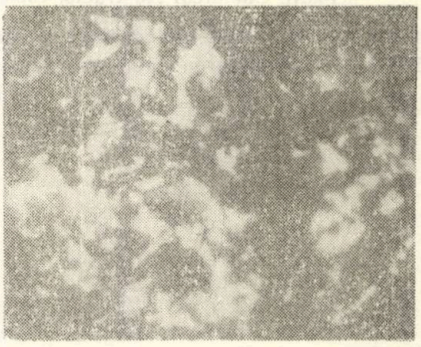
Densitatea produsului a fost cuprinsă între 5,9—6,4 Kg/dm³ în funcție de condițiile de obținere.

Permitivitatea este cuprinsă între 1000—6000 în funcție de temperatura de măsurare, prezentînd un maxim în zona temperaturii Curie.

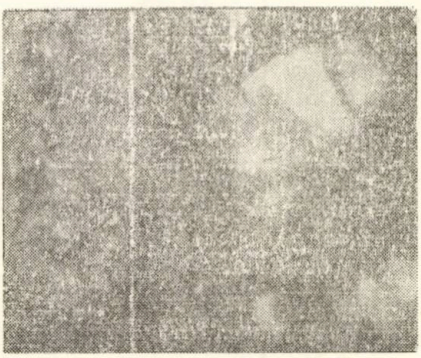
Cercetările și experimentările sînt în curs și urmează a fi extinse și asupra monocristalelor la care histerezisul dielectric trebuie să aibe o formă dreptunghiulară deosebită de cea a agregatului policristalin în general nereproductibilă.



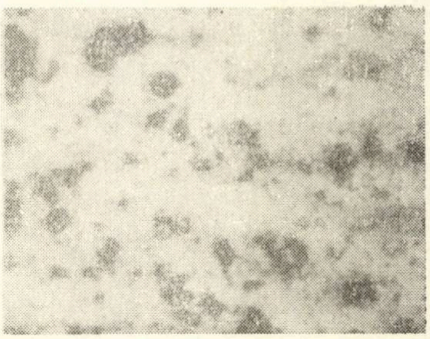
A — Început de sinterizare.
P = 150 Kgf/mm². T = 1300°C.
t = 1 oră



B — Sinterizarea crescută
P = 150 Kgf/mm². T = 1300°C.
t = 1,5 ore



C — Sinterizare avansată.
P = 150 Kgf/mm². T = 1320°C.
t = 1,0 oră



D — Sinterizare totală.
P = 150 Kgf/mm². T = 1340°C.
t = 1,5 ore

Fig. 3 Microstructurile obținute în diverse condiții de sinterizare.

Studiul în continuare a materialelor situate la tranziția dintre semiconductori și dielectrici este capabil să pună în evidență prin definirea complexă a proprietăților, funcțiile unor viitoare dispozitive funcționale deosebit de importante în electronică și automatizare.

Catedra de studiul metalelor și metalurgia semiconductorilor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *D. Drimer* — Teza de doctorat sub conducerea Prof. Ing. Suzana Gâdea, Inst. Politehnic București, 1968.

2. *S. Gâdea, ș.a.* — Metalurgia fizică a materialelor semiconductoare. Ed. Academiei, R.S.R., București, 1966, p. 140.

3. * * * — Dielectrici din titanați cu constante dielectrice mari și factori de putere scăzuți. Chemical Abstracts, 1965, p. 14520 c.

4. * * * — Materiale dielectrice. Chemical Abstracts, 1965, p. 15578 h.

5. * * * — Prepararea unor materiale ceramice. Chemical Abstracts, 1965, p. 2726 b.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 3

TRANSPORTURI

C.Z. : 629.1

ALGORITHM CONCERNING THE RAILWAY ELECTRIFICATION OPTIMALIZATION BY MEANS OF OPERATIONAL RESEARCH AND DIGITAL ELECTRONIC COMPUTERS *

AL. POPA, A. CARABULEA

1. Problem Wording

The technical and economical of the reailways electrification advantages compared to other traction systems, under various soil and traffic conditions, may be pointed out by studying the mathematical model of the computing expenses (z), taking into account the operational research pre-requisites, which may also be applied to the railway transport area.

The aim of this work is the formulation of the mathematical model of the total expenses (z), required for railway electrification, and of the logical diagram allowing to establish the optimal solution from several possible variants, by means of electronic computers.

The traction expenses study (railway engines, waggons, machanical work) will be completed by a number of considerations concerning expenses for the labour required ; expenses required by the waiting theory ; the wear and equipment replacement theory and operation safety theory. Thus, a number of empiric relations and coefficients used nowadays to compute the operating expenses electrificated railway will be avoided redücing considerably the error source which may greatly influence the optimum variant selection.

In computing the expenses the following factors will be taken into account : simple and double circuit tracks ; simple and multiple traction trains, variable train loads ; variable traffic intensity, practically admissible speed variations ; usual soil declivities for railway track designing and variable electrical power costs. For the waiting theory expenses, the laws ruling the arrival and attendance (respectively departure) of trains in railway stations, should be taken into account while the system wear and replacement expenses will be established for two assumptions, i.e. ; individual replacements for large component parts and replacement of equipments and assemblies for small compo-

* Manuscript received March 15, 1969.

nent parts and accessories. The labour expenses determination will rely on the actual extent of the determined nature works (constant or stochastic) required withim the studied complex. The operation safety required a series of expenses, which are established by comparing the spare elements purchased for faulty equipment element replacement, with the losses occuring as a consequence of the equipment failure.

For drawing-up the general mathematical model required for the electrificated railway optimalization, the expenses specified above should be added to the share of investments resulting from the design solutions. The minimization of these expenses (z) by means of digital computers ensures the optimal railways electrification solution.

2. Considerations concerning mathematical models of railway electrification expenses

The mathematical models of actualized computing expenses whose minimization leads to optimal solution, may be written as follows :

$$(1) \qquad Cta = \left[\sum_{i=1}^{tc} I_i (1 + r_a)^{-i} + \sum_{i=1}^{tc} C_i (1 + r_a)^{-i} \right] = \text{minimum}$$

The relation (1) may also be arranged as :

$$(2) \qquad Cta = \left[\sum_{i=1}^{tc} C_i (1 + r_a)^{-i} + (p_a + p_n) I_{fr} \right] = \text{minimum}$$

The values appearing in relations (1) and (2) have the following significance :

I_i = investment during tne year (i)
Cta = actualized total expenses
Ci = operating expenses $= (Cexpz + Cech) = [Cexpz + (E_j - E_k)\, p_c^e]$
$Cexpz$ = expenses proper
$Cech$ = equalizing expenses
p_c^e = electric power cost
r = actualization rate 0.07
t_c = spreadting out of investments and respectively expenses
$p_n = \frac{1}{trn} = (0,1)\ (\text{year}^{-1})$, the investment economical efficiency coefficient.
p_a = investment amortization coefficient (I_f)
i = reference year for yearly investments and expenses.
E_j, E_k = power consumption in compared solutions

The reported investment (I_{fr}) is established as follows :

$$(3) \qquad I_{fr} = \left[\sum_{i=1}^{tc} I_i (1 + p_n)\, t_c - i + Iech - V_n \right]$$

The compared solutions equalizing investment (*Iech*) and the net income (V_n) obtained by operating electrified railway sections partly commissioned prior to the achievement of the projected scheme, may be computed as follows :

$$(4) \qquad Iech = (P_j - P_k) i_{sp}^{(S)};\ V_n = [(V_b - C_e)(1 + p_n)\, t_c - l - i];$$

where :

P_j, P_k = powers in compared solutions

$isp^{(s)}$ = supply system power unit specifical investment

V_b and C_e = gross income (V_b) and operating expenses (C_e) respectively, for partly commissioned systems. The equalizing investments and expenses should be added to solutions deficient in power and energy.

Value (1) indicates the period from the beginning of the works till the electrified railway section commissioning.

Performing a number of applications with relations (1—2) and comparing the results with those obtained by means of the criterion, of yearly expenses (z), it will be found that the last criterion is in fact a particular case of the first two relations, in which the investment standard recovery term has been taken as equal to ten years. The expenses computing criterion (z) may be written as follows :

$$(5) \qquad Z = \left[\sum_{t=1}^{n} C_t + (p_a + p_n) I_{fr} \right] = \text{minimum}$$

The restrictions which delimit the total minimum [1] [2] of the objective functions (5) are formulated in annex, under the form of the sizes variation of the equation (6) betwen the minimum an maximum admissible values.

Taking into account all peculiarities accuring in railway operation [5] [6], relation (5) will have the following structure,

$$(6) \quad Z = \frac{Q_k}{G_v} \left[C_{TH} \frac{S}{V_c} + C_{LM} \sum_{k=1}^{d} L_{MK} \right] + (p_a + p_n) I_{fr} = \text{minimum}$$

where :

Q_k and G_v = traffic intensity (Q_k) and tonnage per train (G_v) respectively.

S = traffic section length

V_c = commercial speed = (0.7 — 0.95) V_s

V_s = train speed on traffic section (S)

I_{fr} = investments reported for fixed systems.

The tonnage per train, expressed in gross tons, and V_c are determined by relations of the following form :

$$(7)\quad G_v = \frac{F_0 - G_L(R_L + I_{EC})}{(R_v + I_{EC})};\quad (7\,a)\quad V_c = \frac{[1\,440 - t_s(N_m + 2\,N_c) \times 60\,S]}{[86\,400\,S - 1\,440\,V_s\,t_s]};$$

where :

N_m; N_c = number of freight trains (N_m) and passenger trains (N_c), respectively

t_s = stopping time
F_0 = traction force on wheel rim
G_L = weight of electric railway engine trailing the train
I_{Ec} = track pattern declivity (‰).

The railway engine specifical rolling resistances (R_L) and waggons specifical rolling resistances (R_v) may be determined as follows :

$$(8)\qquad R_L = A_L + B_L\,V_S^2;\quad R_V = A_V + B_V\,V_S^2$$

Where A_L, B_L, A_V, B_V are coefficients depending on the specifical conditions occuring when the electric railway engine and waggons are rolling on a track pattern. The expenses (C_{TH}) of relation (6) may be written as follows :

$$(9)\qquad C_{TH} = [T\,h_L\,C_{LH} + G_V\,C_{VH} + T\,C_{SL} + C_{St}]$$

where :

T = (1—4) takes into account the number of engines trailing the trains.

h_L = (1.3—1.5) hours = additional waiting time of rail way engines both during repairs and prior to the train departure.

C_{SL} and C_{St} = railway engine crew wages (S_{SL}) and train crew wages (C_{St}).

The traction expenses for one railway engine per hour (C_{LM}) and waggon/hour per carried gross ton (C_{VH}) are estabilished as follows :

$$(10)\qquad \begin{cases} C_{LH} = \left[\dfrac{I_L}{T_c}\left(\dfrac{1}{t_{rn}} + \dfrac{1}{t_{iL}}\right) + CP\right] \\ C_{VH} = \left[\dfrac{A_{r1}}{T_c}\left(\dfrac{1}{t_{rn}} + \dfrac{1}{t_{iv}}\right) + \dfrac{C_v\,r_2}{T_c \cdot t_{rn}} + \dfrac{B}{Q_{oB}}\right] \end{cases}$$

where :

I_L = railway engine purchase investment
T_c = calendaristic duration equal to 8,760 hours.
t_{iL} and t_{iv} = life time for railway engines (T_{iL}) and waggons (t_{iv}).
c = expense share for railway engines maintennace and repairing, per H.P./hour, in lei.
P = railway engine H.P.

A = waggon specifical investment (lei/ton), also including the waggon maintenance and repair base development.

r_1 and r_2 = waggon average dead weight/gross weight ratio (r_1) and waggon average load/gross weight ratio (r_2) respectively.

C_v = average cost of one waggon load ton.

B = waggons maintenance and repair expense share in lei/axle waggon hour.

Q_{oB} = average gross weight in tons/axle.

The railway engine crew wages/hour (C_{SL}) and train crew wages/hour (S_{St}) may be written as follows :

$$(11) \qquad \begin{cases} C_{SL} = r_{t1} \cdot S_{mL} \\ C_{st} = r_{t2} \cdot S_{mt} \end{cases}$$

where :

r_{t1} and r_{t2} = coefficients taking into account the normal and additional working time for railway engine crews (r_{t1}) and train crews (r_{t2}).

S_{mL} and S_{mt} = average wages/hour of railway engine crews (S_{mL}) and train crews (S_{mt}).

The traction expenses depending on the mechanical work (C_{LM}) show the following structure :

$$(12) \qquad C_{LM} = (C_E + C_{RL} + C_{RV} + C_{RC})$$

where :

C_E = consumed energy expenses

C_{RL}, C_{RV}, C_{RC} = expenses for running railway engines and waggons maintenance (C_{RL}, C_{RY}), as well as expenses for railway track repairs and maintenance (C_{RC}).

In order to establish the energy expenses, a relation of the following form should be aplied :

$$(13) \qquad C_E = C'_E \cdot L_M = \frac{b \cdot L_M \cdot p_c^e}{367 \cdot \eta_{ci}\, \eta_s\, \eta_L}$$

where :

b = coefficient taking into account the consumption of the railway engine auxiliary systems.

L_M = mechanical work provided by the active and braking forces.

η_{c1}; η_s and η_l = contact line efficiency (η_{c1}), traction substation efficiency (η_s) and railway engine efficiency (η_1).

The expenses C_{RL}; C_{RV} and C_{RC} will be taken into account within the enclosed digital example, relying on electrified railway operating experience in Romania and abroad.

The mechanical work of active and braking forces will be determined by the relation below :

$$L_M = 10^{-3}\,[G_L\,(R_L + I_{EC}) + G_V\,(R_V + I_{EC}) + 10^{-3} \cdot 3{,}8 \cdot V_f^2\,(G_V + G_L)] \quad (14)$$

where : V_f = average speed at start of braking.

Introducing the values from (7—14) into relation (6) the following may be obtained :

$$Z = \frac{Q_k}{G_v}\left\{\frac{T \cdot h_L \cdot S}{V_c}\left[\frac{I_L}{T_c}\left(\frac{1}{t_{rn}} + \frac{1}{t_{iL}}\right) + CP\right] + \frac{G_v S}{V_c}\left[\frac{A_{r1}}{T_c}\left(\frac{1}{t_{rn}} + \frac{1}{t_{iV}}\right) + \right.\right.$$

$$\frac{C_v r_2}{T_c \cdot t_{rn}} + \frac{B}{Q_{oB}}\Big] + \Big[Tr_{t1} \cdot S_{mL} + r_{t2}\,S_{mt}\Big]\frac{S}{V_c} + \Big[C'_E + C_{RL} + C_{RV} + \quad (15)$$

$$\left. + C_{RC}\right] L_M\Big\} + (p_a + p_n)\,I_{fr} = \text{minim}$$

The logical diagram for the determination of the optimal variant, with minimal expenses (z), may be followed in Figure 1, Following areas appear on the diagram : [3]

— Initial data and cycling counter area (cell I L 1)

— Expense computing area (cells I L 2 ; I L 10)

— Cycling operation area (cells I L 3 to I L 9 and I L 11).

In the first area the minimum limitis indicated for various variables, as the declivity ($I_{EC} = 0$), traffic intensity $Q_k = 5.10^6$ $\frac{\text{t} \cdot \text{br} \cdot \text{km}}{\text{km}}$, $G_v = 500$ tone $V_s = 50$ km/h from which begins the computing of variants.

In the second area the calue R_L; R_V; L_M; C_{TH}; C_{LM}; $V_{oc} = V_c$ and Z, are computed for all variation stages of the speeds, trafic intensity, train tonnage, vack type (1), traction type (T) and pattern declivity (I_{EC}).

In the cycling area, each initial value given to the various variables is increased by a value called „pitch", thus obtaining the desired number of variants. Cyclings are also performed for the following variables : single ($L = Vo$) and double ($L = 1$) railway track types, and for variable electric energy cost ($E = 0$) $p_c^E = 0.15$ lei/kw h and ($E = 1$) $p_c^E = 0.30$ lei/kw h.

After completing the computation the results are princed and the railway engine type may be changed, setting ($R = g$), sothat copouting expenses (z) may also be determined for varioud electric railway engine types trailing trains on various railway track patterns. Such events may be solved by means of one and the same digital electronic computer program, attaching at its end digital data sets for various railway engine types used for electrical traction on various railway track patterns. The enclosure shows a program testing example.

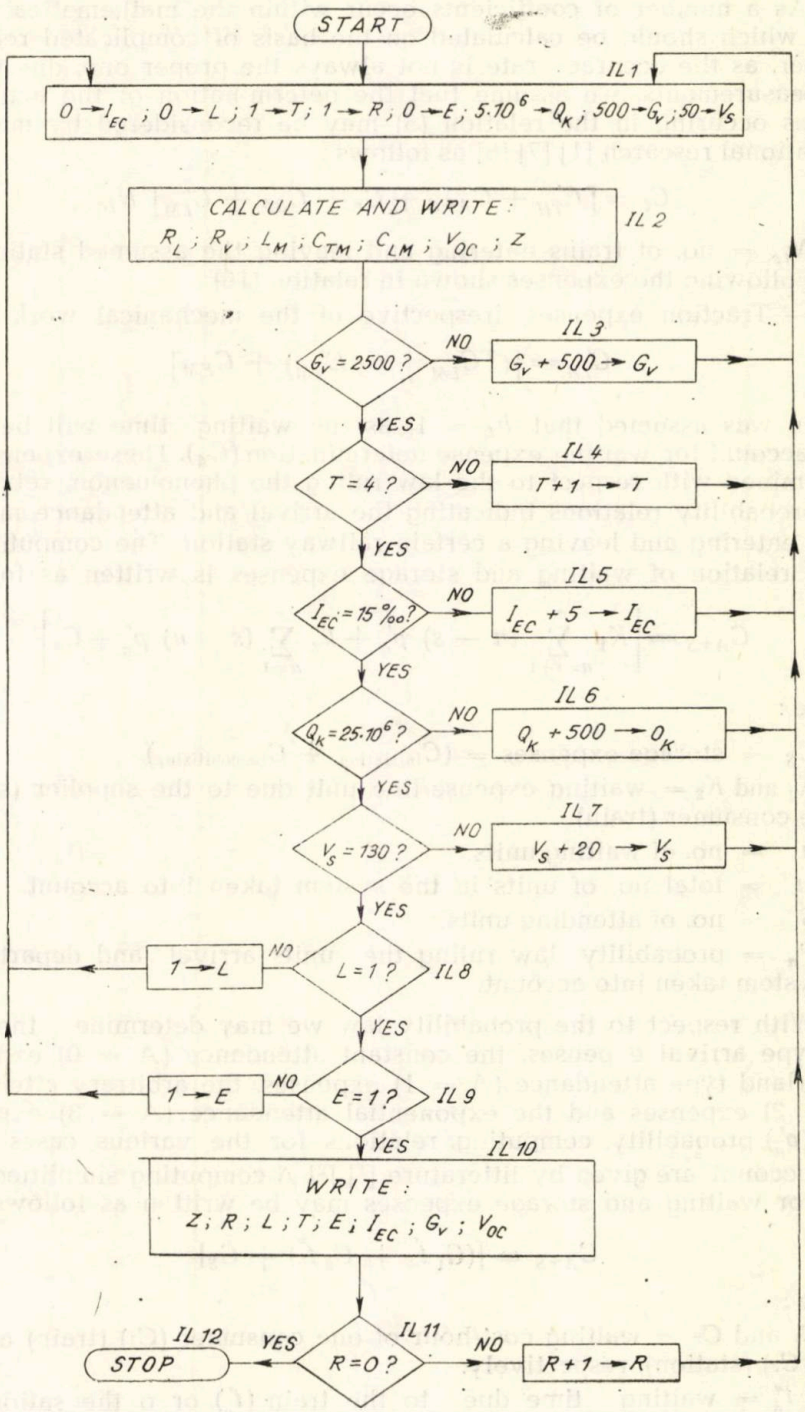

START
IL 1
$0 \to I_{EC}$; $0 \to L$; $1 \to T$; $1 \to R$; $0 \to E$; $5.10^6 \to Q_K$; $500 \to G_V$; $50 \to V_S$
CALCULATE AND WRITE:
R_L ; R_V ; L_M ; C_{TM} ; C_{LM} ; V_{OC} ; Z
IL 2
$G_V = 2500$?
NO
IL 3
$G_V + 500 \to G_V$
YES
$T = 4$?
NO
IL 4
$T + 1 \to T$
YES
$I_{EC} = 15$ ‰ ?
NO
IL 5
$I_{EC} + 5 \to I_{EC}$
YES
$Q_K = 25.10^6$?
NO
IL 6
$Q_K + 500 \to Q_K$
YES
$V_S = 130$?
NO
IL 7
$V_S + 20 \to V_S$
YES
$L = 1$?
NO
IL 8
$1 \to L$
YES
$E = 1$?
NO
IL 9
$1 \to E$
YES
IL 10
WRITE:
Z; R; L; T; E; I_{EC} ; G_V ; V_{OC}
$R = 0$?
NO
IL 11
$R + 1 \to R$
YES
IL 12
STOP

Fig. 1

As a number of coefficients occur within the mathematical model (15), which should be calculated on the basis of complicated relations, further, as the accuracy rate is not always the proper one, due to lack of measurements, we assume that the determination of the actual expenses occuring in the relation (5) may be reconsidered by means of operational research [1] [7] [8] as follows :

$$C_t = [C'_{TH} + C_{A+S} + C_r + C_{SF} + C'_{LM}]\ N_{tc} \tag{16}$$

N_{tc} = no. of trains entering and leaving the assumed station.

Following the expenses shown in relation (16) :

— Traction expenses, irespective of the mechanical work

$$C'_{TH} = [(TC'_{LM} + G_V C'_{VM}) + C_{FM}] \tag{17}$$

In was assumed that $h_L = 1$, as the waiting time will be taken into account for waiting expense determination (C_A). These expenses are determined with respect to the law ruling the phenomenon, relying on the probability relations indicating the arrival and attendance mode of units entering and leaving a certain railway station. The computing general relation of waiting and storage expenses is written as follows :

$$C_{A+S} = \left[K_1 \sum_{n=s+1}^{m} (n - s)\ p'_n + k_2 \sum_{n=1}^{s} (s - n)\ p'_n + C_s\right] \tag{18}$$

where :

C_S = storage expenses = ($C_{\text{initiating}} + C_{\text{immobilizing}}$)

K_1 and K_2 = waiting expense/tine unit due to the supplier (station) to the consumer (train).

n = no. of waiting units.

m = total no. of units in the system taken into account.

S = no. of attending units.

P_n = probability law ruling the units arrival and departure in the system taken into account.

With respect to the probability law we may determine : the Poisson type arrival expenses, the constant attendance ($A = 0$) expenses, the Erland type attendance ($A = 1$) expenses, the arbitrary attendance ($A = 2$) expenses and the exponential attendance ($A = 3$) expenses. The (p'_n) probability computing relations for the various cases taken into account are given by litterature [1] [2] A computing simplified relation for waiting and storage expenses may be written as follows :

$$C_{A+S} = [(C_1 t'_a + C_2 t''_a) + C_S] \tag{19}$$

where :

C_1 and C_2 = waiting cost/hour of one consumer (C_1) (train) or supplier (C_2) (station), respectively.

t'_a t''_a = waiting time due to the train (t'_a) or o the sation (t''_a), respectively.

The waiting times may be determined by means of the following relations :

$$(20) \qquad t'_a = t_f \left(\frac{n_{so}}{n_{sv} - n_{so}} - \frac{1}{n_{sv}} \right); \; t''_a = t_f \left(1 - \frac{n_{so}}{n_{sv}} \right)$$

where :

t_f = system operation time,
n_{so} = average arrivals per time unit,
n_{sv} = average attendances per time unit.

The maintenance and repair expense of fixed systems will be determined assuming either individual (C_{ru}) or assembly (C_{rg}) replacements. In the first case, the following relation should be used :

$$(21) \qquad C_{ru} = \frac{1}{p \cdot r} \sum_{i=1}^{r} \left(C_{ai} + \sum_{i=1}^{m} C_{ij} \right)$$

where :

$$C_{ij} = \left[\frac{G_{VS}}{V_c} \left(CP + \frac{B}{Q_{oB}} \right) + (C_{if} + C_{RL} + C_{RV} + C_{RC}) \, L_M \right]$$

p, r = no. of replacements (r) at the end of the (p) working periods.

m = no. of equipments,
C_{ai} = aquipment element purchasing expenses,
C_{ij} = aquipment erecting, maintenance and repair expenses.
C_{if} = electrical installations maintenance and repair expenses.

In the case of assembly replacements, the following relation should be used :

$$(22) \qquad C_{rg} = \left[\frac{C'_1 N}{t} + \frac{C'_2 r(t)}{t} \right]$$

where :

C'_1; C'_2 = unit cost of assembly (C'_1) and individual (C'_2) replacement of various equipments, respectively.

N = no. of new equipments commissioned at start of each period.

$r(t)$= re-supply function, ensuring the maintainance of the initial equipment no.

The operation safety expenses may be determined as follows : [7] [9].

$$(23) \qquad C_{SF} = \left[\sum_{j=1}^{n} m_j C_j + S(1 - P) \right]$$

where :

C_j = cost of link elements (j) of the assumed system.

m_j = no. of stand-by elements.

n = no. of locations where stand-by presses and equipment are required.

s = cost of damage or losses at failure of one supply or attendance chain element of the whole projected net-work.

$(1 - P)$ = damaging probability.

The probability (P) and element (m_j) computing is carriedout by means of analytical relations provided by litterature [9]. The labour expenses are determined by means of the algorithm shown in the litterature [8], and may be written in the following manner :

$$(24) \qquad C_{FM} = n_e \sum_{k=1}^{h'} \frac{s_{mk}}{h'} \sum_{g=1}^{m'} \sum_{l=1}^{n'} n_{gl}\, x_{gl} = \left(n_e \cdot y_k \cdot h_m \sum_{k=1}^{h'} \frac{s_{mk}}{h'} \right)$$

where :

n_{gl} = specifical labour norm for section ($G = 1....m'$) and profession ($1 = 1....n'$).

X_{gl} = no. of skilled personnel (1) for section (g).

s_{mk} = average wages for category, workers ($k = m$), engineers and technicians($k = i + t$) and clerks ($k = f$). ($k = 1....h'$) indicaes the worker categories.

Y_k = toel no. of personnel required for the extent of a given work.

h_m = The number of hours of each individual warking.

h' = Index taking into account the no. of influencing factors ($h = 1....c$),

n_e = no. of actual working lines.

After determination of the personnel, per professions, the labour expenses may be computed by means of an operational relation of the following aspect :

$$(25) \qquad C_{FM} = [N_m\, S_m^m + N_{i+t}\, S_m^{i+t} + N_f\, S_m^b]\, \eta_e$$

where :

N_m; N_{i+t}; N_f = no. of workers (N_m); engineers, technicians (N_{i+t}) and clerks (N_f) respectively.

S_m^m; S_m^{i+t}; S_m^f = average wages of workers (S_m^m), engineers and technicians (S_m^{i+t}) and clerks (S_m^f), respectively.

The last term of relation (16) represents only the expenses for the electrical power consumed (C'_E) determined by means of relation (13).

The railway engines, waggons and tracks maintenance and repair expenses included in expression (12) were taken into account in building-up relations (21) and (22).

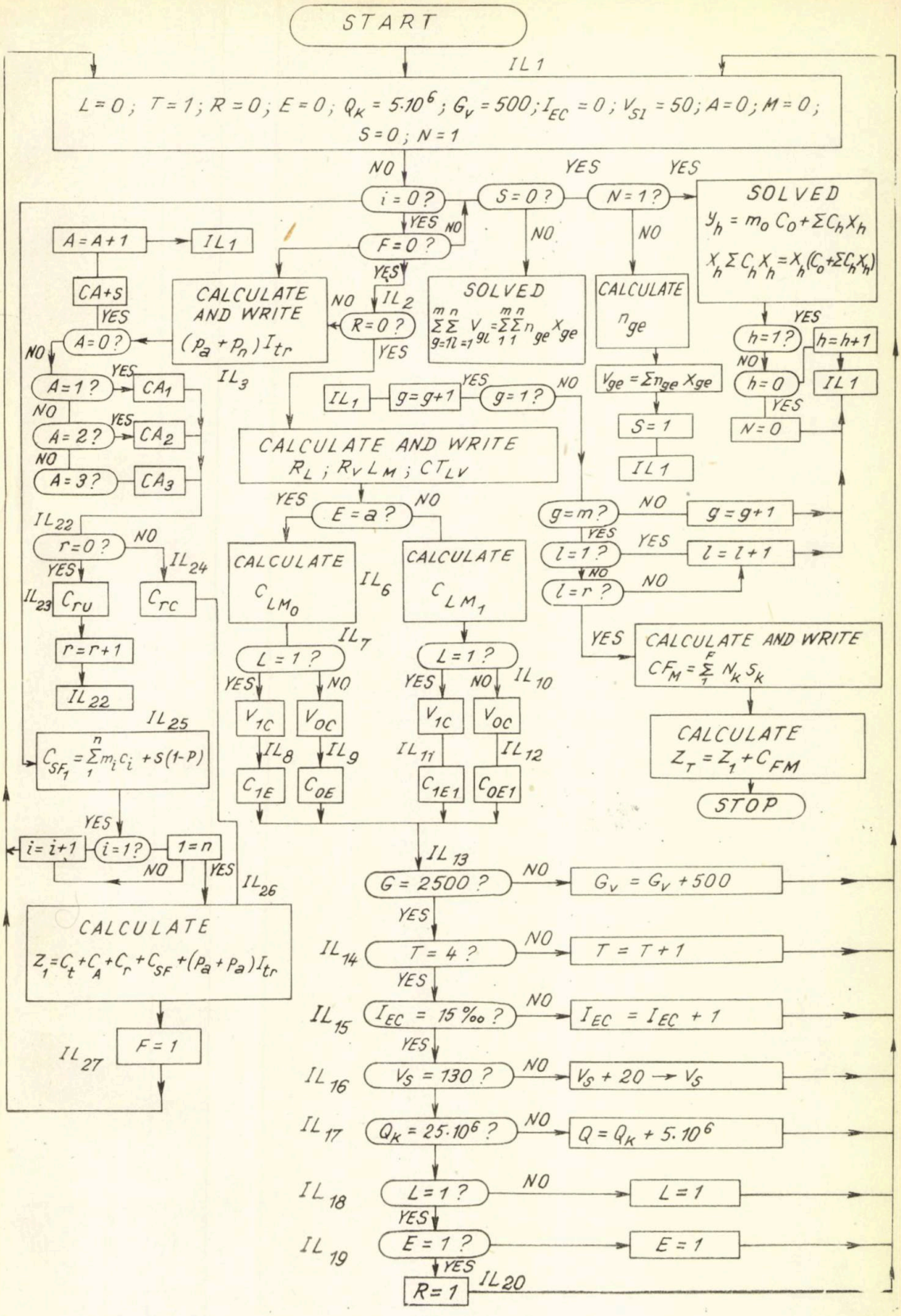

START
IL 1
L=0; T=1; R=0; E=0; $Q_K = 5 \cdot 10^6$; $G_V = 500$; $I_{EC} = 0$; $V_{SI} = 50$; A=0; M=0; S=0; N=1
i=0?
S=0?
N=1?
SOLVED
$y_h = m_0 C_0 + \Sigma C_h X_h$
$X_h \Sigma C_h X_h = X_h (C_0 + \Sigma C_h X_h)$
A=A+1
IL 1
F=0?
CA+S
CALCULATE AND WRITE
$(p_a + p_n) I_{tr}$
IL 2
R=0?
SOLVED
$\sum_{g=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} V_{gl} = \sum_{1}^{m} \sum_{1}^{n} n_{ge} X_{ge}$
CALCULATE
n_{ge}
A=0?
h=1?
h=h+1
h=0
IL 1
N=0
A=1?
CA1
A=2?
CA2
A=3?
CA3
IL 3
$V_{ge} = \Sigma n_{ge} X_{ge}$
S=1
IL 1
IL 1
g=g+1
g=1?
CALCULATE AND WRITE
R_L; $R_V L_M$; CT_{LV}
g=m?
g=g+1
l=1?
l=l+1
l=r?
IL 22
r=0?
IL 24
E=a?
CALCULATE
C_{LM_0}
IL 6
CALCULATE
C_{LM_1}
IL 23
C_{ru}
C_{rc}
r=r+1
IL 22
IL 7
L=1?
L=1?
IL 10
V_{1C}
V_{0C}
V_{1C}
V_{0C}
IL 8
IL 9
IL 11
IL 12
C_{1E}
C_{0E}
C_{1E1}
C_{0E1}
CALCULATE AND WRITE
$CF_M = \sum_{1}^{E} N_k S_k$
CALCULATE
$Z_T = Z_1 + C_{FM}$
STOP
IL 25
$C_{SF_1} = \sum_{1}^{n} m_i c_i + S(1-P)$
i=i+1
i=1?
i=n
IL 26
IL 13
G=2500?
$G_V = G_V + 500$
CALCULATE
$Z_1 = C_t + C_A + C_r + C_{SF} + (P_a + P_a) I_{tr}$
IL 14
T=4?
T=T+1
IL 15
I_{EC} = 15‰?
$I_{EC} = I_{EC} + 1$
IL 27
F=1
IL 16
V_S = 130?
$V_S + 20 \rightarrow V_S$
IL 17
$Q_K = 25 \cdot 10^6$?
$Q = Q_K + 5 \cdot 10^6$
IL 18
L=1?
L=1
IL 19
E=1?
E=1
R=1
IL 20
YES
NO

Fig. 2

In the case of various expense category determination on basis of the operational reasearch, the mathematical model may be formulated as follows :

$$Z = \frac{Q_k}{G_u}\left[C'_{TH}\,\frac{S}{V_c} + C'_E \sum_{k=1}^{n} L_{MK} + C_{CO}\right] + (p_a + p_n)\, I_{fr} = \text{minimum} \tag{26}$$

Expenses (C_{co}) separated by means of the operational research may be written as follows :

$$C_{co} = (C_{A+S} + C_r + C_{SF} + C_{FM}) = \text{minimum} \tag{27}$$

The consumed electrical energy expenses may be determined by a relation of the following form :

$$C_E = E' \cdot p_c^e = (E_t - E_r) \cdot p_c^e \tag{28}$$

where :

E_t = energy consumed for the train travelling,
E_r = energy recovered during braking,
P_c^e = energy cost.

The total consumed energy during one route may be determined by means of the following relation :

$$E' = (E_t - E_r) = \frac{1}{60}\left[\left(\int_0^t UI\,dt\right)_t - \left(\int_0^t UI\,dt\right)_r\right]; \tag{29}$$

Assuming a contact line constant voltage, the relation (29) is modified as follows :

$$E' = \frac{U_n}{60}\left[\left(\int_0^t I\,dt\right)_t - \left(\int_0^t I\,dt\right)_r\right]; \tag{30}$$

Taking into account the effciciency factors (η_{c1}) (η_s) and auxiliary systems contribution, on each railway engine type, by means of coefficient (b), the relation (30) anquires the following structure :

$$E' = \frac{b \cdot U_n}{60\,\eta_{c1}\,\eta_{cs}}\left[\left(\int_0^t I\,dt\right)_t - \left(\int_0^t I\,dt\right)_r\right]; \tag{31}$$

The enclosed computing example shows how to apply the expense computing (z) criterion, when the required railway electrification investments are time spread out with respect to the partly commissioned capacities in various electrified line trunks.

The logical diagram which facilitates the application of digital computers for the determination of the railway electrification optimal solution by minimization of the expression (26) may be followed în Figure 2. [3] [7] [8] [9].

The logical diagram in Figure 2 includes five areas, as follows :

In the primary data area are inserted : $Q_k = 5 \times 10^6$ gross tons $\times$ km/km ; $G_v = 500$ tons ; $V_s = 50$ km/h ; $(E = 0)$ corresponds to power consumption cost of 0.15 lei/Wh at $(E=1)$, the power consumtion cost 0.30 lei/kWh is. taken into account.

In this area the following cycling operators are to be found for waiting (A) ; for repairis (r) ; for track type (L), for traction type (T). In cell $(I\ L\ 1)$ a number of indices are also inserted whose significance appears in computing the relations in the text. The other diagram counters $(S ; N ; R)$ have operational functions, indicating a certain transfer (conditionned or non-conditionned).

The second area is developed between cells $(I\ L\ 2 — I\ L\ 13)$ and allows the computation of expenses (z) for various possible variants, i.e.: (C_{1e}) represents the traction expenses for $P_c^E = 0.15$ lei/kWh and double track $(L = 1)$, while (C_{0E}) represents the traction expenses for $P_c^E = 0.30$ lei/kWh and single track $(L = 0)$.

These calculations are performed in cells $(I\ L — I\ L\ 9)$. In cells $(I\ L\ 10 — I\ L\ 13)$ the same expense categories are computed but assiming a power cost $P_c^E = 0.30$ lei/kWh $(E = 1)$.

In the thirid area the cyclings within the cells $(I\ L\ 13 — I\ L\ 20)$ are performed, then by changing the counter (R), we pass to the fourth area, in order to determine the expenses established by means of the waiting, storage, wearing operation, safety theories.

Such calculations are performed within the cells $(I\ L\ 21 — I\ L\ 26)$.

Each symbol (A) indicates a certain low, controlling the unit arrivals and departures from the station.

Thus, $A = 0$ fixex an arrival and constant attendance law of units in the station $(A = 1 ; 2 ; 3)$, the arrival law is of the Poisson type and the attendances are in the order of the Erlang-type numbers ; arbitrary and exponential attendance.

The repair and maintenance expenses are computed within the cells $(I\ L\ 23$ and $I\ L\ 24)$, for the equipment individual or assembly replacement.

After completing the calculations the force should be computed by means of the counter $(F = 1)$.

In this area (the fifth area), the required number of personnel is established taking into account the number of total working place and the required professions, with respect to the specific and actual extent of the works (V_{gl}). In order to determine the number of personnel, the number of stations on the route (m_0) and the minimum numer of personnel (C_0) at setting-up should be indicated. By (C_h) were neted the co-relation coefficients and by (X_h) the influence factors (7) (8), whose variation is establihed by the variation of $(N = 1....c)$ The labour expenses are determined at the end of the cycles by means of a relation of form (25) then, the computer totalizes the expenses calculated in various stages, prints them and is set to STOP.

The presentation of the two mathematical models (15) and (26), for the railway electrification study facilitate on one hand the avoidance of certain coefficients of the traction expense structure, and on the

other hand it allows the use of operational research for the determination of the most accurate structure of various expense categories, as those resulting from the waiting, storage, wearing and operation safety theories.

The algorithm presented is materialized in new models, which may complete each other, and in two logical diagrams. The mathematical models, as well as the logical computing diagrams ease, due to their wide problematic and to the degree of generality they imply the use without difficulty of digital computers and allow as well the establishing of the optimal variants taking into account all the important aspects occuring in the electrification of the railways.

3. Conclusions

The use of operational research in railway electrification optimization study improves the accuracy rate in determining computing expense (z) and enables the avoiding of certain traction expense structure coefficients, taking then into account the time factor influence on the investments.

At drawing-up the mathematical model (25), a number of new aspects were taken into account, as : waiting and storage, wearing and system replacement, and operation safety theories. At the same time a new aspect was shown concerning the labour requirements calculation.

The conceived algorithm allows the selection of an optimal variant from several possible electrification solutions of a railway track, by minimization of the computing expenses by means of the digital computers.

4. Annex

Computing examples

A railway with a length of $S = 100$ km, which should be electrified, is assumed. The railway track may be simple ($L = 0$) or double ($L = 1$). The railway track declivity is assumed variable within $I_{Ec} = (0 - 15‰)$ with a pitch of 5‰. The traction taken into account may be simple ($T = 1$), double ($T = 2$) or multiple ($T = 3$—4). The electric energy cost $P_c^E = 0.15$ lei/kWh ($E = 0$) and $P_c^E = 0.30$ lei/kWh ($E = 1$). The traffic intensity varies within $Q_k = (5 - 25)10^6 \left(\frac{\text{gross tons km}}{\text{km}}\right)$ with a pitch of $5 \times 10^6 \left(\frac{\text{gross tons km}}{\text{km}}\right)$ The trunk speed is within the variation range of $V_s = (50—130)$ km/h, with a pitch of 20 km/h. The commercial speeds are determined by means of the relation $V_c = (0.7 - 0.95) V_s$, or expression (a) in the text. The investment for purchasing of one railway engine of $P = 7350$ H.P. amount to $I_L = (6—8) \times 10^6$

lei. The normalized recovery term t_{rn} = 10 years and durations t_{il} = = 40 years and t_{iv} = 30 years. The other values are c = 0.0052 lei/H.P. h; A = 5080 lei; C_v = 3030 lei; B = 0.126 lei/exle-h. Q_{oB} = = 13.8 tons/axle; S_{mL} = 25 lei/h; S_{mv} = 20 lei/h; G_L = 120 tf; A_L = 3.5; B_L=4.03 $\times$ 10^{-4}; A_v = 2; B_v=5 $\times$ 10^{-4}; N_c = 20; I_f=200 $\times$ 10^6 lei. Taking aleo into account a number of digital calculations published (5) (6) for freight trains no (N_m); the mechanical work values on a track pattern with specified declivities and the commercial speeds resulting in these events, the expenses (z) are computed by means of the mathematical models (15) and (25) outlined above.

In the event of investments not spread out in time ($Z = C + (pa + p) I_f$) the single-track railway electrification becomes profitable for the Q_k traffic intensities included in Table (A—T—1).

Table A-T-1)

I_{Ec} G_v	1 000	1 500	2 000	2 500	p_c^E lei/kwh
5‰	22.5,10^6	20.5,10^6	20.6,10^6	20,8,10^6	0,15
	24.8,10^6	24.5,10^6	24.7,10^6	25,10^6	0,30
10‰	6.6,10^6	5.7,10^6	6.5,10^6	7,10^6	0,15
	7.7,10^6	7.4,10^6	7.6,10^6	7.8,10^6	0,30
15‰	4.5,10^6	3.2,10^6	3.3,10^6	3.8,10^6	0,15
	4.8,10^6	4.3,10^6	4.7,10^6	4.9,10^6	0,30

It is found that the lowest trafic intensity values is obtained in the case of a tonnage per train of about 1 500 gross tons. In the case of double-track railways, the electrification profitability is obvious for the declivities taken into account, as the restrictions imposed by a single-track railway fall out and the transport capacity is appreciably increased.

In order to establish the computation expenses (z) when the investments are spread out in time, there should be taken into account the traction expenses for track declivity = 5‰; G_v = 1 500 gross tons; $Q_k = 15 \times 10^6 \left(\frac{\text{gross tons km}}{\text{km}}\right)$ in variants A and B equal to $C_A = C_B =$ = 42 $\times$ 10^6 lei/year.

The fixed system investments (s = 100 kms) and those required for about 40 railway engines, amount to 400 $\times$ 10^6 lei. Within variant (A) the works last 5 years, while within variant (B) they last 4 years, be-

ginning one year later. The computing expenses (z) are determined by means of relation (5) in the text, as follows : [5] [6]

$$Z_A = 42 \cdot 10^6 + 0{,}1 \cdot 10^6 [80 (1 + 0{,}1)^4 + 80 (1 + 0{,}1)^3 + 80 (1 + 0{,}1)^2 + + 80 (1 + 0{,}1)^1 + 80] - [(4 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6) (1 + 0{,}1)^2 + (4 \cdot 10^6 - - 1 \cdot 10^6) (1 + 0{,}1)^1 + (4 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6) (1 + 0{,}1)^0] = 88{,}73 \cdot 10^6 \text{ [lei/year]}$$

$$Z_B = 42{,}10^6 + 0 \cdot 1{,}10^6 [150 (1 + 0{,}1)^3 + 150 (1 + 0{,}1)^2 + 50 (1 + 0{,}1)^1 + + 50 (1 + 0{,}1)^0] - [(8 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6) (1 + 0{,}1)^1 + (8 \cdot 10^6 - - 1 \cdot 10^6) (1 + 0{,}1)^0] = 89{,}55 - 10^6 \text{ [lei/year]}$$

$$Z_A = 88{,}73 \cdot 10^6 \text{ [lei/year]} < Z_B = 89{,}55 \cdot 10^6 \text{ [lei/year]};$$

Solution (A) appears as more profitable compared to solution (B), as it shows a highly rational time spreading out of investments.

Rolling Material Chaire
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES

1 *A. Kaufiman,* Metode şi modele ale cercetării operaţionale (Operational Research Methods and Models) — Editura Ştiinţifică — Bucureşti 1967.

2. * * * Probleme ale determinării eficienţei economice a investiţiilor (Investment Economical Efficiency Determination Problems) — Editura ştiinţifică Bucureşti, 1967.

3. *R. S. Ledley,* Programarea şi utilizarea calculatoarelor numerice (Programmation and Use of Digital Computers), — Editura tehnică Bucureşti, 1968.

4. *A. Carabulea şi Gh. Lelescu,* Aspecte privind rentabilitatea căilor ferate electrificate (Electrified Lailways Profitability Aspects) — Studii şi cercetări de calcul economic şi cibernetică economică nr. 2 1967, p. 33—54, 2 fig., 2 anexe, 7 ref. bibliografice.

5. *A. Popa, A. Carabulea,* Contribution à l'étude technique et économique des systèmes de traction électrique et Diesel. (Contribution to technical and economical study of electric and Diesel traction systems) — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Tom. XXIX, nr. 2 (1967), p. 133—151, 8 fig., 7 tab., 11 ref. bibliografice.

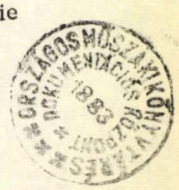
6. *A. Popa, A. Carabulea,* Mathematical Models and Logical Scheme for Railway Electrifying and Diesel Drive Optimatization — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXX, nr. 2 (1968), p. 127—145, 1 fig., 7 tab., 13 ref. bibliografice.

7. *I. D. Stăncescu, A. Carabulea, A. Gheorghe,* Modelarea cibernetică a proiectării, construcţiei şi exploatării centralelor electrice (Cybernetical Modelling of Designing, Building and Operating of Electric Power Plants). Sesiunea ştiinţifică a CCECE, Bucureşti, 1969.

8. *Mihai Carabulea, A. Carabulea,* Modele matematice şi schema logică pentru studiul normării muncii cu ajutorul teoriei grafelor şi a calculatoarelor cifrice (Mathematical Models and Logical Diagram for Work Rate Setting Study by Means of Graphs and Digital Computers). Sesiunea ştiinţifică a Centrului de calcul economic şi cibernetica economică, Bucureşti, 1969.

9. *Oskar Lange,* Introducerea în cibernetica economică (Introduction to Economical Cybernetic), — Editura ştiinţifică Bucureşti.

10. *A. Popa,* Contribuţii la stabilirea consumului de energie al locomotivelor electrice cu ajutorul calculatoarelor electronice cifrice (Contribution to the Determination of the Electric Railway Engine Power Consumption by Means of Digital Electronic Computers). Sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din I.P.E., noiembrie 1968.



I. P. „Grafica Nouă" II — c. 10159

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1971 MAR 26

F.1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXII NUMĂRUL 4 ANUL 1970
IULIE — AUGUST

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

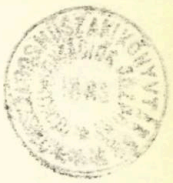
BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXXII — NUMĂRUL 4

IULIE — AUGUST
1970

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Academician prof. *Martin Bercovici*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICA

Gh. D. Ionescu

Asupra unor clase de ecuaţii rezolvabile prin nomograme cu trei grade de libertate pentru planul mobil, folosind în unul din plane numai elemente necotate 21

C. N. Udrişte

Grupuri de mişcări şi direcţiile liniilor de curbură 29

P. Stavre, I. Vîrlan

Asupra ecuaţiilor lui Codazzi 35

FIZICA

G. C. Moisil

Teorema imaginilor pe medii anizotrope uniaxe 39

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

I. Teoreanu, Tran van Huynh

Folosirea mineralizatorilor pentru intensificarea proceselor de obţinere a clincherelor 45

I. Constantinescu, O. Creangă, Irina Constantinescu

Procedeu de extracţie a manganului din minereuri sărace cu ajutorul gazelor sulfuroase diluate 71

Gr. Teodorescu

Metodă de determinare pentru 1,4 — di (N,N-dimetil-amino) — 2 — butină 79

REZISTENŢA MATERIALELOR

Vasilica Cosac

Vibraţiile verticale ale grinzilor sprijinite pendular pe mai multe reazeme luînd în considerare efectele de flambaj dinamic . . . 83

TERMOTEHNICA

C. Neaga

Evitarea coroziunii preîncălzitorului de aer prin recircularea gazelor de ardere 93

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIILOR DE MAŞINI

P. Sonea, I. Sonea

Mişcarea pulsatorie a particulelor de metal în arcul electric de sudură sub influenţa unui cîmp de excitaţie acustic 105

CENTRALE ELECTRICE

C. Dinculescu, H. Lazăr

Schemele bloc şi funcţiile de transfer ale unui sistem electric pentru diferiţi parametrii de regim controlaţi 117

METALURGIE

M. Ienciu

Reducerea cu gaz metan a sulfurii de zinc 135

RECENZIE

C. Bălă

Calcul pratique des alternateurs et des moteurs asynchrones . . 151

Sumar

MATEMATICA

R. D. Ionescu

Asupra unor clase de ecuații rezolvabile prin nomograme cu trei grade de libertate pentru planul mobil, folosind în unul din plane numai elemente necotate 21

C. N. Idriște

Grupuri de mișcări și direcțiile liniilor de curbură 29

P. Stavre, I. Virlan

Asupra ecuațiilor lui Cedarzi 35

FIZICA

G. C. Moisil

Teorema imaginilor pe medii anizotrope uniaxe 39

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

I. Teoreanu, Tran van Hayuh

Folosirea mineralizatorilor pentru intensificarea proceselor de obținere a clincherelor 45

I. Constantinescu, G. Creangă, Irina Constantinescu

Procedeu de extracție a manganului din minereuri sărace cu ajutorul gazelor sulfuroase diluate 71

Gr. Teodorescu

Metoda de determinare pentru 1,4 — di (N,N-dimetil-amino) — 2 — butină 79

REZISTENȚA MATERIALELOR

Vasilice Cosac

Vibrațiile verticale ale grinzilor sprijinite pendular pe mai multe reazeme luînd în considerare efectele de flambaj dinamic 83

TERMOTEHNICA

C. Neagu

Evitarea coroziunii preîncălzitoratul de aer prin recircularea gazelor de ardere 93

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

P. Sonea, I. Sonea

Mișcarea pulsatorie a particulelor de metal în arcul electric de sudură sub influența unui cîmp de excitație acustic 105

CENTRALE ELECTRICE

C. Dinculescu, H. Lazăr

Schemele bloc și funcțiile de transfer ale unui sistem electric pentru ciferiți parametrii de regim controlați 117

METALURGIE

M. Iancu

Reducerea cu gaz metan a sulfurii de zinc 135

RECENZIE

C. Baia

Calcul pratique des alternateurs et des moteurs asynchrones . . . 151

Резюме

Д. К. 518.3

Г. Д. Ионеску

Относительно некоторых классов уравнений, прсдставленных номограммами с наложенными плоскостями, с тремя степенями свободы для подвижной плоскости, используя в одной из плоскостей лишь неразмерные елементы

Исходя от известных в литераруре результатов, касающихся номограмм с наложенными плоскостями, с одной, двумя или тремя степенями свободы для подвижной плоскости, в настоящей работе исследуются возможности распространения плоскости с неразмерными элементами к достаточно большому числу уравнений с несколькими переменными; таким образом устанавливается число восьми классов уравнений с четырьмя до семи переменных, представленных такими номограммами.

Соответствующие номограммы этих классов содержат в подвижной плоскости лишь одну неподвижную точку и семейство неразмерных прямых ; изложенная теоретическая часть проиллюстрирована двумя практическими примерами.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr 4/1970

Д. К. 517

К. Удриште

Группы движения и направления линий кривизны

В настоящей работе изучаются некоторые свойства групп движения $G_r (r \leqslant n)$ в некотором римановском пространстве $V_n (n \geqslant 3)$ первого класса, используя направления линий кривизны. В случае когда V_n позволяет простую переходную группу движений, тогда показывается что составляющие взаимно переходной группы могут выбираться таким образом, чтобы они же были бы направлениями линий кривизны, если $3 \leqslant$ ранг $\| b_{ij} \| \leqslant n$. Здесь b_{ij} является вторым основным тензором V_n.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Д. К. 515

П. Ставре, И. Вырлан

К уравнениям кодаззы для V_{n-1} от V_n

В настоящей заметке дается новое доказательство теоремы относящейся к V_{n-1} от V_n, используя новое определение оператора смешанной ковариантной деривации.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Summary

D.C. 518.3

Gh. D. Ionescu

About Some Classes of Equations Represented by Nomograms with Superposed Planes, with Three Degrees of Liberty for the Moving Plane, Using in One of the Planes Only Undimensioned Elements.

Starting from the results known in literature concerning nomograms with superposed planes, with one, two or three degrees of liberty for the moving plane, the author studies in the present paper the possibility of extending the plane with undimensioned elements to a sufficiently large number of ecuations with several variables, he determines thus a number of 8 equation classes with four up to seven variables represented by such nomograms.

Nomograms corresponding to these equation classes contain in the moving plane a single fixed point and a family of straight undimensioned lines; the thoretical part exposed is illustrated by two practical examples.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.C. 517

C. Udrişte

Groups of Motions and the Directions of Lines of Curvature.

In this paper the author studies some properties of groups of motions G_r $(r \leqslant n)$ in a Riemannian space V_n $(n \geqslant 3)$ of class one, using the directions of lines of curvature. In case that V_n admits a simply transitive group of motions it is proved that the components of reciprocal simply transitive group can be chosen so that they should be the directions of lines of curvature, if $3 < \text{rank} \, \| b_{ij} \| \leqslant n$. Here b_{ji} is the second fundamental tensor of V_n

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.C. 515

P. Stave, I. Vîrlan

Concerning Codazzi's Equations for V_{n-1} from V_n

In the present note, a new demonstration is made of a relative theorem to Vn-1 from Vn, using a new definition of the mixed covariant derivation operator.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Г. К. Мойсил

Д. К. 535.22

Теорема отражений по односным анизотропным средам.

Устанавливается теорема отражений в случае плоской поверхности, разделяющей однородную линейную и изотропную среду от среды также линейной и однородной, но анизотропной. Рассчитывается распределение потенциала в обеих средах.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Д. К. 666.96

И. Теоряну, Тран ван Хинах

Исследование минерализаторов для усиления процессов получения клинкеров

Настоящая работа является попыткой синтетизировать некоторые результаты использования минерализаторов, ввиду усиления процессов получения клинкеров.

В работе учитываются данные имеющейся литературы, а также результаты работ авторов.

Наряду с кратким изложением результатов о действии минерализаторов на различных этапах процесса образования клинкера, дается обзор результатов, полученных в зависимости от различных категорий минерализаторов. Даются носылки на связь между происхождением минерализующих веществ и эффекты, которые они определяют.

Производится также и интерпретация данных с точки зрения физико-химических соотношений, устанавливающихся между компонентами минерализированной массы и ионами, введенными в систему минерализирующими добавками.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Д. К. 66543.9

И. Константинеску, О. Креанга, Ирина Константинеску

Метод вытяжки марганца из бедных руд при помощи разжиженных сернистых газов

Был уточен и испробован в лабораторных условиях метод рекуперации двуокиси серы из бедных остаточных газов, одновременно с вытяжкой марганца из кислых руд.

Метод основывается на абсорбции сернистых газов в навеске марганцевых руд с рекуперацией двуокиси серы в виде сульфата марганца.

Переработка раствора сульфата марганца при ионном обмене ведет к получению хлористого марганца и сульфата аммония или, нпо необходимости, к другим соединенимя марганца.

Рекуперация двуокиси серы производится на 95%, а марганца из руд в среднем на 85 — 88%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.C. 535.22

G. C. Moisil

Image-theorem in the Case of Uniax Anizotropic Media.

The image-theorem is established in the case of a plane interface between a linear, homogenous and izotropic medium and a linear, homogenous and anizotropic medium. The repartition of the potential in both media is also calculated.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.C. 666.96

I. Teoreanu, Tran van Huynh

The Intensification of the Processes for Obtaining Chinkers Using Mineralizers.

A syntesis of some results concerning the use of mineralizers to intesify the processes of clinker formation is presented. Literature and own results are considered.

The findings related to the action of mineralizers in various stages of the clinker formation process are shown briefly. Also the effects of the different kinds of mineralizers on the process are presented. A corellation between the nature of the mineralizers and their effect on the process is suggested. An interpretation in the light of physico-chemical relations established between the components of the mineralized mass and the ions introduced in the system by the mineralizers is attempted.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.C. 669.543

I. Constantinescu
O. Creangă, Irina Constantinescu

Procedure for Extracting Manganese out of Poor Ores by Means of Diluted Sulphurous Gases.

The author developed and experimented in a laboratory phase a procedure for recovering sulphur dioxide out of poor residual gases, simultaneously with the extraction of manganese from the oxidic ores.

The rocedure is based on the absorbtion of sulphurous gases in a manganese ore suspension, with the recovery of sulphur dioxide in the form of manganese sulphate.

The processing of the manganese sulphate solution by ion exchange results in obtaining the manganese chloride and ammonia sulphate or, as required, other manganese compounds.

Sulphur dioxide is recovered in proportion of over 95% and manganese from the ore in proportion of 85—88%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Д. К. 621.81

Гр. Теодореску

Метод определения 1,4-ди (*N*, *N*-диметил амино)-2-бутина

В данной работе описан метод определения промежуточного органического соединения 1,4-ди-(*N*, *N*-диметиламино)-2-бутина комплексо-образованием с помощью соля Райнекс в молярном соотношении 2 : 2.

Метод основан на комплексообразованиеи катиона 1,4 — (*N*, *N*-диметиламино) — 2-бутина с помощью соля Райнекс (ион ониум в водном растворе разбавленноой кислоты), растворение комплекса в ацетоне, высаждения аниона Райнеката ионом серебра и титрирование серебра обычным способом.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Д. К. 620.1

В. Косак

Вертикальные вибрации бэлок с маятниковыми опорами с учетом єффектэв динамического продольного изгиба

Балка, лишенная массы, с несколькими маятниковыми опорами, нагружена сосредоточенной силой *Po*, к которой прикладывается с определенной скоростью нагрузка *Q*.

При вертикальных вибрациях балка теряет устойчивость, вращаясь под углом.

В работе даются расчетные формулы и графики для подъема и для угла вращения балки, а также частота тяжести после утраты устойчивости балки в зависимости от разных безразмерных параметров.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Ч. Няга

Д, К. 621.18

Избежание коррозии воздухоподогревателя с помошью рециркуляции уходящих газов

В работе анализирчется возможность избежания коррозии воздухоподогревателя котла, который использует топливо с высоким содержанием серы, с помощью рециркуляции уходящих газов. также, Работа также выделяет тотфакт, что одновременно с явлением избежания коррозии, делается и регулировка температуры перегретого пара, при сохранении расхода рециркуляционных газов для регулировки, в ранее рассчитанных пределах.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.C. 621.81

Gr. Teodorescu

Method of 1,4 — di-(N, N-diméthyl-amino)-2-butine. Determination.

This article presents the method of the organic intermediary compound 1,4-di-(N, N-diméthyle-amino)-2-butine determination by complexation with Reinecke salt in molar rate 2 : 2

The method consits of the complexation with Reinecke salt of the cationised amine (onium ion in aqueous acid diluted medium), the dissolution of the complex in acetone, the precepitation of the Reineckate anion with the silver ion and the titration of the silver excess in the well known manner.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.C. 620.1

V. Cosac

Vertical Vibrations of Girders Pendulum Supported on Several Rests Taking into Consideration the Effects of Dynamic Buckling.

A massless girder supported on several pendulum rests is loaded with a concentrated force **Po**, to wlich a load Q is applied with a certain speed. The girder is considered in vertical vibrations.

During the vertical vibrations the girder loses its stability, turning by angle .

In the paper the author gives computation formulas and graphs for the girder arrow and turning angle and the frequency of weight after the loss of stability, in terms of various adimensional parameters.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.C. 621.18

C. Neaga

Avoiding Corrosion of the Air Preheater Using Burned Gas Recirculation.

In the work, the possibility of avoiding corrosion of the air preheater of a boiler using fuels high in sulphur, by the burned gas forced recirculation has been analysed. The work renders also evident the fact that at the same time with the process of avoiding corrosion superheated steam temperature regulation is to be done, the recirculated gas debit required for the regulation being maintained at the before inferred limits.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Д. К. 621.791

П. Соня, И. Соня

Пульсирующее движение частиц маталла в електросварочной дуге под воздействием звукового поля возбуждения.

В работе исследуется пульсирующее движение частицы металла, оторвавшейся от сварочного электрода, а также предлагаются условия, необходимые для того, чтобы отрыв частицы происходил с наименьшими затратами энергии звукового поля. Получаемый эффект описан на основании объемных и поверхностных сил, действующих в звуковом поле на свободно взвешенные частицы.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Д. К. 621, 311

К. Динкулеску, Х. Лазэр

Блочные схемы и перєдаточные функции одной электрической системы для разных контролируемых параметров режима.

Одновременно с повышением (ростом) мощности электрических систем, с появлением длинных линий и групп большой мощности, вопрос устойчивости параллельной работы синхронных машин системы стал очень важным.

В этих условиях исследования были направлены в области использования систем регулирования возбуждения синхронных генераторов с целью получения устойчивости электрической системы.

Настоящая работа предназначена для установления блочных схем и передаточных функций одной системы генератора — линия шинна бесконечной мощности, для нескольких контролируемых паарметров режима при помощи системы регулирования возбуждения генератора.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Д. К. 547.211

М. Енчу

Восстановление сульфидэ цинка природным газом

В работе преследуется разъяснение некоторых теоретических постановок относительно приведения сульфида цинка природным газом; производятся термодинамические расчеты для возможных реакций процесса.

Устанавливается, что в данной системе основной реакцией является формула $ZnS + CH_4 = Zn + CH_2 + H_2S$, которая при температурах сверх 1 400° К имеет отрицательный термодинамический потенциал и может осуществляться в промышленных условиях.

Представлены также лабораторные исследования относительно кинетики восстановительных процессов с CH_4 сульфида цинка и определяется степень восстановления в записимости от времени и от температуры.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.C. 621.791

P. Sonea, I. Sonea

Pulsatory Motion of Metal Paritcles within the Welding Arc Under the Influence of an Acoustic Excitation Field.

The paper shows the pulsatory motion of a metal particle detached from the welding electrode and states the conditions for obtaining the particle fragmentation at energies of the acoustic field as low as possible. The effect is described on basis ot the volume and surfrace forces, excited within the acoustic field on the freely suspended particles.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.C. 621.311

C. Dinculescu, H. Lazăr

Block Diagrams and Transfer Functions of an Electric System for Various Controlled Regime Parameters.

The power increase of electric systems, the setting up of long lines and high power sets raised the importance of the problem of the stability in parallel operation of synchronous machines in the system. In these conditions, the researches have been directed towards the use of the control systems of the synchronous generators excitation in order to obtain the electric system stability.

The paper aims at determining the block diagrams and transfer functions for a synchronous generator — line — infinite power bar system for several regime parameters controlled by the generating set excitation setting system.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.C. 547.211

M. Ienciu

Reduction of Zinc Sulphide by Means of Methane Gas.

The author aims in the paper at elucidating certain theoretical aspects concerning the reduction of ZnS with methane gas; he carries out the thermodynamic computations for the possible reactions of the process.

He observes that in this system, the ground reaction has the form: $ZnS+CH_4=Zn+H_2+H_2S+C$, which at temperatures exceeding 1400°K has a negative thermodynamic potential, being possible to obtain it in industrial conditions.

Likewise, he presents the laboratory researches concernnig the kinetics of the reduction processes with CH_4 of the zinc sulphide and he determines the degree of reduction in terms of time and temperature.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Résumé

C.D. 518.3

Gh. D. Ionescu

Sur certaines classes d'équations répresentées par des nomogrammes à plans superposés, à trois degrés de liberté pour le plan mobile, en n'utilisant dans l'un des plans que des éléments non cotés.

A partir des résultats connus dans la littérature, relatifs aux nomogrammes à plans superposés à un, deux ou trois degrés de liberté pour le plan mobile, l'auteur étudie dans le présent ouvrage les possibilités étudier le plan à éléments non cotés à un nombre suffisamment grand d'équations à plusieurs variables ; il établit ainsi un nombre de 8 classes d'équations à quatre jusqu'à sept variables représentées par de tels nomogrammes.

Les nomogrammes corréspondant à ces classes d'équations contiennent dans le plan mobile un seul point fixe et une famille de droites non cotées ; la partie théorique exposée est illustrée par deux exemples pratiques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C.D. 517

C. Udrişte

Groupes de mouvement et directions des lignes de courbure.

L'auteur étudie dans cet ouvrage certaines propriétés des groupes de mouvement G_r $(r \leqslant n)$ d'un espace Riemannien V_n $(n \geqslant 3)$ de classe un, utilisant les directions des lignes de courbure.

Dans le cas où V_n admet un groupe de mouvements simple transitif, l'auteur montre que les composantes du groupe transitif réciproque peuvent être choisies de manière à être les directions des lignes de courbure si $3 \leqslant \text{rang} \| b_{ij} \| n$, Ici, b_{ij} est le IIe tenseur fondamental de V_n.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C.D. 515

P. Stave, I. Vîrlan

Sur les équations de Codazzi pour Vn-1 de Vn

Dans la présente note, les auteurs font une nouvelle démonstration d'un théorème relatif à $Vn/1$ de Vn, en utilisant une nouvelle définition de l'opérateur de dérivation covariante mixte.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

Zusammenfassund

D.K. 518.3

Gh. D. Ionescu

Über durch Nomogramme mit überlagerten Ebenen dargestellte Klassen von Gleichungen, mit drei Freiheitsgraden für die bewegliche Ebene, wobei in einer der Ebenen nur quotenlose Elemente verwendet werden.

Ausgehend von den aus der Literatur bekannten Ergebnissen bezüglich Nomogramme mit überlagerten Ebenen, mit einem, zwei oder drei Freiheitsgraden für die bewegliche Ebene, werden in vorliegender Arbeit die Möglichkeiten der Ebene mit quotenlosen Elementen an einer genügend grossen Anzahl von Gleichungen mit mehreren Veränderlichen untersucht; auf diese Weise werden acht Klassen von Gleichungen bestimmt, mit vier bis sieben durch solche Nomogramme dargestellte Veränderliche.

Die diesen Klassen von Gleichungen entsprechenden Nomogramme besitzen in der beweglichen Ebene nur einen einzigen festen Punkt und eine quotenlose Schar von Geraden. Der dargelegte theoretische Teil wird durch zwei praktische Beispiele erläutert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.K. 517

C. Udrişte

Bewegungsgruppen und Richtungen der Krümmungslinien.

In vorliegender Arbeit werden gewisse Eigenschaften der Bewegungsgruppen G_r $(r \leqslant n)$ in einem Riemannschen Raum V_n $(n \geqslant 3)$ erster Ordnung untersucht, unter Benützung der Richtungen der Krümmungslinien. Im Falle, in welchem V_n einfach transitive Bewegungsgruppe annimmt, wird gezeigt, dass die gegenseitig transitiven Gruppenkomponenten derart gewählt werden können, dass sie die Richtungen der Krümmungslinien darstellen, falls $3 \leqslant \text{rank} \parallel b_{ij} \parallel$ Hier ist b_{ij} der zweite Grundtensor des Wertes V_n.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.K. 515

P. Stavre, I. Vîrlan

Betreffend die Codazzi-Gleichungen für V_{n-1} aus V_n.

In vorliegender Notiz wird eine neue Darstellung des relativen Satzes bei V_{n-1} aus V_n unter Benützung einerneuen Definition des gemischten, Kovariantenoperatoren der Ableitung gegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C.D. 535.22

G. C. Moisil

Le théorème des images dans le cas des milieux anisotropes uniaxe.

On établit le théorème des images dans le cas d'une surface plane qui sépare un milieu linéaire, homogène et isotrope d.un autre milieu également linéaire et homogène, mais présentant une anisotropie uniaxe. On calcule la répartition du potentiel dans ces deux milieux.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C.D. 666.96

I. Teoreanu, Tran van Huynh

L'utilisation des minéralisateurs pour l'intensification des processus d'obtention des clinkers.

Dans le présent travail, les auteurs tâchent de faire une synthèse de certains des résultats concernant l'utilisation des minéralisateurs pour l'intensification des processus d'obtention des clinkers. Ils tiennent compte tant des données existantes dans la littérature de spécialité, que le leurs propres données.

Outre la présentation succinte des constatations concernant l'action des minéralisateurs dans les diverses étapes du processus de formation du clinker, ils passent aussi en revue les résultats déterminés par les diverses catégories de minéralisateurs.

On se rapporte à la corrélation entre la nature des substances minéralisatrices et l'effet qu'elles déterminent.

Les auteurs tâchent de donner une interprétation des resultats par le prisme des rapports physico-chimiques qui s'établissent entre les constituants de la masse minéralisée et les ions introduits dans le système par les additions minéralisatrices.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C.D. 669.543

I. Constantinescu
O. Creangă, Irina Constantinescu

Procédé d'extraction du manganèse des minerais pauvres à l'aide des gaz sulfureux dilués.

L'auteur a mis au point et expérimenté en phase de laboratoire un procédé de récupération du bioxyde de soufre des gaz résiduels pauvres, simultanément avec l'extraction du manganèse des minéraux oxydiques.

La procédé repose sur l'absorbtion des gaz sulfureux dans une suspension de minerai de manganèse, avec récupération du bioxyde de soufre sous forme de sulfate de manganèse.

Le processus technologique de la solution de sulfate de manganèse par échange d'ions mène à l'obtention du chlorure de manganèse et du sulfate d'ammonium ou, selon les besoins, à d'autres composés de manganèse.

La récupération du bioxyde de soufre se fait en proportion de plus de 95%, et du manganèse du minerai en proportion de 85-88%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.K. 535.22

G. C. Moisil

Spiegelladungssatz im Fall einachsigen anisotropen Mitteln.

Im Fall einer ebenen Trennungsfläche zwischen einem lineären homogenen und isotropen Mittel und einem lineären, homogenen aber einachsigen anisotropen Mittel ist wird der Spiegelladungssatz festgestellt, und die Potentialverteilung ist in beiden Mitteln gerechnet.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.K. 666.96

I. Teoreanu, Tran van Huynh

Verwendung von Mineralisatoren für die Beschleunigung der Klinkerbildung.

In der vorliegenden Arbeit wird versucht, eine Synthese einiger Ergebnisse der Verwendung von Mineralisatoren hinsichtlich der Beschleunigung der Klinkerbildung, zu bringen. Es werden sowohl in der Fachliteratur vorhandene als auch eigene Ergebnisse verarbeitet.

Ausser einer kurzen Darstellung der Wirkung der Mineralisatoren in den verschiedenen Etappen der Klinkerbildung, werden auch die, mit verschiedenen Arten von Mineralisatoren erzielten Ergebnisse, mitgeteilt. Es werden Feststellungen über die Wechselbeziehungen zwischen der Natur der Mineralisatoren und ihrer Wirkung gemacht. Es wird versucht, die Ergebnisse im Lichte der physikalisch-chemischen Beziehungen, welche sich zwischen den Komponenten der Ausgangsmasse und den, von den Mineralisatoren ins System eingeführten Ionen, entwickeln, zu erklären.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.K. 669.543

I. Constantinescu
O. Creangă, Irina Constantinescu

Ausbetungsverfahren des Mangans aus armen Mineralien mit Hilfe von verdünnten schwefeligen Gasen.

Es wurde in der Laboratoriumphase ein Verfahren für die Rückgewinnung des Schwefelbioxides aus armen Restgasen entwickelt und ausprobiert, gleichzeitig mit der Ausbeutung des Mangans aus Oxydmineralien.

Das Verfahren beruht auf der Aufsaugung der schwefeligen Gase in eine Suspension von Manganmineralien, mit Rückgewinnung des Schwefelbioxydes in Form vom Mangansulphat.

Die Bearbeitung der Mangansulphatlösung durch Ionenwechsel führt zum Erhalt von Manganchlorid und des Ammoniumsulphates, oder nach Dedarf zu anderen Manganverbindungen.

Die Rückgewinnung des Schwefelbioxydes erfolgt im Verhältnis von über 95%, während das Mangan aus dem Mineral im Verhältnis von 85-88% zurückgewonnen wird.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C.D. 621.81

Gr. Teodorescu

Méthode de détermination pour 1,4 — di — (N, N-diméthyle-amino)-2 — butine.

Dans cet article on présente la méthode de détermination pour le produit organique intermédiaire 1,4 — di-(N, N-diméthyle-amino)-2 — butine par la complex avec le sel de Reinecke, dans rapport molaire 2 : 2.

La méthode est basée sur la complexation avec le sel de Reinecke de l'amine cationisé (ion de onium en milieu aqueux acide dilué), la dissolution du complexe en acétone, la précipitation de l'anion reineckate avec l'ion de l'argent et la titrage de l'excès d'argent de la manière bien connue.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C.D. 620.1

V. Cosac

Les vibrations verticales des poutres soutenues pendulairement sur plusieurs appuis tenant compte des eeffets de flambage dynamique.

Une poutre sans masse, sur plusieurs appuis pendulaires est chargée d'une force concentrée, **Po** à laquelle on ajoutte à une certaine vitesse une charge **Q**. On considère la poutre en vibrations verticales.

Pendant les vibrations la poutre perd sa stabilité et tourne d'un angle.

L'auteur donne des formules de calcul et diagrammes pour la flèche, l'angle de rotation de la poutre et la fréquence après la perte de stabilité de la poutre, en fonction des divers paramètres adimensionnels.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C. Neaga

Comment éviter la corrosion du réchauffeur d'air par le recyclage des gaz de combustion.

Dans l'ouvrage on a analysé la possibilité d'éviter la corrosion du réchauffeur d'air d'une chaudière utilisant des combustibles a haute teneur en, soufre, par le recyclage forcé des gaz de combustion. L'ouvrage souligne aussi, que en même temps que le process d'evitation de la corrosion, on fait le réglage de la température de la vapeur surchauffée, le débit de gaz recirculé nécessaire du réglage en maintenu dans les limites antérieurement déduites.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.K. 621.81

Gr. Teodorescu

Die Bestimmungsmethode für 1,4 — di — (N, N-dimethyl-amino-2-butin.

In vorliegender Arbeit wird die Methode zur Bestimmung des organischen Zwischenprodukts 1-4 — di (N, N-dimethyl-amino)-2-butin durch Komplexierung mit Ammoniumreinekat im Grammolverhältnis von 2 : 2 beschrieben.

Die Methode besteht in der Komplexierung mit Ammoniumrainecat der kationisierten Amine (Oniumion in verdünntem saurem wässerigen Mittel), Lösung des Komplexes in Azeton, en Fällung des rainekat en Anions mit dem Silberion und Titrierung in üblicher Weise des Silberüberschusses.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.K. 620.1

V. Cosac

Die vertikalen Schwingungen der auf mehrere Stützen schwingend gelagertem Träger unter Beachtung der Wirkungen der dynamischen Knickung.

Ein massenloser Träger gestützt auf mehreren schwingenden Auflager wird mit einer konzentrierten Kraft P_0 belastet, Q auf welche mit einer gewissen Geschwindigkeit eine Last Q augelegt wird. Die Last wird vertikalschwingend betrachtet.

Während der vertikalen Schwingungen verliert der Träger seine Stabilität abhängig von verschiedenen dimensionlosen Parametern.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C. Neaga

Vermeidung der Korrosion eines Luftvorwärmer durch Wiederzirkulation der Verbrennungsgasen.

In der Arbeit wurde die Möglichkeit der Vermeidung der Korrosion eines Luftvorwärmer eines Kessels in dem Brennstoff mit einem hohen Schwefetgehalt verbrannt wird, durch gezwungene wiederzirkulation der Verbrennungsgasen analysiert. Es wird in der Arbeit ferner hervorgehoben, dass gleichzeitig mit dem Vermeidungsprozess der Korrosion auch die Temperatur des überhizten Dampfes geregelt wird, die Durchfluss menge der Vebrennungsgasen die für die Regelung nötig ist, bleibt in den vorher abgeleiteten Grenzen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C.D. 621.701

P. Sonea, I. Sonea

Mouvement de pulsation des particules métalliques dans l'arc de soudure sous l'influence d'un champ d'excitation acoustique.

En ce travail on expose le mouvement de pulsation d'une particule métallique détachée de l'électrode de soudure et on expose les conditions pour que la fragmentation de la particule soit obtenue à des énergies du champ acoustique les plus petites possibles. L'effet est décrit en se basant sur les forces de volume et de surface excitées dans le champ acoustique sur les particules librement suspendues.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C.D. 621.311

C. Dinculescu, H. Lazăr

Schémas fonctionnels et fonctions de transfert d'un système électrique pour divers paramèters de regime contrôlés.

En même temps que l'accroissement de puissance des systèmes électriques, l'apparition des lignes longues et des groupes de haute puissance, le problème de la stabilité du fonctionnement en parallèle des machines synchrones du système est devenu trés important. Dans ces conditions les recherches se sont dirigées vers l'utilisation des systèmes de réglage de l'excitation des générateurs synchrones dans le but d'obtenir la stabilité du système électrique.

L'objet de l'ouvrage est d'établir les schémas fonctionnels et les fonctions de transfert pour un système générateur — ligne — barre de puissance infinie, pour plusieurs paramètres de régime contrôles par le système de réglage de l'excitation du générateur.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

C.D. 547.211

M. Ienciu

Réduction du sulfure de zinc par le gaz méthane.

L'auteur cherche à élucider dans l'ouvrage certains aspects théoriques la réduction du ZnS par le gaz méthane ; il efectue les calculs thermodynamiques pour les réactions possibles du processus.

Il constate que, dans ce système, la réaction de base a la forme : $ZnS+CH_4=Zn+C+H_2+H_2S$ qui, à des températures de plus de 1400°K, a un pontentiel thermodynamique négatif, pouvant être réalisée en conditions industrielles.

De même, l'auteur présente les recherches de laboratoire concernant la cinétique des processus de réduction par CH_4 du sulfure de zinc et il détermine le degré de réduction en fonction du temps et de la température.

Bul. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.K. 621.791

P. Sonea, I. Sonea

Pulsationsbewegung der Metallteilchen im elektrischen Schweissbogen unter dem Einfluss eines akkustischen Erregungsfeldes.

Im Werk wird die Pulsationsbewegung eines von der Schweisselektrode abgetrenten Metallteilchens beschrieben, und es werden die Bedingungen unter welchen die Teilchenspaltung bei niedrigsten Energie des akkustischen Feldes erzielt werden können, vorgelegt. Der Vorgang wird an Hand der im akkustischen Feld erregten Volumen — und Oberflächenkräfte, welche auf die frei aufgehängten Teilchen einwirken, beschrieben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.K. 621.311

C. Dinculescu, H. Lazăr

Die Blockschaltbilder und Ubergangsfunktionen eines elektrischen Systems für verschiedene überprüte Arbeitsweiseparameter.

Gleichzeitig mit dem Anwachsen der Leistung von elektrischen Systemen, dem Erscheinen langer Leitungen und der Aggregate mit grosser Leistung, erwarb das Problem der paralellen Betriebsstabilität der Synchronmaschinen des Systems grosse Wichtigkeit.

Unter diesen Bedingungen richteten sich die Untersuchungen auf die Verwendung der Regelsysteme für die Erregung der Synchrongeneratoren zwecks Erhalt der Stabilität des elektrischen Systems.

Vorliegende Arbeit bezweckt die Feststellung der Blockschaltbilder und der Ubertragungsfunktionen für ein System Generator — Leitung — Stange mit unendlicher Leistung, für mehrere vom Regelsystem der Generatorerregung überwachte Betriebsparameter.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

D.K. 517.211

M. Ienciu

Die Reduzierung mit Methangas des Zinksulfids.

In dieser Arbeit wird die Klärung gewisser theoretischer Aspekte versucht mit Bezug auf die Reduktion mit Methan des ZnS; es werden thermodynamische Berechnungen für die möglichen Reaktionen des Prokesses durchgeführt.

Es wird festgestellt, dass in diesem System die Grundreaktion aus $ZnS+CH_4=Zn+C+H_2+H_2S$ besteht, welche bei höheren Temperaturen als 1400°K ein negatives thermodynamisches Potential besitzt und industriell hergestellt werden kann.

Desgleichen werden die Laboratoriumversuche mit Bezug auf die Kinetik der Reduktionsprozesse mit CH_4 des Zinksulfids dargestellt und der Reduktionsgrad abhängig von der Zeit und der Temperatur bestimmt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, Nr. 4/1970

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 4

MATEMATICĂ

C.Z.: 518.3

ASUPRA UNOR CLASE DE ECUAȚII REZOLVABILE PRIN NOMOGRAME CU TREI GRADE DE LIBERTATE PENTRU PLANUL MOBIL, FOLOSIND ÎN UNUL DIN PLANE NUMAI ELEMENTE NECOTATE *

GH. D. IONESCU
Institutul politehnic CLUJ

1. Pentru o ușoară construcție și utilizare, dar mai ales pentru o cît mai mare precizie în rezolvarea problemelor respective, este indicat ca o nomogramă cu plane suprapuse [1] să conțină în planul mobil elemente cît mai simple și dacă e posibil în întregime necotate: puncte, familii de drepte, familii de cercuri etc.

Clasele de ecuații sau sisteme de ecuații cu un număr dat de variabile, care devin rezolvabile printr-o asemenea nomogramă, se stabilesc în funcție de numărul gradelor de libertate ale planului mobil față de cel fix, precum și în funcție de numărul de contacte duble și simple, de fixare și de rezolvare [6], existente între cele două plane ale nomogramei.

În acest fel, în cazul cînd planul mobil are un singur grad de libertate față de cel fix, în [7], folosind diferite grupări de contacte duble și simple, se stabilesc unele clase de ecuații cu șase variabile, pentru care nomograma corespunzătoare conține în planul mobil numai elemente necotate. Mergînd pe aceiași linie se determină în [3] sisteme de două ecuații cu patru variabile, iar în [5] sisteme de două ecuații cu cinci și șase variabile, rezolvabile prin nomograme cu plane suprapuse, în care planul mobil conține doar un punct și o familie de cercuri, sau un punct și o familie de drepte, toate necotate.

În cazul cînd planul mobil are două grade de libertate față de cel fix, prin utilizarea în acest plan a unei familii de drepte paralele necotate [2], sau a unei familii de cercuri necotate [4], se ajunge la clase de ecuații cu trei pînă la șase variabile, rezolvabile prin nomograme cu plane suprapuse, în care planul mobil poate fi înlocuit în utilizarea nomogramei printr-un simplu liniar sau compas.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 1—3 noembrie 1968.

În această lucrare ne-au preocupat posibilităţile de extindere ale planului mobil cu elemente necotate pentru clase de ecuaţii cu patru pînă la şapte variabile, în ipoteza că planul mobil are trei grade de libertate, conţine numai elemente necotate, iar legătura între cele două plane este realizată printr-un contact dublu şi trei contacte simple de tip *a* [6].

2. Fie ca atare planul fix (π) încărcat cu toate elementele cotate ale nomogramei, trei cîmpuri binare şi o familie de curbe oarecare, iar planul mobil (π') echipat doar cu un punct fix şi o familie de drepte paralele necotate (fig. 1).

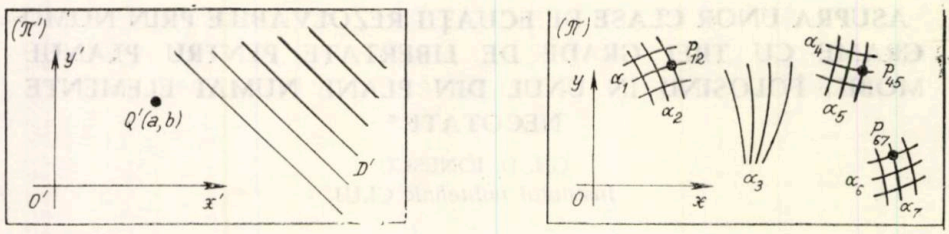


Fig. 1

Raportînd fiecare din aceste plane la cîte un sistem de axe, în aşa fel încît familia D' să aibă în sistemul ales direcţia bisectoarei a doua, obţinem pentru elementele nomogramei următoarele expresii analitice

$$(\alpha_1,\ \alpha_2)\begin{cases} x = f_{1,2}(\alpha_1, \alpha_2) \\ y = g_{1,2}(\alpha_1, \alpha_2) \end{cases}; \qquad (\alpha_3)\ F(x, y;\ \alpha_3) = 0$$

(π)

$$(\alpha_4,\ \alpha_5)\begin{cases} x = f_{4,5}(\alpha_4, \alpha_5) \\ y = g_{4,5}(\alpha_4, \alpha_5) \end{cases}; \qquad (\alpha_6, \alpha_7)\begin{cases} x = f_{6,7}(\alpha_6, \alpha_7) \\ y = g_{6,7}(\alpha_6, \alpha_7). \end{cases}$$

(π') $$Q'(a, b);\ x' + y' = \lambda.$$

Nomograma din figura 1 funcţionează conform formulei de structură

$$O' \models\!\mid P_{1,2};\quad Q' \mid\!\!-\!\!\mid \gamma;\quad \Delta' \mid\!\!-\!\!\mid P_{4,5};\quad \Delta' \mid\!\!-\!\!\mid P_{6,7}, \tag{1}$$

unde

$$\gamma \in (\alpha_3);\quad \Delta' \in D'$$

şi rezolvă ecuaţia cu şapte variabile de tipul

$$F\left(f_{1,2} + a\,\frac{g_{4,5} - g_{6,7} + f_{6,7} - f_{4,5}}{\sqrt{\Delta}} + b\,\frac{f_{4,5} + g_{4,5} - f_{6,7} - g_{6,7}}{\sqrt{\Delta}},\right. \tag{2}$$

$$\left. g_{1,2} + a\,\frac{f_{6,7} - f_{4,5} + g_{6,7} - g_{4,5}}{\sqrt{\Delta}} + b\,\frac{g_{4,5} - g_{6,7} + f_{6,7} - f_{4,5}}{\sqrt{\Delta}}\,\alpha_3\right) = 0.$$

în care

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_{4,5} - f_{6,7} & g_{4,5} - g_{6,7} \\ -2(g_{4,5} - g_{6,7}) & 2(f_{4,5} - f_{6,7}) \end{vmatrix} \neq 0 \tag{3}$$

Dintre contactele (1) primele două sînt de poziție, iar ultimele sînt contactele de rezolvare, care determină una din necunoscutele ce aparțin cîmpurilor (α_4, α_5), sau (α_6, α_7).

Diferitele ecuații ce aparțin tipului (2), pentru anumite structuri ale funcției $F(x, y; \alpha_3)$, se rezolvă prin aceiași nomogramă, (fig. 1), care conține însă în planul fix o anumită familie (α_3).

În acest fel ecuația

$$4[a(f_{4,5} - f_{6,7}) + b(g_{4,5} - g_{6,7})]^2 - \Delta(f_3 - f_{1,2} + g_{1,2})^2 = 0, \tag{4}$$

în care Δ este dat de (3), impune în planul (π) pentru (α_3) familia

$$x - y = f_3(\alpha_3), \tag{5}$$

pe cînd ecuația

$$(a - b f_3)(f_{6,7} - f_{4,5} + g_{6,7} - g_{4,5}) + (b + a f_3)(g_{4,5} - g_{6,7} + f_{6,7} - f_{4,5}) + \\ + \sqrt{\Delta}(g_{1,2} + f_3 f_{1,2}) = 0,$$

cu același Δ dat de (3), impune în același plan fix familia

$$y + x f_3(\alpha_3) = 0$$

Ecuațiile cu patru, cinci și șase variabile :

$$F\left(f_1 + a\frac{g_2 - g_4 + f_4 - f_2}{\sqrt{\Delta}} + b\frac{f_2 + g_2 - f_4 - g_4}{\sqrt{\Delta}}, g_1 + a\frac{f_4 - f_2 + f_4 - g_2}{\sqrt{\Delta}} + \right. \\ \left. + b\frac{g_2 - g_4 + f_4 - f_2}{\sqrt{\Delta}}, \alpha_3\right) = 0,$$

în care

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_2 - f_4 & g_2 - g_4 \\ -2(g_2 - g_4) & 2(f_2 - f_4) \end{vmatrix} \neq 0; \tag{9}$$

$$F\left(f_{1,2} + a\frac{g_4 - g_5 + f_5 - f_4}{\sqrt{\Delta}} + b\frac{f_4 + g_4 - f_5 - g_5}{\sqrt{\Delta}}, g_{1,2} + a\frac{f_5 - f_4 + g_5 - g_4}{\sqrt{\Delta}} + \right. \\ \left. + b\frac{g_4 - g_5 + f_5 - f_4}{\sqrt{\Delta}}, \alpha_3\right) = 0, \tag{10}$$

în care

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_4 - f_5 & g_4 - g_5 \\ -2(g_4 - g_5) & 2(f_4 - f_5) \end{vmatrix} \neq 0 \tag{11}$$

și

$$F\left(f_{1,2} + a\frac{g_{4,5} - g_6 + f_6 - f_{4,5}}{\sqrt{\Delta}} + b\frac{f_{4,5} + g_{4,5} - f_6 - g_6}{\sqrt{\Delta}},\ g_{1,2} + \right.$$

$$\left. + a\frac{f_6 - f_{4,5} + g_6 - g_{4,5}}{\sqrt{\Delta}} + b\frac{g_{4,5} - g_6 + f_6 - f_{4,5}}{\sqrt{\Delta}},\ \alpha_3\right) = 0, \quad (12)$$

în care

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_{4,5} - f_6 & g_{4,5} - g_6 \\ -2(g_{4,5} - g_6) & 2(f_{4,5} - f_6) \end{vmatrix} \neq 0 \quad (13)$$

se pot rezolva prin aceiași nomogramă din figura 1, prin transformarea a trei, a două sau numai a unui cîmp binar în scări.

Exemplu. Ecuația cu patru necunoscute

$$(z - x)^2[(t + 5)^2 + (y + 3)^2] - 8(y - t - 2)^2 = 0 \quad (14)$$

este de tipul (8), pentru

$$f_1 = x - 5; \quad g_2 = y + 3; \quad f_4 = t + 5$$

$$g_1 = f_2 = g_4 = 0; \quad a = b = 2;$$

$$F(x, y; \alpha_3) = F(u, v; z) = u - v - z + 5 = 0$$

$$\Delta = -2\begin{vmatrix} t + 5 & y + 3 \\ y + 3 & -t - 5 \end{vmatrix}.$$

Nomograma corespunzătoare acestei ecuații, (fig. 2), conține în planul fix trei scări situate pe axele de coordonate, precum și familia (7) formată din drepte paralele cotate, iar în planul mobil elementele din nomograma generală.

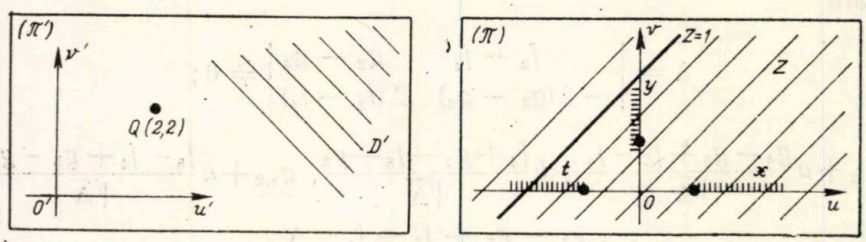


Fig. 2

3. Să considerăm în continuare cazul cînd planul fix (π) al unei nomograme cu plane suprapuse are aceiași încărcare ca și în cazul precedent, iar planul mobil (π') este dotat doar cu un fascicol de drepte necotate, concurente într-un punct fix (fig. 3).

Dacă raportăm fiecare din cele două plane ale nomogramei la cîte un sistem de axe rectangulare, obținem pentru elementele nomogramei expresiile analitice

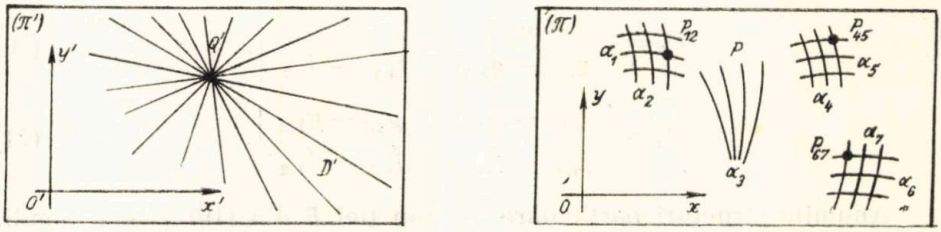


Fig. 3

$$(\alpha_1, \alpha_2)\begin{cases} x = f_{1,2}(\alpha_1, \alpha_2) \\ y = g_{1,2}(\alpha_1, \alpha_2) \end{cases}; \quad (\alpha_3)\ F(x, y;\ \alpha_3) = 0$$

(π)

$$(\alpha_4, \alpha_5)\begin{cases} x = f_{4,5}(\alpha_4, \alpha_5) \\ y = g_{4,5}(\alpha_4, \alpha_5) \end{cases}; \quad (\alpha_6, \alpha_7)\begin{cases} x = f_{6,7}(\alpha_6, \alpha_7) \\ y = g_{6,7}(\alpha_6, \alpha_7) \end{cases}$$

$$Q'(a, b);\ (D')\ y' - b = \lambda(x' - a).$$

Formula de structură a nomogramei este de data aceasta

$$O' \mid\!-\!\mid P_{1,2};\quad Q' \mid\!-\!\mid \gamma;\quad \Delta' \mid\!-\!\mid P_{4,5};\quad \Delta' \mid\!-\!\mid P_{6,7}, \tag{15}$$

unde

$$\Delta' \in D';\quad \gamma \in (\alpha_3),$$

primele două contacte fiind de poziție, iar nomograma respectivă rezolvă ecuație

$$F(f_{1,2} + a\mu - b\eta,\ g_{1,2} + a\eta + b\mu;\ \alpha_3) = 0, \tag{16}$$

în care

$$\mu = -\frac{D_3(D_1^2 + 2D_2^2) \pm D_1 D_2 \sqrt{D_1^2 + D_2^2 - D_3^2}}{D_1(D_1^2 + D_2^2)}$$

$$\eta = \frac{D_2 D_3 \pm D_1 \sqrt{D_1^2 + D_2^2 - D_3^2}}{D_1^2 + D_2^2}, \tag{18}$$

pentru

$$D_1 = \begin{vmatrix} a & b \\ f_{6,7} - f_{4,5} & g_{6,7} - g_{4,5} \end{vmatrix}, \tag{19}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a & b \\ g_{6,7} - g_{4,5} & f_{4,5} - f_{6,7} \end{vmatrix}, \tag{20}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} g_{4,5} - g_{1,2} & g_{6,7} - g_{1,2} \\ f_{4,5} - f_{1,2} & f_{6,7} - f_{1,2} \end{vmatrix}. \tag{21}$$

Anumite structuri particulare ale funcției F din (16) atrage familii mai mult sau mai puțin simple de construit și utilizat pentru (α_3) din planul fix. În acest fel ecuația :

$$(f_{1,2} - f_3)^2 (D_1^2 + D_2^2) + 2 D_3 (f_{1,2} - f_3)(b D_2 - a D_1) + D_3^2 (a^2 + b^2) - \\ - (a D_2 + b D_1)^2 = 0 \tag{22}$$

impune pentru (α_3) familia

$$F(x, y; \alpha_3) = x - f_3(\alpha_3) = 0, \tag{23}$$

în timp ce ecuația

$$(g_3 - g_{1,2})^2 (D_1^2 + D_2^2) + 2 D_3 (g_3 - g_{1,2})(b D_1 + a D_2) + D_3^2 (a^2 + b^2) - \\ - (a D_1 - b D_2)^2 = 0 \tag{24}$$

impune pentru aceiași necunoscută (α_3) familia

$$F(x, y; \alpha_3) = y - g_3(\alpha_3) = 0 \tag{25}$$

Putem deci afirma că (16) conține de fapt o clasă de ecuații cu șapte variabile, obținînd fiecare ecuație prin particularizarea atît a funcției F, cît și funcțiilor ce exprimă analitic cele trei cîmpuri binare din planul fix. În acest mod se mai pot găsi și alte ecuații, pe lîngă (22) și (24), ca de exemplu

$$(f_3 f_{1,2} - g_{1,2})^2 (D_1^2 + D_2^2) + 2 a D_3 (f_3 f_{1,2} - g_{1,2})(D_2 - D_1 f_3) + \\ + a^2 D_3^2 (1 + f_3^2) - a^2 (D_1 + D_2 f_3)^2 = 0, \tag{26}$$

pentru

$$F(x, y; \alpha_3) = y - x f_3(\alpha_3) = 0$$

$$Q'(a, b) = Q'(a, 0);$$

precum și ecuația

$$f_3 - f_{1,2} - g_{1,2})^2 (D_1^2 + D_2^2) + 4 a^2 (D_3^2 - D_2^2) + 4 a D_1 D_3 (f_3 - f_{1,2} - g_{1,2}) = 0, \tag{27}$$

pentru

$$F(x, y; a_3) = x + y - f_3(a_3) = 0; \quad a = b \neq 0$$

Din clasa de ecuații (16) se pot obține clase de ecuații cu șase, cinci și patru variabile, rezolvabile printr-o nomogramă de acest gen, prin transformarea în scări a unui număr corespunzător de cîmpuri binare. În acest fel, din (16) obținem o clasă de ecuații cu șase variabile pentru

$$D_1 = \begin{vmatrix} a & b \\ f_6 - f_{4,5} & g_6 - g_{4,5} \end{vmatrix}; \quad D_2 = \begin{vmatrix} a & b \\ g_6 - g_{4,5} & f_{4,5} - f_6 \end{vmatrix}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} g_{4,5} - g_{1,2} & g_6 - g_{1,2} \\ f_{4,5} - f_{1,2} & f_6 - f_{1,2} \end{vmatrix}; \tag{28}$$

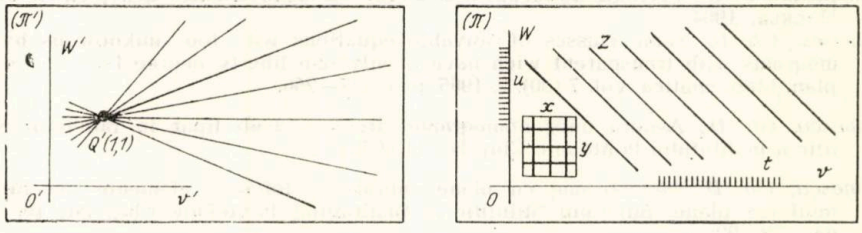


Fig. 4

o clasă de ecuații cu cinci variabile pentru

$$D_1 = \begin{vmatrix} a & b \\ f_5 - f_4 & g_5 - g_4 \end{vmatrix}; \quad D_2 = \begin{vmatrix} a & b \\ g_5 - g_4 & f_4 - f_5 \end{vmatrix}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} g_4 - g_{1,2} & g_5 - g_{1,2} \\ f_4 - f_{1,2} & f_5 - f_{1,2} \end{vmatrix}, \tag{29}$$

precum și o clasă de ecuații cu patru pentru

$$D_1 = \begin{vmatrix} a & b \\ f_4 - f_2 & g_4 - g_2 \end{vmatrix}; \quad D_2 = \begin{vmatrix} a & g \\ g_4 - g_2 & f_2 - f_4 \end{vmatrix}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} g_2 - g_1 & g_4 - g_1 \\ f_2 - f_1 & f_4 - f_1 \end{vmatrix}. \tag{30}$$

Exemplu. Ecuația cu cinci necunoscute

$$(z - x - y)^2 (t + u)^2 - 2 (t - u)^2 + 2 (xu + yz - tu)(zt + zu - yu - xt) = 0 \tag{31}$$

aparține clasei (16), plus (29), pentru

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0-t & u-0 \end{vmatrix}; \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ u-0 & t-0 \end{vmatrix}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 0-y & u-y \\ t-x & 0-x \end{vmatrix}; \quad F(x, y; a_3) = F(v, w, z) = v + w - z = 0$$

iar nomograma corespunzătoare este dată de figura 4 și conține în planul fix un cîmp binar, format din drepte paralele cu axele de coordonate, o familie de drepte paralele cotate și două scări ce au suportul pe axele de coordonate, iar în planul mobil un fascicol de drepte necotate concurente în $Q'(1,1)$.

BIBLIOGRAFIE

1. *Bal, L., Rado, Fr*, Lecții de nomografie. Ed. Tehnică, București, 1956.
2. *Ховгнский Г. С.*, Методы номографирования. Вычислительный центр А. Н. СССР, Маскьа, 1964.
3. *Ionescu, Gh. D.*, Some classes of solvable equations with four unknowans by nomograms with transparent wich have o only one liberty degree forv the mobile plan. Mathematica, vol. 7 (30), 2, 1965, pag. 247—256.
4. *Ionescu, Gh. D.*, Asupra unor nomograme circulare. (sub tipar în Buletinul Științific a Institutului Politehnic Cluj, Nr. 11/1968).
5. *Ionescu, Gh. D.*, Nomograme cu plane suprapuse, folosind elemente necotate în unul din plane. Buletinul Științific al Institutului Politehnic Cluj, Nr. 10, 1967, pag. 79—92.
6. *Rado, Fr.*, Despre contactele nomogramelor cu transparent. Studii și cercetări de matematică, (Cluj), 3—4, VIII, 1957, p. 319—327.
7. *Strejblova, J.*, Nomagramy s prosvitkou o jdenom stupni volnosti. Nomograficke metody. Nakladatelstvi Ceskoslovenske Akademie ved, Praha, 1962, p. 229—236.
8. *Urcelaj, I. M.*, Nomogrames de rotacion y de translation. Revista de Ciencia Aplicada, 7, 33, 1953, p. 337—343.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 4

C.Z.: 517

GRUPURI DE MIȘCĂRI ȘI DIRECȚIILE LINIILOR DE CURBURĂ *)

CONSTANTIN N. UDRIȘTE

În această lucrare se studiază unele proprietăți ale grupurilor de mișcări dintr-un spațiu riemannian de clasa unu folosind direcțiile liniilor de curbură.

1. Fie V_n un spațiu riemannian de clasa unu pentru care coeficienții primei forme fundamentale

$$ds^2 = g_{ij}(x)\, dx^i\, dx^j \quad (i, j = 1, 2, \ldots, n) \tag{1}$$

și ai celei de a doua forme fundamentale

$$\psi = b_{ij}(x)\, dx^i\, dx^j \tag{2}$$

sînt funcții C^∞. De asemenea presupunem că în general funcțiile care ne intervin în calcule sînt C^k, unde k este indicat de calculul făcut asupra funcțiilor respective.

Se știe că dacă $\underset{v}{£}$ este operatorul unei mișcări din V_n, atunci

$$\underset{v}{£}\, g_{ij} = 0 \tag{3}$$

și reciproc [1], [5], [8].

Lăsăm deoparte cazul spațiilor cu curbură riemanniană constantă și considerăm ecuația determinant

$$|b_{ij} - c\, g_{ij}| = 0, \tag{4}$$

ale cărei rădăcini sînt curburile normale.

Din raționamente clasice [3], [4] rezultă că:

Dacă avem un spațiu de clasa unu cu $3 \leqslant \text{rang} \parallel b_{ij} \parallel \leqslant n$ și în el acționează un grup de mișcări, atunci

$$\underset{v}{£}\, b_{ij} = 0, \tag{5}$$

$$\underset{v}{£}\, c_h = 0, \quad (h = 1, 2, \ldots, n). \tag{6}$$

*) Comunicarea prezentată la a III-a sesiune științifică a tineretului, București 24—26 mai 1968.

Această observaţie ne permite să rezolvăm unele probleme de tipul celor puse în [2] şi [7], continuînd astfel studiul început în [3] şi [4].

2. Să presupunem că ecuaţia (4) are rădăcini simple. Atunci fiecare dintre cele n ecuaţii

$$(b_{ij} - c_h g_{ij})\, \mu_h^i = 0 \tag{7}$$

are o soluţie unică, abstracţie făcînd de un factor. De fapt ecuaţiile (7) determină un enuplu ortogonal de n vectori μ_h^i care constituie direcţiile liniilor de curbură.

Dacă lui (7) i se aplică operatorul $\underset{v}{\pounds}$ atunci ca urmare a lui (3), (5), (6) avem

$$(b_{ij} - c_h g_{ij})\, \underset{v}{\pounds}\, \mu_h^i = 0$$

Cum soluţia lui (7) este determinată abstracţie făcînd de un factor, rezultă

$$\underset{v}{\pounds}\, \mu_h^i = \varrho\, \mu_h^i$$

Ştim însă că

$$g_{ij}\, \mu_h^i \mu_h^j = 1$$

şi deci $\varrho = 0$. Astfel avem

$$\underset{v}{\pounds}\, \mu_h^i = 0, \tag{8}$$

adică enuplurile ortogonale care se află de-a lungul traiectoriei mişcării se transformă unul într-altul prin mişcare.

Matricea $\| \mu_h^i \|$ are rangul n şi de aceea componentele covariante ale lui μ_h^i se confundă cu reciprocii acestora

$$\mu_h^i \lambda_j^h = \delta_j^i, \quad \mu_h^i \lambda_i^l = \delta_h^l.$$

Cu acestea putem defini n^3 funcţii

$$\Gamma_{kj}^i = \mu_h^i \frac{\partial \lambda_j^h}{\partial x^k} = - \lambda_i^h \frac{\partial \mu_h^i}{\partial x^k},$$

care se comportă ca şi componentele unei conexiuni afine. Acest lucru se vede imediat din exprimarea

$$\Gamma_{kj}^i = \mu_h^i \lambda_{j,k}^h + \left\{ {i \atop jk} \right\} = - \lambda_j^h \mu_{h,k}^i + \left\{ {i \atop jk} \right\},$$

unde virgula urmată de indici reprezintă derivata covariantă în raport cu metrica spaţiului.

Cu aceste notaţii ecuaţia (8) se scrie

$$v_{;j}^i = 0, \tag{9}$$

unde punctul şi virgula urmată de indici reprezintă derivata covariantă în raport cu conexiunea Γ_{kj}^i.

Astfel am pus în evidenţă că în raport cu conexiunea Γ^i_{kj} vectorul v^i formează un cîmp paralel.

Dacă notăm cu Γ^h_{ijk} tensorul de curbură ataşat conexiunii Γ^i_{jk} şi exprimăm condiţiile de integrabilitate ale lui (9), atunci printr-un raţionament analog cu cel făcut în [2] se deduce

Teorema 2.1. Dacă un spaţiu riemannian de clasa unu cu rang $\| b_{ij} \| = n - 1$ sau n, $n \geqslant 3$, are curburile normale distincte şi admite mişcări, atunci grupul complet de mişcări G_r este astfel încît rangul matricii $\| v^i_\alpha \|$ să fie r.

De asemenea se observă că

$$\underset{\nu}{\pounds}\, \Gamma^h_{ij} = 0$$

şi deci orice mişcare din V_n este o colineaţie afină faţă de conexiunea Γ^i_{kj}.

3. Se poate întîmpla ca unele din rădăcinile lui (4) să fie multiple de ordinul p. Astfel dacă c_α este o rădăcină multiplă de ordinul p, atunci ecuaţiile

$$(b_{ij} - c_\alpha g_{ij})\, \mu^i_\alpha = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, p)$$

au p soluţii independente μ^i_α corespunzătoare lui c_α, iar orice altă soluţie se obţine ca o combinaţie lineară de acestea. Se vede uşor că avem

$$(b_{ij} - c_\alpha g_{ij}) \underset{\nu}{\pounds}\, \mu^i_\alpha = 0$$

adică în acest caz,

$$\underset{\nu}{\pounds}\, \mu^i_\alpha = A^\beta_\alpha \mu^i_\beta .$$

Din condiţiile de ortogonalitate pentru μ^i_α se deduce

$$A^\beta_\alpha + A^\alpha_\beta = 0$$

şi astfel putem interpreta că A^β_α ne dau o rotaţie.

4. Să presupunem că în V_n acţionează un grup complet de mişcări astfel încît rangul matricii $\| v^i_\alpha \|$ este $r < n$. În acest caz se ştie că există un sistem de coordonate în V_n astfel încît,

$$v^s_\alpha = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, r; \quad s = r + 1, \ldots, n) \tag{10}$$

şi bineînţeles că $| v^a_\alpha | \neq 0$ $(a = 1, 2, \ldots, r)$ [1]. Dacă este aşa, putem defini reciprocii lui v^a_α prin

$$v^a_\alpha V^\alpha_b = \delta^a_b, \quad v^a_\alpha V^\beta_a = \delta^\beta_\alpha \quad (\alpha, \beta, a, b = 1, 2, \ldots, r) \tag{11}$$

şi de aici definim funcţiile

$$(12)\qquad \Gamma^{a}_{jb} = v^{a}_{\alpha}\frac{\partial V^{\alpha}_{b}}{\partial x^{j}} = -V^{\alpha}_{b}\frac{\partial v^{a}_{\alpha}}{\partial x^{j}},\quad \Gamma^{s}_{jb} = 0\ (j = 1, 2, \ldots, n).$$

Se arată uşor că funcţiile Γ^{i}_{jbc} construite cu ajutorul funcţiilor (12) după modelul tensorului de curbură sînt egale cu zero [1], [2].

Construim sistemul de ecuaţii

$$(13)\qquad \frac{\partial \mu^{i}}{\partial x^{b}} + \mu^{j}\,\Gamma^{i}_{jb} = 0\ (i, j = 1, 2, \ldots, n;\ b = 1, 2, \ldots, r).$$

Din faptul că $\Gamma^{i}_{jbc} = 0$ rezultă că sistemul (13) este complet integrabil şi se ştie că soluţia unui asemenea sistem este determinată lunînd drept valori iniţiale în $x^1 = \ldots = x^r = 0$ nişte funcţii arbitrare de $x^{r+1}, \ldots, x^n$.

Să presupunem că alegem valorile iniţiale ale lui μ^{i}_{h} astfel încît

$$(14)\qquad \begin{aligned} b_{ij}\mu^{i}_{h}\mu^{j}_{k}\big|_{0} &= 0\ (h \neq k),\\ g_{ij}\mu^{i}_{h}\mu^{j}_{\kappa}\big|_{0} &= \delta^{k}_{h}. \end{aligned}$$

Cum în spaţiul V_n acţionează un grup G_r rezultă că avem satisfăcute ecuaţiile (3), (5). Dacă vom ţine cont de (10), (11) şi (12) aceste două ecuaţii devin respectiv

$$(15)\qquad \begin{aligned} &\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^{a}} - g_{ic}\,\Gamma^{c}_{ja} - g_{cj}\,\Gamma^{c}_{ia} = 0,\\ &\frac{\partial b_{ij}}{\partial x^{a}} - b_{ic}\,\Gamma^{c}_{ja} - b_{cj}\,\Gamma^{c}_{ia} = 0\ (i, j = 1, 2, \ldots, n;\ a, c = 1, 2, \ldots, r). \end{aligned}$$

Dacă vom alege două soluţii distincte ale lui (13), fie μ^{i}_{h} şi μ^{i}_{k}, din (15) şi (13) se deduce uşor că

$$\frac{\partial}{\partial x^{a}}\left(g_{ij}\mu^{i}_{h}\mu^{j}_{k}\right) = 0,\quad \frac{\partial}{\partial x^{a}}\left(b_{ij}\mu^{i}_{h}\mu^{j}_{k}\right) = 0,$$

ceea ce ne arată că dacă alegem condiţiile iniţiale astfel încît (14) să fie satisfăcute, atunci pentru orice $x^1, \ldots, x^r$ soluţiile corespunzătoare vor satisface aceloraşi condiţii. Se vede însă că cu ajutorul lui b_{ij} şi μ^{i}_{h} putem defini invarianţii c_h prin

$$c_{h} = b_{ij}\mu^{i}_{h}\mu^{j}_{h},$$

adică μ^{i}_{h} sînt direcţiile liniilor de curbură. Precizăm că alegerea condiţiilor (14) se face cu ajutorul ecuaţiei (7) în care facem $x^1 = \ldots = x^r = 0$ şi apoi determinăm pe $\mu^{i}_{h}\big|_{0}$.

Astfel avem

Teorema 4.1. Dacă într-un spaţiu riemannian de clasa unu cu $3 \leqslant \text{rang} \parallel b_{ij} \parallel \leqslant n$ acţionează un grup de mişcări astfel încît $\text{rang} \parallel v_\alpha^i \parallel = r < n$, atunci se pot alege condiţiile iniţiale astfel încît soluţiile ecuaţiilor (13) să reprezinte direcţiile liniilor de curbură.

Facem observaţia că această teoremă se aplică chiar dacă c_h sînt multiple. De asemenea se vede că în general (13) determină direcţiile liniilor de curbură pînă la o combinaţie cu coeficienţi constanţi.

5. În [5] şi [7] se arată că condiţia necesară şi suficientă ca un spaţiu riemannian V_n să admită un grup de mişcări simplu tranzitiv este ca el să posede un sistem de congruenţe ortogonale cu coeficienţi de rotaţie constanţi. Aceste congruenţe determină la rîndul lor un alt grup simplu tranzitiv reciproc [1].

În lucrarea [2] se stabileşte că dacă un V_n admite un grup simplu tranzitiv de mişcări, atunci componentele grupului tranzitiv reciproc pot fi alese astfel încît ele să fie direcţiile principale ale lui Ricci din V_n.

Să presupunem acum că spaţiul V_n este un spaţiu riemannian de clasa unu şi că el posedă un grup de mişcări simplu tranzitive dat de vectorii v_l^i $(i, l = 1, 2, \ldots, n)$.

În acest caz matricea $\parallel v_l^i \parallel$ are rangul n şi deci putem defini funcţiile V_l^l prin

$$v_l^i V_i^m = \delta_l^m, \quad v_l^i V_j^l = \delta_j^i \tag{20}$$

şi de aci n^3 funcţii

$$\Lambda_{jk}^i = v_l^i \frac{\partial V_k^l}{\partial x^j} = - V_k^l \frac{\partial v_l^i}{\partial x^j} \quad (i, j, k, l = 1, 2, \ldots, n), \tag{21}$$

care sînt componentele unei conexiuni afine. În aceste ipoteze ecuaţiile (4) şi (5) devin respectiv

$$g_{ij|k} = 0, \quad b_{ij|k} = 0, \tag{22}$$

unde bara urmată de indici înseamnă derivata covariantă în raport cu Λ_{jk}^i.

Deoarece tensorul de curbură Λ_{jkl}^i ataşat conexiunii Λ_{jk}^i este tensorul zero [1], condiţiile de integrabilitate ale sistemului de ecuaţii

$$\mu_{|k}^i = 0 \tag{23}$$

sînt identic satisfăcute. Deci sistemul (23) este complet integrabil, adică există n soluţii independente μ_h^i $(i, h = 1, 2, \ldots, n)$

$$\mu_{h|k}^i = 0 \tag{23'}$$

Cantităţile μ_h^i sînt de fapt vectorii grupului tranzitiv reciproc al grupului dat [1].

Deoarece sistemul (23) este complet integrabil orice grup de soluţii este determinat prin valori iniţiale (constante). Dacă valorile iniţiale ale celor n^2 cantităţi μ_h^i sînt alese astfel încît în P_0 să satisfacă n^2 relaţii

$$g_{ij} \mu_h^i \mu_k^j |_0 = \delta_{hk}; \quad b_{ij} \mu_h^i \mu_k^j |_0 = 0 \ (h \neq k), \tag{24}$$

soluţiile care rezultă vor satisface acestor condiţii pentru orice x, căci din (22) şi (23') deducem

$$\frac{\partial}{\partial x^k}(g_{ij}\mu^i_h\mu^j_k) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x^k}(b_{ij}\mu^i_h\mu^j_k) = 0, (h \neq k).$$

Rezultă că soluţiile μ^i_h vor fi astfel încît în orice punct

$$g_{ij}\mu^i_h\mu^j_k = \delta^k_h,$$

$$b_{ij}\mu^i_h\mu^j_k = 0 \ (h \neq k),$$

$$b_{ij}\mu^i_h\mu^j_h = c_h \qquad \text{(prin construcţie)}$$

şi deci ele vor reprezenta direcţiile principale ale tensorului b_{ij}. Felul în care se precizează (24) a fost arătat la punctul precedent şi deci avem

Teorema 5.1. Dacă un spaţiu riemannian de clasa unu cu $3 \leqslant \text{rang} \parallel b_{ij} \parallel \leqslant n$, admite un grup de mişcări simplu tranzitiv, atunci componentele grupului tranzitiv reciproc pot fi alese astfel încît să fie direcţiile liniilor de curbură.

În încheiere să facem observaţia că dacă spaţiul de clasa unu nu-i spaţiu Einstein, atunci direcţiile liniilor de curbură sînt şi direcţiile principale ale tensorului lui Ricci. Astfel, în această ipoteză, din rezultatele precedente regăsim pentru spaţiile de clasa unu teoreme de tipul celor date în [2].

De asemenea putem preciza că rezultatele obţinute în [3], [4] şi în prezenta lucrare se pot extinde şi asupra hipersuprafeţelor spaţiilor cu curbură riemanniană constantă.

Catedra de matematici IV
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Eisenhart, L. P.:* Continuous Groups of Transformations, Dover Publications. Inc. New York, 1963.

2. *Eisenhart, L. P.:* Groups of Motions and Ricci Directions, Annals of Mathematics vol. 36 (1935) p. 823.

3. *Udrişte, N.C.:* Grupuri de mişcări în spaţii Riemann de clasa unu. St. Cerc. Mat. nr. 3 (1969) p. 515—524.

4. *Udrişte, N. C.:* Introducerea unor invarianţi diferenţiali intrinseci într-o varietate riemannianã, St. Cerc. Mat. nr. 3 (1969) p. 509—514.

5. *Vrănceanu, Gh.:* Lecţii de geometrie diferenţială vol. I, II, III.

6. *Vrănceanu Gh.:* Grupurile de mişcări ale spaţiilor cu conexiune. St. Cerc. Mat. 1951, vol. II p. 415.

7. *Vrănceanu Gh.:* Sur les espaces de Riemann ayant leurs coefficients de rotation constants — Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences, 189 (1929), p. 386.

8. *Yano, K.:* The Theory of Lie Derivatives and its Application, 1955.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 4

C.Z.: 515

ASUPRA ECUAȚIILOR LUI CODAZZI *

pentru V_{n-1} *din* V_n

P. STAVRE, I. VÎRLAN
Universitatea CRAIOVA

Este cunoscut faptul că, fiind dată o hipersuprafață V_{n-1} dintr-un spațiu euclidian E_n, în anumite condiții, ecuațiile lui Codazzi sînt o consecință a ecuațiilor lui Gauss. Proprietatea rămîne încă valabilă și pentru cazul unei hipersuprafețe V_{n-1} dintr-un spațiu Riemannian V_n. Asupra metodelor de demonstrație a acestui fapt se pot consulta lucrările [1], [2]

În cele ce urmează vom demonstra această proprietate cu ajutorul operatorului introdus în [3], care fiind definit pe varietăți X_{n-1} mai generale, atrage atenția și asupra acestora.

Fiind dată o varietate X_{n-1} din L_n de reprezentare parametrică în hărțile corespunzătoare

$$y^\alpha = y^\alpha(u^1, \ldots, u^{n-1}) \qquad \alpha = 1, 2, \ldots, n \tag{1}$$

îi putem asocia în fiecare punct regulat $P \in X_{n-1}$ un spațiu tangent $T_n(P)$ și o distribuție

$$\Delta : P \to T^{n-1}(P) \tag{2}$$

cu baza locală

$$B_i^\alpha = \frac{\partial y^\alpha}{\partial u^i} \qquad \alpha = 1, 2, \ldots, n; \quad i = 1, 2, \ldots, n-1 \tag{3}$$

și matricile

$$\begin{pmatrix} B_i^\alpha \\ n^\alpha \end{pmatrix}; \quad (B_\alpha^i, \nu^\alpha) \tag{4}$$

unde n^α este un cîmp nesituat în T^n (P) supus la condițiile de normalizare (cele două condiții de normalizare).

Dacă notăm cu $\Gamma_{\beta\sigma}^\alpha$ coeficienții conexiunii lui L_n și cu Γ_{jk}^i conexiunea indusă pe X_{n-1} se știe că avem un operator de diferențiere covariantă mixt (definită cu ajutorul coeficienților Γ_{jk}^i, $\Gamma_{\beta\sigma}^\alpha$, ceea ce îngreunează calculul). În [3], am căutat să definim acest operator mixt fără a

---

Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 1—3 noembrie 1968.

folosi explicit acești coeficienți. Și anume, dacă (V_j^λ) în $M \in X_{n-1}$ din L_n este un vector contravariant în (y^α) și covariant în (u^j), iar V_α^λ sînt L_n — componentele sale atunci definim operatorul δ_i, prin

$$\delta_i V_j^\lambda = B_j^\alpha B_i^\sigma \nabla_\sigma V_\alpha^\lambda \tag{5}$$

Dacă definim tensorul

$$\Omega_{ij} \overset{\text{def.}}{=\!=} - B_j^\alpha \delta_i \nu_\alpha \tag{6}$$

obținem formulele

$$\delta_i B_j^\lambda = \Omega_{ij} n^\lambda \tag{7}$$

care vor fi numite — „formulele lui Gauss".

Toate acestea rămîn adevărate și pentru cazul V_{n-1}, din V_n de care ne vom ocupa acum.

Comparînd (7) cu (13, 14) rezultă că operatorul δ_i, în acest caz, se scrie cu ajutorul coeficienților conexiunii $\Gamma_{\beta\sigma}^\alpha$ și conexiunii induse Γ_{jk}^i sub formă cunoscută.

Fie dar ecuațiile lui Gauss pentru V_{n-1} din V_n

$$R_{slij} = \Omega_{si}\Omega_{lj} - \Omega_{sj}\Omega_{li} + R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu B_i^\gamma B_j^\sigma \tag{8}$$

Aplicăm operatorul δ_k

$$\delta_k R_{slij} = (\delta_k \Omega_{si}\Omega_{lj} + \Omega_{si}\delta_k\Omega_{lj}) - (\delta_k\Omega_{sj}\Omega_{li} + \Omega_{sj}\delta_k\Omega_{li}) +$$
$$+ \delta_k R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu B_i^\gamma B_j^\sigma + R_{\beta\mu\gamma\sigma}\Omega_{ks} n^\beta B_l^\mu B_i^\gamma B_j^\sigma + R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta \Omega_{kl} n^\mu B_i^\gamma B_j^\sigma +$$
$$+ R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu \Omega_{ki} n^\gamma B_j^\sigma + R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu B_i^\gamma \Omega_{kj} n^\sigma.$$

Dacă ținem seama că avem :

$$\delta_k R_{slij} = R_{slij,k} \tag{9}$$

$$\delta_k R_{\beta\mu\gamma\sigma} = R_{\beta\mu\gamma\sigma/\rho} B_k^\rho \tag{10}$$

unde $(R_{slij\,k})$ este notația pentru derivare covariantă în raport cu conexiunea indusă pe V_{n-1}, iar $(R_{\beta\mu\gamma\sigma/\rho})$ este notația pentru derivarea covariantă pe V_n, obținem :

$$R_{slij,k} = \Omega_{si,k}\Omega_{lj} + \Omega_{si}\Omega_{lj,k} - (\Omega_{sj,k}\Omega_{li} + \Omega_{sj}\Omega_{li,k}) +$$
$$+ R_{\beta\mu\gamma\sigma/\rho} B_s^\beta B_l^\mu B_i^\gamma B_j^\sigma B_k^\rho + R_{\beta\mu\gamma\sigma}\Omega_{ks} n^\beta B_l^\mu B_i^\gamma B_j^\sigma + R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta \Omega_{kl} n^\mu B_i^\gamma B_j^\sigma +$$
$$+ R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu \Omega_{ki} n^\gamma B_j^\sigma + R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu B_i^\gamma \Omega_{kj} n^\sigma. \tag{11}$$

De aici totul decurge în mod obișnuit. Dacă notăm

$$\Omega_{sik} = \Omega_{si,k} - \Omega_{sk,i} \tag{12}$$

și permutăm circular indicii i, j, k, ținînd seama de identitățile lui Bianchi, avem :

$$0 = B_{sik}\Omega_{lj} + \Omega_{lij}\Omega_{sk} + \Omega_{sjl}\Omega_{lk} + \Omega_{ljk}\Omega_{si} + \Omega_{sij}\Omega_{ll} +$$
$$+ \Omega_{llk}\Omega_{sj} + B. \tag{13}$$

unde B, este :

$$B = R_{\beta\mu\gamma\sigma/s} B_s^\beta B_l^\mu B_i^\gamma B_j^\sigma B_k^\rho + R_{\beta\mu\gamma\sigma/\rho} B_s^\beta B_l^\mu B_i^\gamma B_k^\sigma B_j^\rho +$$
$$+ R_{\beta\mu\gamma\sigma/\rho} B_s^\beta B_l^\mu B_k^\gamma B_i^\sigma B_j^\rho + R_{\beta\mu\gamma\sigma} \Omega_{ks} n^\beta B_l^\mu B_i^\gamma B_j^\sigma +$$
$$+ R_{\beta\mu\gamma\sigma} \Omega_{is} n^\beta B_l^\mu B_j^\gamma B_k^\sigma + R_{\beta\mu\gamma\sigma} \Omega_{js} n^\beta B_l^\mu B_k^\gamma B_i^\sigma + R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu \Omega_{ki} n^\gamma B_j^\sigma +$$
$$R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu \Omega_{lj} n^\gamma B_i^\sigma + R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu \Omega_{jk} n^\gamma B_i^\sigma + R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu B_i^\gamma \Omega_{kj} n^\sigma +$$
$$+ R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu B_j^\gamma \Omega_{ik} n^\sigma + R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta B_l^\mu B_k^\gamma \Omega_{ji} n^\sigma.$$

Folosind din nou identitățile lui Bianchi și proprietățile tensorilor $R_{\beta\mu\gamma\sigma}$, în (B) rămîn numai liniile doi și trei.

Dacă $rang \| \Omega_{ij} \| = n - 1$ iar $\Omega^{ij} \Omega_{jk} = \delta_k^i$ contragem în (13) cu Ω^{lj} și obținem :

$$0 = (n - 4) \Omega_{sik} + (\Omega_{lij} \Omega_{sk} + \Omega_{ljk} \Omega_{si}) \Omega^{lj} + B \Omega^{lj} \tag{14}$$

Să calculăm $B \Omega^{lj}$. Avem :

$$B \Omega^{lj} = R_{\beta\mu\gamma\sigma} \Omega_{ks} n^\beta B_l^\mu B_i^\gamma B_j^\sigma \Omega^{lj} + R_{\beta\mu\gamma\sigma} \Omega_{is} n^\beta B_l^\mu B_j^\gamma B_k^\sigma \Omega^{lj} -$$
$$- (n - 4) R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta n^\mu B_i^\gamma B_k^\sigma \tag{15}$$

Mai contragem odată cu Ω^{si} și obținem din (14), (15) :

$$0 = 2 (n - 3) \Omega_{sik} \Omega^{si} + (n - 4) R_{\beta\mu\gamma\sigma} \Omega^{si} n^\beta B_s^\mu B_i^\gamma B_k^\sigma -$$
$$- R_{\beta\mu\gamma\sigma} n^\beta B_s^\mu B_k^\sigma B_i^\gamma \Omega^{si} + (n - 1) R_{\beta\mu\gamma\sigma} n^\beta B_s^\mu B_i^\gamma B_k^\sigma$$

Dacă $n > 3$ cum $rang \| \Omega_{ij} \| = n - 1$ obținem

$$\Omega_{sik} - R_{\beta\mu\gamma\sigma} B_s^\beta n^\mu B_i^\gamma B_k^\sigma = 0$$

De unde

$$\Omega_{sik} = R_{\beta\mu\gamma\sigma} n^\mu B_s^\beta B_i^\gamma B_k^\sigma \tag{16}$$

Avem dar

Teorema : *Dacă* $V_{n-1} \subset V_n$, $n > 3$, $rang \| \Omega_{ij} \| = n - 1$ *atunci ecuațiile lui Codazzi, sînt o consecință a ecuațiilor lui Gauss.*

În cazul $V_{n-1} \subset E_n$ cum $R_{\beta\mu\gamma\sigma} = 0$ demonstrația se face simplu, căci operatorul (/) coincide cu cel clasic ∂_i. De remarcat că demonstrația se poate face și în condiții mai slabe relative la $\Omega_{\alpha\beta}$ [2].

BIBLIOGRAFIE

1. *I. P. Einsenhart* Riemannian Geometry New-York **1947.**

2. *Schwartz* „The Gauss — Codazzi Equations Journal of math. and physics, vol. 20, p. 30—79 (1941).

3. *P. Stavre* Asupra unui operator pe X_{n-1} din L_n. Studii și cercetări matematice (sub tipar).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 4

FIZICĂ

C.Z.: 535.22

TEOREMA IMAGINILOR PE MEDII ANIZOTROPE UNIAXE *

GEORGE C. MOISIL

Metoda imaginilor electrice expusă de către W. Thomson (lord Kelvin) într-un articol publicat în 1848 în „Cambridge and Dublin Mathematical Journal", aduce, după cum este binecunoscut, simplificarea calculelor în variate probleme de repartiţie a cîmpului în medii eterogene. Într-o notă anterioară [3], am arătat că această teoremă rezultă automat ca o consecinţă a discontinuităţii proprietăţilor de material pe o suprafaţă de separaţie plană între două medii izotrope diferite. În prezenta notă se extinde această metodă în cazul cînd unul din medii este anizotrop uniax.

Fie $z=o$, un plan care separă spaţiul în două domenii semiinfinite. În domeniul $z > 0$, se află mediul (I) liniar, omogen şi izotrop de permitivitate relativă constantă egală cu 1, iar în domeniul $z<0$, se află mediul (II), de asemenea liniar şi omogen, dar anizotrop, cu axele principale după x, y şi z şi cu permitivităţile principale relative $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_\rho$ după axele z şi y şi $\varepsilon_z \neq \varepsilon_\rho$ după axa z (fig. 1). Tensorul permitivităţii relative în tot spaţiul poate fi reprezentat cu ajutorul funcţiei generalizate a lui Heaviside :

$$\theta(z) = \begin{cases} 1 & z > 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases} \tag{1}$$

în forma următoare :

$$[\varepsilon_r(z)] = \begin{bmatrix} \varepsilon_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\rho & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} - \theta(z) \begin{bmatrix} \varepsilon_\rho - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\rho - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z - 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

În acest caz pentru mediul I ($z>0$), tensorul permitivităţii relative este reprezentat prin matricea :

$$[\varepsilon_r^I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

* Manuscris predat la redacţie la 15 iunie 1969.

iar pentru mediul II ($z < 0$) prin matricea :

$$[\varepsilon_r^{II}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\rho & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \tag{4}$$

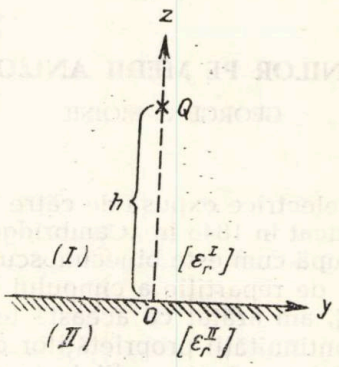


Fig. 1

În mediul (I) într-un punct de coordonate $x = y = 0$, $z = h$ se află o sarcină electrică practic punctiformă Q, care creează un cîmp electric static. Notînd cu $\vec{D}$ inducţia electrică vom avea

$$\nabla \vec{D} = \varrho \tag{5}$$

în care :

$$\varrho = Q\,\delta(x)\,\delta(y)\,\delta(z - h)$$

este densitatea volumică de sarcină corespunzătoare sarcinei punctiforme Q. Între componentele inducţiei electrice $\vec{D}$ şi componentele cîmpului electric $\vec{E}$ există însă relaţiile :

$$\begin{aligned} D_x &= \varepsilon_0\,\varepsilon_r^{(x)}(z)\,E_x(x, y, z) \\ D_y &= \varepsilon_0\,\varepsilon_r^{(y)}(z)\,E_y(x, y, z) \\ D_z &= \varepsilon_0\,\varepsilon_r^{(z)}(z)\,E_z(x, y, z) \end{aligned} \tag{6}$$

în care

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^{(x)}(z) &= \varepsilon_\rho - (\varepsilon_\rho - 1)\,\theta(z) \\ \varepsilon_r^{(y)}(z) &= \varepsilon_\rho - (\varepsilon_\rho - 1)\,\theta(z) \\ \varepsilon_r^{(z)}(z) &= \varepsilon_z - (\varepsilon_z - 1)\,\theta(z) \end{aligned} \tag{7}$$

Din (5) şi (6) rezultă ţinînd seama că $\vec{E} = -\nabla V$, următoarea ecuaţie cu derivate parţiale

$$\varepsilon_r^{(x)}(z)\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \varepsilon_r^{(y)}(z)\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \varepsilon_r^{(z)}(z)\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0}[\rho - (\varepsilon_z - 1)\, E_z\, \delta(z)] \tag{8}$$

Această ecuaţie este analogă ecuaţiei lui Poisson. Simetria problemei recomandă folosirea coordonatelor cilindrice r şi z :

$$[\varepsilon_\rho - (\varepsilon_\rho - 1)\,\theta(z)]\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)V + [\varepsilon_z - (\varepsilon_z - 1)\,\theta(z)]\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} =$$

$$= -\frac{1}{\varepsilon_0}\left[Q\,\frac{\delta(r)}{2\pi r}\,\delta(z-h) - (\varepsilon_z - 1)\,E_z\,\delta(z)\right] \tag{9}$$

Din această ecuaţie rezultă că potenţialul V_1 diferit de zero în mediul (I) şi nul în mediul (II) şi potenţialul V_2 diferit de zero în mediul (II), dar nul în mediul (I) satisfac următoarele ecuaţii :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)V_1 = -\frac{Q}{\varepsilon_0}\left[\frac{\delta(r)}{2\pi r}\,\delta(z-h) + \psi_1(r)\,\delta(z)\right] \tag{10}$$

$$\varepsilon_\rho\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)V_2 + \varepsilon_z\frac{\partial^2 V_2}{\partial z^2} = -\frac{Q}{\varepsilon_0}\,\psi_2(r)\,\delta(z) \tag{11}$$

în care $\psi_1(r)$ şi $\psi_2(r)$ sînt funcţii a căror formă urmează a fi stabilită prin aplicarea condiţiilor la limită.

Folosind dezvoltările [1] :

$$\frac{\delta(r)}{2\pi r} = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty k\,J_0(k\,r)\,dk \tag{12}$$

$$\delta(z-h) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{iq(h-z)}\,dq \tag{13}$$

$$\psi_t(r)\,\delta(z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty k\,J_0(kr)\,dk\int_0^\infty \lambda\,\psi_t(\lambda)\,J_0(k\lambda)\,d\lambda\int_{-\infty}^{\infty} e^{iqz}\,dq \tag{14}$$

şi ţinînd seama că

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)J_0(kr) = -k^2\,J_0(kr) \tag{15}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\,e^{iqz} = -q^2\,e^{iqz} \tag{16}$$

şi deci

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]^{-1} = -\frac{1}{k^2 + q^2} \tag{17}$$

$$\left[\varepsilon_\rho\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right) + \varepsilon_z\,\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]^{-1} = \frac{1}{\varepsilon_\rho k^2 + \varepsilon_z q^2} \tag{18}$$

obţinem :

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^\infty k J_0(kr)\,dk \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iq(z-h)}}{k^2+q^2}\,dq + \\ + \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^\infty k J_0(kr)\,dk \int_0^\infty \lambda \psi_1(\lambda) J_0(k\lambda)\,d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iqz}}{k^2+q^2}\,dq \qquad (19)$$

$$V_2 = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^\infty k J_0(kr)\,dk \int_0^\infty \lambda \psi_2(\lambda) J_0(k\lambda)\,d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iqz}}{\varepsilon_\rho k^2+\varepsilon_z q^2}\,dq \qquad (20)$$

Observăm însă că

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\alpha\xi}}{\xi^2+\beta^2}\,d\xi = \pi\frac{e^{-\beta|\alpha|}}{\beta} \qquad (21)$$

Punînd

$$F_i(k) = 2\pi\int_0^\infty \lambda\psi_i(\lambda) J_0(k\lambda)\,d\lambda \qquad (22)$$

se obţine după efectuarea integrării în raport cu variabila q :

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^\infty [e^{-k|h-z|} + F_1(k)\, e^{-k|z|}]\, J_0(kr)\,dk \qquad (23)$$

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\rho\varepsilon_z}}\int_0^\infty F_2(k)\, e^{-k\left|-\sqrt{\frac{\varepsilon_\rho}{\varepsilon_z}}\,z\right|}\, J_0(kr)\,dk \qquad (24)$$

Pentru determinarea funcţiilor $F_1(k)$ şi $F_2(k)$ vom ţine seama de continuitatea potenţialului pe planul z = o

$$V_1|_{z=0} = V_2|_{z=0} \qquad (25)$$

şi de continuitatea componentei normale a inducţiei electrice

$$\left.\frac{\partial V_1}{\partial z}\right|_{z=0} = \varepsilon_z \left.\frac{\partial V_2}{\partial z}\right|_{z=0} \qquad (26)$$

Introducînd (23) şi (24) în (25) şi (26) se obţine următorul sistem algebric de două ecuaţii în $F_1(k)$ şi $F_2(k)$:

$$e^{-k|h|} + F_1 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\rho\varepsilon_z}}\,F_2 \qquad (27)$$

$$e^{-k|h|} - F_1 = F_2 \qquad (28)$$

Prin rezolvarea acestui sistem rezultă :

$$F_1 = \frac{1-\sqrt{\varepsilon_\rho\varepsilon_z}}{1+\sqrt{\varepsilon_\rho\varepsilon_z}}\, e^{-k|h|} \qquad (29)$$

$$F_2 = \frac{2\sqrt{\varepsilon_\rho\varepsilon_z}}{1+\sqrt{\varepsilon_\rho\varepsilon_z}}\, e^{-k|h|} \qquad (30)$$

Introducînd (29) şi (30) în (23) şi (24) şi ţinînd seama că

$$\int_0^\infty e^{-k\alpha} J_0(k\beta)\, dk = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}$$

găsim expresiile potenţialelor V_1 şi V_2:

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(h-z)^2+r^2}} + \frac{RQ}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(h+z)^2+r^2}} \tag{31}$$

$$V_2 = \frac{SQ}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\left(h+\sqrt{\frac{\varepsilon_\rho}{\varepsilon_z}}\,z\right)^2+r^2}} \tag{32}$$

în care

$$R = \frac{1-\sqrt{\varepsilon_\rho\varepsilon_z}}{1+\sqrt{\varepsilon_\rho\varepsilon_z}} \tag{33}$$

$$S = \frac{2}{1+\sqrt{\varepsilon_\rho\varepsilon_z}} \tag{34}$$

Evident dacă şi cel de al doilea mediu este izotrop, adică $\varepsilon_\rho = \varepsilon_z$, se regăsesc relaţiile cunoscute

$$R_{iz} = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \tag{35}$$

$$S_{iz} = \frac{2}{1+\varepsilon} \tag{36}$$

Anizotropia uniaxă a mediului al doilea cînd axa de simetrie este normală pe suprafaţa de separaţie are aşadar drept efect înlocuirea pe de o parte a permitivităţii relative prin media geometrică $\sqrt{\varepsilon_\rho\varepsilon_z}$, iar pe de altă parte multiplicarea distanţei z în expresia potenţialului V_2 cu factorul $\sqrt{\frac{\varepsilon_\rho}{\varepsilon_z}}$.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Ivanenko, D.* şi *Sokolov, A.* Teoria clasică a cîmpului, Ed. tehnică, Bucureşti, 1955.

2. *Gray, A.* şi *Mathews, G. B.* Funcţiile Bessel şi aplicaţiile lor în fizică, Ed. tehnică, Bucureşti, 1958.

3. *Moisil, Gh.* Contribuţii la studiul cîmpurilor staţionare în medii izotrope şi omogene. În Bul. Inst. Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" XXIX 5 1967, p. 57—65.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 4

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 666.96

FOLOSIREA MINERALIZATORILOR PENTRU INTENSIFICAREA PROCESELOR DE OBȚINERE A CLINCHERELOR

I. TEOREANU, TRAN VAN HUYNH

1. Introducere

Dezvoltarea vertiginoasă pe plan mondial a industriei cimentului impune un studiu aprofundat al căilor de intensificare a procesului de formare a clincherelor. În această direcție, folosirea mineralizatorilor reprezintă una din căile simple și eficiente.

Pentru cunoașterea acțiunii mineralizatorilor în procesul de ardere a clincherelor, au fost efectuate nenumărate cercetări. S-a studiat îndeosebi cinetica de asimilare a oxidului de calciu la arderea amestecurilor de materii prime și natura proceselor și constituienților mineralogici care se formează, prin metode chimice, prin analize röentgenografice, termogravimetrice și termodiferențiale, prin examinarea probelor la microscop ; s-a urmărit, de asemenea, efectul mineralizatorilor prin măsurători ale proprietăților amestecului supus arderii (în timpul arderii și după ardere) — determinări ale vîscozității fazei lichide, determinări de rezistență mecanică a probelor de ciment întărit ș.a. ; s-au efectuat studii comparative pentru cunoașterea raportului care se stabilește între eficiența acțiunii mineralizatorilor și natura cationilor și anionilor componenți. Pînă în prezent nu există păreri unitare cu privire la mecanismul acțiunii mineralizatorilor. În general, se poate studia acțiunea mineralizatorilor în procesul de formare a clincherului de ciment, după următoarele etape :

— acțiunea mineralizatorilor asupra proceselor în fază solidă ;

— acțiunea mineralizatorilor asupra proceselor care au loc cu participarea fazei lichide ;

— acțiunea mineralizatorilor asupra proceselor de formare și creștere a cristalelor compușilor mineralogici din clincher.

2. Acțiunea mineralizatorilor asupra proceselor în faza solidă.

Influența acceleratoare a mineralizatorilor asupra proceselor în faza solidă se explică prin deformarea rețelei unora dintre reactanți mărindu-le energia internă și deci reactivitatea (un rol important, în procesul

Lucrarea a fost comunicată la simpozionul „Probleme actuale în industria cimentului" 30—31 octombrie 1969, Tîrgul Jiu.

de obţinere a clincherului, îl au substanţele care determină slăbirea legăturii rigide Si-O); prin accelerarea disocierii $CaCO_3$ şi a deshidratării argilei; prin intensificarea transformărilor polimorfe; prin apariţia unor compuşi chimici intermediari reactant-mineralizator, compuşi instabili, capabili să faciliteze reacţiile chimice în fază solidă cu ceilalţi reactanţi, la temperaturi mai scăzute; prin formarea unor soluţii solide care măresc energia liberă a reţelei reactanţilor, accelerînd procesul de formare a mineralelor în fază solidă [1, 2, 3, 4].

Volkonski, Konovalov şi Makaşev [1] arată că, în probe cu mineralizatori — în funcţie de natura acestora — $CaCO_3$ se disociază la temperaturi de 700—800°C, iar componenţii argiloşi se descompun la temperaturi mult mai joase — cu circa 100—200°C; ca urmare, se creează condiţii pentru accelerarea şi a proceselor de formare a mineralelor din clincher, prin interacţiunea în fază solidă a componenţilor fundamentali. În condiţii obişnuite, reacţiile dintre CaO şi SiO_2 decurg foarte încet pînă la temperatura de 1000°C; în prezenţa mineralizatorilor procesul este intensificat, decurgînd cu viteză importantă chiar de la 800°C.

Cercetînd röentgenografic amestecuri de materii prime fără şi cu adaos de CaF_2 (0,5%), încălzite la diferite temperaturi, Volkonski şi colaboratorii [1] au observat că, în timp ce pentru şarja fără adaos, la 500—600°C, nu apar liniile caracteristice unor noi componenţi (ele apar numai la temperaturi de peste 800°C), în prezenţa mineralizatorilor, la 600°C, pe röentgenogramă sînt puse în evidenţă linii noi; autorii au confirmat astfel, în acest din urmă caz, existenţa liniilor silicatului bicalcic. Ei explică acest fenomen prin faptul că, în prezenţa vaporilor de apă, fluorurile se hidrolizează formînd acid fluorhidric — HF, care distruge reţelele cristaline ale reactanţilor, în special a bioxidului de siliciu. Are loc o depolimerizare a complecşilor silicatici şi aluminatici; legăturile rigide Si-O şi Al-O se rup. Ca rezultat al distrugerii reţelelor cristaline, creşte activitatea tuturor componenţilor care intră în amestecul dat, ceea ce duce la desfăşurarea mai accelerată a reacţiilor în fază solidă [1, 3]).

Examinînd acţiunea fluorosilicatului de sodiu ca mineralizator (prin efectuarea de analize termice diferenţiale) în procesul de ardere a unui amestec oxidic avînd $S_k = 0{,}96$, $M_{Si} = 2{,}2$ şi $M_{Al} = 2{,}0$, fără şi cu adaos de Na_2SiF_6 (1,5%), am observat comportări diferite. Astfel, pe curba *ATD* a amestecului fără adaos (curba a, fig. 1), în intervalul de temperaturi joase (20—1100°C), apare un efect endotermic important, corespunzînd disocierii termice a $CaCO_3$ (la 700 — 1000°C) şi un vîrf endotermic la 575°C care reprezintă punctul de transformare: β cuarţ → α cuarţ. În cazul probei cu adaos de 1,5% Na_2SiF_6, curba ATD (curba b, fig. 1) evidenţiază, în primul rînd, faptul că procesul de disociere a $CaCO_3$ începe şi se termină mult mai devreme (începe la 580°C şi se termină la 940°C). Transformarea: β cuarţ → α cuarţ are loc la 520°C (vîrf endotermic *A*); în afara vîrfului endotermic (*A*), diagrama mai prezintă alte 4 efecte endotermice — *B,B', D,F*, la 700, 800, 870 şi 910°C, care corespund procesului de disociere a $CaCO_3$ (*B,B'D*) şi de descompunere a spuritului (*F*). Procesul de decarbonatare (în intervalul de temperatură de pînă la 940°C) se desfăşoară în 4 etape consecutive (fig. 1 curba b) —

despărţite de 3 efecte caracteristice formării silicaţilor, aluminaţilor, gehlenitului şi spuritului (vîrfurile *C,C'* şi *E*) : prima etapă, de la 580°C—720°C, $CaCO_3$ se disociază sub influenţa Na_2SiF_6 cu o variaţie de masă relativ mică $\Delta P_1 = 2{,}5\%$; în această etapă începe să se formeze şi aluminatul monocalcic şi silicatul bicalcic. Etapa următoare cuprinsă între 720°C—830°C se caracterizează printr-o variaţie de masă importantă $\Delta P_2 = 18{,}9\%$, CaO format reacţionează în continuare cu SiO_2 şi Al_2O_3, formînd silicat şi aluminat de calciu ; se formează, de asemenea, spurit (efectul C' la 830°C). Etapa a treia are loc în interval de 830°C—880°C ; $CaCO_3$ se disociază puternic, cu o variaţie de masă $\Delta P_3 = 9{,}7\%$; şi în această etapă au loc, concomitent, procese de formare a silicaţilor, aluminaţilor, gehlenitului, evidenţiate prin efectul *E* la 880°C. În ultima etapă, care se desfăşoară în intervalul de 880°C—940°C, se desăvîrşeşte procesul de decarbonatare, odată cu descompunerea spuritului format.

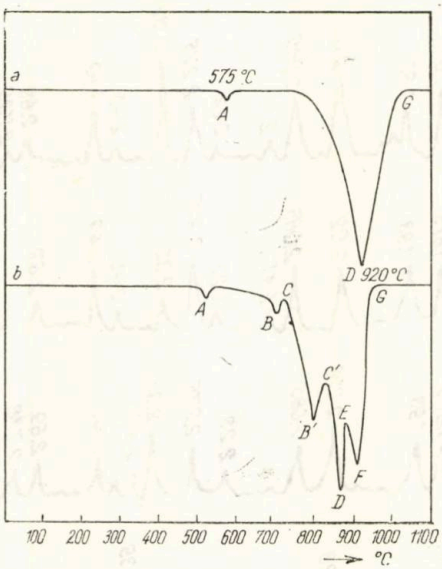


Fig. 1. — Curba ATD a unui amestec avînd $S_k = 0{,}96$, $M_{Si} = 2{,}2$ şi $M_{Al} = 2{,}0$ fără adaos (a) şi cu adaos 1,5% Na_2SiF_6 (b)

Pentru identificarea fazelor formate la diverse temperaturi, s-au efectuat analize röentgenografice pe probe obţinute prin arderea la temperaturi diferite a amestecurilor cu şi fără mineralizator. Am observat că, la temperaturi joase — 500—700°C în amestecul ars fără adaos, nu apar linii corespunzătoare unor componenţi noi ; acestea apar numai peste 800°C (curba c, fig. 2). În cazul probelor arse cu adaos 1,5% Na_2SiF_6, liniile specifice silicatului bicalcic apar chiar la temperaturi mai mici de 600°C (curba a, fig. 3). Röentgenograma din figura 3 evidenţiază fazele existente în fiecare din punctele caracteristice de pe curba *ATD*. Astfel, la temperaturi de 600°C, fazele prezente în sistem — în afara

unor componenţi primari — sînt: silicatul bicalcic, aluminatul monocalcic. La temperatura de 840°C se pun în evidenţă: spuritul, silicatul bicalcic, gehlenitul, aluminatul monocalcic. La temperatura de 900°C, fazele prezentate sînt: spuritul, $2\,CaO \cdot Al_2O_3 \cdot SiO_2$, $2\,CaO \cdot SiO_2$, $CaO \cdot Al_2O_3$, $3\,CaO \cdot Al_2O_3$.

Spuritul se disociază de la 910°C după ecuaţia:

$$(2\,CaO \cdot SiO_2)_2 \cdot CaCO_3 \rightarrow 2(2\,CaO \cdot SiO_2) + CaO + CO_2.$$

Această disociere este evidenţiată — aşa cum s-a arătat — prin vîrful endotermic F; ca urmare, în masele corespunzătoare punctului G (fig. 1) nu a mai fost identificat spuritul şi, desigur, nici carbonatul de

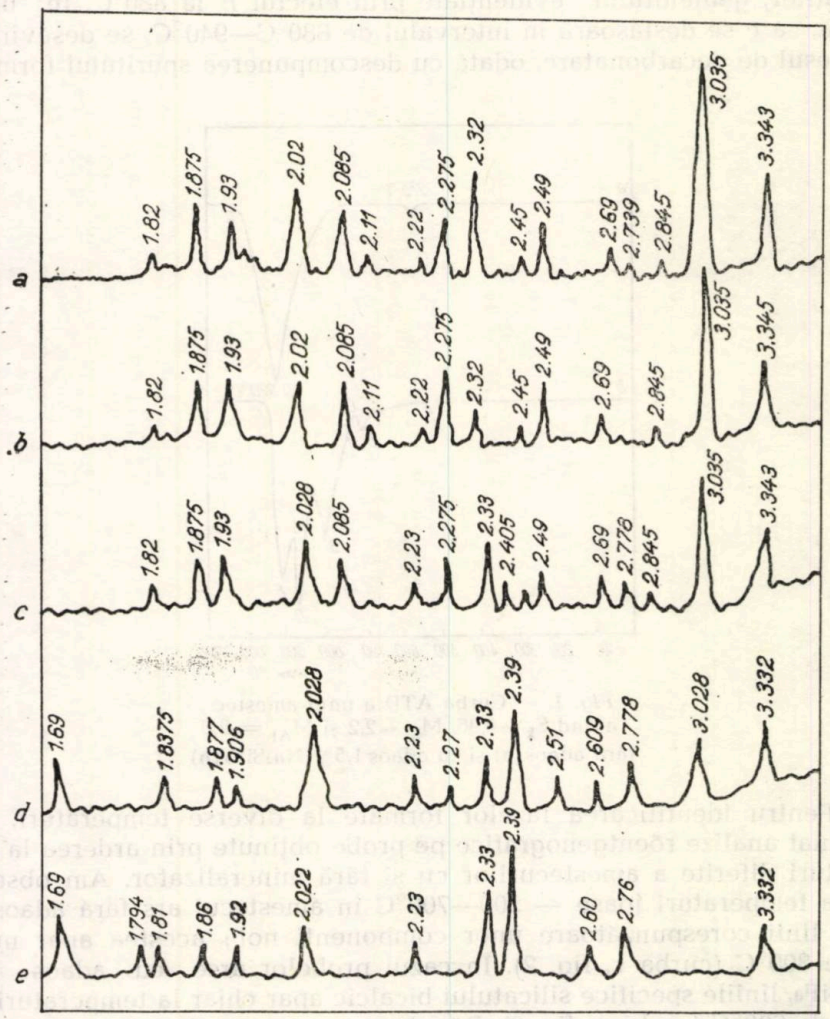


Fig. 2. — Roentgenogramele probelor ($S_k = 0{,}96$, $M_{Si} = 2{,}2$, $M_{Al} = 2{,}0$) arse fără adaos de mineralizator: a — 600°C, b — 700°C, c — 800°C, d — 1020°C, e — 1120°C.

calciu, fazele prezentate puse în evidență fiind : $2\,CaO \cdot SiO_2$, $2\,CaO \cdot Al_2O_3 \cdot SiO_2$, $4\,CaO \cdot Al_2O_3 \cdot Fe_2O_3$, $3\,CaO \cdot Al_2O_3$, $(2\,CaO \cdot SiO_2)_2 \cdot CaF_2$ (curbă e, fig. 3).

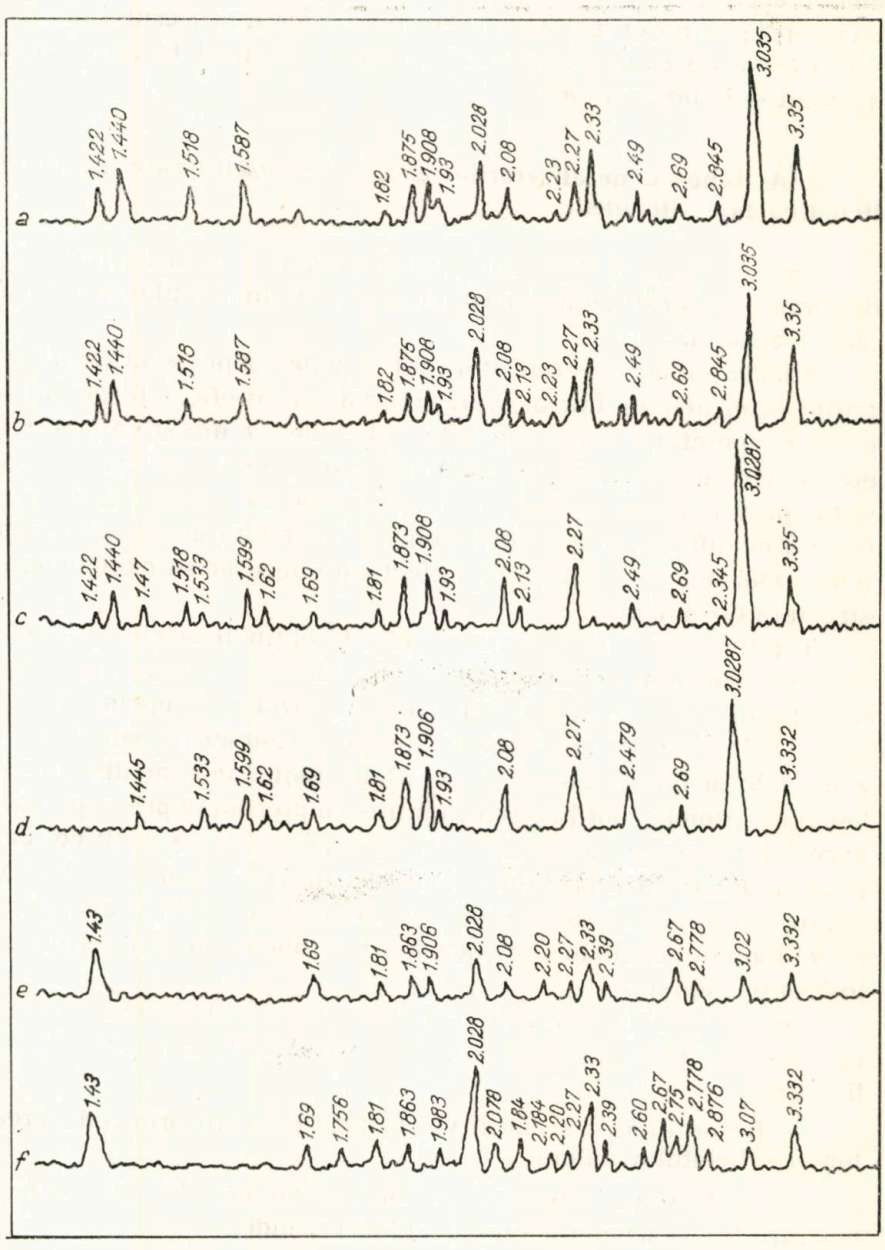


Fig. 3. — Roentgenogramele probelor (S_k =0,96, M_{Si} =2,2 M_{Al}=2,0) arse cu adaos de 1,5% Na_2SiF_6 : a — 600°C, b — 700°C, c — 840°C, d — 900°C, e — 940°C, f — 1050°C.

Analizele termice şi röentgenografice efectuate au pus în evidenţă efectul accelerator şi mecanismul acţiunii adaosului de Na_2SiF_6 în amestecul brut; se observă o accelerare însemnată a procesului de disociere a $CaCO_3$ şi de apariţie a noilor compuşi — silicat bicalcic, aluminaţi, gehlenit — în fază solidă.

3. Acţiunea mineralizatorilor asupra proceselor care au loc cu participarea fazei lichide.

Apariţia fazei lichide are un rol esenţial în desăvîrşirea reacţiilor de formare a constituienţilor mineralogici ai clincherului de ciment, mai ales a alitului.

Adaosurile de mineralizatori pot acţiona asupra apariţiei şi proprietăţilor fazei lichide. Într-adevăr, mineralizatorii eficienţi conduc la scăderea temperaturii de apariţie a fazei lichide (ca urmare a amestecurilor eutectice ce le formează cu reactanţii), precum şi la schimbări importante ale proprietăţilor topiturii (mai ales scăderea vîscozităţii sale), ca urmare a modificărilor ce le determină în structura acesteia. Pentru a înţelege mai bine acest din urmă efect este necesar să examinăm succint structura fazei lichide.

Topiturile care apar în procesele de obţinere a clincherului de ciment portland sînt constituite din grupe anionice izolate sau grupate (de tipul $[SiO_4]^{4-}$ sau analoage lor); ionul central al grupelor coordinative (Si^{4+}, Al^{3+}, Fe^{3+})*) se caracterizează printr-un coeficient de difuziune mic în raport cu cel al celorlalţi ioni. Ionii modificatori (Ca^{2+}), legaţi de grupele coordinative amintite, cu precădere prin legături ionice, necesită o energie de activare a deplasării mai mică decît cei de siliciu şi se caracterizează prin coeficienţi de difuziune mai ridicaţi. Oxigenul din topiturile la care ne referim are coeficientul de difuziune apropiat de cel al ionului de calciu şi de aceea este probabil ca deplasarea celor doi ioni să fie cuplată.

Pentru ca acţiunea acceleratoare a fazei lichide asupra procesului de legare a oxidului de calciu să fie intensificată este necesar să se acţioneze:

— fie în direcţia scăderii vîscozităţii topiturii prin reducerea rezistenţei scheletului anionic;

— fie în sensul creşterii mobilităţii ionilor de Ca^{2+} prin slăbirea legăturii lor cu scheletul anionic al fazei lichide.

Scăderea vîscozităţii influenţează asupra vitezei reacţiilor chimice din sistem prin aceea că determină creşterea coeficienţilor macroscopici

*) Ionii Al^{3+} şi Fe^{3+} pot coordina atît tetraedic, cît şi octaedric. Trecerea de la coordinarea tetraedică la cea octaedrică determină o creştere a mobilităţii lor.

de difuziune şi deci o intensificare a proceselor de difuziune. Într-adevăr se poate scrie [5];

$$D = \frac{KT}{\eta}.$$

în care T este temperatura în $^{\circ}K$;

η — vîscozitatea topiturii *)

K — constantă.

Cercetările lui Budnicov şi colaboratorii [6] au evidenţiat faptul că mobilitatea ionilor Ca^{2+} scade, de pildă, sub acţiunea ionului Ba^{2+}, care este mai electropozitiv. Consideraţii teoretice verificate experimental, au arătat că introducerea, în topituri, a unor ioni modificatori care se caracterizează printr-o electronegativitate mai scăzută decît a Ca^{2+}, determină, de regulă, creşterea stabilităţii grupelor anionice complexe şi deci creşterea vîscozităţii topiturii. Din contră, are loc o scădere a vîscozităţii topiturii la introducerea unor ioni cu electronegativitate mai mare decît Ca^{2+} O acţiune similară de scădere a vîscozităţii o au şi adaosurile care determină distrugerea complecşilor silicatici, aluminatici şi feritici din topitură — de pildă compuşii cu fluor; într-adevăr ionul F^- acţionează prin ruperea legăturilor rigide de tipul Si-O şi Al-O; conduce prin aceasta la descompunerea complecşilor silicatici şi aluminatici existenţi la topitură, determinînd scăderea vîscozităţii sale. La creşterea, însă, a cantităţii de adaosuri de compuşi cu fluor peste o anumită valoare, vîscozitatea masei creşte, ca urmare a intensificării puternice a proceselor de cristalizare [7]. Budnicov şi colaboratorii [8] studiind vîscozitatea fazei lichide la diferite temperaturi, pentru o masă avînd compoziţia $SiO_2 = 6\%$, $Al_2O_3 = 22{,}7\%$, $Fe_2O_3 = 16{,}5$ şi $CaO = 54{,}8\%$, constată că, la folosirea unor adaosuri de Na_2SiF_6 de pînă la 1%, vîscozitatea scade, pentru ca apoi, la un adaos de 2%, vîscozitatea fazei lichide să crească. Reprezentarea grafică a unor rezultate obţinute în lucrarea [8] este dată în figura 4. Evident, vîscozitatea fazei lichide depinde nu numai de cantitatea, ci şi de natura mineralizatorilor utilizaţi.

Un factor important de care depinde viteza de formare a clincherului este şi acela al solubilizării CaO şi C_2S în masa topită; acest proces poate fi accelerat prin intermediul adaosurilor de mineralizatori, intensificîndu-se astfel legarea oxidului de calciu şi formarea alitului.

Tabela 1 cuprinde date proprii şi din literatură [1] referitoare la legarea CaO, în amestecuri arse la diferite temperaturi, cu adaosuri de CaF_2, TiO_2 şi $Na_2.SiF_6$.

*) Vîscozitatea la rîndul său este funcţie de temperatură, scăzînd odată cu aceasta; la o temperatură dată vîscozitatea topiturii depinde de compoziţia oxidică; dintre constituenţii oxidici principali ai clincherului, oxidul feric determină scăderi importante ale vîscozităţii topiturii.

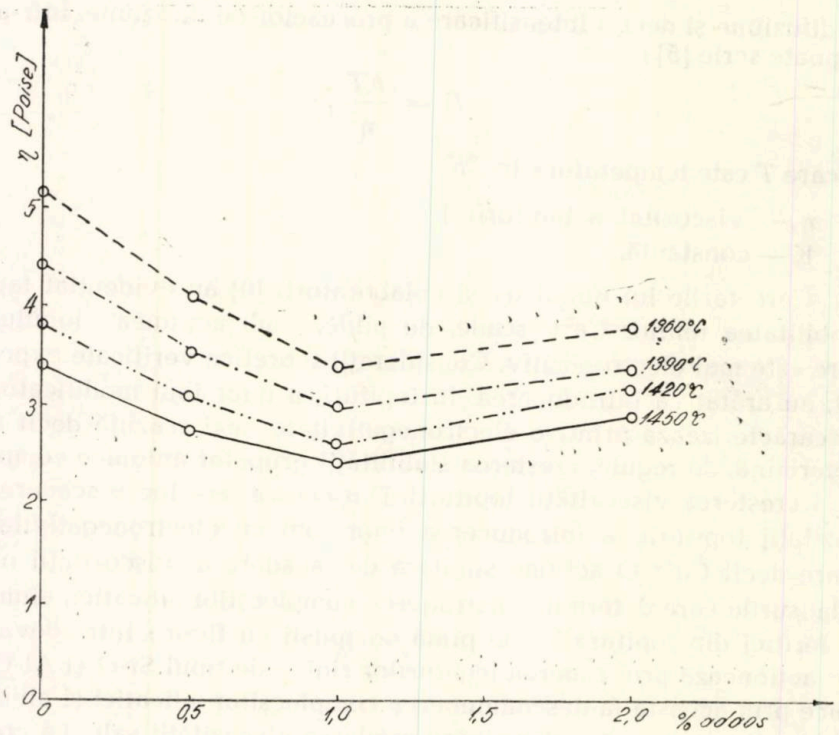


Fig. 4. — Variația vîscozității fazei lichide în funcție de cantitatea de Na_2SiF_6 folosită.

Tabela 1

Amestecul	Cantități de adaos în %	Calcea liberă în %, la t°C					
		1100	1200	1300	1350	1400	1450
$S_k = 0,90$	fără adaos	25,51	19,84	17,01	—	8,82	4,09
$M_{Al} = 1,69$	3% TiO_2	20,62	17,23	7,42	—	0,32	0
$M_{Si} = 2,53$	5% TiO_2	26,47	17,25	5,21	—	0,29	0
date [1]	0,25% CaF_2	1,62	0,50	0	—	0	0
	0,50% CaF_2	0,50	0	0	—	0	0
	0,7 % CaF_2	1,25	0,43	0,43	—	0,16	0
$S_k = 0,96$	fără adaos	—	—	—	2,76	1,69	0,91
$M_{Al} = 2,0$	0,3% Na_2SiF_6	—	—	—	0,37	0,10	0
$M_{Si} = 2,2$	0,5% Na_2SiF_6	—	—	—	0,40	0,17	0,04
date proprii	1,0% Na_2SiF_6	—	—	—	0,44	0,21	0,05
	1,5% Na_2SiF_6	—	—	—	0,51	0,30	0,07

4. Acțiunea mineralizatorilor asupra proceselor de formare și creștere a cristalelor compușilor mineralogici din clincher.

Procesul de cristalizare a constituenților mineralogici din clincher, îndeosebi a silicaților de calciu, depinde — pentru o masă dată — de regimul de ardere și răcire ; dimensiunea cristalelor constituenților menționați variază în limite destul de largi. Iung și Timașev [9] subliniază influența pe care o prezintă, asupra vitezei de creștere a cristalelor alitului, temperatura și durata de menținere a materialului în zona de ardere a cuptorului. Intensificarea creșterii cristalelor de alit se manifestă numai la temperaturi peste 1460—1470°C ; la temperaturi pînă la 1460°C, creșterea cristalelor alitului decurge încet (fig. 5 : în intervalul de 1300—1470°C, cristalele cresc cu aproximativ 1/6 μ la 1°C ; în intervalul de 1470—1530°C (B-C) viteza de creștere este de 1,5 μ la 1°C, iar de la 1530°C—2000°C (*C-D*) viteza este foarte mult mărită). Creșterea cristalelor de alit depinde — așa cum s-a arătat — și de durata de menținere în zona de ardere (fig. 6) ; dacă amestecul se menține la temperatura de 1450°C, timp de o oră, cristalele cresc de la 18 la 35 μ ; menținerea la palier peste 3 ore nu mai determină decît creșteri foarte mici ale cristalelor.

În prezența mineralizatorilor, cristalizarea constituenților mineralogici din clincher este accelerată, atît ca urmare a creșterii vitezei de apariție a germenilor de cristalizare cît și a vitezei de creștere a cristalelor.

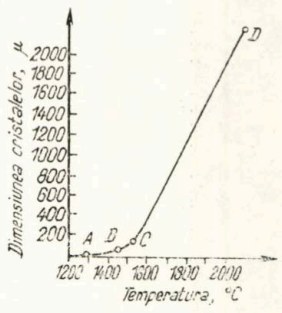


Fig. 5. — Vteza de creștere a cristalelor de alit în funcție de temperatură.

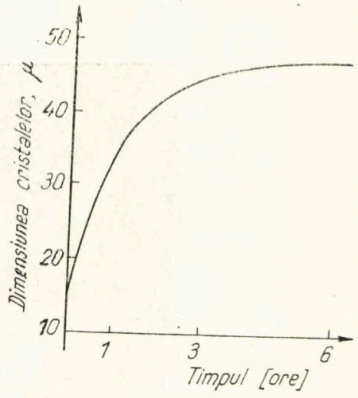


Fig. 6. — Creșterea crsitalelor de alit în funcție de timpul de menținere la 1450°C.

Belov [10] arată că acțiunea de mineralizare a anionilor componenți ai mineralizatorilor se manifestă, în majoritatea cazurilor, în timpul formării sau mai precis în timpul creșterii cristalelor. Belov consideră procesul de mineralizare în formarea cristalului ca un proces în trepte. El poate fi întrerupt, la un moment dat, cînd are loc schimbarea factorilor

termodinamici, încetarea intrării în topitură a unor noi cantităţi de reactanţi etc. Dacă procesul formării cristalelor decurge astfel încît atomii marginali ai acestora nu sînt saturaţi (au valenţe nesatisfăcute), atunci, în absenţa din mediul înconjurător a unor ioni corespunzători, începe resorbţia cristalelor formate. Fenomenul menţionat nu se întîmplă dacă în timpul opririi procesului de cristalizare, suprafaţa cristalului este înconjurată de ioni de aceeaşi mărime, dar monovalenţi (în cazul amestecurilor oxidice, iar în general vorbind — ioni cu o valenţă mai mică); în acest mod dispar valenţele libere de pe suprafaţa cristalului, are loc o saturare a acestora, este împiedicată resorbţia, cristalul fiind astfel protejat. În cazul cînd nu se folosesc mineralizatori, pe suprafaţa clincherului de ciment se observă cristale de alit şi belit cu margini resorbite. Prin adăugarea mineralizatorilor de CaF_2 sau Na_2SiF_6, cristalele cu margini resorbite de alit şi belit lipsesc.

Natura mineralizatorilor influenţează esenţial asupra texturii clincherului şi din alt punct de vedere. Astfel, Ponomarev [11] afirmă că folosirea $CaSiF_6$ ca mineralizator determină formarea unei structuri macrocristaline, în timp ce la folosirea Na_2SiF_6 ca mineralizator, se formează o structură microcristalină; cationul Ca^{++}, spre deosebire de cationul Na^+, conduce la apariţia unui număr mai mic de germeni de cristalizare, provocînd în schimb creşterea importantă a cristalelor.

Examinînd microscopic, în laboratorul nostru, clincher fără adaos, ars la 1450°C, am observat o cristalizare insuficient de bine definită a alitului şi belitului, o formă neregulată a cristalelor acestora, şi un număr însemnat de incluziuni; cristalele erau insuficient dezvoltate, cu dimensiuni mici : alitul — 5-35 μ, iar belitul 5-30 μ — fig. 7 (clincherul cercetat se caracterizează prin $S_k = 0{,}96\%$; $M_{Si} = 2{,}2$; $M_{Al} = 2{,}0$).

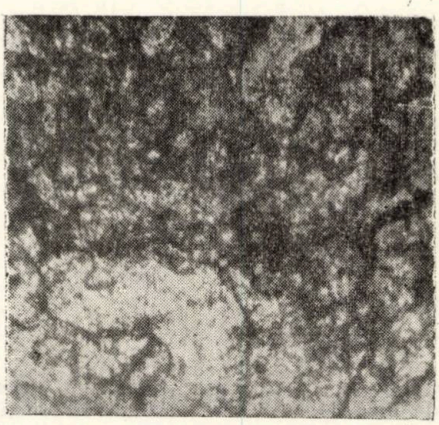


Fig. 7. — Microfotografia clincherului ars la 1450°C, fără adaos de mineralizator, x 300.

În cazul clincherului cu adaos 0,3% Na_2SiF_6, de aceeaşi compoziţie şi ars tot la 1450°C, s-a observat o structură cristalină mai ordonată cu cristale mai bine conturate, mai bine dezvoltate : dimensiunile cristalelor de alit fiind 15-60 μ, iar ale belitului de 10-45 μ. La aceasta se

adaugă creşterea conţinutului în alit de la 62% la 72%, cu scăderea corespunzătoare a conţinutului în belit (fig. 8).

În cazul adăugării, ca mineralizator, a unei cantităţi de 0,5% $MgSiF_6$, analiza microscopică a probelor de clincher obţinute pune în evidenţă cristale şi mai bine dezvoltate, dimensiunile cristalelor de alit fiind cuprinse între 50-120 μ iar ale cristalelor de belit între 30-80 μ Conţinutul în alit creşte la 76%, scăzînd în schimb, alături de conţinutul în belit, şi conţinutul în $3CaOI.Al_2O_3$ (fig. 9).

Fig. 8. — Microfotografia clincherului ars la 1450°C cu 0,3% Na_2SiF_6, x 300.

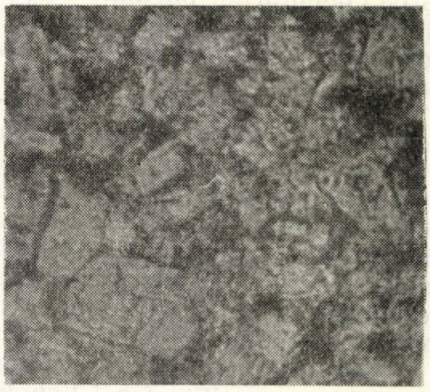


Fig. 9. — Microfotografia clincherului ars la 1450°C cu 0,5% $MgSiF_6$, x 300.

Folosirea $MgSiF_6$ ca mineralizator determină formarea unei texturi macrocristaline mai pronunţate în raport cu cazul utilizării Na_2SiF_6. Această constatare este în bună concordanţă cu constatarea lui Ponomarev [1]. Faptul că magneziul, care se caracterizează printr-o electronegativitate (1,2) mai mare decît electronegativitatea sodiului (0,9), determină o instabilitate mai mare a grupelor anionice din topitură, conduce la o scădere mai accentuată a vîscozităţii topiturii şi, ca urmare, la o intensificare a proceselor de cristalizare în ansamblul lor. Se constată că, cu cît electronegativitatea cationului este mai mare, vîscozitatea topiturii este mai mică şi dimensiunile cristalelor din clincher mai mari.

5. Tipuri de mineralizatori. Influenţa lor asupra proceselor de formare a clincherelor.

Studierea efectelor diverselor adaosuri de mineralizatori asupra proceselor de formare a clincherului de ciment a făcut obiectul unui număr mare de cercetări ; s-a examinat acţiunea unui grup mare de săruri avînd ca anioni : F^-, SiF_6^{2-}, Cl^-, CO_3^{2-}, PO_4^{3-}, NO_3^-, SO_4^{2-}, iar drept cationi : Na^+, K^+, Li^+, Be^{2+}, Mg^{2+}, Ca^{2+}, Sr^{2+}, Ba^{2+}, Zn^{2+}, Fe^{2+}, Fe^{3+}, Al^{3+}, precum şi a unor oxizi cum sînt : TiO_2, P_2O_5, Fe_2O_3, Cr_2O_3, Mn_2O_3 etc.

5.1. *Săruri folosite ca mineralizatori*

5.1.1. *Compuşi cu fluor*

Pînă în prezent s-au efectuat cercetări referitoare la acţiunea mineralizatoare a următorilor compuşi cu fluor : LiF, NaF, MgF_2, BeF_2, CaF_2, BaF_2, AlF_3, Li_2SiF_6, Na_2SiF_6, K_2SiF_6, $MgSiF_6$, $CaSiF_6$, $BaSiF_6$

Compuşii cu fluor au putut fi folosiţi cu bune rezultate atît la fabricarea cimenturilor portland obişnuite, cît şi la obţinerea clincherelor de ciment portland albe şi colorate. În cazul cimenturilor portland albe, compuşii cu fluor, şi îndeosebi Na_2SiF_6, determină şi o creştere a gradului de alb.

Rolul acestor substanţe ca acceleratori ai proceselor care se desfăşoară în fază solidă, se explică, în principal, prin grăbirea disocierii carbonatului de calciu şi a componentului argilos din amestecul brut, prin creşterea capacităţii de reacţie a reactanţilor, în special ca urmare a efectului distructiv pe care-l au asupra reţelei acestora ; are loc o depolimerizare a componenţilor silicioşi, o slăbire a legăturii Si-O şi ca urmare o creştere a reactivităţii acestor compuşi ; compuşii cu fluor determină o creştere a vitezei de transformare polimorfă a modificaţiilor cristaline a SiO_2, ceea ce conduce la o labilizare a reţelei sale.

Efectul accelerator al acestor substanţe constă însă, în primul rînd, în grăbirea apariţiei fazei lichide şi în micşorarea vîscozităţii acesteia (adăugate în anumite proporţii).

În prezent este verificat faptul că, în prezenţa compuşilor cu fluor, este accelerată formarea silicaţilor, în special a silicatului tricalcic (aşa cum am mai arătat, în timpul răcirii, florurile determină şi o creştere a vitezei de descompunere a $3CaO.SiO_2$; în prezenţa MgO şi Al_2O_3, precum şi a altor oxizi care formează soluţii solide cu silicatul tricalcic — condiţie realizată în cazul amestecului pentru obţinerea clincherului de ciment portland — silicatul tricalcic este stabilizat).

Adaosul de compuşi cu fluor provoacă descompunerea aluminatului tricalcic ; soluţiile solide aluminatferitice devin mai sărace în alumină. Pornind de la această constatare, Okorokov şi Volfson [12] au subliniat posibilitatea dirijării distribuţiei oxidului de calciu între Al_2O_3 şi SiO_2 ; teoretic acest proces poate fi înfăţişat astfel :

$$7\,(3\,CaO \cdot Al_2O_3) \rightarrow 12\,CaO \cdot 7\,Al_2O_3 + 9\,CaO$$

$$9\,(2\,CaO \cdot SiO_2) + 9\,CaO \rightarrow 9\,(3\,CaO \cdot SiO_2)$$

$$7\,(3\,CaO \cdot Al_2O_3) + 9\,(2\,CaO \cdot SiO_2) \rightarrow 9\,(3\,CaO \cdot SiO_2) + 12\,CaO \cdot 7\,Al_2O_3$$

Autorii citaţi au verificat experimental, cu bune rezultate, consideraţiile menţionate mai sus.

Volkonski, Konovalov şi Makaşev [1], care au studiat efectul CaF_2 în procesul de asimilare a CaO în clincherul de ciment portland, arată că, în prezenţa CaF_2, formarea mineralelor se termină la temperaturi mult mai scăzute decît în probele fără mineralizatori ; astfel, în masele avînd un adaos de 0,5% CaF_2, la 1200°C, calcea liberă practic lipseşte din clincherul de ciment, în timp ce în probele fără mineralizatori, la aceeaşi temperatură, se observă o cantitate de 19 . . . 21 % calce liberă

(tabela 2). În același tabel sînt prezentate, prin comparație, și datele proprii obținute pe un clincher avînd $S_k = 0,96$, $M_{Si} = 2,2$ și $M_{Al} = 2,0$, mineralizat cu CaF_2 sau MgF_2.

Tabela 2

Amestecul	Adaosul %	Calcea liberă % la t°C					
		1000	1200	1300	1350	1400	1450
$M_{Si} = 1,38$	fără adaos	24,32	18,95	17,14	—	4,91	2,14
$M_{Al} = 1,92$	0,5% CaF_2	1,82	0	0	—	0	0
$S_k = 0,89$	1% CaF_2	1,26	1,16	0,08	—	0	0
$M_{Si} = 1,97$	fără adaos	25,51	19,84	17,01	—	8,82	4,09
$M_{Al} = 1,96$	0,5% CaF_2	0,50	0	0	—	0	0
$S_k = 0,88$	1% CaF_2	1,25	0,43	0,25	—	0	0
$M_{Si} = 2,29$	fără adaos	26,98	21,3	13,91	—	5,39	2,54
$M_{Al} = 2,24$	0,5% CaF_2	0,12	0	0	—	0	0
$S_k = 0,87$	1% CaF_2	1,25	0,12	0,1	—	0	0
$M_{Si} = 2,2$	fără adaos	—	—	—	2,76	1,69	0,91
$M_{Al} = 2,0$	0,298% MgF_2	—	—	—	0,50	0,16	0,08
$S_k = 0,96$	0,373% CaF_2	—	—	—	0,62	0,20	0,10

Procesul de clincherizare decurge mai deplin în cazul făinelor brute cu adaos de compuși cu fluor. Konovalov [13], cercetînd un amestec de compoziție dată, arată că la un adaos de 0,5% CaF_2 obține clincherul cu compoziția mineralogică cea mai bună; creșterea conținutului de CaF_2 peste această valoare nu îmbunătățește compoziția mineralogică, are loc o scădere a cantității de alit și o sporire a proporției de belit (fig. 10).

Studiind efectul mineralizator al MgF_2 în procesul de formare a clincherului de ciment, Lea [14] a constatat că un dozaj de 1% MgF_2 dă un rezultat mai bun decît același dozaj de CaF_2. Rezultate similare au fost obținute și de către unul din autorii lucrării de față [15].

Okorokov și Golinko-Volfson [16] au stabilit următoarea scară a intensității efectului unor fluoruri folosite ca adaosuri de accelerare a proceselor de formare a clincherelor:

$$NaF > BaF_2 > AlF_3 > CaF_2$$

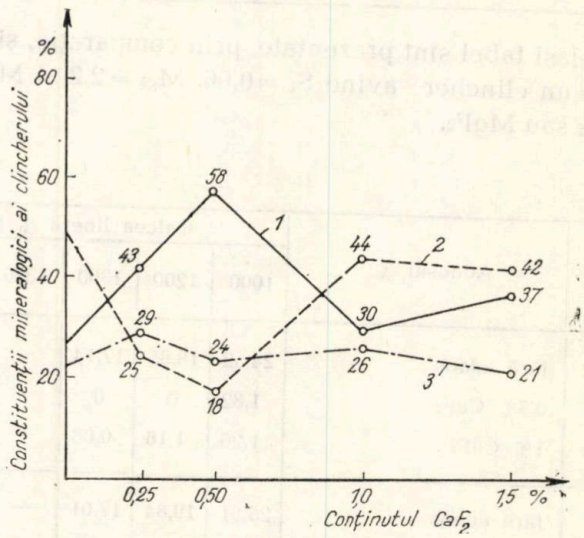


Fig. 10. — Modificarea compoziției mineralogice a clincherului în funcție de adaosul de CaF_2.
1. alit 2. belit 3. celit

Din datele obținute de noi pentru efectul mineralizator al fluorurilor, rezultă un paralelism evident între valoarea acestui efect și natura cationilor, plasarea lor în sistemul periodic al elementelor. Într-adevăr se obține următoarea scară a efectului mineralizator :

Fluoruri ale elementelor din gr. I. a sistemului periodic	LiF	> NaF	> KF
Electronegativitatea relativă a elementelor din gr. I a sistemului periodic (x)	1,0	0,9	0,8
Raza cationului (r_i)	0,78	0,98	1,33
Intensitatea cîmpului electrostatic al cationului * $\left(\frac{Z}{a^2}\right)$	0,225	0,188	0,135
Fluoruri ale elementelor din grupa a II-a a sistemului periodic	MgF_2	> CaF_2	> BaF_2
Electronegativitatea relativă a elementelor din grupa a II-a a sistemului periodic (x)	1,2	1,0	0,9
Raza cationului (r_i)	0,78	1,06	1,43
Intensitatea cîmpului electrostatic al cationului $\left(\frac{Z}{a^2}\right)$	0,475	0,345	0,255

*) S-a notat cu Z — sarcina cationului și cu a distanța interionică.

În ultima vreme, o atenție deosebită se acordă folosirii raționale, ca mineralizatori, a fluorosilicaților, în special a Na_2SiF_6.

Acțiunea de mineralizare a acestor adaosuri aste relativ asemănătoare cu acțiunea fluorurilor. Mecanismul acțiunii fluorosilicaților este studiat relativ puțin. După Volkonski și colaboratorii [1], în procesul de ardere, fluorosilicații se descompun la temperatura de circa 500°C, rezultînd MeF și SiF_4, care intră în interacțiune cu materia primă și determină o creștere a capacității de reacție, mai mare decît cea care se înregistrează la folosirea fluorurilor. Butt și Șahmagon [17] observă că în urma interacțiunii Na_2SiF_6 cu amestecul de materii prime și a descompunerii sale, se formează CaF_2 și NaF care dau un amestec a cărui temperatură de topire este de 810°C, accelerînd în mod important procesele de formare a clincherului.

Fluorosilicații, influențînd atît reacțiile care decurg în faza solidă cît și cele care au loc cu participarea fazei lichide, determină creșterea vitezei de asimilare a CaO, reducînd temperatura de ardere, mărind productivitatea cuptorului și ridicînd calitatea clincherului de ciment. Palei [18] și Gherman și Sahmagon [19] au confirmat că fluorosilicatul de sodiu este mai activ decît CaF_2 (tabela 3); într-un clincher cu $M_{Si} = 3,3$, $M_{Al} = 1,46$, $S_k = 1,0$, ars la 1400°C, se constată, în cazul utilizării unui adaos de 1,5% Na_2SiF_6, o scădere a conținutului de calce liberă pînă la 1,87%, față de 8,6% — în clincherul fără adaos și 2,98% — în clincherul cu 1,5% CaF_2.

Tabela 3

Amestecul	Mineralizatori	% de adaos	Calcea liberă % la t°C		
			1100	1300	1400°C
$M_{Si} = 3,3$	fără adaos	0	42,04	13,76	8,60
$M_{Al} = 1,46$	CaF_2	0,5	32,15	8,79	5,76
$S_k = 1,0$	CaF_2	1,0	25,68	7,64	5,01
	CaF_2	1,5	22,35	4,92	2,98
	Na_2SiF_3	0,5	30,24	10,47	6,09
	Na_2SiF_6	1,0	17,01	5,55	2,27
	Na_2SiF_6	1,5	13,19	4,24	1,87

Okorokov [1] a stabilit următoarea ordine a activității fluorosilicaților studiați:

$$Na_2SiF_6 > MgSiF_6 > CaSiF_6$$

Pentru examinarea influenței unor fluorosilicați asupra gradului de asimilare a CaO în procesul de formare a clincherului, am ars, la diferite temperaturi, un amestec brut cu $M_{Si} = 2,2$, $M_{Al} = 2,0$, $S_k = 0,96$, folosind procente diferite de adaos mineralizator; rezultatele obținute sînt prezentate în tabela 4.

Tabela 4

Mineralizatori	% de adaos	Calcea liberă în % la t°C		
		1350	1400	1450
Fără adaos	0	2,76	1,69	0,91
Na_2SiF_6	0,3	0,37	0,10	0,00
	0,5	0,40	0,17	0,04
	1,0	0,44	0,21	0,05
	1,5	0,51	0,30	0,07
K_2SiF_6	0,3	0,52	0,19	0,10
	0,5	0,49	0,14	0,00
	1,0	0,58	0,45	0,39
	1,5	0,65	0,80	1,10
$MgSiF_6$	0,3	0,50	0,20	0,06
	0,5	0,32	0,10	0,00
	1,0	0,50	0,21	0,09
	1,5	0,64	0,22	0,10

Rezultatele obţinute arată că, în comparaţie cu K_2SiF_6 şi $MgSiF_6$, fluorosilicatul de sodiu are un efect mai mare asupra legării CaO :

$$Na_2SiF_6 > MgSiF_6 > K_2SiF_6$$

Datele pe care le-am obţinut, coroborate cu cele ale lui Okorov, precum şi cu alte date existente în literatură sugerează, şi în acest caz, existenţa unui paralelism între efectul mineralizator şi poziţia cationilor în sistemul periodic al elementelor, evidenţiindu-se o anumită regularitate care urmăreşte ordinea elementelor în acest sistem.

Pe lîngă creşterea vitezei de legare a calcei, adaosul de fluorosilicaţi, în făinele brute, determină şi o creştere a calităţii clincherului de ciment, prin mărirea cantităţii de alit şi reducerea cantităţii de belit, precum şi prin îmbunătăţirea texturii, ceea ce are drept consecinţă creşterea rezistenţelor mecanice ale cimentului la toate termenele, şi mai ales, a rezistenţelor iniţiale.

5.1.2. *Sulfaţi*

Pe lîngă compuşii cu fluor, în industria de ciment au căpătat utilizare unii sulfaţi, şi îndeosebi sulfatul de calciu. În urma cercetărilor efectuate s-a constatat că sulfaţii acţionează pozitiv atît la temperaturi

relativ scăzute — în fază solidă, cît şi la temperaturi mai ridicate în prezenţa fazei lichide, accelerînd procesele de formare a mineralelor din clincher şi ridicînd calitatea cimentului.

Examinînd influenţa mineralizatoare a sulfaţilor, Budnikov [4] a constatat că la arderea clincherului de ciment portland, cu un mic adaos de sulfat de calciu, este intensificată desfăşurarea interacţiilor dintre CaO şi SiO_2, determinînd formarea unei cantităţi sporite de $3CaO.SiO_2$. Influenţa sulfatului de calciu asupra procesului de formare a alitului este explicat de autor, îndeosebi, prin apariţia la temperaturi mai mici a fazei lichide, care intensifică procesele de difuziune a reactanţilor. Deosebit de importantă este însă influenţa sulfatului de calciu asupra formării aluminaţilor. Budnikov [20] şi Rogozina [21] au pus în evidenţă prin cercetările efectuate că, în şarjele care în mod normal ar trebui să conţină mult $3CaO.Al_2O_3$, la adăugarea sulfatului de calciu, se formează un compus de tipul n ($CaO.Al_2O_3$). $CaSO_4$. Formarea n ($CaO.Al_2O_3$). $CaSO_4$ are loc la temperaturi relativ joase, fiind stabil în intervalul 1100-1370°C, după care, ca rezultat al descompunerii sale parţiale şi a legării de CaO, se formează $12CaO.7Al.O_3$ [4]. Din cele arătate rezultă că, în prezenţa sulfatului de calciu, este frînată formarea $3CaO.Al_2O_3$; apare deci posibilitatea dirijării distribuţiei oxidului de calciu în sensul formării unei cantităţi sporite de alit în clincher.

Sulfatul de calciu adăugat în amestecul brut, în cantitate de 2—4%, exercită o puternică influenţă asupra legării CaO chiar la temperaturi mai joase de ardere, de 1300—1350°C — tabela 5 [22]. Adaosuri mai mari de sulfat de calciu (10%) devin dezavantajoase.

Tabela 5

Adaos ghips %	Calcea liberă în % la temperatura °C				
	1200	1300	1350	1400	1450
0	18,98	8,66	5,38	2,48	0
2	16,48	0,94	0,77	0,75	0,57
4	15,43	0,45	0,47	0,38	0,56
10	10,82	9,20	8,68	7,39	0,99

Analiza roentgenografică a clincherului ars la 1300—1350°C fără adaos de ghips evidenţiată — pentru $3CaO.SiO_2$ — linii slabe, iar pentru $2CaO.SiO_2$, $3CaO.Al_2O_3$ şi $4CaO.Al_2O_3.Fe_2O_3$ — linii intense; $CaO.Al_2O_3$ lipseşte; cu un adaos de 4% ghips, în clincherul ars la aceleaşi temperaturi, liniile corespunzătoare $3CaO.SiO_2$ sînt intense, iar cele corespunzătoare $3CaO.Al_2O_3$ şi $4CaO.Al_2O_3$. Fe_2O_3 sînt mai puţin intense; de asemenea, se remarcă şi prezenţa unor linii slabe ale $CaO.Al_2O_3$ [22]. Rezistenţa mecanică cea mai bună s-a obţinut în cazul cimentului cu adaos de 4% ghips; se constată o creştere rapidă a rezistenţelor ini-

ţiale. Gradul de cristalizare a clincherului ars cu adaos de ghips este mai bun în comparaţie cu cel al clincherului ars fără adaos de ghips.

Rezultate favorabile obţine, de asemenea, la folosirea ghipsului ca mineralizator, şi Ţiţeiu [23, 24].

Folosirea sulfatului de calciu ca mineralizator, la fabricarea clincherelor albe, determină şi o creştere a gradului de alb al acestora.

Okorokov, Volfson şi Saveleva [25], extinzînd sfera de cercetare, examinează acţiunea acceleratoare asupra arderii clincherului de ciment portland, a unui număr mare de sulfaţi. Ei urmăresc modificarea gradului de legare a oxidului de calciu, la diferite temperaturi de ardere, în funcţie de natura sulfatului. Rezultatele obţinute sînt prezentate în tabela 6.

Tabela 6

Adaosul (0,05 g. echiv./100 g. şarjă)	Calcea liberă în %			
	Gradul de saturare $S_k = 1,0$		Gradul de saturare $S_k = 0,87$	
	$M_{Si} = 2,18$	$M_{Al} = 3,08$	$M_{Si} = 2,18$	$M_{Al} = 3,08$
	1200°C	1300°C	1200°C	1300°C
Na_2SO_4	14,81	2,98	12,38	1,72
K_2SO_4	18,80	2,89	13,82	1,18
$MgSO_4$	15,81	3,07	6,65	1,89
$CaSO_4$	15,81	4,52	13,56	2,08
$ZnSO_4$	11,0	1,52	3,87	0,45
$BaSO_4$	18,62	5,38	13,35	4,88
$FeSO_4$	9,76	0,90	7,16	0,54
$Al_2(SO_4)_3$	11,60	1,95	6,87	1,39
$Fe_2(SO_4)_3$	12,91	1,90	10,34	0,81
Fără adaos	23,50	9,12	19,70	7,06
Cu adaos CaF_2	6,87	3,25	6,59	2,07

Este cunoscută folosirea ca mineralizator şi a fosfoghipsului; acesta este un produs secundar, provenit de la fabricarea superfosfaţilor, care conţine în principal sulfat de calciu bihidrat cu 1—1,5% P_2O_5 şi circa 0,3—0,4% — fluor, precum şi o cantitate mică de R_2O_3 şi silice. Fosfoghipsul intensifică procesul de ardere a clincherului, îmbunătăţind calitatea şi aptitudinea la măcinare a acestuia.

Adaosul de fosfoghips reduce temperatura de ardere a clincherului şi accelerează procesul de legare a CaO [26]; datele obţinute în acest sens sînt prezentate în tabela 7.

Tabela 7

Conținut de fosfoghips în pastă %	Calcea liberă în % la t°C		
	1110	1200	1300
0	20,05	16,50	12,18
2	16,66	16,12	12,03
3	15,11	14,96	4,93
4	13,57	13,42	1,38
5	13,11	12,65	1,08
6	14,36	14,0	1,18

Din încercările efectuate de Anikeiev și colaboratorii [26], prin adăugarea de 3-4% fosfoghips în făină brută cu $S_k = 0,94-0,96$, rezultă că se poate obține fie o reducere importantă a temperaturii de ardere, fie un ciment de marcă superioară, cu întărire rapidă. Ei au obținut clinchere având compoziția mineralogică cuprinsă între 57—65% alit, 10—18% — belit și 25% fază intermediară.

Pentru compararea acțiunii fosfoghipsului cu cea a ghipsului, Anikeiev [26] a efectuat arderea paralelă a unor probe cu adaos de 5% ghips, respectiv fosfoghips, la temperatura de 1300°C. Calcea liberă în cazul folosirii fosfoghipsului este mai mică (circa 1,08%, în loc de 6,17% — în cazul folosirii ghipsului și de 12,18% — în cazul absenței adaosului de mineralizatori).

Pentru mărirea efectului mineralizatorilor, unii cercetători au examinat folosirea combinată a acestora. Astfel Okorokov [25] a utilizat un amestec de CaF_2+ sulfat, obținînd rezultate mai bune în ceea ce privește asimilarea CaO, decît în cazul folosirii separate a celor doi mineralizatori (tabela 8).

Tabela 8

Adaosul (0,025 g. echiv./100 g. șarje)	Calcea liberă în %			
	$S_k = 1,0$		$S_k = 0,87$	
	$M_{Si} = 2,18$	$M_{Al} = 3,08$	$M_{Si} = 2,18$	$M_{Al} = 3,08$
	1200°C	1300°C	1200°C	1300°C
$CaF_2+Na_2SO_4$	10,51	3,81	9,20	0,08
CaF_2+MgSO_4	7,16	3,52	5,79	0,21
CaF_2+CaSO_4	9,67	3,83	8,36	1,71
CaF_2+ZnSO_4	12,54	1,44	7,72	urmă
CaF_2+BaSO_4	10,66	2,44	10,58	urmă
CaF_2+FeSO_4	13,02	0,59	8,22	urmă
$CaF_2+Al_2(SO_4)_3$	11,47	0,67	9,76	0,08
$CaF_2+Fe_2(SO_4)_3$	9,66	1,69	5,37	urmă
Fără adaos	20,75	9,06	19,77	6,95
Cu 0,05 g. echiv. CaF_2	5,76	2,79	5,41	1,95

Kostov şi colaboratorii [27] au folosit ca mineralizatori amestecuri de Na_2SiF_6 + $CaSO_4$ şi Na_2SiF_6 + $BaSO_4$ şi au afirmat că mineralizatorii combinaţi manifestă o influenţă mai bună asupra asimilării CaO decît mineralizatorii simpli, eficienţa lor depinzînd de raportul dintre mineralizatorii folosiţi în amestec. Rezultatele sînt expuse în tabela 9. Cel mai bun raport $Na_2SiF_6/CaSO_4$ şi $Na_2SiF_6/BaSO_4$ este 3/1.

Tabela 9

Temp. °C	Timpul de menţinere în min.	Calceia liberă în %					
		$Na_2SiF_6/CaSO_4$			$Na_2SiF_6/BaSO_4$		
		0,1/0,1	0,15/0,05	0,05/0,15	0,1/0,1	0,15/0,05	0,05/0,10
1100	30	6,78	0	15,83	5,71	0,56	17,39
	60	6,23	0	14,21	5,23	0,40	16,85
	90	5,97	0	11,80	5,74	0	14,23
1200	30	0,90	0	8,19	2,23	0	6,78
	60	0,44	0	7,53	0,98	0	5,67
	90	0,18	0	4,04	1,28	0	5,14
1300	30	0	0	0,62	0	0	3,83
	60	0	0	0,49	0	0	3,41
	90	0	0	0,15	0	0	2,28

Clincherele arse cu Na_2SiF_6 + $CaSO_6$ — ca mineralizatori — au rezistenţe la compresiune mai bune decît cele la arderea cărora se foloseşte $BaSO_4$ în locul $CaSO_4$ (mai ales rezistenţe iniţale), datorită formării 3 ($CaO.Al_2O_3$). $CaSO_4$, sub acţiunea $CaSO_4$. În plus, $CaSO_4$ are o acţiune de stabilizare a $2CaO.SiO_2$ mai bună.

5.1.3. *Alte săruri*

Okorokov, Volfson şi Saveleva [25] au examinat, pe o arie foarte largă, folosirea şi altor săruri ca mineralizatori ai procesului de formare a clincherului de ciment portland. Astfel a fost cercetată, din acest punct de vedere, pe lîngă acţiunea unui număr de sulfaţi, şi cea a unor cloruri, carbonaţi, nitraţi şi fosfaţi. Autorii au determinat conţinutul de CaO liber în produsul ars, obţinut din şarje ($M_{Si} = 2,18$, $M_{Al} = 3,08$ şi $S_k = 1,0$) cu adaosuri de mineralizatori de 0,05 g echiv./100 g şarje (tabela 10). Datele sînt obţinute pe probe arse la 1300°C. Ei au observat că cel mai slab efect îl au clorurile. Carbonaţii, fosfaţii şi nitraţii ocupă locul următor; sulfaţii manifestă acţiunea mineralizatoare cea mai mare *).

*) Într-o altă lucrare [28], în curs de publicare, prelucrînd atît date proprii cît şi date obţinute de Okorokov pentru efectul mineralizator al diferitelor săruri şi oxizi, se pune în evidenţă, ca şi în cazul fluorurilor, pe un plan mai larg, faptul că acest efect reflectă periodicitatea elementelor. În direcţia corelării efectului mineralizator de natura ionilor componenţi ai substanţei mineralizatoare, unele consideraţii interesante sînt cuprinse şi în lucrările lui Ponomarev [29, 30].

Tabela 10

Anionii / Cationii	Calce liberă %				
	Cl^-	CO_3^{2-}	NO_3^-	SO_4^{2-}	PO_4^{3-}
Na^+	12,94	5,97	6,17	2,98	6.23
K^+	8,85	6,86	8,77	2,89	—
Mg^{2+}	10,10	4,97	5,85	3,07	4,90
Ca^{2+}	7,47	—	5,60	4,52	7,00
Zn^{2+}	3,62	3,58	2,92	1,52	2,16
Ba^{2+}	7,14	7,05	8,97	5,58	10,49
Fe^{2+}	—	—	—	0.90	—
Al^{3+}	4,25	—	3,82	1,95	3,62
Fe^{3+}	8,76	—	2,73	1,90	3,94
Fără adaos	9,12				
Cu CaF_2	3,25				

Acțiunea mineralizatoare a apatitei a fost, de asemenea, pusă în evidență de diferiți cercetători. Sîcev și Korneev [31] folosind apatită ca mineralizator au observat că un adaos de 1% apatită în făini brute, determină micșorarea temperaturii de ardere a clincherului cu 50°C, mărind totodată productivitatea cuptorului și îmbunătățind compoziția mineralogică a clincherului (tabela 11).

Tabela 11

Mineralizatori	Productivitatea cuptorului t/h	Compoziția mineralogică a clincherului %		
		alit	belit	celit
Fără adaos	12,8	38	32	30
1% apatită	13,4	43	29	28

Rezultate similare am obținut în laboratorul nostru întrebuințînd apatită din R. D. Vietnam.

Efectul acțiunii depinde de cantitatea de P_2O_5 și de fluor în apatită, care acționează ca mineralizatori. Dozarea trebuie astfel făcută încît, în clincher P_2O_5 să nu depășească limite care pentru clinchere obișnuite sînt, de regulă, sub 0,5%.

5.2. *Oxizi folosiţi ca mineralizatori*

În afara acţiunii mineralizatoare a diverselor tipuri de săruri, este cunoscută, de asemenea, influenţa pe care o prezintă în această direcţie şi unii oxizi : oxizi de fier, TiO_2, Mn_2O_3, P_2O_5 ; nu în toate cazurile influenţa acestora este bine studiată.

Influenţa adaosurilor de oxizi se manifestă mai ales în sensul grăbirii apariţiei fazei lichide şi micşorării vîscozităţii acesteia. Este accelerată astfel legarea oxidului de calciu şi formarea, îndeosebi, a silicatului tricalcic. Mai ales pe această cale se manifestă acţiunea mineralizatoare a oxizilor de fier, mangan etc.

În unele cazuri, ca urmare a formării — prin interacţie cu CaO — a unor săruri de calciu care intră în soluţii solide cu compuşii din clincher, şi în special cu alitul, are loc o creştere a reactivităţii acestora şi deci o îmbunătăţire a calităţii clincherului (este cazul, de exemplu, al adaosurilor de TiO_2. Influenţe pozitive prezintă unii oxizi asupra structurii clincherului (TiO_2) sau asupra stabilizării silicatului bicalcic (P_2O_5, Cr_2O_3).

În tabela 12 sînt prezentate date comparative referitoare la acţiunea mineralizatoare a unor oxizi [1].

Tabela 12

Adaos de oxid (0,05 g. echiv. la 100 g. amestec	Oxidul de calciu liber în [%], la temperatura de ardere [°C] de :			
	amestec cu $S_K = 1$		amestec cu $S_K = 0,87$	
	$M_{Si} = 2,18$	$M_{Al} = 3,08$	$M_{Si} = 2,18$	$M_{Al} = 3,08$
	1200	1300	1200	1300
MgO	16,9	3,73	16,26	3,01
ZnO	12,23	2,19	10,79	2,10
BaO	15,62	5,92	11,27	4,32
FeO	12,63	1,90	9,34	0,97
Fe_2O_3	14,81	1,78	10,94	0,74
Cr_2O_3	10,14	3,73	9,66	2,49
Mn_2O_3	16,75	2,29	13,20	1,97
TiO_2	13,66	1,97	9,66	1,46
Fără adaos mineralizator	19,48	8,39	18,51	6,66
Cu adaos de CaF_2	6,28	3,29	5,64	2,16

Din tabela 12 se vede că acţiunea cea mai importantă asupra legării oxidului de calciu o au adausurile de Fe_2O_3, FeO, Mn_2O_3, ZnO şi TiO_2. Este de remarcat faptul că în cazul acestor oxizi se constată experimen-

tal o intensificare a procesului de formare a silicaţilor şi îndeosebi a silicatului tricalcic.

Un loc special îl ocupă acţiunea mineralizatoare a TiO_2. Gustawova şi Musialik [32] arată că adaosurile de TiO_2 în anumite proporţii determină existenţa unei faze cristaline de structură uniformă, capacitatea hidraulică a cimentului obţinut fiind sporită. Totodată, trebuie remarcat că, în timpul procesului de ardere a materiei prime, combinaţiile bioxidului de titan cu oxidul de calciu, pe lîngă faptul că formează centri de cristalizare, ele intră în soluţii solide cu $3CaO.SiO_2$ şi $2CoO.SiO_2$, deranjînd structura reţelei cristaline a acestora şi mărindu-le reactivitatea chimică.

Roiak [33] arată că, în cazul unor adaosuri de TiO_2 în cantităţi mici, acţiunea de mineralizare a acestuia se manifestă numai în intervalul de temperaturi ridicate, la apariţia fazei lichide. În acest caz titanatul de calciu format arată o influenţă pozitivă asupra accelerării procesului de formare $3CaO.SiO_2$.

Mult discutată este acţiunea pe care o are, în procesul de ardere a clincherului de ciment portland, pentoxidul de fosfor. În această privinţă datele existente sînt contradictorii.

Prezintă interes practic şi teoretic ideia cuprinsă în lucrarea lui Toropov şi Borisenko [34] în conformitate cu care cauza legării incomplete a CaO, la arderea amestecului brut de ciment conţinînd P_2O_5, o reprezintă descompunerea termică — sub influenţa pentoxidului de fosfor — a silicatului tricalcic cu formarea CaO liber şi a $2CaO.SiO_2$; de aceea, conţinutul admis de P_2O_5 în clincher este diferit şi depinde de conţinutul în $2CaO.SiO_2$ a clincherului.

Constatarea cuprinsă în lucrarea lui Erşov [35], după care adaosul de P_2O_5 în cantitate de 0,2—0,3% măreşte rezistenţa cimentului atît la ultimele termene de întărire cît şi (mai ales) la termene mici, este explicată de autor prin proprietăţile hidraulice ale $3CaO.P_2O_5$ şi $4CaO.P_2O_5$ care se formează în intervalul de temperatură 1000—1500°C şi care sînt capabili, independent sau în soluţie solidă cu $3CaO.SiO_2$ şi $2CaO.SiO_2$, să exercite o acţiune pozitivă asupra proceselor de hidratare a cimentului.

Vilkov şi Tabakova [36] au observat că influenţa P_2O_5 asupra legării CaO, în procesul de ardere a clincherului depinde de gradul de saturare al amestecului brut, cantitatea optimă de P_2O_5 adăugată fiind cuprinsă în intervalul 0,3—1,5%; cu creşterea S_k se măreşte şi cantitatea de calce liberă. La $S_k = 0,74$, se constată o accelerare a legării CaO doar în cazul unui adaos de P_2O_5 de pînă la 2%; la $S_k = 0,84$ acelaşi efect se observă pentru un adaos de pînă la 1,5% P_2O_5, iar pentru mase avînd $S_k = 0,94$ efectul menţionat se constată la adaosuri de pînă la 1% P_2O_5.

Fig. 11 prezintă cinetica procesului de legare a CaO, în cazul unui amestec caracterizat prin $S_k = 0,84$ cu adaosuri de P_2O_5 în procente diferite. Adaosul de P_2O_5, pînă la o anumită limită, măreşte gradul de legare a oxidului de calciu, precum şi rezistenţele cimentului, în comparaţie cu clincherul fără adaosuri (fig. 12).

Efectul P_2O_5 trebuie privit — aşa cum arătam într-o lucrare anterioară [37] — ca un rezultat a două acţiuni contrare : pe de o parte aceia de legare a CaO cu formare de $3CaO.SiO_2$, pe de altă parte de blocare a $2CaO.SiO_2$, ca α' — $2CaO.SiO_2$, sub formă de soluţii solide — în cazul unor adaosuri mari de P_2O_5 — şi de creştere a instabilităţii în fază solidă a silicatului tricalcic

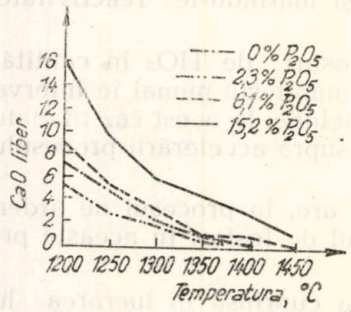


Fig. 11. — Legarea CaO în funcţie de cantitatea de P_2O_5 adăugată în amestecul brut.

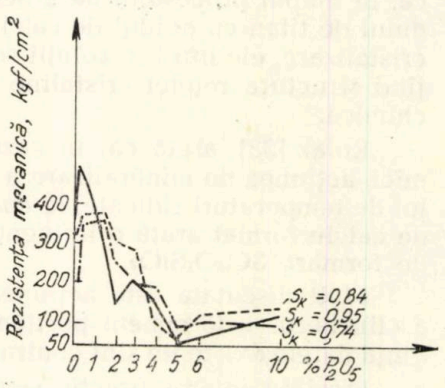


Fig. 12. — Acţiunea P_2O_5 asupra rezistenţei mecanice a cimentului.

6. Efectul utilizării mineralizatorilor asupra tehnologiei de fabricaţie a lianţilor.

Folosirea mineralizatorilor, în proporţie optimă, la fabricarea cimentului portland, în diferite ţări, a determinat următoarele consecinţe mai importante asupra tehnologiei de fabricaţie a lianţilor :

1. Reducerea temperaturii de ardere a clincherului de ciment cu circa 50—130°C în funcţie de natura şi procentul de mineralizator adăugat, precum şi de compoziţia chimică a materiei prime. Pentru un adaos de 0,3—1,0% Na_2SiF_6 se poate reduce temperatura de clincherizare cu 90—130°C, pentru un adaos de 4—5% ghips reducere atemperaturii de ardere este de 65—115°C, iar în cazul folosirii unui adaos de 1% apatită, temperatura de ardere a clincherului se micşorează cu aproximativ 50°C. După cum se ştie, o scădere a temperaturii de clincherizare în cuptor cu 10°C determină o reducere a consumului specific de căldură cu circa 15 Kcal/kg clincher. Dacă reducerea temperaturii de clincherizare este de 50—130°C consumul specific de căldură se va micşora cu 70—200 Kcal/kg clincher, ceea ce raportat la întreaga industrie de ciment portland are o deosebită semnificaţie.

2. Creşterea productivităţii cuptoarelor (cu circa 3—10%, în funcţie de natura şi cantitatea de mineralizatori folosită ; în cazul folosirii a 0,5% CaF_2 sau 0,3% Na_2SiF_6, productivitatea cuptorului se măreşte cu aproximativ 10% ; această creştere este 3—7% la folosirea unui adaos de 1% apatită şi circa 5—8% în cazul ghipsului în proporţie de 4—5%).

3. Formarea pe căptușala cuptorului — în cazul utilizării unei cantități optime de mineralizator — a unei lipituri uniforme și rezistente, fapt care conduce la o reducere a uzurii cărămizilor refractare și a temperaturii de încălzire a căptușelii ; este prelungită durata de funcționare a căptușelii refractare a cuptorului sau — pentru același timp de utilizare — se pot folosi cărămizi cu refractaritate mai scăzută.

4. Îmbunătățirea texturii și a compoziției mineralogice a clincherului de ciment la folosirea mineralizatorilor în cantitate optimă (îndeosebi crește conținutul în alit, cu 10 . . . 35%) ; are loc o sporire a rezistențelor mecanice — mai ales a rezistenței inițiale a cimentului (cu 20—100% față de cimentul obținut din făină brută fără adaos de mineralizatori), permițînd fabricarea unor cimenturi cu rezistențe inițiale mari (RIM), precum și a unor cimenturi speciale — ciment alb, ciment cu modul de silice și grad de saturare ridicați (fără o ridicare a temperaturii de ardere) etc.

5. Obținerea — în unele cazuri, în funcție de natura mineralizatorilor și de materiile prime folosite — a unui efect de fluidificare a pastei brute de ciment (la folosirea procedeului umed de fabricație). Astfel, fluorosilicatul de sodiu, are un efect pronunțat de fluidificare, reduce în mod însemnat cantitatea de apă din pasta brută (circa 5 . . . 8%). Se știe că o reducere a cantității de apă din pastă cu 1% duce la o scădere a consumului specific de căldură cu circa 20 Kcal/kg clincher și o creștere a producției de clincher cu aproximativ 1%.

6. Creșterea porozității și friabilității clincherului în raport cu clincherul fără mineralizatori, ceea ce determină o reducere a consumului de energie la măcinare cu circa 10 . . . 20%.

Catedra de tehnologia silicaților și compușilor oxidici
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Volkonski, R. S., Konovalov, P. F.* și *Makașev, S. D.* — Mineralizatorî v țementnoi promiîșlennosti. Moskva, 1964.
2. *Teoreanu I.* Tehnologia lianților și betoanelor, București, 1967.
3. *Juravlev, V. F., Golinko — Volfson, S. L.* și *Siciov, M. M.* Țement 1950, **16** nr. 3, 4.
4. *Budnikov, P. P.* — Cement — Wapno — Gips, 1962, **17**, nr. 2, 39.
5. *Terrier, P.* — Revue Mat. de Constr., 1964, nr. 585, 188.
6. *Budnikov, P. P.* — Cement-Wapno-Gips, 1962, **17**, nr. 5, 123.
7. *Toropov, N. A.* — Himiia țementov, Moskva, 1956.
8. *Budnikov, P. P., Șahmagon, N. V.* și *Entin, Z. B.* — Țement, 1964, 30, nr. 1, 6.
9. *Iung V. N.* și *Timașev V. V.* — Țement, 1957, **23**, nr. 1,
10. *Belov, N. V.* — Dokladî Akad. Nauk. SSSR, 1950, **71**, nr. 1, 61.
11. *Ponomarev L. F.* — Issledovanie na oblasti himii silikatov și okislov, Akad. Nauk SSSR, Moskva, 1965, p. 264.
12. *Okorokov, S. D.* și *Golîko-Volfson*, S. L. Novoe v himii i tehnologii țementa, Moskva, 1962, p. 82.
13. *Konovalov, P. G.* — Țement, 1952, **18**, nr. 3, 14.

14. *Lea F. M.* — Himiia ţementa i betona, Moskva, 1961.
15. *Tran van Huynh* — Disertaţie pentru obţinerea titlului de doctor în ştiinţe tehnice, Inst. politehnic Bucureşti, 1969.
16. *Okorokov, S. D.* şi *Golinko — Volfson, S. L.* — Ţement, 1964, **30** nr. 3, 6.
17. *Butt I. M.* şi *Sahmagon, N. V.* — Trudî Niiţementa 1961, Vîp. 15.
18. *Palei, A. M.* — Ţement 1958, **24**, nr. 4, 23.
19. *Gherman M. I.* şi *Sahmagon N. V.* — Ţement, 1959, **25**, nr. 2, 17.
20. *Budnikov, P. P.* şi *Sologubova, O. M.* — Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 1952, **85**, nr. 5. 1127.
21. *Rogozina, T. A.* — Jurnal Prikl. Him. 1957, **30**, nr. 11, 1682.
22. *Gutt W.* şi *Smith, M. A.* — Trans. Brit. Cer. Soc., 1968, **67**, nr. 10, 487.
23. *Ţiţeiu O.* — Construcţii şi Materiale de Construcţii, 1962, **14**, 193.
24. *Ţiţeiu O.* — Cement-Wapno-Gips 1968, **23**, 10.
25. *Okorokov, S. D., Golinko-Volfson, S. L.* şi *Saveleva, B. I.* — Ţement, 1967, **33**, nr. 3, 5.
26. *Anikeiev, V. D. ş.a.* — Ţement 1964, **30**, nr. 3, 3.
27. *Kostov, B., Volcov, V. şi Boiadjeva, S.* — Stroitelnîe materialî i silikatna promîşlennasti, 1966, nr. 2, 4.
28. *Teoreanu I.* şi *Tran van Huynh* — lucrare în curs de publicare.
29. *Ponomarev, I. F., Gracian, A. N.*, şi *Zubehin, A. P.* — Ţement, 1964, **30**, nr. 4, 3.
30. *Ponomarev, I. F.* şi *Gracian, A. N.* — Dokl. Akad. Nauk SSSR, 1966, **166**, 410.
31. *Siqev, M. M.* şi *Korneev, V. I.* — Ţement 1965, **31**, nr. 4, 6.
32. *Sustawova K.* şi *Musialik M.* — Cement-Wapno-Gips, 1962, **17**, nr. 7—8, 195.
33. *Roiak, S. M.* — Ţement 1955, **21**, nr. 3, 12.
34. *Toropov, N. A.* şi *Borisenko A. I.* — Ţement 1954, **20**, nr. 6, 10.
35. *Erşov, L. D.* — Ţement 1955, **21**, nr. 4, 19.
36. *Vîlkov V.* şi *Tabakova N.* — Stroitelnîi materialî i silikatna promîşlennosti, 1967, nr. 9, 6.
37. *Teoreanu I.* şi *Tran van Huynh* — lucrare în curs de publicare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 4

C.Z. : 669.543

PROCEDEU DE EXTRACȚIE A MANGANULUI DIN MINEREURI SĂRACE CU AJUTORUL GAZELOR SULFUROASE DILUATE

I. GH. CONSTANTINESCU, O. CREANGĂ, IRINA CONSTANTINESCU

Prin utilizarea manganului în metalurgia fierului și în industria chimică, industria extractivă de mangan s-a dezvoltat continuu.

Întîlnindu-se în natură în depuneri pneumatolitice, hidrotermale, reziduale și metamorfice, manganul se găsește în foarte multe minerale.

Din punct de vedere economic, utilizabile se consideră numai minereurile care conțin minimum 30—40% Mn și sub 20% SiO_2. Pentru aceste minereuri, procedeele industriale de extracție sînt puse la punct.

În cazul unor minereuri cu un conținut de pînă la 20% Mn (minereuri de la Delinești ca și cozile de flotație de la Iacobeni) procedeele industriale uzuale devin nerentabile.

Cercetările de laborator au condus la stabilirea unui procedeu de valorificare a minereurilor sărace în mangan care în mod curent nu se folosesc ca materii prime.

Acest procedeu dă totodată posibilitatea recuperării gazelor reziduale cu conținut redus de bioxid de sulf (sub 1%) rezultat din industria anorganică și metalurgia neferoasă, în vederea evitării poluării atmosferei și a valorificării sulfului.

Cu toate că au fost efectuate o serie de încercări pe plan mondial, care folosesc bioxidul de mangan pentru recuperarea gazelor sulfuroase, procedeele preconizate nu au dat rezultate care să conducă la generalizarea aplicării lor în producție.

În S.U.A. a fost elaborat un procedeu care folosește ca adsorbanți oxizi de mangan obținuți din $MnSO_4$ și Na OH. Suspensia de Mn O — Mn_2O_3 și $MnSO_4$ se prelucrează în vederea obținerii adsorbantului propriu-zis. Procedeul prezintă inconveniente legate de modul de regenerare al adsorbantului.

În Anglia a fost pus la punct un procedeu care folosește ca adsorbant minereurile de mangan, cu un conținut de cel puțin 30—40% Mn, procedeu folosit numai în vederea reținerii SO_2.

Au fost propuse și alte procedee, toate privite însă prin prisma recuperării bioxidului de sulf.

---

* Manuscris predat la redacție la 10 martie 1969.

Determinări experimentale

În determinări au fost folosite două tipuri de minereuri de mangan (rodocrozit și piroluzită) de proveniență indigenă.

Tabel 1

Tipul minereului	Mn	Fe	SiO_2	Ca	Mg	P
Minereuri sărace de Iacobeni	21,1 %	12,42 %	41,15 %	0,63 %	0,56 %	0,41 %
Minereuri de la Delinești	20 %	17,5 %	31 %	15,8 %	2,7 %	1,5 %

Procesul tehnologic este preconizat a se realiza în instalația prezentată în fig. 1.

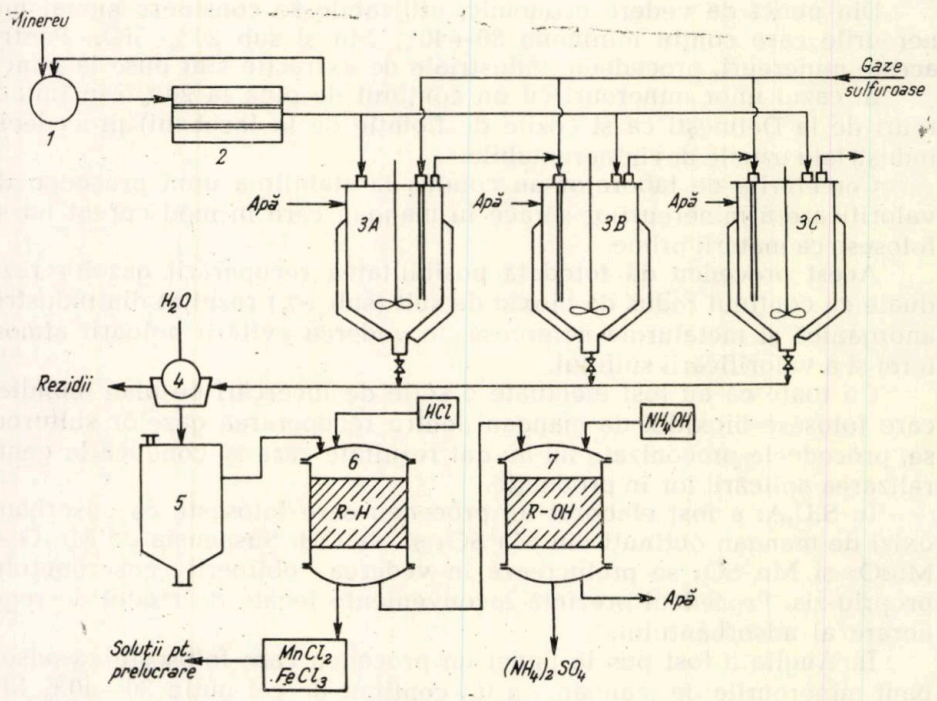


Fig. 1.

Minereul de mangan este introdus într-un concasor (1), de unde este trimis la sortare (2). Fracțiunea grosieră este recirculată, în timp ce fracțiunea care trece prin sita de 3600 ochiuri/cm², este introdusă în 3

vase de reacție (3). Prin adăugarea apei, în reactoare se obțin șlamuri de minereu.

În primul vas de reacție (*A*) se barbotează gazele sulfuroase, reacția care are loc avînd scopul trecerii manganului sub formă de sulfat solubil. În timpul reacției în afara agitării datorită barbotării, se practică și o agitare mecanică intensă. Gazele nereacționate sînt introduse într-un al doilea reactor (*B*) unde se realizează o reținere avansată a urmelor de SO_2. Din al doilea reactor gazele sînt trecute în ultimul reactor (*C*) de unde sînt evacuate în atmosferă. La terminarea reacției de sulfatizare din primul reactor, gazele sulfuroase reziduale sînt trecute direct prin al doilea reactor, timp în care primul reactor este golit și reîncărcat cu minereu și apă. În acest fel se realizează un proces static continuu care asigură o extracție avansată a manganului din minereu și o reținere totală a SO_2 din gaze.

Șlamul din primul reactor este trimis la o instalație de filtrare (4).

Soluția de la filtru conținînd sulfații de mangan și fier este introdusă într-un rezervor-decantor (5). În cazul în care se constată prezența bioxidului de sulf liber în soluția din rezervor se adaugă minereu proaspăt. Se lasă un timp pentru desăvîrșirea reacției după care soluția decantată este introdusă într-o instalație de schimb ionic. Șlamul depus în rezervorul-decantor este reutilizat, într-unul din reactoare.

Instalația de schimb ionic cuprinde două coloane ionitice ; una umplută cu cationit puternic acid, iar cea de a doua cu anionit.

În prima coloană (6) din soluția introdusă este reținut manganul și fierul. Efluentul acid din prima coloană este introdus în coloana cu anionit (7). Ionii de sulfat sînt reținuți, efluentul final fiind apă, care poate fi recirculată în proces.

Schimbătorul de ioni din coloana cationică este supus unui tratament cu HCl pentru recuperarea manganului și fierului. Soluția de cloruri de mangan și fier este trimisă spre prelucrare, cînd prin diferite procedee aplicate după necesități, se pot obține săruri de mangan impurificate cu fier, sau săruri de mangan pure și separat oxid feric.

Schimbătorul de ioni din coloana anionică este supus unui tratament cu hidroxid de amoniu (ape amoniacale) cînd rezultă soluții de sulfat de amoniu. Acestea pot fi prelucrate pentru obținerea unor îngrășăminte complexe lichide.

În studiile de laborator au fost efectuate determinări asupra următorilor parametri principali :

— granulometria minereului, raportul între minereu și apă, concentrația bioxidului de sulf în gaze, timpul de contact între minereu și gaze, schimbul ionic și regenerarea schimbătorilor, parametrii care condiționează obținerea unor randamente maxime în diferite faze ale procesului.

Influența granulometriei

S-au făcut determinări folosind diferite granulații ale minereului.

Tabelul 2

Proba	Minereu gr.	Apa cm^3	Debit gaz l/h	Timp de contact/h	Conc. SO_2 %	Mn. extras %	Granulație ochi/cm^2
1	25	75	150	3	0,5	39	400
2	25	75	150	3	0,5	46	900
3	25	75	150	3	0,5	58	2500
4	25	75	150	3	0,5	81,7	3600
5	25	75	150	3	0,5	83	4900

Din tabelul 2 rezultă că pentru minereul de granulație 0,1 mm $\left(\text{sita de } 3600 \frac{\text{ochiuri}}{cm^2}\right)$ se obține un randament ridicat de extracție al manganului (81 %). Aceasta se poate explica prin faptul că suprafața de contact între minereul din șlam și gaz este suficient de mare.

În timpul reacției temperatura s-a ridicat de la 20° la 35°C. Acest fapt ne-a determinat să facem experimentări la diferite temperaturi pînă la 80°C. Rezultatele obținute au fost însă asemănătoare și în consecință determinările tuturor parametrilor le-am făcut la temperatura mediului ambiant.

Influența raportului între apă și minereu în șlam

Urmărindu-se modul cum acest parametru influențează desfășurarea reacției dintre șlam și bioxidul de sulf s a constatat că mărind raportul apă — minereu randamentul de reținere al bioxidului de sulf crește vizibil, în timp ce randamentul de extracție al manganului nu suferă transformări (Tabelul 3).

Tabelul 3

Proba	Minereu gr.	Vol. H_2O cm^3	Debit gaze l/h	Conc. SO_2 %	Timp h	Mangan extras %	SO_2 reținut %
1	25	25	150	0,5	3	77,9	54,2
2	25	50	150	0,5	3	78,5	71
3	25	75	150	0,5	3	81,7	83
4	25	100	150	0,5	3	89,8	98

Influența concentrației bioxidului de sulf din gaze

Au fost făcute încercări de solubilizare a manganului din minereu cu gaze sulfuroase de diferite concentrații (Tabelul 4). Limitele între care s-a lucrat 0,1—1 % au fost stabilite în concordanță cu concentrația gazelor reziduale din diferite industrii.

Tabelul 4

Proba	Minereu gr.	Apă cm^3	Timp de contact h	Granulometria minereului ochi/cm^2	Mn extras %	SO_2 reținut %	Con. %
1	25	75	3	3600	76	71,7	0,106
2	25	75	3	3600	79	75,9	0,3
3	25	75	3	3600	81	85	0,63
4	25	75	3	3600	84,2	88,4	0,74
5	25	75	3	3600	85	95,98	1,06

În toate experimentările la început s-a format pe lîngă sulfatul de mangan și ditionat de mangan. Ditionatul se transformă cu timpul în sulfat iar fracțiunea netransformată în prezența unei noi cantități de minereu proaspăt trece în sulfat.

S-a constatat că pentru o concentrație de 0,5—1 % a bioxidului de sulf în gaze, reținerea acestuia se face foarte bine ($\simeq$90 %) iar manganul extras din minereu reprezintă și el $\simeq$ 80 %.

Influența timpului de contact

Din determinări (tabelul 5) s-a constatat că durata optimă a procesului este de 1—3 ore, menținerea reactanților un timp mai îndelungat nefiind justificată, deoarece conduce la pierderi mari în bioxid de sulf.

Tabelul 5

Proba	Debit gaz l/h	Conc. SO_2 %	Volum H_2O cm^3	Minereu gr	Timp de reacție h	Mn. extras %	SO_2 reținut %
1	150	0,5	75	25	1	73	94
2	150	0,5	75	25	3	81,7	83
3	150	0,5	75	25	5	82,2	44
4	150	0,5	75	25	8	82,5	42
5	150	1,5	75	25	24	83,9	35

Gazele sulfuroase nereacţionate sau neabsorbite de şlam, dacă sînt trecute printr-o altă probă de şlam proaspăt, sînt reţinute total (≈99%).

Schimbul ionic şi regenerarea schimbătorilor

În determinări a fost folosit un cationit Amberlite I R — 120, răşină stiren divinil benzen sulfonată a cărei capacitate de schimb este de 4,25 mval/g (1,90 mval/ml) şi un anionit Duolite A-3 cu capacitate de schimb 5,50 mval/g (1,1 mval/ml).

Din soluţiile de sulfaţi (conc 40 g Mn^{2+}/1 soluţie) trecute prin coloana cationică au fost reţinut manganul şi fierul. Efluentul este trecut prin coloana anionică cînd se reţin total ionii SO_4^{2-}. În ambele coloane timpul de contact între răşină şi soluţie este factorul determinant al procesului de schimb. Un timp de contact optim s-a obţinut cînd viteza de trecere prin coloană a soluţiei a fost de 0,5 cm/sec, la o înălţime a stratului de răşină de 15 cm (diametrul coloanei Ø=2 cm.).

Volumul soluţiilor trecute prin coloană cationică pînă la saturarea răşinii într-un ciclu a fost de 270 cm^3 iar prin coloana anionică de 125 cm^3. Răşinile saturate se regenerează cu HCL 5%, respectiv NH_4OH 25%

În prealabil prin coloana cationică se poate trece o soluţie de permanganat de potasiu pentru a obţine un amestec complex de oxizi de mangan fin dispersaţi în spaţiile libere dintre granulele cationitului,

$$MnR_2 + 2\,KMnO_4 \rightarrow (KR)_2 \cdot MnO \cdot Mn_2O_7$$

Soluţia care conţine clorura de mangan sau oxizi, se prelucrează prin diverse procedee pentru obţinerea sărurilor de mangan în stare solidă.

Soluţia de sulfat de amoniu poate fi folosită ca materie primă în industria îngrăşămintelor complexe.

Concluzii

Procedeul preconizat permite valorificarea minereurilor sărace în mangan (20% Mn) concomitent cu reţinerea gazelor sulfuroase diluate într-o instalaţie simplă.

Parametrii optimi sînt :

— granulometria minereului : 0,1 mm ;

— raportul între apă şi minereuri în şlam de 3 : 1 ;

— concentraţia de SO_2 din gaze între 0,1 şi 1% ;

— timpul de reacţie 3 ore.

— parametrii procesului de schimb ionic sînt analogi cu cei folosiţi în mod curent în instalaţiile industriale de demineralizare a apei.

Catedra de tehnologie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"-Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Banu Cl. și col.* — Zăcămintele de substanțe minerale utile, Ed. de Stat didact. și ped. — 1961.
2. *Bienstack D. și col.* — Bureau of Mines Rep. Brev. 5736 — 1961.
3. *Bienstack D. și col.* — Air Pollution 15, 1965 — p. 459.
4. *Creangă O., Constantinescu I.* — Revista de Chimie nr. 8 — 1967.
5. *Ionescu T.* — Schimbători de ioni, Editura tehn., Buc. — 1964.
6. *Pincovschi E.* — Tehnologia acidului sulfuric, Editura Tehnică Buc. — 1967.
7. * * * — Sulphur nr. 55 — 1964, p. 24.
8. * * * — Sulphur nr. 47 — 1963, p. 19.
9. *Teller Dean* — Sulphur nr. 72 sept.-oct. 1967, p. 28.
10. * * * — The Wad Of NPKS nr. 19, ian. 1968, p. 21.
11. Brevet englez Nr. 1041822, 1966.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 4

NOTĂ

C. Z. : 621.81

METODĂ DE DETERMINARE PENTRU 1,4 — DI (N,N-DIMETIL-AMINO) — 2 — BUTINĂ *

GRIGORE TEODORESCU

În lucrarea de față se prezintă metoda de determinare pentru 1,4-di-(N,N-dimetil-amino)-2-butină prin complecsare cu rainecatul de amoniu $[Cr(NCS)_4(NH_3)_2]^- NH_4^+$ (tetratio-cianato-diamino-cromat (III) de amoniu = sarea lui Reinecke prescurtat RA) reactiv folosit de noi și la determinarea altor substanțe, (1 ...12) conform reacției :

$$(CH_3)_2N-CH_2-C\equiv C-CH_2N(CH_3)_2 \xrightarrow{2A^- + 2H^+} (CH_3)_2\overset{+}{N}H-CH_2-C\equiv C-CH_2-\overset{+}{N}H(CH_3)_2\ ]\ 2A^-$$

$$+ 2[Cr(NCS)_4(NH_3)_2]^- NH_4^+ \longrightarrow \left[\begin{matrix} C-CH_2-NH(CH_3)_2 \\ \| \\ C-CH_2-NH(CH_3)_2 \end{matrix}\right]^{2+} [Cr(NCS)_4(NH_3)_2]_2^- + 2A^- + 2NH_4^+.$$

Principiul metodei

Substanța sub formă lichidă de culoare gălbuie se dizolvă în apă și se precipită sub formă de complex cu soluție apoasă 1 % de RA. Complexul format, cristalin sidefos de culoare roșie-violacee, se filtrează, se spală și se dizolvă în acetonă.

Soluția rezultată de la dizolvarea complexului în acetonă se tratează cu exces de soluție de azotat de argint. Precipită rainecatul de argint conform reacției :

$$[Cr(NCS)_4(NH_3)_2]^- + Ag^+ \rightarrow Ag\ [Cr(NCS)_4(NH_3)_2]$$

Precipitatul de rainecat de argint se filtrează și se spală cu apă distilată. Excesul de azotat de argint din filtrat și apele de spălare se titrează cu tiocianat de amoniu în prezența alaunului de fier (III) și amoniu (indicator).

* Manuscris predat la redacție la 25 februarie 1969.

Modul de lucru

Substanţa supusă analizei se dizolvă în apă în balon cotat de 250 cm^3. Din soluţia obţinută se iau probe variind între 4..12 cm^3 cu o semimicrobiuretă se adaugă 20...25 cm^3 acid sulfuric 15% şi se precipită cu exces de soluţie de RA 1% proaspăt preparată adăugîndu-se picătură cu picătură şi sub continuă agitare pînă ce soluţia de deasupra precipitatului este intens colorată în roş-violaceu.

Precipitatul cristalin sidefos roş-violaceu format, se lasă se depună, după care se filtrează pe creuzet filtrant G_3. Se antrenează complexul cu soluţie apoasă 0,1% RA se spală de 2 ori cu cîte 5 cm^3 apă distilată şi final cu eter de două ori cu cîte 10 cm^3.

Se dizolvă complexul direct pe creuzetul filtrant cu 25...30 cm^3 acetonă, se spală creuzetul final cu 10...20 cm^3 apă distilată şi se prinde totul într-un pahar de 250 cm^3. Se adaugă 20 cm^3 azotat de argint 0,1 n, iar precipitatul de rainecat de argint format se filtrează pe pîlnie Hirsch, se spală şi se prinde filtratul şi apele de spălare într-un flacon de titrare de 750 cm^3. Se diluiază la 500 cm^3 cu apă distilată, se adaugă 0,5...1 cm^3 soluţie de alaun de fier (III) şi amoniu saturată, 2 cm^3 acid azotic 2n şi se titrează excesul de azotat de argint cu soluţie de tiocinat de amoniu 0, ln cu factor necunoscut.

La 1 cm^3 $AgNO_3$ 0,1 n corespund 0,0140/2 de 1,4-di- (N-N-dimetil-amino) — 2 — butină. Rezultatele sînt concretizate în tabela următoare :

Tabelă

Determinarea 1,4-di-(N,N-dimetil-amino)-2-butinei (DMB)

Nr. crt.	Soluţie de analizat	DMB în probă	$AgNO_3$ la precipitare Fo, 1n = 1,0000	NH_4SCN adăogat la titrare Fo, 1n = 1,0840	$AgNO_3$ 0,1n reacţionat	DMB 100% în probă, determinată cu RA	DMB 100% în DMB tehnic, determinat cu RA	DMB 100% în DMB tehnic prin Kjeldahl
Nr. crt.	cm^3	g	cm^3	cm^3	cm^3	g	%	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	0,0336	20	15,27	4,73	0,03311	98,54	98...99
2	5	0,0420	20	14,10	5,90	0,04130	98,28	98...99
3	6	0,0504	20	12,86	7,14	0,04998	99,00	98...99
4	7	0,0588	20	11,70	8,30	0,05810	98,80	98...99
5	8	0,0672	20	10,50	9,50	0,06650	98,95	98...99
6	9	0,0756	20	9,30	10,70	0,07490	99,00	98...99
7	10	0,0840	20	9,20	11,80	0,08260	99,00	98...99
8	11	0,0924	20	7,00	13,00	0,09100	98,48	98...99
9	12	0,1008	20	5,80	14,20	0,09940	98,61	98...99

Laboratorul de chimie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Spacu P., Teodorescu Gr.*, Rev. de chimie, nr. 1, pag. 41 (1967).

2. *Teodorescu Gr., Dinescu A.*, Buletinul Institutului Politehnic Bucureşti, Tom. XXVI, nr. 1, pag. 49 (1964).

3. *Teodorescu Gr., Niculescu Il.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXIX, nr. 1, pag. 43 (1967).

4. *Teodorescu Gr., Niculescu Il.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXIX, nr. 4, pag. 43 (1967).

5. *Teodorescu Gr.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXIX, nr. 5, pag. 83 (1967).

6. *Teodorescu Gr.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXIX, nr. 6, pag. 55 (1967).

7. *Teodorescu Gr., Niculescu Il.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, nr. 1, pag. 17 (1968).

8. *Teodorescu Gr., Lupu A. M.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, nr. 5, pag. 59 (1968).

9. *Teodorescu Gr.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej" Bucureşti, Tom. XXXI, nr. 3 pag. 51 (1969).

10. *Teodorescu Gr.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXI, nr. 4, pag. 45 (1969).

11. *Teodorescu Gr.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXI, nr. 5, pag. 61 (1969).

12. *Teodorescu Gr.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, nr. 2, pag. 39 (1970).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 4

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z. : 620.1

VIBRAȚIILE VERTICALE ALE GRINZILOR SPRIJINITE PENDULAR PE MAI MULTE REAZEME LUÎND ÎN CONSIDERARE EFECTELE DE FLAMBAJ DINAMIC *

VASILICA COSAC

Într-un articol publicat mai înainte [1] s-au studiat vibrațiile verticale ale unei sarcini P_0, care acționează pe mijlocul unei grinzi prismatice susținută pe două reazeme pendulare. Grinda era considerată, cu rigiditatea transversală mai mică decît cea verticală, în vibrație la amplitudini mai mari decît cea corespunzătoare pierderii stabilității prin rotire cu un unghi α.

În cele ce urmează se consideră o grindă de același tip susținută pendular pe mai multe reazeme (echidistante). Sarcina P se consideră aplicată pe mijlocul deschiderii între două reazeme oarecare $(i, i + 1)$, pe celelalte deschideri existînd sau nu sarcini concentrate.

Grinzile pe mai multe reazeme pendulare se folosesc, printre altele, și drept căi de rulare pentru grinzi rulante ce transportă piese în diferite puncte ale unei hale. Căile de rulare sînt fixate, de fermele acoperișului halei, prin intermediul unor tendoane (bare verticale). Tendoanele se leagă de fermă și calea de rulare cu ajutorul unor articulații sferice.

Încărcarea reală a unor astfel de grinzi este :

— P_0, sarcina inițială (greutatea grinzii rulante, a căruciorului) ;
— Q, sarcina ridicată prin intermediul electropalanului cu viteza V_0.

În urma aplicării asupra grinzii a sarcinii Q cu o anumită viteză V_0, sarcina verticală care acționează la mijlocul deschiderii acesteia va avea valoarea P.

La o anumită valoare a sarcinii P, grinda poate să-și piardă stabilitatea. Determinarea sarcinii critice, P_{cr}, pentru acest caz se face în aceleași ipoteze ca și în articolul [1] și anume :

— masa proprie a grinzii este neglijabilă în comparație cu masa sarcinii P aplicate ;
— solicitarea la răsucire a grinzii poate fi neglijată în comparație cu cea produsă de încovoierea ei laterală ;

* Manuscris predat la redacție la 16 martie 1969.

— reazemele permit rotiri în toate sensurile şi deplasări în lungul axei grinzii ;

— se consideră grindă fixată prin articulaţii sferice direct de ferma acoperişului halei, urmînd a se arăta influenţa neglijabilă a tendoanelor.

Pentru soluţionare, se izolează deschiderea $i — i + 1$ pe care se consideră că sarcina P este mai mică decît sarcina critică (fig. 1).

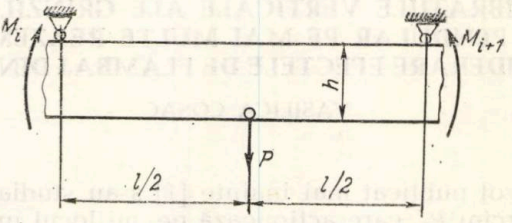


Fig. 1

Săgeata la mijlocul deschiderii $i — i + 1$ măsurată după una din axele principale de inerţie ale secţiunii grinzii, calculată prin metoda Mohr Maxwell, va fi formată din doi termeni corespunzători celor două încărcări : forţa concentrată P şi momentele M_i şi M_{i+1} aplicate pe reazeme şi care se pot determina cu relaţiile stabilite în lucrarea [2].

Săgeata datorită momentelor se poate exprima sub forma

$$f = - \frac{Pl^3}{48\, EI_z} \left(\frac{3\, M_i}{lP} + \frac{3\, M_{i+1}}{lP} \right) \tag{1}$$

notînd cu

$$K_0 = \frac{3\, M_i}{lP} + \frac{3\, M_{i+1}}{lP} \tag{2}$$

relaţia (1) se va scrie

$$f = - \frac{Pl^3}{48\, EI_z} K_0$$

Valoarea coeficientului K_0 depinde de :

— numărul de reazeme ;

— valoarea raportului între încărcările $P_1, P_2 \ldots P_n$ care pot exista sau nu pe celelalte intervale şi valoarea P a încărcării pe intervalul $(i, i + 1)$;

— poziţia deschiderii $(i, i + 1)$ faţă de reazemele extreme ale grinzii.

Săgeata totală, datorită şi forţei P va fi :

$$f = \frac{Pl^3}{48\, EI_z} (1 - K_0)$$

Notînd

$$K_2 = 1 - K_0$$

$$K = \frac{48\ EI_y}{l^3}$$

$$a = \frac{I_y}{I_z}$$

se obține :

$$f = P\,\frac{K_2}{K}$$

Să presupunem că la un moment dat grinda își pierde stabilitatea încovoindu-se lateral cu unghiul α. În această situație, datorită sarcinii P și momentelor M_i și M_{i+1}, săgețile la mijlocul grinzii măsurate după axele principale de inerție, vor fi :

$$W = \frac{Pl^3 \sin\alpha}{48\ EI_y} - \frac{Pl^3 \sin\alpha}{48\ EI_y}\,K_0$$

$$V = \frac{Pl^3 \cos\alpha}{48\ EI_z} - \frac{Pl^3 \cos\alpha}{48\ EI_z}\,K_0 \qquad (3)$$

sau

$$W = \frac{Pl^3 \sin\alpha}{48\ EI_y}\,K_2$$

$$V = \frac{Pl^3 \cos\alpha}{48\ EI_z}\,K_2 \qquad (4)$$

Observînd că linia de acțiune a forței P, după ce grinda și-a pierdut stabilitatea, rămîne aceiași cu cea a reacțiunilor din reazeme, rezultă [1]

$$h \operatorname{tg}\alpha = w - v \operatorname{tg}\alpha \qquad (5)$$

sau

$$P = \frac{48\ EI_y\ h}{K_2 l^3 \cos\alpha} \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{I_y}{I_z}} \qquad (6)$$

În relația (6) făcînd $\alpha = 0$ se obține sarcina critică de flambaj

$$P_{cr} = \frac{48\ EI_y\ h}{K_2 l^3} \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{I_y}{I_z}}$$

Deplasarea pe verticală a greutăţii P, în cazul cînd grinda a flambat lateral este

$$f = h \cos \alpha + w \sin \alpha + v \cos \alpha - h \tag{7}$$

Avînd în vedere (4) şi (6), expresia (7) se poate scrie sub forma

$$f = h \left(\frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{1 - \frac{I_y}{I_z}} - 1 \right) \tag{8}$$

obţinîndu-se o formulă identică cu cea de la grinda pe două reazeme pendulare. Eliminînd unghiul α între (8) şi (6) se obţine o relaţie liniară între forţă şi deplasare

$$P = \frac{K}{K_2} (f + h) \tag{9}$$

Comparînd (9) de aici cu (7) din lucrarea [1] se poate trage concluzia că : relaţiile din lucrarea [1] se pot extinde la grinda pe mai multe reazeme pendulare dacă în loc de K se introduce K_1, care are semnificaţia

$$\frac{K}{K_2} = K_1 \tag{10}$$

de unde

$$P = K_1 (f + h) \tag{11}$$

Se poate face o reprezentare grafică a variaţiei sarcinii P în funcţie de f, înainte şi după pierderea stabilităţii grinzii (fig. 2).

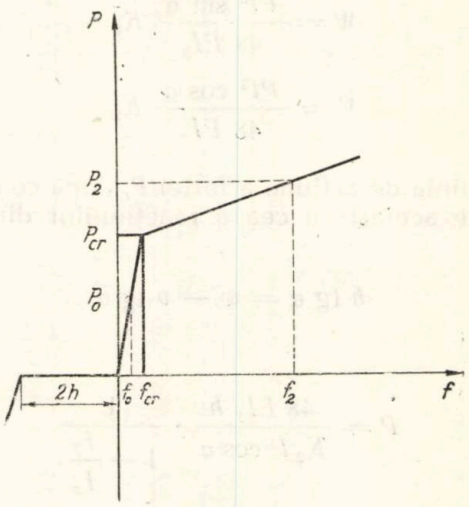


Fig. 2.

Încărcarea reală a grinzii se datoreşte sarcinilor P_0 şi Q.

În timpul vibraţiei se poate depăşi, din cauza forţelor masice, sarcina critică, grinda pierzîndu-şi stabilitatea.

Relațiile pentru calcularea unghiului α, frecvenței și săgeții maxime pe verticală a sarcinii concentrate P, după pierderea stabilității grinzii, se pot deduce din lucrarea [1] prin introducerea notației (10) și deci :

$$\cos\alpha = \frac{1}{K_2 b (1-a) + \sqrt{(1-a)[1-bK_2(1-a)]^2 + (1-a)^2 c K_2}} \tag{12}$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{(a-1) + K_2 b (1-a) + \sqrt{(1-a)[1-K_2 b(1-a)]^2 + K_2 c (1-a)^2}}{a}$$

Pentru calcularea frecvenței, s-a presupus grinda deformată după primul mod principal de vibrație

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\sqrt{K_2}\,\pi}{\arcsin \frac{1-K_2 b(1-a)}{a}\sqrt{\frac{a}{K_2 c}} + \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\sqrt{a}} \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{K_2 c (1-a)^2 - [1-K_2 b (1-a)]^2 a}}{1-(1-a) b K_2}} \tag{13}$$

unde

$$b = \frac{h}{\delta_{st}}; \quad a = \frac{I_y}{I_z}; \quad \nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{Kg}{m}}$$

$$\delta_{st} = \frac{P_0}{K} \qquad c = \frac{Q}{Kg}\frac{V_0^2}{h^2} \qquad m = \frac{P_c + Q}{g} \tag{14}$$

În graficele din fig. 3, 4, 5 sînt redate variația mărimilor α, $\frac{\nu}{\nu_0}$, $\frac{f_2}{f_1}$ în funcție de parametrii adimensionali a, b, c, K_2.

Sarcina concentrată P se aplică în realitate grinzii sub forma a două sau mai multe forțe concentrate, situate la distanță — r — una de alta.

În cazul cînd forțele sînt egale iar rezultanta lor cade la mijlocul deschiderii grinzii, K_2 are următoarea expresie pentru o grindă pe două reazeme

$$K_2 = 1 + 2\left(\frac{r}{l}\right)^3 - 3\left(\frac{r}{l}\right)^2$$

Pentru raportul $\frac{r}{l} = 0{,}48$ grinda pe două reazeme cu două sarcini concentrate, egale, se comportă ca o grindă pe mai multe reazeme cu $K_2 = 0{,}527$.

În cazul cînd se ține cont de tendoane și acestea rămîn verticale, sarcina critică de flambaj are aceiași expresie ca cea dată de relația (6) pentru $\alpha = 0$ dar coeficeintul K_2 se scrie sub forma

$$K_2 = 1 + \frac{24\, l_1}{l^3}\frac{I_y}{A} - \frac{3\, M_l}{Pl} - \frac{3\, M_{i+1}}{Pl}$$

unde s-a notat cu :

l_1 — lungimea tendoanelor ;

A — aria secţiunii transversale a tendoanelor ;

l — lungimea între două deschideri oarecare ;

I_y — momentul de inerţie al secţiunii transversale a grinzii pendulare.

Calculînd în expresia lui K_2 termenul care ţine cont de tendoane se găseşte o valoare egală cu 2×10^{-4}, care poate să fie neglijată în comparaţie cu ceilalţi termeni.

Calculînd valoarea lui K_2 pentru grinda încărcată numai cu o singură forţă concentrată se găsesc limitele de variaţie ale lui K_2 în funcţie de numărul de reazeme şi de poziţia forţei :

— K_2 variază între 0,7187 şi 0,6985 cînd i variază de la 3 la ∞, iar forţa se găseşte aplicată pe prima deschidere a grinzii ;

— K_2 variază între 0,55 şi 0,524 cînd i variază de la 3 la ∞ şi forţa se găseşte aplicată simetric faţă de extremităţile grinzii.

Din calculele efectuate pentru cele două moduri de aplicare ale forţei, mai sus menţionate, rezultă că K_2 rămîne constant de la un număr de reazeme egal cu 6, avînd valoarea limitei inferioare a intervalului între care variază.

Din curbele trasate în fig. 3, 4, 5 pentru $K_2 = 0{,}524$ se pot utiliza pentru un număr ∞ de reazeme.

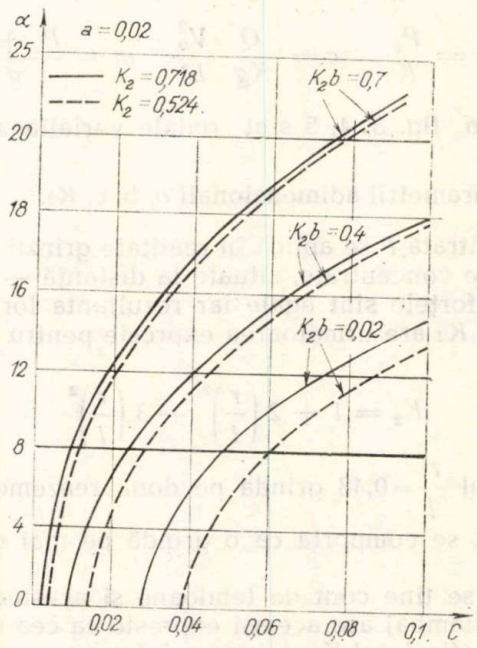


Fig. 3 a

Catedra de rezistenţa materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — Bucureşti

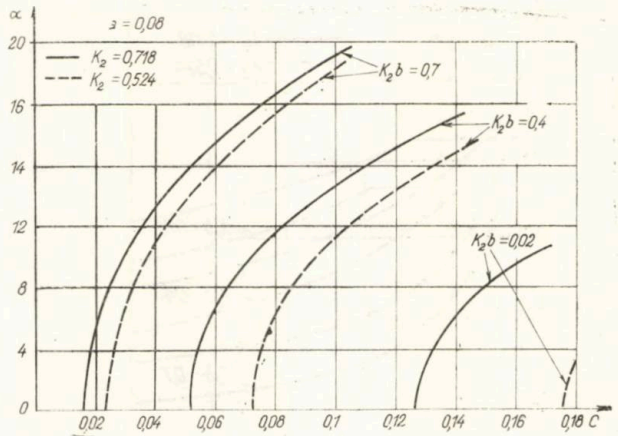


Fig. 3 b

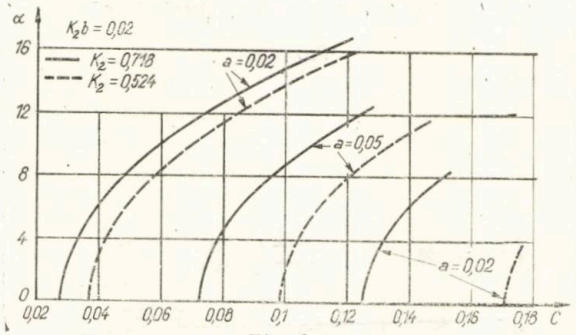


Fig. 3 c

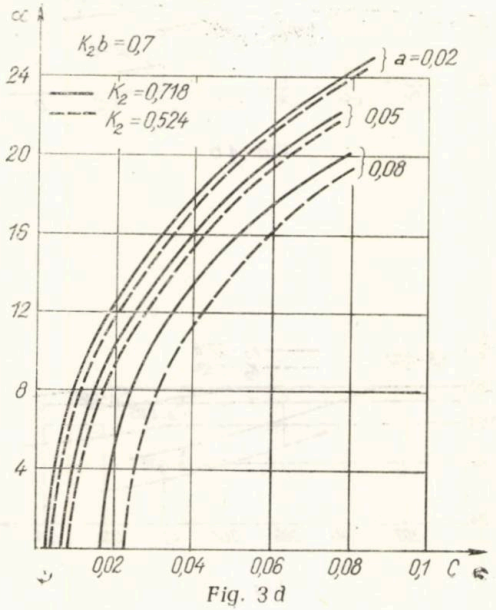


Fig. 3 d

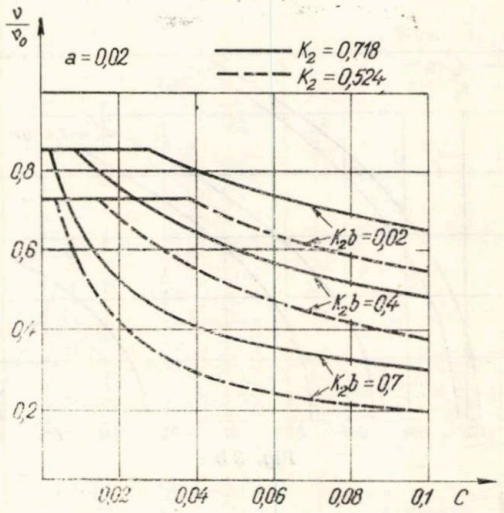


Fig. 4 a

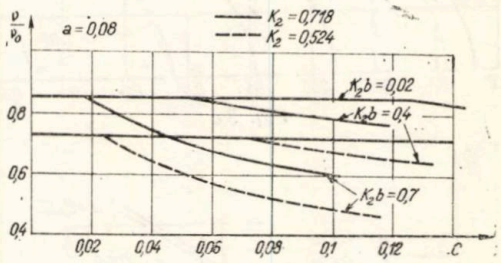


Fig. 4 b

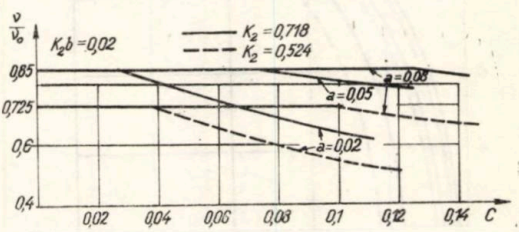


Fig. 4 c

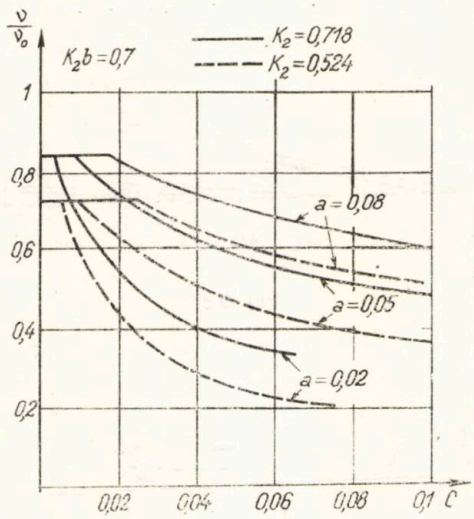


Fig. 4 a

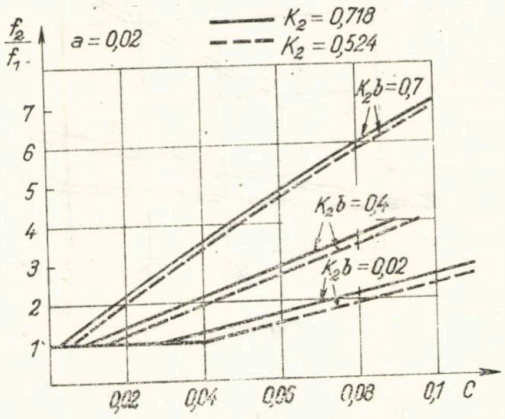


Fig. 5 a

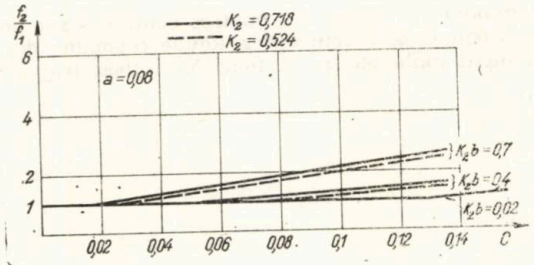


Fig. 5 b

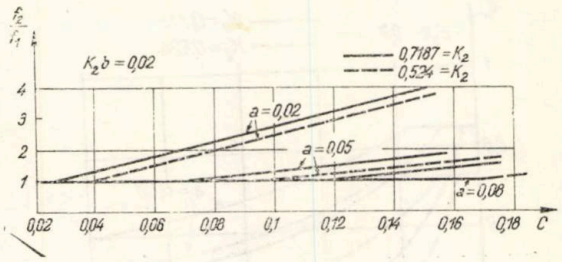


Fig. 5 c

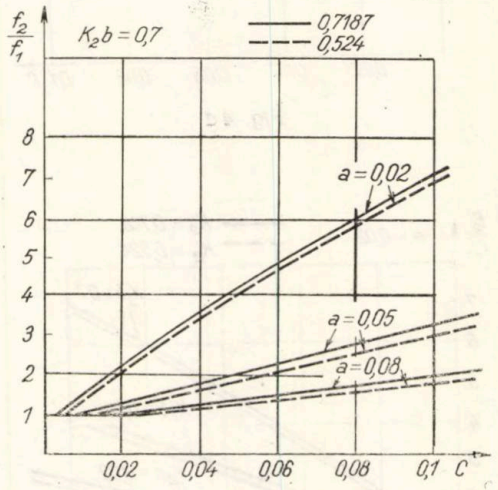


Fig. 5 d

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Petre* și V. *Cosac* — Vibrațiile verticale ale grinzilor pendulare luînd în considerare efectele de flambaj dinamic. Studii și cercetări de mecanică aplicată nr. 2. 1969.

2. *R. Voinea* și V. *Drobotă* — L'étude des poutres continues sur des appuis equidistantes à l'aide des équations fonctionelles. Revue roumaine des sciences techniques série de mecanique appliquée, nr. 4, tome XIV, 1969, pag. 721—740.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 4

TERMOTEHNICĂ

C.Z.: 621.18

EVITAREA COROZIUNII PREÎNCĂLZITORULUI DE AER PRIN RECIRCULAREA GAZELOR DE ARDERE *)

CONSTANTIN NEAGA

Introducere

Prin recircularea gazelor de ardere se înțelege procesul de preluare al gazelor din canalele de gaze de ardere ale cazanului și introducerea lor în focar. După scop, gazele de ardere pot fi prelevate din zona economizorului precum și de la sfîrșitul focarului. Locurile de introducere ale gazelor de ardere în focar se aleg, de asemenea, în funcție de scopul urmărit :

— separat în partea inferioară a focarului sau împreună cu combustibilul și oxidantul prin arzător ;

— în partea finală a focarului.

Recircularea gazelor de ardere are efect asupra proceselor termice și gazodinamice din focar și de după focar, precum și asupra parametrilor constructivi și funcționali ai cazanului.

Scopurile recirculării :

a) posibilitatea menținerii temperaturii nominale de supraîncălzire a aburului ;

b) posibilitatea folosirii alternative a diverselor sorturi de combustibil — de exemplu, păcură și gaze sau praf de cărbune — situație în care variază foarte mult debitele de gaze de ardere care străbat canalele cazanului ;

c) deshidratarea prealabilă a lignitului în vederea măcinării lui ;

d) asigurarea unei bune turbionări a aerului necesar arderii, la funcționarea agregatului la sarcini parțiale ; în acest caz gazele de ardere recirculate se introduc în canalele de aducțiune ale aerului de ardere. În ipoteza că la sarcini parțiale se scot din funcțiune un număr de arzătoare, pentru a le feri de radiația din focar, se răcesc cu gaze recirculate. Se indică însă, în vederea unui amestec mai bun, introducerea simultană cu aerul de ardere ;

*) Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București 29—31 mai 1969.

e) compensarea efectelor în consecinţă la modificarea constructivă a unui cazan — de exemplu, înlocuirea arzătoarelor care asigură arderea cu un coeficient de exces de aer mare, cu altele perfecţionate ;

f) evitarea coroziunii preîncălzitorului de aer ; gazele prelevate pot fi conduse în aspiraţia ventilatorului de aer de ardere, trecute prin preîncălzitorul de aer şi apoi împreună cu aerul introdus în focar ; amestecul refulat de ventilator avînd o temperatură mai mare conduce la creşterea temperaturii metalului şi deci la evitarea coroziunii, în cazul arderii combustibililor continuînd sulf.

La cazanele cu circulaţie forţată, recircularea gazelor de ardere serveşte pentru aceleaşi scopuri, în plus conduce la fixarea zonei de tranziţie în cadrul circuitului apă-abur.

La ambele tipuri de cazane efectul termodinamic al recirculării depinde de gradul de recirculare, de locul prelevării şi al introducerii gazelor în focar şi de forma focarului. Gazele de ardere recirculate au un efect inhibitor asupra fenomenului de ardere. Depăşirea unei anumite limite a gradului de recirculare conduce la înrăutăţirea procesului de ardere, periclitîndu-i stabilitatea.

Folosirea recirculării gazelor de ardere pentru evitarea coroziunii preîncălzitorului de aer

La schimbul de căldură între doi agenţi termici aflaţi în mişcare, printr-o suprafaţă metalică, temperatura medie a acestui perete într-un anumit loc, în ipoteza neglijării eventualelor murdăriri, precum şi căderii de temperatură în perete, este dată de următoarea relaţie ;

$$t_m = \frac{\alpha_1 t_g + \alpha_2 t_a}{\alpha_1 + \alpha_2} \,[^\circ C], \qquad (1)$$

unde : α_1 este coeficientul de convecţie termică de la agentul cald la perete, în [kcal/m² · h · °C] ;

t_g — temperatura acestui agent, în zona considerată, în [°C] ;

α_2 — coeficientul de convecţie termică de la perete la agentul rece, în [kcal/m² · h · °C] ;

t_a — temperatura acestui agent, în aceeaşi zonă, în [°C].

În cazul preîncălzitorului de aer al unui cazan de abur, relaţia (1) scrisă pentru zona de introducere a aerului în preîncălzitor (presupusă şi zonă de evacuare a gazelor de ardere), devine :

$$t_m = \frac{\alpha_1 t_{ev} + \alpha_2 t_0}{\alpha_1 + \alpha_2} \,[^\circ C]. \qquad (1')$$

Dacă gazele de ardere conţin vapori de acid sulfuric atunci există pericolul condensării lor pe suprafaţa peretelui metalic. Pentru a evita condensarea lor, trebuie ca temperatura peretelui metalic — t_m — să fie

mai mare decît temperatura de saturaţie a vaporilor de acid sulfuric (corespunzătoare presiunii lor parţiale), adică mai mare decît temperatura de rouă acidă. Temperatura de rouă acidă depinde de conţinutul de sulf din combustibil, de coeficientul de exces de aer şi de conţinutul de vapori de apă din gazele de ardere. În diverse lucrări se găsesc sub formă de curbe valorile temperaturii de rouă acidă în funcţie de parametrii enumeraţi. O dată fixată această temperatură se stabileşte valoarea temperaturii peretelui metalic.

Din (1'), notînd cu $r = \alpha_1/\alpha_2$, se deduce expresia temperaturii de evacuare a gazelor de ardere din agregat

$$t_{ev} = \frac{1}{r}(t_m - t_0) + t_m \,[°C]. \tag{2}$$

Pentru a micşora t_{ev}, ceea ce conduce la micşorarea consumului orar de combustibil, se poate mări valoarea temperaturii aerului la intrarea în preîncălzitorul de aer, t_0, sau mări raportul r. Aceste variaţi se fac, evident, între anumite limite — impuse de condiţiile concrete de funcţionare, precum şi de păstrarea constantă a lui t_m, pentru a evita coroziunea.

In [1], [2], s-au analizat diverse metode de prevenire a coroziunii. În cele ce urmează se va analiza o nouă soluţie şi anume mărirea lui t_0 prin amestecarea aerului necesar arderii cu gazele de ardere recirculate, conform schemei din fig. 1.

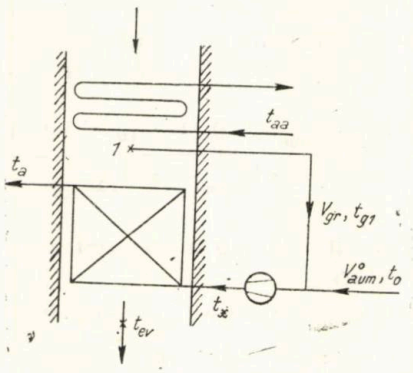


Fig. 1. Schema preîncălzirii prealabile a aerului de ardere cu gaze de ardere recirculate, cînd preîncălzitorul de aer este format dintr-o singură treaptă

Priza de preluare a gazelor de ardere (punctul 1) poate fi oriunde în lungul canalelor de gaze de ardere. Gazele de ardere recirculate pot fi conduse în conducta de aspiraţie sau într-un ejector aşezat în aval de ventilatorul de aer.

Se introduce noţiunea de *grad de recirculare*, definit prin raportul

$$x = \frac{V_{gr}}{V_{g1}},$$

unde : V_{gr} este volumul de gaze de ardere recirculate cu referire la unitatea de combustibil ars efectiv în focar, în [Nm^3/kg, Nm^3/Nm^3];

V_{g_1} — volumul de gaze de ardere, cu referire la unitatea de combustibil ars efectiv, în punctul de preluare, în [Nm^3/kg, Nm^3/Nm^3].

Pe figură mai apar : V^0_{aum} — reprezintă volumul teoretic de aer cu conținutul aferent de umezeală, necesar arderii complete a unității de combustibil, în [Nm^3/kg, Nm^3/Nm^3]; t_0 — temperatura mediului ambiant, în [°C]; t_{g_1}—temperatura gazelor recirculate în [°C]; t_a—temperatura cu care amestecul aer de ardere și gaze recirculate părăsește treapta preîncălzitorului, în [°C].

În compoziția gazelor de ardere recirculate se găsește și oxigen provenit din aerul în exces și din infiltrațiile de aer fals pînă în punctul de preluare al lor (dacă agregatul de cazan are canalele de gaze de ardere sub depresiune).

În procesele de ardere ale combustibililor interesează concentrația oxidantului în incinta de ardere și nu valoarea lui absolută. Or, prin recircularea gazelor de ardere concentrația oxigenului scade, ceea ce contribuie la mărirea timpului de ardere. De aceea, în lucrare, nu se scade, din volumul real de aer necesar arderii, aerul care se găsește în gazele recirculate, așa cum se procedează uneori [3], ceea ce ar conduce la o scădere și mai mare a concentrație de oxigen în focar.

Notînd cu α_{fi} — coeficientul de exces de aer la introducerea în focar, considerat în lucrare egal cu cel de la ieșirea din preîncălzitorul de aer, și cu α_1 — coeficientul de exces de aer în punctul de preluare al gazelor recirculate, expresia concentrației de oxigen la intrare în focar în ipoteza făcută în lucrarea de față va fi :

$$C'_{0_2} = \frac{0{,}21\ \alpha_{fi} V^0_{aum} + 0{,}21\ x\ (\alpha_1 - 1)\ V^0_{aum}}{\alpha_{fi} V^0_{aum} + x\ V_{g_1}} \left[\frac{Nm^3}{Nm^3}\right],$$

ceea ce arată scăderea hiperbolică a concentrației de oxigen cu creșterea gradului de recirculare.

Pentru a satisface concentrația C'_{0_2}, dacă în preîncălzitorul de aer este o pierdere relativă de amestec (aer și gaze de ardere recirculate $\Delta\alpha$, atunci trebuie ca valorile fluidelor aspirate să fie $x\ (1 + \Delta\alpha)\ V_{g_1}$ respectiv $\alpha_{fi}\ (1 + \Delta\alpha)\ V^0_{anm}$.

Temperatura amestecului refulat de ventilatorul de aer, t_x, se obține în urma unui bilanț termic făcut la ventilator

$$x\ V_{g_1} c_{g_1} \cdot t_{g_1} + \alpha_{fi} V^0_{aum} c_a\ t_0 = [x\ V_{g_1} + \alpha_{fi}\ V^0_{aum}]\ c \cdot t_x,$$

unde c_{g_1} este căldura specifică a gazelor de ardere în locul de preluare, în [$kcal/Nm^3\ °C$];

c_a — căldura specifică a aerului, la temperatura mediului ambiant, în [$kcal/Nm^3\ °C$];

c — căldura specifică a amestecului, în [kcal/Nm³ °C], a cărei valoare se deduce din expresia

$$c = \frac{x V_{g_1} c_{g_1} + \alpha_{fi} V^0_{aum} c_a}{x V_{g_1} + \alpha_{fi} V^0_{aum}}.$$

Înlocuind se obține

$$t_x = \frac{x V_{g_1} c_{g_1} t_{g_1} + \alpha_{fi} V^0_{aum} c_a t_0}{x V_{g_1} c_{g_1} + \alpha_{fi} V^0_{aum} c_a} [°C], \quad (3)$$

relație ce arată creșterea lui t_x cu gradul de recirculare.

Temperatura teoretică de ardere cu recircularea gazelor

Aceasta se obține în urma unui bilanț termic la focar, în ipoteza că nu avem transmisie utilă de căldură; cantitățile de căldură vor fi evoluate luînd ca referință 0°C.

$$Q_d \left(1 - \frac{q_3 + a_1 q_5 + q_4}{100}\right) + i_c + (\alpha_{fi} V^0_{aum} + x V_{g_1}) c' t_a + \\ + \Delta\alpha_f V^0_{aum} c_a t_0 = (V_{gf} + x V_{g_1}) c'' t_t \quad (4)$$

unde: Q_d este căldura introdusă cu unitatea de combustibil, în [kcal/kg, kcal/Nm³],

q_5 — pierderea procentuală de căldură prin pereții cazanului în mediul ambiant, în [%],

q_3, q_4 — pierderea procentuală de căldură prin ardere chimică respectiv mecanic incompletă, în [%],

a_1 — fracțiunea din q_5 aferentă focarului,

i_c — entalpia unității de combustibil de la 0° la temperatura cu care este introdusă în focar în [kcal/kg, kcal/Nm³],

c' — căldura specifică a amestecului la ieșirea din preîncălzitorul de aer, în [kcal/Nm³ °C] la temperatura t_a a acestuia,

V_{gf} — volumul de gaze de ardere la sfîrșitul focarului, aferent unității de combustibil care a ars efectiv, în [Nm³/kg, Nm³/Nm³],

c'' — căldura specifică a amestecului de gaze de ardere-gaze de ardere recirculate, în [kcal/Nm³ °C] la temperatura teoretică t_t,

$\Delta\alpha_f$ — coeficientul de infiltrație a aerului fals în focar.

Temperatura teoretică de ardere scade hiperbolic cu creșterea gradului de recirculare.

Temperatura gazelor de ardere în punctul de preluare al lor (punctul 1)

$$(1+x)\,V_{g_1}\,c_{g_1}\,t_{g_1} = (V_{gf} + x\,V_{g1})\,c''\,t_t - \frac{Q_u}{B} - \frac{a_2 q_5}{100}\,Q_d + \\ + \Delta\alpha_{f-1}\,V^0_{aum}\,c_a\,t_0 \qquad (5)$$

unde: Q_u este căldura transmisă util suprafeţelor de schimb de căldură ale cazanului, pînă la punctul de prelevare (poate fi căldură utilă totală sau numai o parte din ea — depinde de poziţia punctului de prelevare), în [kcal/h],

B — consumul orar de combustibil, în [kg/h; Nm³/h]

$\Delta\alpha_{f-1}$ — coeficientul de infiltraţie de aer fals de la sfîrşitul focarului pînă în punctul 1,

a_2 — fracţiunea din q_5 aferentă canalului de la sfîrşitul focarului pînă în punctul 1.

Considerînd Q_u toată căldura utilă necesară cazanului, se poate scrie

$$\frac{Q_u}{B} = \frac{Q_d}{100}\,[100 - (q_3 + q_4 + q_5\,] - V_{gev}\,c_{ev}\,t_{ev} + \alpha_{ev}\,V^0_{aum}\,c_a t_0 + i_c \qquad (6)$$

Ţinînd seama de expresiile (4), (6) şi (5) se obţine

$$(1+x)\,V_{g_1}\,c_{g_1}\,t_{g_1} = Q_d\left(1 - \frac{q_3 + a_1 q_5 + q_4}{100}\right) + i_c + (\alpha_{fl}\,V^0_{aum} + \\ + x\,V_{g_1})\,c'\,t_a + \Delta\alpha_f\,V^0_{aum}\,c_a\,t_0 - Q_d\left[1 - \frac{q_3 + q_4 + q_5}{100}\right] + V_{gev}\,c_{ev}\,t_{ev} - \\ - \alpha_{ev}\,V^0_{aum}\,c_a\,t_0 - i_c - \frac{a_2 q_5}{100}\,Q_d + \Delta\alpha_{f-1}\,V^0_{anm}\,c_a\,t_0.$$

Notînd cu a_3 fracţiunea lui q_5 corespunzătoare preîncălzitorului de aer, relaţia precedentă se reduce la

$$(1+x)\,V_{g_1}\,c_{g_1}\,t_{g_1} = (\alpha_{fi}\,V^0_{aum} + x\,V_{g_1})\,c'\cdot t_a + V_{gev}\,c_{ev}\cdot t_{ev} + \\ + \frac{a_3 \cdot q_5}{100}\,Q_d - \alpha_{fi}\,(1+\Delta\alpha)\,V^0_{aum}\,c_a\,t_0. \qquad (7)$$

Această relaţie s-ar fi putut obţine, dacă Q_u este toată căldura utilă necesară cazanului şi dintr-un bilanţ la preîncălzitorul de aer.

De observat că dacă gazele recirculate s-ar fi introdus direct în focar şi că trebuie satisfăcut necesarul de căldură utilă pînă în punctul de prelevare, temperatura gazelor de ardere în punctul de prelevare ca şi în continuare, pînă la evacuare, este aceeaşi ca şi în cazul fără recirculare.

Introducînd relaţia (7) în (3), se obţine o ecuaţie, care împreună cu (2), în care t_0 devine t_x, formează un sistem de două ecuaţii cu două necunoscute (funcţiile t_x şi t_{ev}). Prin rezolvare se obţin

$$t_x = f_1(r, x),$$

$$t_{ev} = f_2(r, x),$$

unde: $r = f_3(t_x, t_{ev}, x)$. Forma explicită a funcţiilor t_x şi t_{ev} este imposibil de obţinut. Graficul lor, în fig. 2 s-a obţinut prin puncte, considerînd pe r variabil.

Funcţia t_{ev}, considerînd pe r un parametru variabil, constituie un fascicol de curbe, avînd ecuaţia

$$r(t_{ev} - t_m) + (t_x - t_m) = 0$$

Generatoarele acestui fascicol sînt :

$$\text{dreapta } (D_1)\ t_{ev} - t_m = 0$$

$$\text{curba } (D_2)\ t_x - t_m = 0.$$

Forma explicită a ecuaţiei curbei D_2 este

$$x\, V_{gev}\, c_{ev} \cdot t_{ev} = x^2 (V_{g1}\, c_{g1}\, t_m - V_{g1}\, c'\, t_a) + x (V_{g1}\, c_{g1}\, t_m + C_2 - C_1) + C_2 \qquad (8)$$

unde :

$$C_1 = \alpha_{fi} V^0_{aum}\, c'\, t_a + \frac{a_3 q_5}{100} Q_d - \alpha_{fi} (1 + \Delta\alpha) V^0_{aum}\, c_a\, t_0,$$

$$C_2 = \alpha_{fi} V^0_{aum}\, c_a (t_m - t_0).$$

Vîrful fascicolului se găseşte la intersecţia lui D_1 cu D_2. Coordonatele acestui punct sînt x_T şi t_m din fig. 2. (În ecuaţia (8) înlocuind pe t_{ev} cu t_m se obţine o ecuaţie de gradul 2 în x, a cărei rădăcină pozitivă este cea care interesează).

Totodată abscisa x_T este valoarea maximă a gradului de recirculare ; în acest punct t_{ev} şi t_x sînt egale ca valoare. Expresia lui x_T se putea obţine şi din condiţia, irealizabilă practic, $t_{ev} - t_x = 0$. Practic, pentru a avea transfer de căldură trebuie să avem $t_{ev} - t_x = \Delta t'$. În acest fel se obţine valoarea maximă, realizabilă, a gradului de recirculare x_R şi corespunzător temperatura de evacuare t_{ev_R}.

Pentru $r = 1$ curbele t_{ev} şi t_x sînt simetrice faţă de orizontala t_m. Rezultă deci că t_x este o curbă ce aparţine fascicolului ; de aceea vîrful fascicolului dă valoarea maximă a gradului de recirculare.

Dar temperatura de evacuare din cazan nu poate fi mai mică decît o temperatură minimă de evacuare, care depinde, printre altele şi de temperatura apei de alimentare, t_{aa}.

Se pleacă de la relaţia (7), în care pentru a-i da o formă mai simplă, se neglijează pierderea de căldură prin pereţi în zona preîncălzitorului de aer.

Pentru ca t_{ev} să fie minim, trebuie ca $t_{g_1} = t_{aa} + \Delta t''$ şi $t_a = t_{aa}$. În final se găseşte, variaţia liniară a temperaturii $t_{ev\,min}$ cu gradul de recirculare.

$$V_{gev}\, c_{ev} \cdot t_{ev\,min} = x\,[V_{g_1}(c_{g_1} - c')\, t_{aa} + V_{g_1}\, c_{g_1}\, \Delta t''] + (V_{g_1}\, c_{g_1} - \\ - \alpha_{fi} V^0_{aum}\, c')\, t_{aa} + V_{g_1}\, c_{g_1}\, \Delta t'' + \alpha_{fi}(1 + \Delta\alpha)\, V^0_{aum}\, c_a\, t_0 .$$

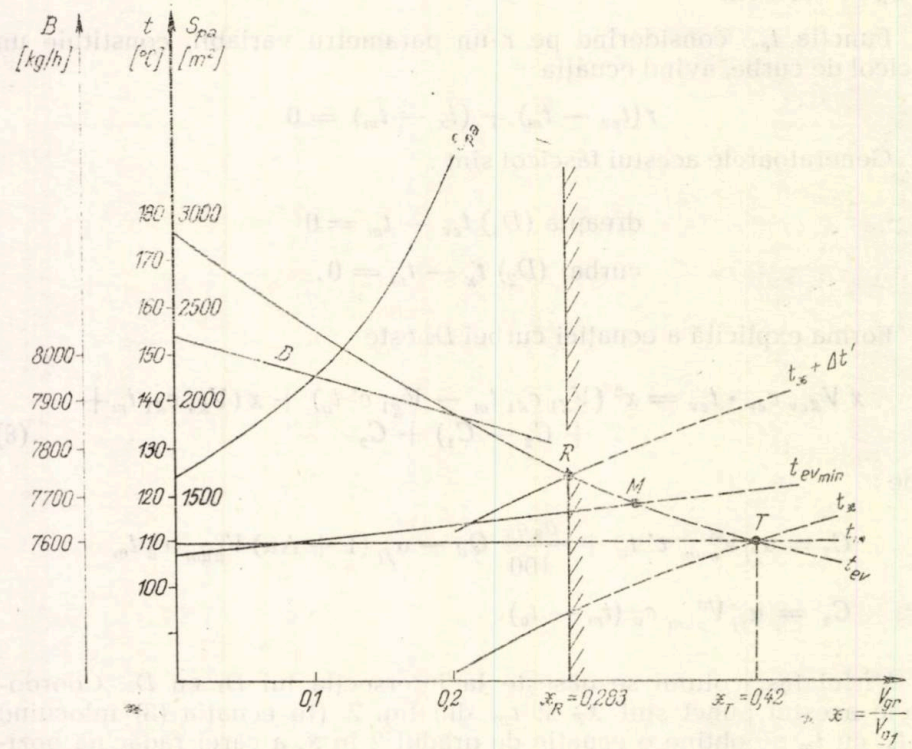


Fig. 2. Diagramă pentru determinarea gradului optim de recirculare a gazelor de ardere

În cazul exemplului considerat punctul M (intersecţia t_{ev} cu $t_{ev\,min}$) se găseşte sub punctul R. Dacă $x_M < x_R$ (pentru anumite valori ale caracteristicilor combustibilului şi cazanului), atunci limita scăderii temperaturii de evacuare era dată de $t_{ev\,min}$.

Din ecuaţia (6), cunoscîndu-se variaţia lui t_{ev} cu x, se găseşte variaţia consumului orar de combustibil B cu gradul de recirculare.

În fig. 2 s-a prezentat şi variaţia suprafeţei preîncălzitorului de aer cu gradul de recirculare. De asemenea cresc cu x şi suprafeţele celorlalte schimbări de căldură. Suprafeţele crescînd pierderile de presiune la vehicularea gazelor de ardere, apei, aburului şi aerului, cresc.

Cunoscînd toate aceste variaţii, aplicînd metoda cheltuielilor minime de calcul se găseşte valoarea optimă a gradului de recirculare, din punct de vedere ecomomic general.

Fig. 2 a fost construită pentru un cazan de 120 t/h, 100 kg/cm², 540°C, temperatura apei de alimentare 230°C, funcţionînd cu păcură, pentru care $t_m = 110°C$; aerul intră în ventilator cu 25°C, iar amestecul aer şi gaze recirculate iese din preîncălzitor cu 230°C.

Dacă preîncălzitorul este construit în două trepte, priza de preluare a gazelor recirculate poate fi plasată şi înaintea ultimei trepte, după economizor, ca în fig. 3.

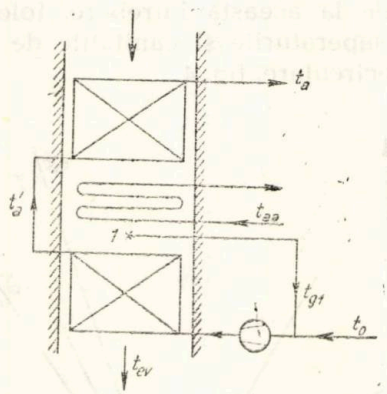


Fig. 3. Schema preîncălzirii prealabile a aerului de ardere cu gaze recirculate, cînd preîncălzitorul de aer este format din două trepte.

Problema este similară cazului precedent, cu deosebirea că t_a, notată aici cu t'_a, devine un parametru variabil. Un model de analiză a fost expus în lucrarea [2], unde se trata problema recirculării aerului de ardere, pentru aceleaşi scopuri.

Deoarece acelaşi exemplu s-a folosit şi la recircularea aerului de ardere, se constată o scădere mai accentuată a consumului orar de combustibil în cazul recirculării gazelor, faţă de recircularea aerului de ardere. Explicaţia rezidă în aceea că variaţia t_{ev} cu gradul de recirculare este mai pronunţată în cazul recirculării gazelor de ardere, deoarece în acest caz, o dată cu creşterea gradului de recirculare scade şi temperatura teoretică şi deci se pleacă de la un nivel de temperatură mai scăzută.

În comparaţie cu metoda obişnuită de recirculare, adică introducerea directă a gazelor recirculate în focar, metodă ce presupune existenţa unui ventilator separat de recirculare, această metodă prezintă avantajul unui ventilator comun de aer şi gaze recirculate precum şi posibilitatea, cum se va arăta ulterior, a menţinerii constante a temperaturii nominale a aburului, atît în cazul cînd ea creşte cît şi în cazul cînd scade.

Variația gradului de recirculare la modificarea temperaturii aburului supraîncălzit

Se presupune că s-a găsit un x_{opt}, pentru care s-a construit cazanul și pentru care coroziunea este evitată. În timpul funcționării, o serie de factori, cu preponderență cei legați de combustibil, conduc la o variație a temperaturii teoretice de ardere și în consecință la o schimbare a raportului între cantitățile de căldură schimbate prin radiație și cantitățile de căldură schimbate prin convecție. Ca urmare temperatura nominală a aburului supraîncălzit se schimbă. Care trebuie să fie variația $x_{opt} \pm \Delta x$ pentru a prelua variația de temperatură $t_n \pm \Delta t$, sau altfel zis presupunînd cunoscută abaterea Δt care este variația Δx.

Pentru a răspunde la această întrebare, folosind exemplu precedent, s-au calculat temperaturile și canitățile de căldură schimbate la variația gradului de recirculare, fig. 4.

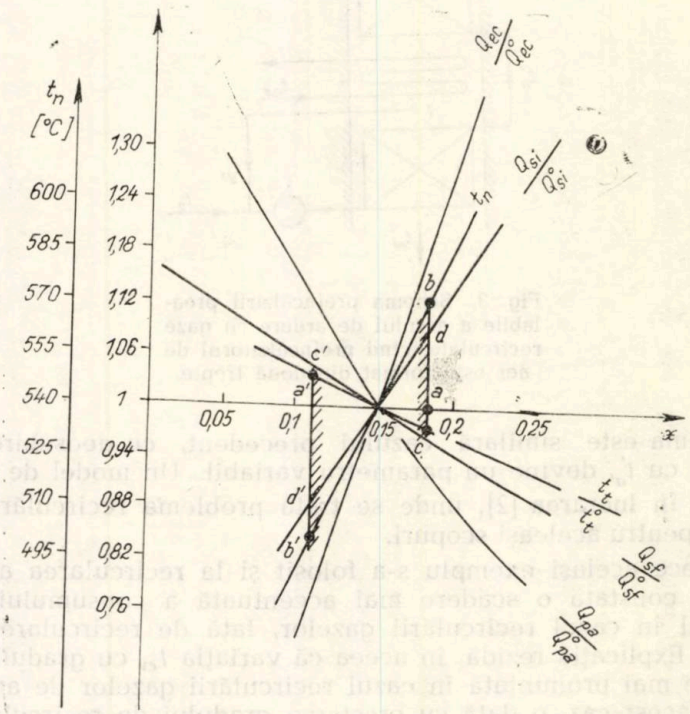


Fig. 4. Diagramă pentru determinarea variațiilor gradului de recirculare în scopul menținerii constante a temperaturii aburului supraîncălzit.

Curbele s-au construit considerîndu-se $x_{opt} = 0{,}15$. Prin micșorarea gradului de recirculare, temperatura teoretică crește, ceea ce conduce la creșterea cantității de căldură schimbată prin radiație de sistemul fierbător. (În diagramă s-au reprezentat rapoartele cantităților orare efective de căldură și valorile aceleași cantități de căldură pentru

cazul optim). Ca urmare a măririi cantității de căldură cedată focarului, scad cantitățile de căldură cedate, prin convecție, supraîncălzitorului, ceea ce conduc la scăderea temperaturilor, la ieșire, ale agentului termic.

La mărirea gradului de recirculare, fenomenele se petrec în sens opus celor expuse.

Se presupune că la un moment dat temperatura aburului supraîncălzit a crescut cu Δt (în figură segmentul $\overline{ab}$); aceasta se datorește faptului că temperatura teoretică a scăzut cu $\overline{ac} \cdot t_t^0$ (ex. combustibilul vine la centrală cu un conținut mai mare de umiditate). Ca urmare cantitatea de căldură recepționată de supraîncălzitor a crescut cu $\overline{ad}\ Q_{st}^0$ și de aici temperatura aburului a crescut cu $\overline{ab}$. Pentru a readuce temperatura aburului la cea nominală, trebuie să fie micșorată cantitatea de căldură recepționată de supraîncălzitor cu $\overline{ad}.\ Q_{st}^0$ ($\overline{ad} = \overline{a'd'}$). Acest lucru se realizează prin creșterea temperaturii teoretice cu $\overline{a'c'}\ t_t^0$. Creșterea temperaturii se realizează prin micșorarea gradului de recirculare. Dacă pe axa absciselor se notează $x_{opt} = 0{,}15$ cu litera o, gradul de recirculare cu care va funcționa cazanul va fi $0{,}15 - \overline{oa'}$; cazanul va funcționa cu acest grad de recirculare pînă ce analiza combustibilului se restabilește la cea care a fost la proiectare.

Modul de lucru este exact invers, dacă se constată o scădere a temperaturii aburului supraîncălzit.

În lucrarea [4] au fost deduse experimental curbele prezentate prin calcul în fig. 4.

Analizînd cele precedente se constată că este posibil a se menține constantă temperatura nominală a aburului supraîncălzit, cînd ea variază în ambele sensuri, cu menținerea simultană a posibilității de evitare a coroziunii. Ar trebui ca variațiile temperaturii nominale să fie prea mari — cum rezultă din figură — pentru ca gradul de recirculare să scadă la zero sau să crească peste valoarea maximă realizabilă practic x_R. Și dacă totuși ar exista asemenea situații, atunci operația de reglare ar trebui continuată cu o altă metodă de reglare. Evident, lucrarea nu și-a propus o analiză comparativă, cu alte metode de reglare a temperaturii aburului supraîncălzit; acest lucru se găsește în lucrarea [5].

Obs.: reglarea s-a făcut în ipoteza menținerii constante a debitului de abur, variind consumul orar de combustibil.

Anexa: pentru calcule s-a folosit diagrama *It* cu recircularea gazelor de ardere.

$I_{gr} = (1 + x)\ I_g^0 + (\alpha - 1)\ I_{aum}^0 + x\ (\alpha_1 - 1)\ I_{aum}^0$, unde:

I_g^0 — entalpia teoretică a gazelor de ardere rezultate din arderea efectivă a unității de combustibil, în [kcal/kg; kcal/Nm³],

I_{aum}^0 — entalpia teoretică a aerului umed necesar arderii complete a unității de combustibil, în [kcal/kg; kcal/Nm³],

α — coeficientul de exces de aer, variabil în lungul canalelor de gaze de ardere ale cazanului,

α_i — coeficientul de exces de aer în punctul de prelevare al gazelor de ardere.

Concluzii

Lucrarea a adăugat la metodele de evitare a coroziunii preîncălzitorului de aer analizate în [1] și [2], încă o soluție. S-a demonstrat, de asemenea, posibilitatea menținerii constante a temperaturii nominale a aburului, simultan cu operația de evitare a coroziunii.

Catedra de cazane și turbine cu abur și gaze
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Postelnicescu M., Neaga C.:* Influența preîncălzirii preliminare a aerului de ardere la un cazan, în scopul evitării coroziunii, asupra economicității instalației; Buletinul Institutului politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc., 1/1966.

2. *Postelnicescu M., Neaga C.:* Evitarea coroziunii cazanelor în care se ard combustibili conținînd sulf, prin soluții dependente numai de funcționarea lor; Buletinul Institutului politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" București, 3/1968.

3. *Maslenicov C. M.:* Recircularea gazelor de ardere și importanța recirculării lor pentru instalațiile de cazane industriale; Economia de combustibil; 5/1950.

4. *Andrew D. J. și alții:* Gas Recirculation and Its Relation to Boiler Design and Operation; Combustion 12/1959.

5. *V. A. Parilov:* Sravnenie regulirovania pervicinovo peregreva vprîscom „sobstvennovo" condensata i reţirculiaţiei dîmovîh gazov; Energomașinostroienie, 2/1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 4

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

C. Z.: 621.791

MIȘCAREA PULSATORIE A PARTICULELOR DE METAL ÎN ARCUL ELECTRIC DE SUDURĂ SUB INFLUENȚA UNUI CÎMP DE EXCITAȚIE ACUSTIC*

P. SONEA, I. SONEA

Introducere

În ultimele două decenii numeroși cercetători și-au îndreptat atenția asupra posibilității îmbunătățirii structurii cusăturilor sudate printr-un procedeu pur fizic, care constă în suprapunerea peste arcul electric de sudură a unor oscilații mecanice de frecvență acustică, sau ultraacustică. Procedeul tehnic are numeroase variante, dar cel care s-a impus în ultimul timp, se bazează pe vibrarea electrodului. Descrierea detaliată a acestei metode este redată în lucrarea (5) în care sînt arătate influențele exercitate de puterea specifică și frecvența cîmpului acustic. Astfel experiența confirmă că la sudarea automată sub strat de flux dacă electrodul este vibrat cu o frecvență cuprinsă între 15—25 KH_z și cu o putere specifică de 10—20 w/cm² în arcul electric se produce un fenomen de pulverizare a picăturilor de metal lichid, fragmentele avînd dimensiuni cuprinse între $10 \sim 0{,}5\ \mu$.

Fenomenul de pulverizare a fost modelat cu ajutorul unui tub subțire prin care s-a lăsat să curgă apă. La vibrarea tubului în condiții analoge electrodului și la un debit de apă echivalent cu debitul de metal topit din electrod, la capătul de ieșire al tubului s-a observat că apa se transformă în picături foarte fine, similare cu picăturile de ceață. În același timp, atît în cazul arcului electric, cît și al modelului, în spațiul înconjurător este emis un ton a cărui frecvență măsurată este egală cu frecvența excitației, la puteri specifice mari, sau fracțiuni egale cu 1/2 sau 1/3 din frecvența excitației la puteri specifice mici. S-a mai observat că frecvența optimă a excitației perturbatoare este de 17,5 KH_z la o putere specifică egală cu 16 w/cm², cînd fragmentele au dimensiuni cuprinse între $0{,}5 \sim 2\ \mu$.

În prezenta lucrare se încearcă explicarea fenomenului de pulverizare prin acțiunea ponderomotoare a cîmpului acustic asupra particulelor de metal aflate în faza lichidă. Pe baza conceptului de forță genera-

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 29—31 mai 1969.

lizată de volum și de suprafață, folosit în teoria elasticității, se descrie mișcarea pulsatorie a particulei, care se consideră cauza principală a fragmentării. Măsurarea frecvențelor tonului emis de aceste particule sub acțiunea ponderomotoare a cîmpului acustic, confirmă în parte justețea ipotezei, dar trebuie avut în vedere că pe lîngă mișcarea pulsatorie particulele execută și alte mișcări, cu consecințe asupra solicitărilor de volum care se produc asupra lor.

De aceea lucrarea de față nu epuizează problema, cu atît mai mult, cu cît determinările cantitative ale solicitărilor, pe baza acestei expuneri, sînt însoțite de dificultăți experimentale foarte mari. Mai trebuie adăugat că forțele de reacțiune a particulelor date de coeziunea moleculară, depind în foarte mare măsură de temperatură, de aceea starea lichidă a particulelor de metal este considerată o stare ideală uniformă.

Mișcarea pulsatorie elastică a particulei într-un cîmp de excitație acustic

Ne propunem să determinăm deformația elastică relativă a unei particule de metal lichid cu simetrie sferică, sub acțiunea forțelor de volum și de suprafață excitate de cîmpul acustic în arcul electric tratat folosit pentru sudură (5).

Pentru aceasta se consideră legea lui Hooke sub forma ei elementară:

$$\lambda_t = \frac{P}{E}; \quad \lambda_c = \frac{P}{S\,E} \tag{1}$$

unde λ_t este alungirea relativă a unei bare cu modulul de elasticitate E sub acțiunea forțelor pe unitatea de suprafață a secțiunii transversale egală cu P; λ_c este comprimarea relativă a dimensiunilor care dau secțiunea transversală; s este coeficientul lui Poisson $S = \lambda_t/\lambda_c$. În cazul particulei sferice admitem că asupra ei acționează numai tensorul tensiunilor elastice, ale cărui valori proprii F_x, F_y, F_z sînt legate de valorile proprii ale tensorului deformațiilor ε_x, ε_y, ε_z, prin legea lui Hooke exprimată sub 1. Avem:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{F_x}{E} - \frac{F_y}{SE} - \frac{F_z}{SE} \\ \varepsilon_y &= \frac{F_y}{E} - \frac{F_x}{SE} - \frac{F_z}{SE} \\ \varepsilon_z &= \frac{F_z}{E} - \frac{F_x}{SE} - \frac{F_y}{SE}. \end{aligned} \tag{2}$$

Se observă că termenii de forma F_k/E sînt tensiuni și produc alungiri, iar termenii de forma F_k/SE sînt compresiuni și produc scurtarea dimensiunilor secțiunii transversale.

Introducînd tensorul deformația $\overline{\overline{X}}$, tensorul tensiunilor $\overline{\overline{T}}_s$, $\overline{\overline{1}}$ tensorul unitate, raportați la axele principale

$$\overline{\overline{X}} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix}; \quad \overline{\overline{T}}_s = \begin{vmatrix} F_x & 0 & 0 \\ 0 & F_y & 0 \\ 0 & 0 & F_z \end{vmatrix}; \quad \overline{\overline{1}} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \tag{3}$$

folosind apoi coeficienții lui Lamé din teoria elasticității

$$\lambda = \frac{sE}{(s+1)(s-2)}; \quad \mu = \frac{1}{2}\frac{sE}{s+1} \tag{4}$$

și introducînd notațiile

$$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = -P\frac{3\lambda + 4\mu}{\mu\lambda(\mu+\lambda)(2\mu+3\lambda)} \tag{5}$$

$$P = F_x + F_y + F_z$$

se stabilește valabilitatea legii lui Hooke generalizată :

$$\overline{\overline{T}}_s = 2\mu\overline{\overline{X}} + \lambda\theta\overline{\overline{1}}. \tag{6}$$

Cu această lege se formează ușor componentele tensorilor $\overline{\overline{X}}$ și $\overline{\overline{T}}$ pentru un sistem de axe cartezian știind că acești tensori sînt simetrici.

$$\overline{\overline{X}} = \begin{vmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{vmatrix}; \quad \overline{\overline{T}} = \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{vmatrix} \tag{7}$$

cu

$$X_{11} = \frac{\partial U_x}{\partial x}; \quad X_{12} = X_{21} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x}\right)$$

$$X_{22} = \frac{\partial U_y}{\partial y}; \quad X_{13} = X_{32} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_y}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial y}\right) \tag{8}$$

$$X_{33} = \frac{\partial U_z}{\partial z}; \quad X_{13} = X_{31} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_z}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial z}\right)$$

$$T_{11} = 2\mu\frac{\partial U_x}{\partial x} + \lambda\theta; \quad T_{12} = T_{21} = \mu\left(\frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x}\right)$$

$$T_{22} = 2\mu\frac{\partial U_y}{\partial y} + \lambda\theta; \quad T_{23} = T_{32} = \mu\left(\frac{\partial U_y}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial y}\right) \tag{9}$$

$$T_{33} = 2\mu\frac{\partial U_z}{\partial z} + \lambda\theta; \quad T_{13} = T_{31} = \mu\left(\frac{\partial U_z}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial z}\right).$$

Relaţiile 1—9 se pot aplica pentru orice corp de orice formă, însă pentru particula cu simetrie sferică relaţiile se pot simplifica. Astfel notînd deplasările virtuale radiale sub forma :

$$\delta U_r = \frac{\partial U_r}{\partial r} = \varepsilon \tag{10}$$

unde pe axa x-lor se produce o alungire a dimensiunii lineare a lui r, iar pe axele y şi z o compresiune a dimensiunilor lineare ale secţiunii transversale πr^2.

Rezolvînd apoi relaţiile 2 în raport cu valorile proprii ale tensorului $\overline{T}_s$ se obţine :

$$-F_x = (\lambda + \mu)\frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \Delta \delta U_x ; \quad -F_y = (\lambda + \mu)\frac{\partial \theta}{\partial y} + \mu \Delta \delta U_y ;$$

$$-F_z = (\lambda + \mu)\frac{\partial \theta}{\partial z} + \mu \Delta \delta U_z . \tag{11}$$

Grupînd aceste relaţii din motive de simetrie avem :

$$-F_r = (\lambda + \mu)\frac{\partial \theta}{\partial r} + \mu \Delta \delta U_r = (\lambda + \mu)\frac{d\theta}{dr} + \mu \frac{dU}{dr} \tag{12}$$

de unde

$$-\int (F_r\, dr) = (\lambda + \mu)\, d\theta + \mu dU. \tag{13}$$

Această relaţie reprezintă lucrul forţelor cîmpului acustic care contribuie la deformarea particulei.

Presupunînd că sfera se „dilată" de la raza r la $r + dr$ dilataţia cubică este egală cu cîtul dintre variaţia deplasării întregei suprafeţe a sferei şi creşterea volumului

$$\theta = \frac{\dfrac{d}{dr}(\varepsilon\, 4\pi r^2)\, dr}{4\pi r^2 dr} = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(\varepsilon r^2) = \frac{r^2}{r^2}\frac{d\varepsilon}{dr} + \frac{\varepsilon}{r^2} 2r = \frac{d\varepsilon}{dr} + \frac{2\varepsilon}{r}. \tag{14}$$

Ţinînd seama de 10 şi derivînd relaţia în raport cu r se obţine :

$$\theta = \frac{d\varepsilon}{dr} + \frac{2}{r}\varepsilon = \frac{d^2U}{dr^2} + \frac{\varepsilon}{r}\frac{dU}{dr} = \delta U. \tag{15}$$

Înlocuind acest rezultat în 14 se obţine :

$$-\int F_r\, dr = (\lambda + \mu)\theta + \mu\theta = (\lambda + 2\mu)\theta = (\lambda + 2\mu)\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(\varepsilon r^2). \tag{16}$$

Această integrală se poate rezolva luînd limitele r_1 şi r

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(\varepsilon r^2) = -\frac{1}{\lambda + 2\mu}\left(\int_{r_1}^{r} F_r\, dr + C_1\right) \tag{17}$$

unde C_1 este o constantă de integrare care se determină prin condiţia de limită (pentru $r=r_1$ şi $r=r_2$ cele două raze ale sferei în stare nedilatată şi dilatată).

În vederea soluţionării relaţiei 17 trebuie cunoscută forţa F_r. Pentru aceasta, din motive de simetrie, se consideră că tensorul simetric al tensiunilor are valorile proprii egale cu densitatea de volum a forţei F_r produsă de presiunea acustică p a cîmpului, avînd vectorul intensitate de radiaţie egal cu $I=pV$. Astfel forţa de volum F_r se poate exprima prin relaţia :

$$F_r = \sum_{r=1}^{3} \frac{\partial}{\partial r} \overline{T}_{sr} = \sum_{r=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_r} \left[\sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} \frac{I_j I_k}{2k} (\alpha_{sr})_{jk} \right] \tag{18}$$

utilizînd aceleaşi notaţii ca în 7 se disting numai două tipuri de componente şi anume cele cu indici identici T_{jj} şi cele cu indici diferiţi $T_{jk} = T_{kj}$. Acestea sînt :

$$T_{11} = -\frac{I_x^2}{2k}\alpha_{11} - \frac{I_y^2}{2k}\alpha_{21} - \frac{I_z^2}{2k}\alpha_{31} - \frac{I_y I_z}{k}\alpha_{45} - \frac{I_z I_x}{k}\alpha_{51} - \frac{I_x I_y}{k}\alpha_{61} \tag{19}$$

$$T_{12} = -\frac{I_x^2}{2k}\alpha_{16} - \frac{I_y^2}{2k}\alpha_{26} - \frac{I_z^2}{2k}\alpha_{36} - \frac{I_y I_z}{k}\alpha_{46} - \frac{I_z I_y}{k}\alpha_{56} - \frac{I_x I_y}{k}\alpha_{66}. \tag{19}$$

Se observă că aceste componente sînt funcţii omogene pătrate de componentele intensităţii de radiaţie a cîmpului. Din motive de simetrie dacă se schimbă axele între ele coeficienţii $(\alpha_{sr})_{jk}$ trebuie să rămînă neschimbaţi. Această condiţie nu este îndeplinită decît de 12 coeficienţi din cei 36 existenţi, restul de 24 fiind nuli, întrucît la schimbarea axelor se obţin coeficienţi diferiţi, ceea ce nu este posibil. Coeficienţii nenuli se grupează şi ei în următoarele trei categorii

$$\begin{aligned} &\alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha_{33} = \alpha_1 \\ &\alpha_{12} = \alpha_{21} = \alpha_{13} = \alpha_{31} = \alpha_{32} = \alpha_{23} = \alpha_2 \\ &\alpha_{44} = \alpha_{55} = \alpha_{66} = \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2). \end{aligned} \tag{20}$$

Cu aceste notaţii relaţiile 19 devin

$$T_{11} = -\frac{1}{2k}\alpha_1 I_x^2 - \frac{1}{2k}\alpha_2 (I_y^2 + I_z^2) \tag{21}$$

$$T_{12} = \frac{1}{2k}(\alpha_2 - \alpha_1) I_y I_z . \tag{22}$$

Ultimele două relaţii sînt foarte importante pentru interpretarea fizică a acţiunii cîmpului acustic asupra particulei separînd din ele următorii termeni :

$$F_t = -\frac{1}{2k}\alpha_1 I^2 \tag{23}$$

şi

$$F_c = -\frac{1}{2k}\alpha_2 I^2. \tag{24}$$

Avantajul acestor consideraţii consistă în faptul că se poate determina presiunea exercitată de particulă prin dilatarea cubică, adică forţa de volum orientată spre exteriorul volumului sub forma :

$$F_r = -\frac{1}{4k}(\alpha_1 + \alpha_2)\,\mathrm{grad}\,(I^2) \tag{25}$$

iar pe de alta, presiunea superficială exercitată de cîmp orientată spre interiorul volumului :

$$F_s = \frac{1}{2k}\alpha_2 I^2 + \frac{1}{2k}(\alpha_1 - \alpha_2) I_x I_z. \tag{26}$$

Revenind la determinarea forţei F_r din relaţie (17) se substituie valoarea lui I^2 în relaţia 26 în funcţie de raza sferei. Pentru aceasta se consideră că sfera are o dilataţie cubică datorită intensităţii cîmpului acustic care variază invers proporţional cu pătratul razei :

$$I = \frac{C}{r^2} \tag{27}$$

ridicînd la pătrat şi calculînd $\mathrm{grad}\,(I^2) = c^2 \dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{1}{r^4}\right)$ se obţine

$$F_v = F_r = -\frac{C^2}{4k}(\alpha_1 - \alpha_2)\,\mathrm{grad}\left(\frac{1}{r^4}\right) = \frac{1}{k}(\alpha_1 - \alpha_2)\frac{C^2}{r^5} \tag{28}$$

iar integrala din 17 devine

$$\int_{r_1}^{r} F_r\,dr = -\frac{C^2(\alpha_1 - \alpha_2)}{k}\left(\frac{1}{4r_1^4} - \frac{1}{4r^4}\right). \tag{29}$$

Ca urmare

$$\frac{d}{dr}(\varepsilon r^2) = -\frac{1}{\lambda + 2\mu}\left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)k^2}{4C^2}\left(\frac{r^2}{r_1^4} - \frac{1}{r^4}\right) + C_1 r^2\right].$$

Se mai integrează o dată între aceleaşi limite pentru a determina pe εr^2 respectiv pe ε definit de relaţia 10

$$\varepsilon r^2 = -\frac{1}{\lambda + 2\mu}\left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)k^2}{4C^2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} + \frac{r^3 - r_1^3}{3r_1^4}\right) + C_1\frac{r^3}{3} + C_2\right].$$

Unde în constanta C_2 este cuprinsă şi valoarea $-\frac{C_1 r_1^2}{3}$. De aici se obţine în final :

$$\varepsilon = -\frac{1}{\lambda + 2\mu}\left[\frac{C_1}{3} r + \frac{C_2}{r^2} - \frac{(\alpha_1 + \alpha_2) k^2}{4C^2 r^2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} - \frac{r_1^3 - r}{3r_1^4}\right)\right] \tag{30}$$

constantele C_1 şi C_2 se determină punînd condiţiile la l mită. Ţinînd seama că $r_1 \approx r_2$; $r_2 - r_1$ este foarte mic faţă de r_1 sau r_2 constantele C_1 şi C_2 se determină din relaţiile care dau pe ε şi deviata sa de ordinul 1 :

$$\varepsilon = -\frac{1}{\lambda + 2\mu}\left(\frac{C_1}{3} r_1 + \frac{C_2}{r_1^2}\right)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dr} = -\frac{1}{\lambda + 2\mu}\left[\frac{C_1}{3} - 2\frac{C_2}{r^3} - \frac{(\alpha_1 + \alpha_2) k^2}{C^2} \cdot \frac{r_1 - r^2}{r_1^5}\right]$$

de unde

$$C_1 = -\frac{\lambda + 2\mu}{3\lambda + 2\mu} \cdot \frac{k^2}{2C^2 r_1^4} (\varrho + \alpha_1 + 2\alpha_2)$$

$$C_2 = -\frac{\lambda + 2\mu}{12\mu r_1} \cdot \frac{k^2}{C^2} (2\varrho + \delta_2 - \alpha_1) \cdot \tag{31}$$

Creşterea relativă a razei sferei sub acţiunea cîmpului se determină efectuînd raportul ε/r. Pentru aceasta se înlocuiesc constantele lui Lamé din relaţia 31 cu modulul de elasticitate şi coeficientul lui Poisson corespunzător relaţiilor :

$$E = \frac{\mu(2\mu + 3\lambda)}{\mu + \lambda}; \quad s = \frac{\lambda}{2(\mu + \lambda)} \cdot \tag{32}$$

Pe de altă parte în vecinătatea imediată a suprafeţei sferice interioare se consideră că intensitatea cîmpului acustic corespunde relaţiei :

$$\frac{C}{r_2} = \frac{V_1 - V_2}{R} \tag{33}$$

unde V_1 şi V_2 sînt potenţialele cîmpului acustic pe cele două feţe ale scoarţei sferice, iar R este raza sferei. Cu acestea şi cu constantele C_1 şi C_2 din 31, relaţia 30, devine :

$$\left(\frac{\varepsilon}{r}\right)_{r_1} = \frac{1}{2k E}\left(\frac{V_1 - V_2}{R}\right)^2 [\varrho - s\alpha_1 + (1 - s)\alpha_2]. \tag{34}$$

Aceasta este expresia care determină creşterea relativă a razei interioare a sferei. Analog pentru determinarea dilatării cubice cu condiţia $r = r_1$ se obţine :

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dr}\right)_{r_1} = -\frac{1}{2E}\left(\frac{V_1 - V_2}{K}\right)^2 [\varrho - (1 + 2s) - \alpha_1 + 2\alpha_2] \cdot \tag{35}$$

Ultimile două relaţii exprimă faptul că particula lichidă de metal suspendată liber în cîmpul acustic, pentru simplificare presupus uniform, este supusă unui efort de întindere în direcţia paralelă cu vectorul intensitate a cîmpului acustic şi unul de contracţie în toate direcţiile perpendiculare pe direcţia cîmpului.

Acţiunile ponderomotoare produse de cîmpul acustic asupra particulei pot fi grupate în următoarele două expresii (6) :

$$\bar{F} = \int_{V_\Sigma} \bar{F}_V dV + \int_\Sigma \bar{F}_s(\bar{n}) dA = \frac{d}{dt} \int_{V_\Sigma} \varrho \bar{v}\, dV \tag{36}$$

$$\bar{C} = \int_{V_\Sigma} (\bar{C}_V + \bar{r} \cdot \bar{F}_V)\, dV + \int_\Sigma [C_s(\bar{n}) + \bar{r} \cdot \bar{F}_s(\bar{n})]\, dA = \frac{d}{dt} \int_{V_\Sigma} (\bar{r} \cdot \varrho \bar{v})\, dV \tag{37}$$

Prima reprezintă forţa rezultantă egală cu variaţia substanţială a impulsului total cedat de cîmp prin forţele de volum şi suprafaţă, iar a doua este momentul rezultant egal cu variaţia substanţială a momentului cinetic total.

Notînd cu δL lucrul mecanic elementar al forţelor de volum cu densitatea $\bar{F}_v$, al forţelor de suprafaţă cu densitatea $\bar{F}_s$ şi cu δQ cantitatea de căldură primită prin suprafaţa particulei şi conform principiului întîi al termodinamicii avem :

$$\int_{V_\Sigma} d_V(W_0) dV = \delta L + \delta Q \tag{38}$$

unde W_0 este densitatea de volum a energiei.
De altă parte lucrul mecanic al forţelor de volum are expresia :

$$\delta L = \int_{V_\Sigma} [\bar{F}_V \delta \bar{U} + \bar{C}_V \delta \bar{\alpha}]\, dV + \int_\Sigma (\bar{F}_s \delta \bar{U} + \bar{C}_s \delta \bar{\alpha})\, dA \tag{39}$$

şi pentru a descrie mişcarea particulei sub acţiunea forţelor F_v, F_s, C_v, C_s, introducem tensorii corespunzători : tensorul tensiunilor $\bar{\bar{T}}_s$ avînd o parte simetrică $\bar{\bar{T}}_s^s$ şi alta antisimetrică $\bar{\bar{T}}_s^a$, tensorul deformaţiilor de tensiune-compresiune $\bar{\bar{X}}$, tensorul torsiunilor $\bar{\bar{T}}_c$ şi tensorul deformaţiilor de răsucire $\bar{\bar{\Omega}}$. Astfel termenii de sub semnul integrală devin :

$$\bar{\bar{F}}_s(\bar{n})\, \delta \bar{U} = (\bar{n}\, \bar{\bar{T}}_s)\, \delta \bar{U} = \sum_j \sum_k (T_s)_{jk} n_j \delta U_k = \bar{n}[\bar{\bar{T}}_s \delta \bar{U}] \tag{40}$$

$$\bar{C}_s(\bar{n})\, \delta \bar{\alpha} = (\bar{n}\, \bar{\bar{T}}_c)\, \delta \bar{\alpha} = \sum_j \sum_k (T_c)_{jk} n_j \delta \alpha_k = \bar{n}[\bar{\bar{T}}_c \delta \bar{\alpha}]. \tag{41}$$

Ţinînd seama că termenul δQ din relaţia 38 reprezintă cantitatea de căldură datorat schimbului între mediul exterior şi volumul V_Σ, introducînd un vector $\bar{q}$ analog fluxului densităţii de energie avem :

$$\delta Q = -\int_\Sigma \bar{q}\,\bar{n}\,dA\,\delta t. \tag{42}$$

Transformînd a doua integrală a relaţiei (40) într-o integrală de volum

$$\int_\Sigma [\bar{F}_s \delta\bar{U} + \bar{C}_s \delta\bar{\alpha}]dA = \int_\Sigma \operatorname{div}\{[\bar{\bar{T}}_s \delta\bar{U}] + [\bar{\bar{T}}_c \delta\bar{\alpha}]\}\,dV. \tag{43}$$

termenul de sub semnul integrală a relaţiei 38 devine

$$d_V(W_0) = \bar{F}_V \delta\bar{U} + \bar{C}_V \delta\bar{\alpha} + \operatorname{div}\{[\bar{\bar{T}}_s \delta\bar{U}] + [\bar{T}_c \delta\bar{\alpha}]\} - \operatorname{div}\bar{q}\,\delta t. \tag{44}$$

Folosind faptul că

$$\operatorname{div}[\bar{\bar{T}}_s \delta\bar{U}] = \left[V \operatorname{Div}\bar{\bar{T}}_s + \bar{\bar{T}}_s \frac{\delta\bar{\bar{X}}}{\delta t} + A\,(\bar{\bar{T}}_s)\bar{\omega}\right]\delta t \tag{45}$$

$$\operatorname{div}[\bar{\bar{T}}_c \delta\alpha] = \delta\alpha \operatorname{Div}\bar{\bar{T}}_c + (\bar{\bar{T}}_c \operatorname{grad})\,\delta\bar{\alpha} = \delta\alpha \operatorname{Div}\bar{\bar{T}}_c + \bar{\bar{T}}_c \delta\bar{\bar{\Omega}} \tag{46}$$

variaţia substanţială a diferenţei între densitatea de volum a energiei totale W_0 şi a densităţii de volum a energiei cinetice $\varrho v^2/2$ se poate determina aplicînd ecuaţia de continuitate

$$\frac{\partial\varrho}{\partial t} + \nabla(\varrho\bar{v}) = \frac{\partial\varrho}{\partial t} + \varrho \operatorname{div}\bar{v} + \operatorname{grad}\varrho\bar{v} \tag{47}$$

ceea ce cu $\varrho = \text{const.}$ şi $\delta\bar{u} = \bar{v}\,\delta t$ se obţine

$$\delta\varrho = \varrho \operatorname{div}\delta\bar{U} = 0. \tag{48}$$

Ţinînd seama în sfîrşit de relaţiile de mai sus se obţine

$$d_V\left(W_0 - \frac{\varrho v^2}{2}\right) = \bar{\bar{T}}_s^s \delta\bar{\bar{X}} + \bar{\bar{T}}_c \delta\bar{\bar{\Omega}} - \operatorname{div}\bar{q}\delta t =$$

$$= \sum_j \sum_k (T_s^s)_{jk}\,\delta X_{jk} + \sum_j \sum_k (T_c)_{jk}\,\delta\Omega_{jk} - \operatorname{div}\bar{q}\,\delta t. \tag{49}$$

Această relaţie reprezintă în fapt acţiunea ponderomotoare a cîmpului acustic asupra particulei. Ea se compune din :

1. O mişcare de întindere-comprimare paralelă, respectiv perpendiculară, pe direcţia cîmpului, condiţionată de existenţa tensorului simetric al tensiunilor $\bar{\bar{T}}_s$
2. O mişcare de rotaţie în jurul unei axe instantanee condiţionată de existenţa tensorului torsiunilor $\bar{\bar{T}}_c$

3. O deformaţie elastică de întindere-comprimare determinată de existenţa tensorului $\overline{\overline{X}}$
4. O deformaţie de răsucire dată de tensorul deformaţiilor de răsucire $\overline{\overline{\Omega}}$.
5. O deformare de volum datorită schimbului adiabatic de căldură cu mediu înconjurător corespunzător cu fluxul densităţii de energie termică $\overline{\overline{q}}$

Cu ajutorul relaţiei 49 se poate forma o imagine sugestivă a comportării particulei de metal lichid liber suspendată în cîmpul acustic. Astfel cîmpul va acţiona asupra particulei supunînd-o unor eforturi de tensiune, orientate paralel cu direcţia cîmpului şi eforturi de compresiune, orientate după direcţiile situate în planul normal pe direcţia cîmpului.

Întrucît cîmpul are o evoluţie armonică, iar forţele $\overline{F_v}$ şi $\overline{F_s}$ sînt proporţionale cu pătratul intensităţii cîmpului acustic, eforturile de tensiune şi compresiune sînt proporţionale cu pătratul valorilor efective. Sub acţiunea forţelor de tensiune şi compresiune particula de metal lichid se deformează elastic opunînd acestora forţele coeziunii moleculare. Dacă ar exista numai aceste forţe, particula nu s-ar putea fragmenta deoarece coeziunea moleculară a metalului, chiar în faza lichidă, depăşeşte forţele cîmpului. Dar particula execută şi o mişcare de rotaţie în jurul unei axe instantanee, astfel că o suprafaţă, care local este omoparalelă în cîmpul acustic, este supusă unor tensiuni. După rotaţia cu aproximativ 90° a particulei, aceiaşi suprafaţă devine local perpendiculară pe direcţia cîmpului acustic şi va fi supusă corespunzător celor de mai sus, la o compresiune. Astfel fiecare regiune de suprafaţă a particulei este supusă periodic cînd unei tensiuni, cînd unei compresiuni. Cum particula este lichidă deformaţia sa la volum constant se va concretiza printr-o mişcare pulsatorie. Dacă frecvenţa acestei mişcări este în rezonanţă cu cîmpul acustic atunci amplitudinile mişcării pot creşte atît de mult încît particula se rupe, urmînd ca fragmentele rezultate din rupere să oscileze mai departe, dar fiind scoase din rezonanţă, amplitudinile sînt mai mici şi forţele coeziunii moleculare depăşesc forţele cîmpului.

Din cele expuse rezultă că mişcarea pulsatorie are importanţă numai la particulele lichide, deoarece în stare solidă forţele coeziunii moleculare sînt atît de mari încît împiedică deformaţiile elastice descrise prin tensorul deformaţiilor.

Experimental în arcul electric de sudură tratat cu oscilaţii acustice, mişcarea pulsatorie este pusă în prezenţă prin tonul emis de aceste particule, care poate fi măsurat fie printr-o metodă comparativă fie prin ridicarea unei fonograme.

Fenomenul descris mai sus este exploatat practic pentru obţinerea unei granulaţii fine a depunerilor de metal prin arcul electric de sudură, avînd drept consecinţă distrugerea structurii fragile Widmanstätten (5) cu consecinţe importante asupra creşterii calităţii îmbinării.

Catedra de tehnologia metalelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Kocin N. E.* — Calculul vectorial şi introducerea în calculul tensorial. Bucureşti E.T. 1954.

2. *Drăganu M.* — Introducere matematică în fizica teoretică modernă. Bucureşti E.T. 1957.

3. *Sabac I. G.* — Matematici speciale Bucureşti E.D.P. Vol. I, II, 1965.

4. *Petre A.* — Teoria aeroelasticităţii Ed. Academiei R.S.R. 1966 Bucureşti.

5. *Sonea P., Sonea I.* — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXIX 1967, Nr. 2.

6. *Timotir A.* — Proprietăţile dinamice ale cîmpului electromagnetic în medii oarecare, 1957.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 4

CENTRALE ELECTRICE

C.Z.: 621.311

SCHEMELE BLOC ȘI FUNCȚIILE DE TRANSFER ALE UNUI SISTEM ELECTRIC PENTRU DIFERIȚI PARAMETRII DE REGIM CONTROLAȚI

C. DINCULESCU, H. LAZĂR

O dată cu creșterea puterii sistemelor electrice, cu apariția liniilor lungi și a grupurilor de putere mare, problema stabilității funcționării în paralel a mașinilor din sistem a devenit foarte importantă.

În aceste condiții, cercetările s-au îndreptat în direcția utilizării sistemelor de reglare a excitației generatoarelor în scopul obținerii stabilității și creerii rezervei de stabilitate necesare. Această direcție a rezultat din analiza parametrilor sistemului electric în scopul alegerii acelora susceptibili de a fi modificați pentru a se satisface, în condițiile tehnice și economice cele mai avantajoase, criteriile de stabilitate. Acești parametri pot fi împărțiți în mod convențional, în patru grupe (*L*-5).

Prima grupă este formată din parametrii elementelor de bază ale sistemului (generatoare, transformatoare, linii), parametri impuși de proiectanții sistemului electric, în special pe criterii tehnico-economice, nelegate, în cea mai mare parte, de satisfacerea condițiilor de stabilitate. Acești parametri, numiți în continuare *parametri de bază*, sînt considerați dați.

Grupa a doua este formată din parametrii unor echipamente auxiliare aferente sistemelor de excitație și de reglare a excitației. Din această grupă fac parte, în primul rînd, constantele de timp ale excitatoarelor și ale unor elemente componente ale regulatorului. Valoarea acestor parametri, denumiți în continuare *parametri constructivi*, este stabilită în procesul de proiectare ținîndu-se cont și de condițiile de stabilitate. Ei nu pot fi însă modificați în procesul de ajustare a instalației de reglare a excitației.

Grupa a treia este formată din parametri elementelor sistemului de reglare a excitației care pot fi modificați în procesul de ajustare a acestuia. Din această categorie de parametri, denumiți în continuare *parametri reglabili*, fac parte, în special, factorii de amplificare și constantele derivative ale regulatoarelor de excitație.

Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 1—3 noembrie 1968.

Grupa a patra este formată din parametri ce caracterizează regimul staţionar al sistemului electric considerat şi care vor fi denumiţi în continuare, *parametri de regim.* (δ, U, E_d, P_1, P_{mec}, etc.).

De regulă, se impun parametri de bază şi parametri de regim şi se încearcă obţinerea stabilităţii şi a rezervei de stabilitate necesare prin modificarea celorlalţi parametri. În primul rînd se caută să se obţină stabilitatea şi rezerva de stabilitate dorită în contul parametrilor reglabili. Dacă prin aceasta nu se poate obţine rezultatul scontat se trece la modificarea celorlalţi parametri : constructivi, de bază, de regim.

În proiectare, se tinde să se evite ultima soluţie ca fiind necorespunzătoare din punct de vedere tehnic şi, în special, economic.

Obţinerea stabilităţii numai în contul ajustării parametrilor reglabili impune utilizarea unor regulatoare de excitaţie cu posibilităţi sporite în această direcţie.

Alegerea tipului de regulator adecvat şi obţinerea informaţiilor necesare pentru ajustarea lui în scopul arătat anterior presupune stabilirea schemelor bloc şi a funcţiilor de transfer ale sistemului electric considerat. Prezenta lucrare are drept obiect stabilirea schemelor bloc şi a funcţiilor de transfer pentru un sistem generator — linie — bară de tensiune constantă (fig. 1) pentru diferiţi parametri de regim controlaţi.

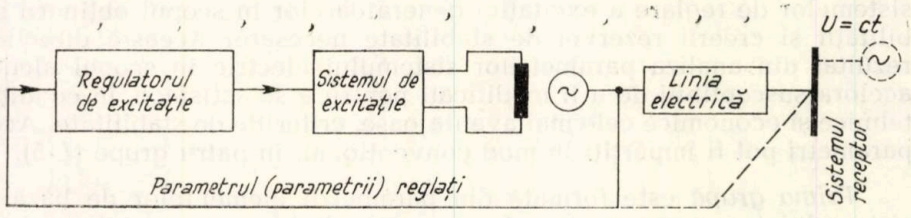


Fig. 1.

1. Ecuaţiile elementelor componente ale sistemului

Stabilirea funcţiilor de transfer ale sistemului electric considerat presupune cunoaşterea ecuaţiilor care caracterizează regimul dinamic al elementelor componente ale lui. La stabilirea acestor ecuaţii s-au admis unele simplificări (*L*-7), curente în astfel de cazuri, şi cari, în principal, sînt următoarele :

— s-au neglijat procesele tranzitorii în înfăşurările statorice pe considerentul că neglijarea proceselor oscilatorii cu o frecvenţă apropiată de cea sincronă nu pot să aibă o influenţă esenţială asupra rezultatelor obţinute din analiza stabilităţii statice a sistemului electric ; în acest caz ecuaţiile care descriu regimul dinamic al circuitului statoric nu vor mai fi luate în consideraţie, ele fiind identice cu ecuaţiile circuitului respectiv în regim staţionar şi deci fără importanţă pentru analiza stabilităţii sistemului ;

— s-au neglijat rezistenţele active ale înfăşurărilor statorice şi ale liniei considerîndu-se, în acest mod, că în sistemele electrice moderne,

reglate, apariția pendulărilor ca urmare a existenței rezistenței active în circuitul statoric este, practic, puțin probabilă ;

— s-a considerat mașina fără înfășurări de compensație.

Neglijarea factorilor enumerați mai sus ușurează analiza stabilității sistemului electric considerat, stabilirea unor criterii de stabilitate simple, interpretarea rezultatelor obținute etc., fără a influența în mod hotărîtor aspectul calitativ al fenomenelor studiate.

1a. *Ecuația rotorului mașinii*

Dacă se neglijează pierderile în înfășurările statorice, nu se ia în considerație puterea suplimentară care apare la variația energiei electromagnetice înmagazinate în aceleași înfășurări, iar la calculul cuplurilor nu se ține cont de viteza de rotație suplimentară care apare ca urmare a perturbației, ecuația care caracterizează regimul dinamic al rotorului mașinii are forma

$$T_J \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_{mec} - P_{el} \tag{1}$$

în care :

T_J este constanta de timp care caracterizează inerția mecanică a mașinii ;

δ este unghiul între E_d și U ;

P_{el} este puterea electrică activă transmisă în rețea ;

P_{mec} este puterea mecanică dezvoltată de mașina primară.

1b. *Ecuația înfășurării de excitație*

Comportarea în regim dinamic a înfășurării rotorice a generatorului este dată de relația (*L*-3)

$$T_{d0} \frac{dE'_d}{dt} + E_d = E_{d0} = I_{f0} X_{ad} \tag{2}$$

în care : X_{ad} este t.e.m. a generatorului în regimul staționar anterior perturbării și este egală cu produsul între $i_{f_0} = \frac{U_f}{r_f}$ — valoarea staționară a curentului de excitație — și $X_a d$ — reactanța corespunzătoare reacției indusului —, U_f este tensiunea aplicată la intrarea înfășurării de excitație iar r_f este rezistența acestei înfășurări. Prin urmare, relația (2) mai poate fi scrisă și sub forma

$$T_{d0} \frac{dE'_d}{dt} + E_d = K_d U_f \tag{3}$$

în care :

$$K_d = \frac{X_{ad}}{r_f}$$

1c. *Ecuația sistemului de excitație*

Comportarea în regim dinamic a sistemului de excitație poate fi exprimată în două moduri diferite, în funcție de tipul de sistem de excitație adoptat.

Astfel, în cazul în care sistemul de excitație este realizat cu ajutorul mașinilor de curent continuu el poate fi considerat ca avînd comportarea unui element aperiodic (*L*-3)

$$T_f = \frac{dU_f}{dt} + U_f = K_f U_r \tag{4}$$

în care K_f este factorul de amplificare al excitatoarei U_r și este mărimea de intrare a acesteia, respectiv mărimea de ieșire a regulatorului de excitație.

Sistemele de excitație statice (de exemplu cu semiconductoare) pot fi considerate fără inerție și de aceea comportarea sistemului de excitație respectiv este aceea a unui element proporțional caracterizată prin relația :

$$U_f = K_f U_r \tag{5}$$

1d. *Ecuația regulatorului de excitație*

În cazul general în care se consideră că regulatorul realizează reglarea excitației funcție de mai mulți parametri de regim (*U*, *f*, *I*, δ, etc.) precum și de derivatele de ordinul I și II ale acestora ecuația lui se prezintă sub forma

$$U_r(s) = \frac{K_{\pi_0} F_0(s)}{R_0(s)} \pi_0(s) + \frac{K_{\pi_1} F_1(s)}{R_1(s)} s\,\pi_1(s) + \frac{K_{\pi_2} F_2(s)}{R_2(s)} s^2 \pi_2(s) \tag{6}$$

în care

U_r este mărimea de ieșire a regulatorului ;

π_0, π_1 și π_2 sînt mărimi care depind de parametri de regim ai sistemului electric în funcție de care se realizează reglarea excitației ;

$\frac{K_{\pi_0} F_0(s)}{R_0}$, $\frac{K_{\pi_1} F_1(s)}{R_1(s)}$ și $\frac{K_{\pi_2} F_2(s)}{R_2(s)}$ sînt funcțiile de transfer ale regulatorului în raport cu mărimile indicate mai sus.

În cazul particular al reglării excitației în funcție de abaterea, derivata I-a și derivata a II-a a unui singur parametru de regim, ecuația regulatorului poate să aibe forma

$$U_r = \left[K_{\pi_0} + \frac{K_{\pi_1}}{T_1 s + 1} s + \frac{K_{\pi_2}}{(T_2 s + 1)^2} s^2\right] \pi \tag{6'}$$

în care :

π este parametrul controlat ;

$K_{\pi 0}$ — factorul de amplificare al regulatorului ;

$K_{\pi 1}$ şi $K_{\pi 2}$ — constantele derivative ;

T_1 şi T_2 — timpii de întîrziere ai elementelor de derivare ;

U_r — mărimea de ieşire a regulatorului.

Ecuaţia regulatorului de excitaţie depinde de tipul de regulator utilizat precum şi de parametri de regim controlaţi şi în cadrul lucrării se va stabili, pentru fiecare caz în parte, ecuaţia regulatorului respectiv.

2. Stabilirea sistemului de ecuaţii care caracterizează regimul dinamic al sistemului electric

Sistemul de ecuaţii care caracterizează comportarea în regim dinamic a sistemului electric considerat cînd generatorul este prevăzut cu un sistem de excitaţie cu maşină de curent continuu şi cu un regulator care realizează reglarea excitaţiei în funcţie de variaţia unui singur parametru de regim, precum şi de derivatele I-a şi a II-a ale acestuia, este compus din ecuaţiile (1), (3), (4) şi (6') şi are forma :

$$\left.\begin{aligned} &\text{a)}\ T_J s^2 \delta = P_{el} - P_{mec} \\ &\text{b)}\ T_{d0}\, s\, E'_d + E_d = K_d U_f \\ &\text{c)}\ (T_f s + 1)\, U_f = K_f U_r \\ &\text{d)}\ \left[K_{\pi 0} + \frac{K_{\pi 1}}{T_1 s + 1} s + \frac{K_{\pi 2}}{(T_2 s + 1)^2} s^2\right] \pi = U_r \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Stabilitatea statică a sistemului considerat poate fi apreciată fie prin rezolvarea sistemului de ecuaţii (7) fie prin aplicarea unuia din criteriile de stabilitate cunoscute, fără o prealabilă rezolvare a sistemului de ecuaţii respectiv.

Aplicarea unui criteriu de stabilitate adecvat presupune linearizarea, în prealabil, a sistemului de ecuaţii (7). Pentru a obţine aproximările lineare ale ecuaţiilor respective este suficient să se efectueze operaţia de linearizare cu ajutorul descompunerii în serie Taylor, în care serii se neglijează termenii de ordinul doi şi superior lui doi. Se obţine astfel sistemul :

$$\left.\begin{aligned} &\text{a)}\ T_J s^2 \Delta\delta + \Delta P_{el} = \Delta P_{mec} \\ &\text{b)}\ T_{d0}\, s\, \Delta E'_d + \Delta E_d = K_d \Delta U_f \\ &\text{c)}\ (T_f s + 1)\, \Delta U_f = K_f \Delta U_r \\ &\text{d)}\ \left[K_{\pi 0} + \frac{K_{\pi 1}}{T_1 s + 1} s + \frac{K_{\pi 2}}{(T_2 s + 1)} s^2\right] \Delta\pi = \Delta U_r \end{aligned}\right\} \quad (7')$$

Acest procedeu de linearizare este permis în cazul considerat dacă se are în vedere faptul că se studiază stabilitatea statică a sistemului, adică stabilitatea sistemului în ipoteza unor variații mici ale variabilelor în jurul unor valori staționare.

3. Stabilirea schemelor bloc și a funcțiilor de transfer pentru diferiți parametri de regim controlați

3a. *Parametrul controlat : unghiul* δ

În acest caz ecuația regulatorului (7'-d) devine :

$$(K_{\delta_0} + K_{\delta_1} s + K_{\delta_2} s^2)\, \Delta\delta = \Delta U_r \tag{8}$$

deoarece, de regulă, la regulatoarele moderne, T_1 și T_2, timpii de întîrziere ai elementelor de derivare au o valoare mică și pot fi considerați egali cu zero.

Înlocuind în (7') ecuația (7'd) cu (8) se obține sistemul de ecuații :

$$\left.\begin{aligned} &\text{a)}\ T_J s^2 \Delta\delta + \Delta P_{el} = \Delta P_{mec} \\ &\text{b)}\ T_{d0} s\, \Delta E'_d + \Delta E_d = K_d \Delta U_f \\ &\text{c)}\ (T_f s + 1)\, \Delta U_f = K_f \Delta U_r \\ &\text{d)}\ (K_{\delta_0} + K_{\delta_1} s + K_{J_2} s^2)\, \Delta\delta = \Delta U_r \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Presupunînd că sistemul este scos din starea de echilibru inițială printr-o variație a puterii mecanice a mașinii primare (ΔP_{mec}) prin deplasarea caracteristicii regulatorului de turație, sistemul de ecuații (9) comportă un număr de patru ecuații și șase variabile : $\Delta\delta, \Delta P_{el}, \Delta E'_d$ $\Delta E_d, \Delta U_f$ și și ΔU_r.. Pentru a pune de acord numărul de variabile cu numărul de ecuații se vor exprima creșterile ΔP_{el} și $\Delta E'_d$ prin intermediul creșterilor $\Delta\delta$ și ΔE_d. În acest scop se vor lua în considerație relațiile care exprimă :

— puterea electrică P_{el} în funcție de t.e.m. E_d și de unghiul $\delta(U = ct)$.

— puterea electrică P_{el} în funcție de t.e.m. E'_d și de unghiul $\delta(U = ct)$.

Se pot scrie prin urmare următoarele relații :

$$\Delta P_{el} = \left(\frac{\partial P_{el}}{\partial\delta}\right)_{E_{d0}} \Delta\delta + \left(\frac{\partial P_{el}}{\partial E_d}\right)_{\delta_0} \Delta E_d = S_{\delta(E_{d0})}\, \Delta\delta + S_{E_{d(\delta_0)}}\, \Delta E_d \tag{10}$$

și

$$\Delta P_{el} = \left(\frac{\partial P_{el}}{\partial \delta}\right)_{E_{d0}} \Delta\delta + \left(\frac{\partial P_{el}}{\partial E'_d}\right)_{\delta_0} \Delta E'_d = S_{\delta(E'_{d0})}\, \Delta\delta + S_{E_d(\delta 0)}\, \Delta E'_d \quad (11)$$

Din relația (11) rezultă :

$$\Delta E'_d = \frac{1}{S_{E'_d(\delta_0)}} \Delta P_{el} \frac{S_{\delta(E'_{d0})}}{S_{E'_d(\delta_0)}} \Delta\delta \quad (12)$$

Introducînd în relația (12) valoarea lui ΔP_{el} din (10) rezultă că

$$\Delta E'_d = \frac{S_{\delta(E_{d_0})} - S_{\delta(E'_d)}}{S_{E'_{d(\delta_0)}}} \Delta\delta + \frac{S_{E_d(\delta_0)}}{S_{E'_d(\delta_0)}} \Delta E_d \quad (13)$$

Adăugînd la sistemul de ecuații (9) ecuația (10) și înlocuind în relația (9b) creșterea $\Delta E'_d$ cu expresia ei din (13) se obține un sistem de ecuații în care numărul variabilelor coincide cu numărul ecuațiilor

$$\left.\begin{aligned}
&\text{a)}\ T_J s^2 \Delta\delta = \Delta P_{mec} - \Delta P_{el} \\
&\text{b)}\ N s \Delta\delta + (1 + T'_d s)\, \Delta E_d = K_d \Delta U_f \\
&\text{c)}\ (T_f s + 1)\, \Delta U_f = K_f \Delta U_r \\
&\text{d)}\ (K_{\delta 0} + K_{\delta 1} s + K_{\delta 2} s^2)\, \Delta\delta = \Delta U_r \\
&\text{e)}\ S_{\delta(E_{d0})} \Delta\delta + S_{E_d(\delta_0)} \Delta E_d = \Delta P_{el}
\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

în care :

$$N = T_{d0} \frac{S_{\delta(E_{d0})} - S_{\delta(E'_{d_0})}}{S_{E'_d(\delta_0)}}\ ;\quad T'_d = T_{d0} \frac{S_{E_d(\delta_0)}}{S_{E'_d(\delta_0)}} \quad (15)$$

Pentru mașina cu poli aparenți (*L*-4)

$$P_{el} = \frac{E_d U}{X_{d\Sigma}} \sin\delta + \frac{U^2}{2} \frac{X_p - X_q}{X_{d\Sigma} X_{q\Sigma}} \sin 2\delta = \frac{E'_d U}{X'_{d\Sigma}} \sin\delta + \frac{U^2}{2} \frac{X'_d - X_q}{X_{d\Sigma} X'_{q\Sigma}} \sin 2\delta \quad (16)$$

în care

$$X_{d\Sigma} = X_d + X_r\ ;\quad X_{q\Sigma} = X_q + X_r\ ;\quad X'_{d\Sigma} = X'_d + X_r$$

În relațiile de mai sus X_r reprezintă reactanța rețelei de legătură a generatorului cu bara de tensiune constantă și care în cazul considerat, reprezintă suma reactanțelor transformatorului și a liniei.

Făcînd în (16) pe $X_q = X_d$ se obţin relaţiile respective pentru maşina cu poli îngropaţi

$$P_{el} = \frac{E_d U}{X_{d\Sigma}} \sin \delta = \frac{E'_d U}{X'_{d\Sigma}} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \frac{X'_d - X_d}{X'_{d\Sigma} X_{d\Sigma}} \sin 2\delta \qquad (17)$$

Ţinînd cont de relaţiile (15), (16) şi (17) se obţin :

— pentru maşina cu poli aparenţi

$$N = T_{d0} \frac{X'_{d\Sigma}}{\sin \delta_0} \left[\left(\frac{E_{d0}}{X_{d\Sigma}} - \frac{E'_{d_0}}{X'_{d\Sigma}} \right) \cos \delta + \frac{U}{X_{q\Sigma}} \left(\frac{X_d - X_q}{X_{d\Sigma}} - \frac{X'_d - X_q}{X'_{d\Sigma}} \right) \cos 2\delta \right] \qquad (18)$$

$$T'_d = T_{d0} \frac{X'_{d\Sigma}}{X_{d\Sigma}}$$

— pentru maşina cu poli înqropaţi

$$N = \frac{X'_{d\Sigma}}{\sin \delta_0} \left[\left(\frac{E_{d0}}{X_{d\Sigma}} - \frac{E'_{d_0}}{X'_{d\Sigma}} \right) \cos \delta - \frac{U(X'_d - X_d)}{X'_{d\Sigma} X_{d\Sigma}} \cos 2\delta \right]; \; T'_d = T_{d0} \frac{X'_{d\Sigma}}{X_{d\Sigma}} \qquad (19)$$

În continuare, sistemul electric considerat este echivalent cu un sistem automat în circuit închis la care mărimea de intrare este P_{mec}, iar mărimea de ieşire este P_{el} pe considerentul că, comportarea acestora este similară. Astfel, o variaţie a mărimii la intrare ΔP_{mec} atrage după sine o variaţie a mărimii de ieşire ΔP_{el} în aşa mod încît, dacă sistemul este stabil, după amortizarea procesului tranzitoriu $\Delta P_{el} = \Delta P_{mec}$.

Plecînd de la sistemul de ecuaţii (14) se întocmeşte schema bloc a sistemului electric considerat (fig. 2).

Utilizînd algebra schemelor (L-1), schema obţinută se poate reduce, succesiv pînă la obţinerea unui singur element echivalent cu ΔP_{mec} drept mărime de intrare şi oricare din creşterile $\Delta\delta$, ΔE_d, ΔU_f ΔUr, ΔP_{el} ca mărime de ieşire ; depinde de scopul urmărit pentru a stabili asupra căreia din ele sînt necesare obţinerea de informaţii.

În cazul analizei stabilităţii statice, interesează modul în care se va comporta rotorul agregatului ca urmare a unei variaţii mici a puterii maşinii primare, (sau, ceea ce este acelaşi lucru a puterii electrice debitate în sistem). De aceea, reducerea schemei din fig. 2 se face astfel încît mărimea de ieşire a elementului echivalent să fie creşterea unghiului δ, adică $\Delta\delta$ (fig. 3).

Înlocuind în y_0 (fig. 3) mărimile y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_R, şi y_E cu expresiile lor din fig. 2 se obţine funcţia de transfer a sistemului în circuit închis care are forma

$$y_0 = \frac{B_2 S^2 + B_1 S + B_0}{A_4 S^4 + A_3 S^3 + A_2 S^2 + A_1 S + A_0} \qquad (20)$$

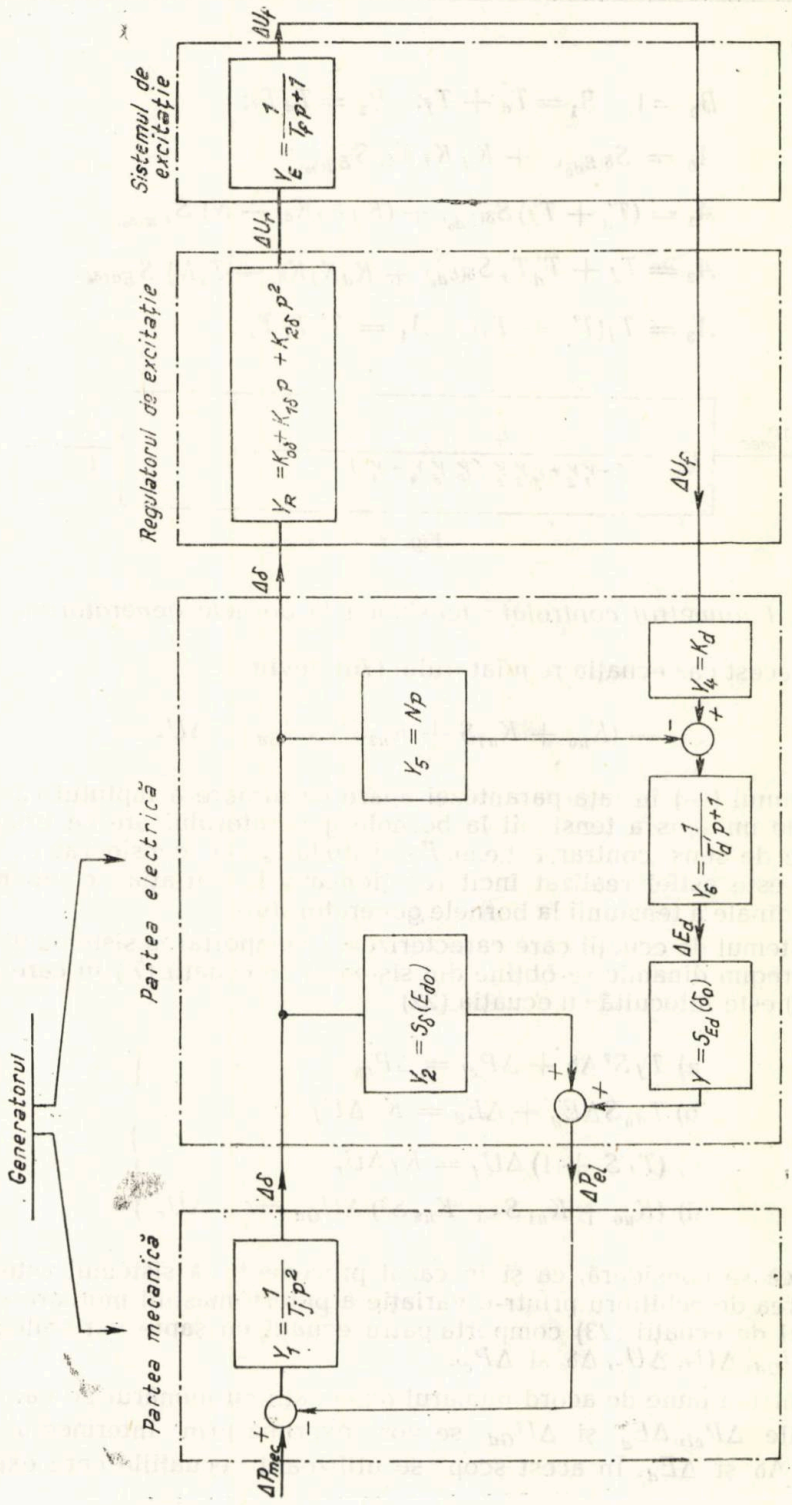

Generatorul
Partea mecanică
Partea electrică
Regulatorul de excitaţie
Sistemul de excitaţie
ΔP_{mec}
$Y_1 = \frac{1}{T_j p^2}$
$\Delta\delta$
ΔP_{el}
$Y_2 = S_\delta(E_{d0})$
$Y_5 = Np$
$Y = S_{Ed}(\delta_0)$
ΔE_d
$Y_6 = \frac{1}{T_d p+1}$
$Y_4 = K_d$
ΔU_f
$Y_R = K_{0R} + K_{1R} p + K_{2R} p^2$
ΔU_R
$Y_E = \frac{1}{T_E p+1}$
ΔU_E

Fig. 2.

în care :

$$B_0 = 1; \quad B_1 = T'_d + T_f; \quad B_2 = T'_d T_f;$$

$$A_0 = S_{\delta(E_{d_0})} + K_d K_f K_{\delta_0} S_{E_{d(\delta_0)}};$$

$$A_1 = (T'_d + T_f) S_{\delta(E_{d_0})} + (K_d K_f K_{\delta_1} - N) S_{E_{d(\delta_0)}};$$

$$A_2 = T_J + T'_d T_f S_{\delta(E_{d_0})} + K_d K_f K_{\delta_2} - T_f N) S_{E_{d(\delta_0)}};$$

$$A_3 = T_J (T'_d + T_f); \quad A_4 = T'_d T_f T_J$$

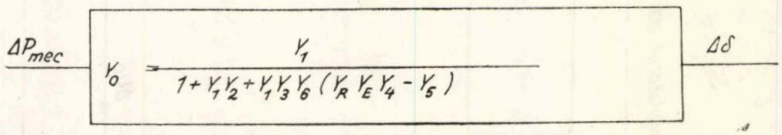


Fig. 3.

3b. *Parametrul controlat : tensiunea la bornele generatorului*

În acest caz ecuația regulatorului (7d) devine :

$$-(K_{u0} + K_{u1} S + K_{u2} S^2) \Delta U_{Gd} = \Delta U_r \tag{22}$$

Semnul (—) în fața parantezei apare ca urmare a faptului că o variație de un sens a tensiunii la bornele generatorului are ca urmare o variație de sens contrar a t.e.m. E_d. Totodată, s-a considerat că regulatorul este astfel realizat încît reacționează la variația componentei longitudinale a tensiunii la bornele generatorului.

Sistemul de ecuații care caracterizează comportarea sistemului electric în regim dinamic se obține din sistemul de ecuații (7') în care ecuația (7'd) este înlocuită cu ecuația (22) :

$$\left.\begin{aligned} &\text{a)} \; T_J S^2 \Delta\delta + \Delta P_{el} = \Delta P_{mec} \\ &\text{b)} \; T_{d_0} S \Delta E'_d + \Delta E_d = K_d \Delta U_f \\ &\text{c)} \; (T_f S + 1) \Delta U_f = K_f \Delta U_r \\ &\text{d)} \; (K_{u0} + K_{u1} S + K_{u2} S^2) \Delta U_{Gd} = -\Delta U_r \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Dacă se consideră, ca și în cazul precedent, că sistemul este scos din starea de echilibru printr-o variație a puterii mașinii motoare atunci sistemul de ecuații (23) comportă patru ecuații cu șapte variabile : ΔE_d, $\Delta E'_d$, ΔU_{Gd}, ΔU_f, ΔU_r, $\Delta\delta$ și ΔP_{el}.

Pentru a pune de acord numărul de ecuații cu numărul de variabile, creșterile ΔP_{el}, $\Delta E'_d$ și ΔU_{Gd} se vor exprima prin intermediul creșterilor $\Delta\delta$ și ΔE_d. În acest scop se utilizează ecuațiile care exprimă

creșterile de putere electrică ΔP_{el} în funcție de $\Delta\delta$ și respectiv de ΔE_d, $\Delta E'_d$, și ΔU_{Gd}:

$$\left.\begin{aligned} &a)\ \Delta P_{el} = S_{\delta(E_{d_0})}\,\Delta\delta + S_{E_d(\delta_0)}\,\Delta E_d \\ &b)\ \Delta P_{el} = S_{\delta(E'_{d_0})}\,\Delta\delta + S_{E'_d(\delta_0)}\,\Delta E'_d \\ &c)\ \Delta P_{el} = S_{\delta(U_{Gd_0})}\,\Delta\delta + S_{U_{Gd}(\delta_0)}\,\Delta U_{Gd} \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

în care

$$S_{\delta(U_{Gd0})} = \left(\frac{\partial P_{el}}{\partial\delta}\right)_{U_{Gd0}} \text{ și } S_{U_{Gd0}(\delta_0)} = \left(\frac{\partial P_{el}}{\partial U_{Gd}}\right)_{\delta_0} \quad (25)$$

Relațiile (24) mai pot fi puse și sub forma

$$\begin{aligned} &a)\ \Delta P_{el} = S_{\delta(E_{d_0})}\,\Delta\delta + S_{E_d(\delta_0)}\,\Delta E_d \\ &b)\ \Delta E'_d = N\Delta\delta + T'_d\,\Delta E_d \\ &c)\ \Delta U_{Gd} = N'\Delta\delta + T''_d\,\Delta E_d \end{aligned} \quad (26)$$

în care N și T'_d au aceeași semnificație ca în (15), iar

$$N' = \frac{S_{\delta(E_{d_0})} - S_{\delta(U_{Gd0})}}{S_{U_{Gd}(\delta_0)}} \text{ și } T''_d = \frac{S_{E_d(\delta_0)}}{S_{U_{Gd}(\delta_0)}} \quad (27)$$

Înlocuind în sistemul de ecuații (26) creșterile $\Delta E'_d$, ΔP_{el}, și ΔU_{Gd} cu expresiile lor din (26) se obține un sistem de ecuații în care numărul ecuațiilor coincide cu numărul variabilelor:

$$\left.\begin{aligned} &a)\ [T_J S^2 + S_{\delta(E_{d_0})}]\,\Delta\delta + S_{E_d(\delta_0)}\,\Delta E_d = \Delta P_{mec} \\ &b)\ NS\Delta\delta + (1 + T'_d S)\,\Delta E_d = K_d\,\Delta U_f \\ &c)\ (T_f S + 1)\,\Delta U_f = K\,\Delta U_f \\ &d)\ (K_{0u} + K_{u1}S + K_{u2}S^2)\,(N'\Delta\delta + T''_d\,\Delta E_d) = -\Delta U_r \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

Plecînd de la sistemul de ecuații (28) și ținînd cont de relațiile (26) se poate elabora schema bloc a sistemului considerat care are forma din fig. 4.

Prin reduceri succesive, din schema bloc inițială a sistemului (fig. 4) rezultă schema finală din fig. 5.

Funcția de transfer a sistemului electric considerat se obține introducînd în expresia y_0 (fig. 5) valorile y_i din fig. 4.

$$Y_0 = \frac{B_3 S^3 + B_2 S^2 + B_1 S + B_0}{A_5 S^5 + A_4 S^4 + A_3 S^3 + A_2 S^2 + A_1 S + A_0} \quad (29)$$

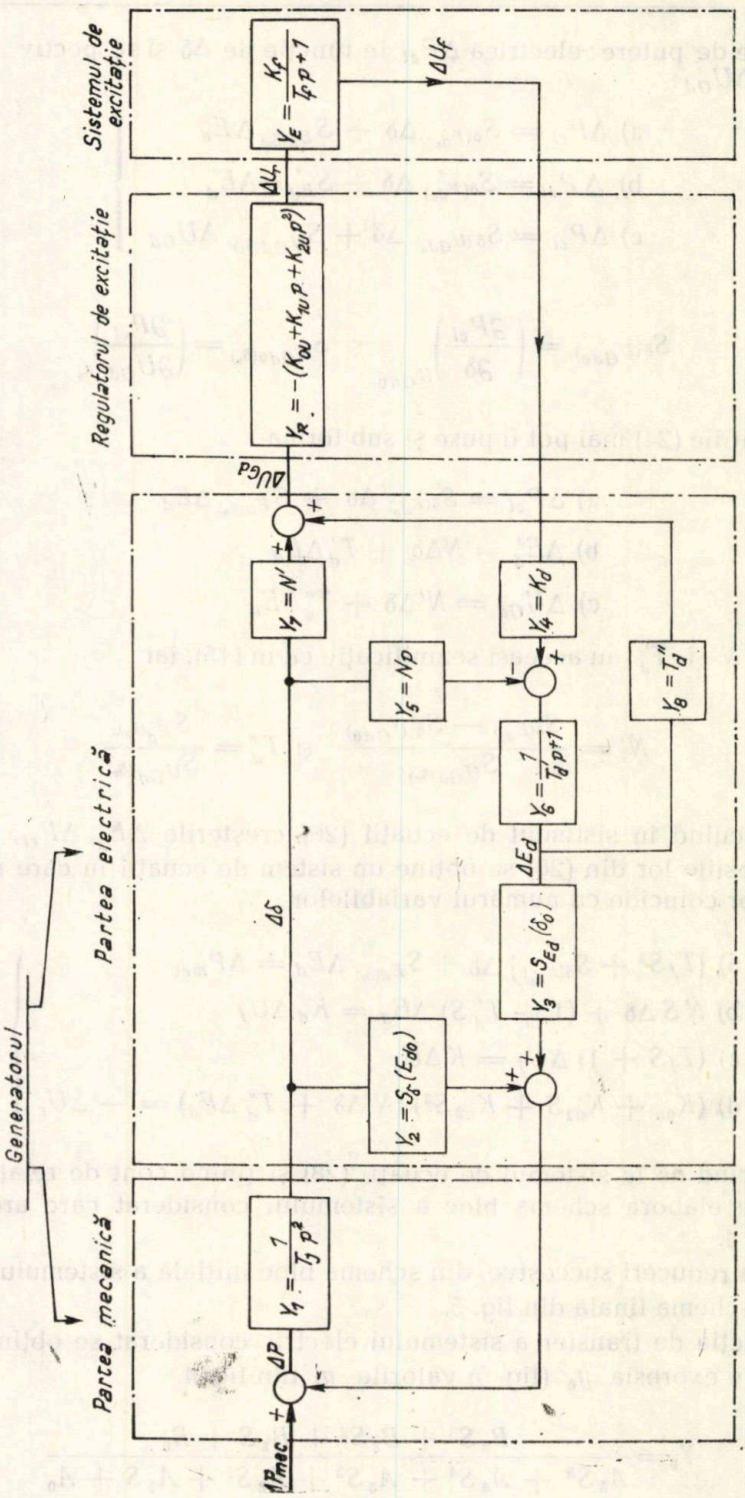

Sistemul de excitație
Regulatorul de excitație
Partea electrică
Partea mecanică
Generatorul
$Y_E = \frac{K_f}{T_f p + 1}$
ΔU_f
ΔU_r
$Y_R = -(K_{0U} + K_{1U} p + K_{2U} p^2)$
ΔU_{Gd}
$Y_7 = N'$
$Y_4 = K_d$
$Y_5 = Np$
$Y_8 = T_d''$
$Y_6 = \frac{1}{T_d' p + 1}$
ΔE_d
$\Delta\delta$
$Y_3 = S_{E_d}(\delta_0)$
$Y_2 = S_\delta(E_{d0})$
$Y_1 = \frac{1}{T_j p^2}$
ΔP
ΔP_{mec}

Fig. 4.

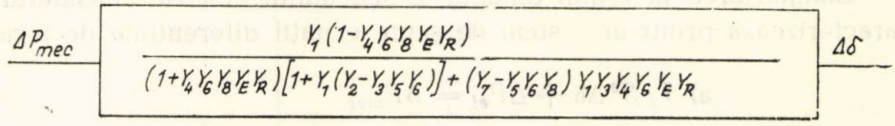


Fig. 5.

în care :

$$\left.\begin{aligned} B_0 &= 1 + K_d K_f K_{u0} T''_d \\ B_1 &= 2\,T'_d + T_f + K_d K_f K_{u0} T''_d (K_{u0} T'_d + K_{u1}) \\ B_2 &= T'_d (T'_d + 2\,T_f) + K_d K_f T''_d (K_{u1} T'_d + K_{u2}) \\ B_3 &= T'^2_d T_f + K_d K_f K_{u2} T'_d T''_d \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= S_{\delta(E_{d_0})} + K_d K_f K_{u0} [T''_d S_{\delta(E_{d_0})} - N' S_{Ed(\delta_0)}] \\ A_1 &= (2\,T'_d + T_f) S_{\delta(E_{d_0})} - N S_{Ed(\delta_0)} + K_d K_f (K_{u0} T'_d + K_{1u}) \times \\ &\quad \times [T''_d S_{\delta(E_{d_0})} - N' S_{Ed(\delta_0)}] \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

$$A_2 = T'_d (T'_d + 2\,T_f)\, S_{\delta(E_{d_0})} + N S_{Ed(\delta_0)} (T_f - T'_d) + K_d K_f K_{u0} T''_d T_J + \\ + K_d K_f K_{u1} [T'_d T''_d S_{\delta(E_{d_0})} - T'_d N' S_{Ed(\delta_0)}] + K_d K_f K_{u2} N' S_{Ed(\delta_0)}$$

$$A_3 = T'_d T_f [T'_d S_{\delta(E_{d_0})} - N S_{Ed(\delta_0)}] + T_J (T'_d + T_f) + \\ + K_d K_f T''_d T_J (K_{u0} T'_d + K_{u1}) + K_d K_f K_{u2} T'_d [T''_d S_{\delta(E_{d_0})} - N']$$

$$A_4 = T'_d T_J (T'_d + 2\,T_f) + K_d K_f T''_d T_J (K_{u1} T'_d + K_{u2})$$

$$A_5 = T'_d T_J (T'_d T_f + K_d K_f K_{u2} T''_d)$$

3c. *Parametri controlați : tensiunea la bornele generatorului* (U_{Gd}) *și unghiul* δ

Practica a arătat că, din punctul de vedere al stabilității, cele mai eficiente sînt regulatoarele care realizează reglarea excitației funcție de doi parametri de regim (U_G și δ, U_G și f, U_G și I etc.) — mai rar de mai mulți parametri — dintre care unul este obligator tensiunea la bornele generatorului. În cele ce urmează se prezintă sistemul de reglare al excitației în cazul în care parametri controlați sînt tensiunea U_G și unghiul δ, iar reglarea excitației se face în funcție de ΔU_G, $\frac{d\delta}{dt^2}$ și $\frac{d^2\delta}{dt^2}$ (*).

*) Întrucît obținerea practică a unghiului δ prezintă dificultăți, regulatorul realizat în realitate realizează reglarea excitației funcție de abaterea tensiunii ΔU_G, de abaterea frecvenței Δf și de prima derivată a frecvenței f'. Deoarece frecvența sistemului receptor nu este, practic, influențată de variațiile mici de sarcină ale generatorului echivalent analizat, se poate aprecia că variația frecvenței curentului debitat

Comportarea în regim dinamic a sistemului electric considerat se caracterizează printr-un sistem de şapte ecuaţii diferenţiale de formă :

$$
\begin{aligned}
&\text{a)}\ T_J S^2 \Delta\delta + \Delta P_{el} = \Delta P_{mec} \\
&\text{b)}\ T_{d0} S \Delta E'_d + \Delta E_d = K_d \Delta U_f \\
&\text{c)}\ (T_f S + 1)\, U_f = K_f \Delta U_r \\
&\text{d)}\ - K_{u0} \Delta U_{Gd} + (K_{\delta_1} S + K_{\delta_2} S^2)\, \Delta\delta = \Delta U_r \\
&\text{e)}\ \Delta P_{el} = S_{\delta(E_{d_0})}\, \Delta\delta + S_{E_d(\delta_0)}\, \Delta E_d \\
&\text{f)}\ \Delta E'_d = \frac{1}{S'_{E_d(\delta_0)}}\, \Delta P_{el} + \frac{S'_{E_d(\delta_0)}}{S_{\delta(E'_{d_0})}}\, \Delta\delta \\
&\text{g)}\ \Delta U_{Gd} = \frac{1}{S'_{U_{Gd}(\delta)}}\, \Delta P_{el} - \frac{S_{\delta(U_{Gd_0})}}{S_{U_{Gd}(\delta_0)}}\, \Delta\delta
\end{aligned}
\tag{32}
$$

Sistemul de ecuaţii (32) se poate reduce la un sistem de patru ecuaţii de forma

$$
\begin{aligned}
&\text{a)}\ [T_J S^2 + S_{\delta(E_{d_0})}]\, \Delta\delta + S_{E_d(\delta_0)}\, \Delta E_d = \Delta P_{mec} \\
&\text{b)}\ NS\Delta\delta + (1 + T'_d S)\, \Delta E_d = K_d \Delta U_f \\
&\text{c)}\ T_f S + 1)\, \Delta U_f = K_f\, \Delta U_r \\
&\text{d)}\ - K_{u0} (N' \Delta\delta + T''_d \Delta E_d) + (K_{\delta_1} S + K_{\delta_2} S^2)\, \Delta\delta = \Delta U_r
\end{aligned}
\tag{33}
$$

în care N şi T'_d au aceeaşi semnificaţie ca în (15), iar N' şi T''_d se prezintă ca în relaţia (27).

Schema bloc a sistemului electric obţinută pe baza relaţiilor (33) şi (32e) este prezentată în fig. 6.

---

de generatorul respectiv, în timpul procesului tranzitoriu determinat de o perturbaţie de mică amploare, reflectă în mod suficient de exact variaţiile unghiului deoarece

$$\omega = \omega_0 + \frac{d\delta}{dt} \cong 2\pi (f_0 + \Delta f)$$

$$\frac{d\delta}{dt} \cong 2\pi \Delta f\,; \quad \frac{d^2\delta}{dt^2} \cong 2\pi \frac{d\Delta f}{dt} = 2\pi \frac{df}{dt}$$

Prin urmare, concluziile obţinute pe baza analizei sistemului electric în care generatorul echivalent este dotat cu un regulator de excitaţie care realizează reglarea funcţie de ΔU_{Gd}, $\frac{d\delta}{dt}$ şi $\frac{d^2\delta}{dt^2}$ sînt valabile şi pentru cazul sistemului electric în care generatorul echivalent este prevăzut cu un regulator de excitaţie care realizează reglarea în funcţie de ΔU_{Gd}, Δf, şi $\frac{df}{dt}$.

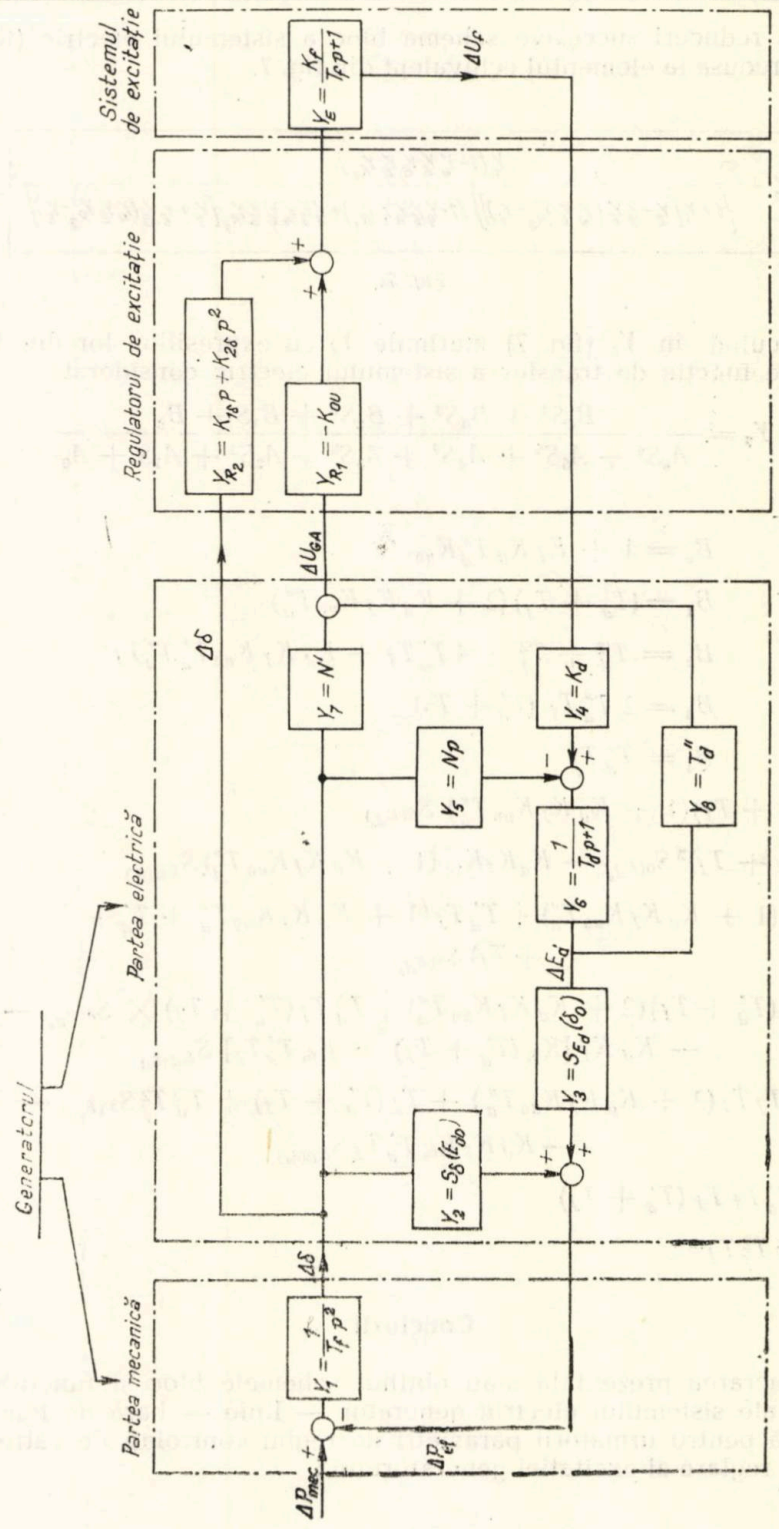

Sistemul de excitaţie
Regulatorul de excitaţie
Partea electrică
Partea mecanică
Generatorul
$Y_E = \frac{K_E}{T_E p+1}$
ΔU_E
$Y_{R_2} = K_{1\delta} p + K_{2\delta} p^2$
$Y_{R_1} = -K_{0U}$
ΔU_{GA}
$\Delta\delta$
$Y_7 = N'$
$Y_5 = Np$
$Y_4 = K_d$
$Y_6 = \frac{1}{T_D p+1}$
$Y_8 = T_d''$
$\Delta E_q'$
$Y_3 = S_{E_d}(\delta_0)$
$Y_2 = S_\delta(E_{q0}')$
$\Delta\delta$
$Y_1 = \frac{1}{T_F p^2}$
ΔP_{ef}
ΔP_{mec}

Fig. 6.

Prin reduceri succesive schema bloc a sistemului electric (fig. 6) poate fi redusă la elementul echivalent din fig. 7.

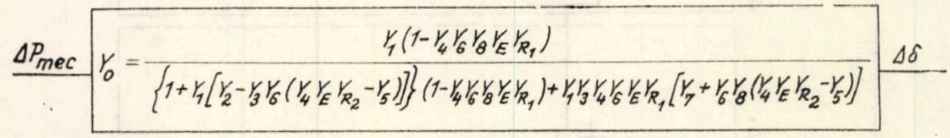


Fig. 7.

Înlocuind în Y_0 (fig. 7) mărimile Y_i cu expresiilor lor din fig. 6 se obţine funcţia de transfer a sistemului electric considerat

$$Y_0 = \frac{B_4 S^4 + B_3 S^3 + B_2 S^2 + B_1 S + B_0}{A_6 S^6 + A_5 S^5 + A_4 S^4 + A_3 S^3 + A_2 S^2 + A_1 S + A_0} \tag{34}$$

în care

$$\begin{aligned} B_0 &= 1 + K_f K_d T''_d K_{u0} \\ B_1 &= (T'_d + T_f)(2 + K_d K_f K_{u0} T''_d) \\ B_2 &= T'^2_d + T^2_f + 4 T'_d T_f + K_d K_f K_{u0} T'_d T''_d T_f \\ B_3 &= 2 T''_d T_f (T'_d + T_f) \\ B_4 &= T'_d T^2_f \end{aligned} \tag{35}$$

$$\begin{aligned} A_0 &= (T'_d + T_f)(1 + K_d K_f K_{u0} T''_d)\, S_{\delta(E_{d_0})} \\ A_1 &= (T'_d + T_f)^2 S_{\delta(E_{d_0})} - K_d K_f K_{1\delta} (1 + K_d K_f K_{u0} T''_d) S_{Ed(\delta_0)} \\ A_2 &= T_J (1 + K_d K_f K_{u0} T''_d) + T'_d T_f (1 + K_d K_f K_{u0} T''_d + T'_d + \\ &\quad + T_f)\, S_{\delta(E_{d_0})} \\ A_3 &= T_J (T'_d + T_f)(2 + K_d K_f K_{u0} T''_d) + T'_d T_f (T'_d + T_f) \times S_{\delta(E_{d_0})} - \\ &\quad - K_d K_f [K_{\delta_2} (T'_d + T_f) + K_{\delta_1} T'_d T_f]\, S_{Ed(\delta_0)} \\ A_4 &= T'_d T_f T_J (2 + K_d K_f K_{u0} T''_d) + T_J (T'_d + T_f) + T'^2_d T^2_f S_{\delta(E_{d_0})} - \\ &\quad - K_d K_f K_{\delta_2} T'_d T_f S_{Ed(\delta_0)} \\ A_5 &= 2 T'_d T_f T_J (T'_d + T_J) \\ A_6 &= T'^2_d T^2_f T_J \end{aligned} \tag{36}$$

Concluzii

În lucrarea prezentată s-au obţinut schemele bloc şi funcţiile de transfer ale sistemului electric generator — linie — bară de tensiune constantă pentru următorii parametri de regim controlaţi de către sistemul de reglare al excitaţiei generatorului :

— unghiul δ precum și derivatele I-a și a II-a ale acestui unghi ;

— tensiunea la bornele generatorului precum și derivatele I-a și a II-a ale acestei tensiuni ;

— tensiunea la bornele generatorului precum și derivatele I-a și a II-a ale unghiului δ.

În același mod se pot obține schemele bloc și funcțiile de transfer ale sistemului electric considerat în ipoteza că regulatorul de excitație al generatorului reglează excitația funcție de alți parametri de regim și după alte legi decît cele indicate în lucrare, precum și pentru cazul în care sistemul de excitație este fără inerție.

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *Penescu C.* Automatica și telemecanica sistemelor energetice. Vol. I. Edit. Acad. 1959.

2. *Călin S.* Regulatoare automate. Edit. didactică și pedagogică, 1967.

3. *Jdanov P. S.* Ustoicivost elektriceskih sistem. izd. Gosenergoizdat, 1963.

4. *Venikov, V. A., Gerțenberg, G. R., Sokolov, S. A.* Silnoe regulirovanie vozbujdenia. Izd. Gosenergoizdat, 1963.

5. *Venikov, V. A., Litkens, I. V.* Matematiceskie osnovî teorii avtomaticeskovo upravlenia regimami elektrosistem. Izd. Vissaia școla, 1964.

6. *Venikov A. A.* Perehodnîie elektromehaniceskie proțesî v elektriceskih sistemah. Izd. Energhia, 1964.

7. *Mihnevici G. V.* Sintez strukturî sistemî avtomaticeskovo regulirovania vozbujdenia sinhronnih mașin. Izd. Nauka 1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 4

METALURGIE

C.Z.: 547.211

REDUCEREA CU GAZ METAN A SULFURII DE ZINC *

MOISE IENCIU

Considerații generale

Zincul, la fel ca și multe alte metale neferoase, se extrage aproape în exclusivitate din minereuri sulfuroase. Din această cauză, studiile efectuate asupra comportării ZnS în mediu reducător sau oxidant, prezintă o importanță deosebită pentru metalurgia acestui metal.

Sulfura de zinc se prezintă sub două forme alotropice : würtit, care cristalizează în sistemul cubic, avînd parametrul rețelei $a = 5{,}412$ Å și blendă sau sfalerit care cristalizează în sistemul hexagonal, avînd parametrii rețelei $c_0 = 3{,}811$ Å $= c_0$, 6,234 Å; $c_0 : a_0 = 1{,}636$ Å. Trecerea würtitului în sfalerit are loc la temperatura de 1020°C, cu o căldură de transformare de 3,190 Kcal/mol.

Sînt indicații [5] că există o a treia structură romboedrică γ ZnS cu raportul parametrilor rețelei $c : a = 2{,}4425$.

Dat fiind că există mai multe varietăți polimorfe, este greu să se caracterizeze numeric proprietățile sulfurii de zinc deoarece se obțin valori diferite. Sulfura de zinc, făcînd parte din categoria sulfurilor intermediare, este solubilă în mată, insolubilă în metal și ușor solubilă în zgură. Această combinație este stabilă cel puțin pînă la 900°C, dar prin încălzire îndelungată la 1200°C se evaporă integral fără a se topi.

Tensiunea de sublimare a sulfurii de zinc a fost determinată prin metoda efuziei cu ajutorul analizatoarelor de cuarț, determinîndu-se gradul de sublimare a ZnS care la temperatura de 800°C este de 0,2, iar la temperatura de 1200°C, de 0,92.

Pentru calcularea tensiunii de vapori a sulfurii de zinc, în literatura de specialitate [6] [7] există mai multe expresii dintre care cele mai importante sînt :

$$\log p = -\frac{14.200}{T} + 10{,}495\,;\ \text{pentru } 1000°\text{K } \log p = -3{,}705$$

$$\log p = -\frac{14.405}{T} + 11{,}032\,;\ \text{pentru } 1000°\text{K } \log p = -3{,}373$$

* Manuscris predat la redacție la 5 iunie 1969

A. Neuhaus, W. Retling, determinînd tensiunea vaporilor de ZnS, prin metoda efuziei, au obţinut valorile prezentate în tabela 1.

Tabela 1

Valorile tensiunii de vapori a ZnS

Temperatura °C	Tensiunea de vap. mm. col. Hg	Temperatura °C	Tensiunea de vap. mm. col. Hg
775	$5{,}69.10^{-3}$	950	$3{,}05.10^{-1}$
798	$1{,}02.10^{-3}$	970	$4{,}96.10^{-1}$
820	$1{,}77.10^{-2}$	1020	1,68
850	$3{,}46.10^{-2}$	1040	2,62
880	$6{,}62.10^{-2}$	1060	3,78
900	$1{,}03.10^{-1}$	1080	5,25
930	$1{,}98.10^{-1}$	—	—

Potenţialul termodinamic de formare a ZnS, după datele diferiţilor autori, variază foarte mult, în funcţie de aparatura şi de condiţiile experimentale aplicate la măsurarea sa.

Pentru determinarea potenţialului termodinamic de formare a reacţiei $Zn + S_{romb.} = ZnS$, Kelly a stabilit următoarea ecuaţie:

$$\Delta G_T^0 = -42 \cdot 990 - 9{,}175\ T \log T + 4{,}00 \cdot 10^{-3}\ T^2 + 0{,}973 \cdot 10^5\ T^{-1} + 29{,}18\ T$$

iar Kapustinski, expresia:

$$\Delta G_T^0 = -49 \cdot 980 - 9{,}17\ T \log T + 4{,}00 \cdot 10^{-3}\ T^2 + 0{,}973 \cdot 10^5\ T^{-1} + 29{,}18\ T$$

Se observă că relaţiile date de Kelly şi Kapustinski sînt aproape identice, cu excepţia valorii termenului liber. Tocmai această diferenţă determină eroarea de aproximativ 20% a valorilor potenţialelor termodinamice de formare a sulfurii de zinc calculate cu ajutorul celor două relaţii.

Expresia potenţialului termodinamic de formare a sulfurii de zinc, din sulf şi zinc în stare de vapori, s-a stabilit astfel:

$$Zn \rightarrow Zn_{gaz}: \quad \Delta G_T^0 = 31 \cdot 500 + 0{,}65\ T \log T + 1{,}35 \cdot 10^{-3}\ T^2 - 31{,}38\ T$$

$$S_{romb} \rightarrow {}^1/_2\, S_{(gaz)}: \quad \Delta G_T^0 = 15 \cdot 680 - 0{,}68\ T \log T + 2{,}90 \cdot 10^{-3}\ T^2 - 19{,}31\ T$$

$$Zn + S_{romb} = ZnS$$

$$\Delta G_T^0 = -49.980 - 9{,}17\ T \log T\ 4{,}00 \cdot 10^{-3}\ T^2 + 0{,}973 \cdot 10^5\ T^{-1} + 29{,}18\ T$$

Combinînd cele trei ecuaţii determinate se obţine expresia potenţialului termodinamic izobar de formare :

$$Zn_s + S_{romb} = ZnS$$
$$- Zn_s \rightarrow Zn_{(gaz)}$$
$$- S_{romb} \rightarrow {}^1/_2 S_{2(gaz)}$$
$$Zn_{(gaz)} + {}^1/_2 S_{(gaz)} = ZnS$$

$$\Delta G_T^0 = -97 \cdot 160 - 9{,}14\, T \log T - 0{,}2510^{-3}\, T^2 + 0{,}973 \cdot 10^5\, T^{-1} + 79{,}87\, T$$

Calculînd potenţialul termodinamic la diferite temperaturi şi ştiind că, constanta de echilibru a reacţiei se determină cu ajutorul expresiei : $\Delta G_T^0 = 4{,}576 \log K_p$ se obţin valorile prezentate în tabela 2.

Tabela 2

Potenţialul termodinamic de echilibru pentru formarea ZnS conform reacţiei $Zn_g + 1/2\ S_2 = ZnS_s$

Temperatura		ΔG_T	$\log K_p$	K_p
°C	°K			
25	298	— 79.778	54,488	$3{,}077 \cdot 10^{54}$
600	873	— 50.959	12,760	$5{,}754 \cdot 10^{12}$
800	1073	— 41.380	8,429	$2{,}685 \cdot 10^{8}$
907	1180	— 36.296	6,723	$5{,}284 \cdot 10^{6}$
1000	1273	— 28.433	4,608	$4{,}055 \cdot 10^{4}$
1200	1473	— 22,586	3,351	$2{,}244 \cdot 10^{3}$
1400	1673	— 13,581	1,748	$5{,}598 \cdot 10^{1}$

Din datele calculate, rezultă că reacţia de formare a sulfurii de zinc din zinc şi sulf vapori, se desfăşoară de la stînga la dreapta. Conform principiului lui Le Chatelier, viteza de desfăşurare a acestei reacţii, în sensul formării ZnS, scade cu creşterea temperaturii, reacţia fiind exotermă.

Tensiunea de disociere a sulfurii de zinc, chiar la temperaturi ridicate este foarte mică ; spre deosebire de pirită şi covelină, care se disociază puternic în acest domeniu de temperatură. Studiul reţelei cristaline cu ajutorul razelor Röntgen, a permis să se constate că sulfura de zinc are o reţea atomică, adică reţeaua este formată din atomi neutri, legaţi prin forţe covalente puternice, ceea ce face ca acest compus chimic să se caracterizeze printr-un punct de topire ridicat şi o tensiune de disociere extrem de mică.

Stadiul actual al problemei

Procesul de reducere a ZnS cu reducători gazoşi, solizi şi lichizi poate avea loc la temperaturi ridicate. Cercetările au fost efectuate în scopul explicării comportării sulfurii de zinc în timpul procesului de distilare a zincului din aglomeratele zincoase şi pentru determinarea unor caracteristici termodinamice a reacţiilor care au loc.

Reducerea sulfurii de zinc cu hidrogen a fost studiată experimental de Jellinek şi Zakowsky [4], Gerasimov şi Socolov [10] prin metoda dinamică trecînd curentul de hidrogen la diferite temperaturi peste probă, iar gazele care părăsesc zona de reacţie au fost analizate continuu.

Pe baza cercetărilor efectuate şi cu ajutorul datelor termodinamice cunoscute, ale sulfurii şi hidrogenului sulfurat s-a determinat variaţia potenţialului termodinamic izobar pentru reacţia de reducere a ZnS cu hidrogen.

$$ZnS_s + H_2 = Zn_g + H_2S$$

$$\Delta G_T^0 = 77 \cdot 755 + 16{,}84\, T \log T - 0{,}7825 \cdot 10^{-3}\, T^2 - 0{,}973 \cdot 10^5\, T^{-1} - 92{,}38\, T$$

Pentru diferite temperaturi, valorile calculate ale potenţialului termodinamic şi constantei de echilibru a reacţiei de reducere cu hidrogen, a sulfurii de zinc sînt prezentate în tabela 3.

Tabela 3

Valorile constantelor termodinamice pentru reacţia de reducere a ZnS cu hidrogen

Temperatura		ΔG_T^0	$\log K_p$	K_p
°C	°K			
600	873	39.607	— 9,915	$1{,}02 \cdot 10^{-10}$
700	973	35.974	— 8,079	$8{,}34 \cdot 10^{-9}$
800	1073	32.393	— 6,597	$2{,}53 \cdot 10^{-7}$
900	1173	28.856	— 5,371	$4{,}26 \cdot 10^{-6}$
1000	1273	25.370	— 4,356	$4{,}41 \cdot 10^{-5}$

Pogoreli [11], pornind de la determinările făcute pentru tensiunea de disociere a sulfurii de zinc în stare solidă, în curent de azot, hidrogen sau amestec de hidrogen şi azot şi folosind ultimele cercetări efectuate asupra caracteristicilor termodinamice ale hidrogenului sulfurat, a calculat constanta reacţiei de reducere a ZnS cu hidrogen, $K_p = \frac{P_{Zn} \cdot P_{H_2S}}{P_{H_2}}$, valorile obţinute fiind prezentate în tabela 4.

Tabela 4

Valorile constantelor termodinamice pentru reacţia de reducere a ZnS cu hidrogen

Temperatura		log K_p	K_p
°C	°K		
800	1073	— 6,68	$2{,}10^{-7}$
900	1173	— 5,55	$2{,}810^{-6}$
1000	1273	— 4,31	$4{,}910^{-5}$
1100	1373	— 3,62	$2{,}110^{-4}$

Datele din tabela 4 sînt apropiate, ceea ce arată că metodele folosite de cercetători sînt bune. Totodată, rezultă că procesul de reducere cu hidrogen a sulfurii de zinc se desfăşoară numai la temperaturi ridicate, punîndu-se în evidenţă marea stabilitate a acestui compus.

Reducerea ZnS cu carbon. ZnS se poate reduce cu carbon la temperaturi ridicate conform reacţiei: $2ZnS + C = 2Zn_g + CS_2$. După Frenkel, temperatura de început a reacţiei este de 1300°C după Proust [8] 1450°C, iar după Johnson [9] începe la 1200°C şi este vizibilă la 1300°C.

Reducerea ZnS cu gaz metan. În lucrările experimentale efectuate la catedra de Metalurgia metalelor neferoase din Institutul politehnic Bucureşti [1], pentru reducerea cu gaz metan a aglomeratelor de zinc, s-a observat că randamentele de extragere a zincului depăşesc de multe ori valoarea de 96% (cu toate că în materialul folosit există 6% sulfură de zinc). Rezultă deci că în timpul procesului se reduce nu numai oxidul de zinc liber sau combinat, ci şi sulfura de zinc. Acest fapt a determinat efectuarea unor experimentări asupra reducerii cu gaz metan a concentratelor sulfuroase de zinc [2]. Cîteva din rezultatele obţinute sînt prezentate în tabela 5.

Tabela 5

Încercări de reducere a concentratelor zincoase cu gaz metan în retorte metalice.

Nr. exp.	Concentrate		Debit CH_4 l/h	Temp. °C	Durata min.	Adaos carbon g	η extrag.
	g	Zn %					
1	20	54	8,1	1150	40	—	26,5
2	20	54	8,1	1150	40	2	28,2
3	20	54	8,1	1150	60	—	37,1
4	20	54	8,1	1150	60	2	38,3
5	20	54	8,1	1150	120	—	67,4
6	20	54	8,1	1150	120	2	67,8
7	20	54	8,1	1200	90	—	68,3
8	20	54	8,1	1200	90	5	68,1
9	20	54	12,3	1200	120	—	77,5
10	20	54	12,3	1200	120	5	77,4

Reducerea ZnS cu carbură de calciu. S-a dovedit prin experienţe de laborator că este posibil să se obţină direct zinc din sulfură prin încălzirea acesteia cu carbură de calciu.

Reacţia de reducere a sulfurii de zinc cu carbură de calciu, în vid sau atmosferă de hidrogen începe la 700—800°C. Viteza reacţiei creşte cu temperatura. La adăugarea clorurii de sodiu se poate atinge viteza maximă de reducere la presiunea atmosferică şi la o temperatură ralitv joasă, 800°C.

Sînt indicaţii că sulfura de zinc se poate reduce şi cu C şi CO dacă este prezent CaO după reacţia :

$$ZnS + CaO + C(CO) \rightarrow Zn + CaS + CO(CO_2)$$

Procesul se desfăşoară intens, mai ales la temperaturi mai mari de 1050—1100°C.

De asemenea, la temperaturi ridicate (peste 1200°C) sulfura de zinc este redusă şi de fier, conform reacţiei :

$$ZnS + Fe \rightleftharpoons Zn + FeS$$

care se desfăşoară vizibil în domeniul de temperatură 1250—1300°C.

Studiul termodinamic şi rezultate experimentale privind reducerea ZnS cu gaz metan

Termodinamica reducerii ZnS cu gaz metan

La reducerea sulfurii de zinc cu gaz metan, în afara reacţiilor dintre gazul metan, sulf, hidrogenul sulfurat, sulfura de carbon, hidrogen şi carbon mai sînt posibile următoarele reacţii :

$2ZnS + CH_4 = 2Zn + C + 2H_2S$ (1)
$2ZnS + CH_4 = 2Zn + CS_2 + 2H_2$ (2)
$4ZnS + CH_4 = 4Zn + CS_2 + 2H_2S$ (3)
$ZnS + CH_4 = Zn + C + H_2 + H_2S$ (4)
$2ZnS + CH_4 = 2Zn + 1/2C + H_2 + 1/2CS_2 + H_2S$ (5)
$ZnS + H_2 = Zn + H_2S$ (6)
$2ZnS + C = Zn + CS_2$ (7)
$ZnS \rightarrow Zn + 1/2S_2$ (8)

Folosind datele termodinamice prezentate în tabelele lui Kubacevski şi Evans [12] referitoare la căldurile molare, entropii şi entalpii, s-au stabilit expresiile potenţialelor termodinamice izobare şi au fost calculaţi logaritmii constantelor de echilibru a următoarelor reacţii :

1 f) $2ZnS + CH_4 = 2Zn + C + 2H_2S$

$\Delta G_T^0 = 105.423 + 1{,}13\ T \ln T + 0{,}3710^{-}\ T^2 - 0{,}5410^5 T^{-1} - 55{,}65731\ T$ (298 — 692,5°K)

$\Delta G_T^0 = 107.076 - 3{,}17\ T \ln T + 2{,}7710^{-3} T^2 - 0{,}5410^5 T^{-1} - 31{,}68325\ T$ (692 5 — 1180°K)

$\Delta G_T^0 = 167.646 + 1{,}89\ T\ 1n\ T + 2{,}7710^{-3} T^2 - 0{,}5410^5 T^{-1} - 118{,}74107\ T$ (peste 1180°K)

2 f) $2ZnS + CH_4 = 2Zn + CS_2 + 2H_2$

$\Delta G_T^0 = 134.245 - 6{,}22\ T \ln T + 2{,}98 10^{-3} T^2 - 0{,}81 10^5 T^{-1} - 7{,}4523\ T$ (298 — 692,5°K)

$\Delta G_T^0 = 135.899 - 10{,}52\ T \ln T + 5{,}38 10^{-3} T^2 - 0{,}81 10^{+5} T^{-1} + 16{,}62176\ T$ (692,5 — 1180°K)

$\Delta G_T^0 = = 196.471 - 5{,}46\ T \ln T + 5{,}38 10^{-3} T^2 - 0{,}81 10^5 T^{-1} - 70{,}51606\ T$ (peste 1180°K)

3 f) $4ZnS + CH_4 = 4Zn + CS_2 + 2H_2S$

$\Delta G_T^0 = 225.277 + 6{,}4\ T \ln T - 1{,}08 10^{-3} T^2 - 2{,}05 10^5 T^{-1} - 119{,}02616\ T$ (698 — 692,5°K)

$\Delta G_T^0 = 228.583 - 2{,}2\ T \ln T + 3{,}72 10^{-3} T^2 - 2{,}05 10^5 T^{-1} - 70{,}87804\ T$ (692,5 — 1180°K)

$\Delta G_T^0 = 347.725 + 7{,}92\ T \ln T + 3{,}72 10^{-3} T^2 - 2{,}050^5 T^{-1} - 245{,}25394\ T$ (peste 1180°K)

4 f) $ZnS + CH_4 = C + H_2 + H_2S$

$\Delta G_T^0 = 59.906 - 5{,}18\ T \ln T + 2{,}41 0^3 T^{-2} + 0{,}08 10^5 T^{-1} - 0{,}02963\ T$ (298 — 692,5°K)

$\Delta G_T^0 = 60.733 - 7{,}33\ T \ln T + 3{,}61 0^{-3} T^2 + 0{,}08 10^5 T^{-1} + 12{,}06666\ T$ (692,5 — 1180°K)

$\Delta G_T^0 = 91.019 - 4{,}8\ T \ln T + 3{,}61 0^{-3} T^2 + 0{,}08 10^5 T^{-1} - 31{,}49432\ T$ (peste 1180°K)

5 f) $2ZnS + CH_4 = 2Zn + 1/2C + 1/2CS_2 + H_2 + H_2S$

$\Delta G_T^0 = 119.834 - 2{,}545\ T \ln T + 1{,}67510^{-3} T^2 - 0{,}67510^5 T^{-1} - 31{,}55481\ T$ (298 — 692,5°K)

$\Delta G_T^0 = 121.187 - 6{,}845\ T \ln T + 4{,}07510^{-3} T^2 - 0{,}67510^5 T^{-1} - 7{,}54075\ T$ (692,5 — 1180°K)

$\Delta G_T^0 = 182.059 - 1{,}785\ T \ln T + 4{,}07510^{-3} T^2 - 0{,}67510^5 T^{-1} - 94{,}62857\ T$ (peste 1180°K)

6 f) $ZnS + H_2 = Zn + H_2S$

$\Delta G_T^0 = 45.516 + 6{,}31\ T \ln T - 2{,}03 10^{-3} T^2 - 0{,}62 10^5 T^{-1} - 55{,}78693\ T$ (298 — 692,5°K)

$\Delta G_T^0 = 46.343 + 4{,}16\ T \ln T - 0{,}83 10^{-3} T^2 - 0{,}62 10^5 T^{-1} - 43{,}7499\ T$ (692,5 — 1180°K)

$\Delta G_T^0 = 76.629 + 6{,}69\ T \ln T - 0{,}83 10^{-3} T^2 - 0{,}62 10^5 T^{-1} - 87{,}31088\ T$ (peste 1180°K)

7 f) $2ZnS + C = 2Zn + CS_2$

$\Delta G_T^0 = 119.854 + 5{,}27\ T \ln T - 1{,}45 10^{-3} T^2 - 0{,}83 10^5 T^{-1} - 63{,}26883\ K$ (298 — 692,5°K)

$\Delta G_T^0 = 121.507 + 0{,}97\ T \ln T + 0{,}95 10^{-3} T^2 - 0{,}83 10^5 T^{-1} - 39{,}19477\ T$ (692,5 — 1180°K)

$\Delta G_T^0 = 182.078 + 6{,}03\ T \ln T + 0{,}95 10^{-3} T^2 - 0{,}83 10^5 T^{-1} - 126{,}31672\ T$ (peste 1180°K)

8 f) $ZnS = Zn + 1/2S_2$

$\Delta G_T^0 = 63.650 + 4{,}6\ T\ 10g\ T - 36{,}68\ T$ (298 — 693°K)

$\Delta G_T^0 = 94.970 + 8{,}05\ T\ 10g\ T - 74{,}92\ T$ (1180 — 2000°K)

Cu ajutorul acestor expresii au fost calculate valorile constantelor de echilibru și a potențialelor termodinamice.

Rezultatele obținute sînt trecute în tabela 6.

Variația cu temperatura a logaritmului constantelor de echilibru și a potențialelor termodinamice izobare a reacțiilor de reducere cu gaz metan a sulfurii de zinc sînt prezentate în fig. 1 și 2.

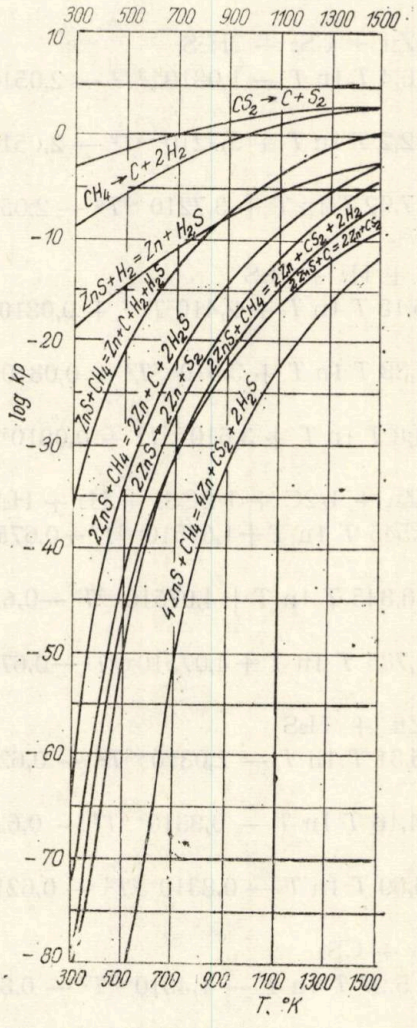


Fig. 1. — Variația logaritmului constantei de echilibru a reacției din sistemul CH_4 — ZnS, în funcție de temperatură.

Pe baza calculelor termodinamice și cu ajutorul diagramelor stabilite asupra principalelor reacții de reducere din acest sistem se pot preciza următoarele aspecte :

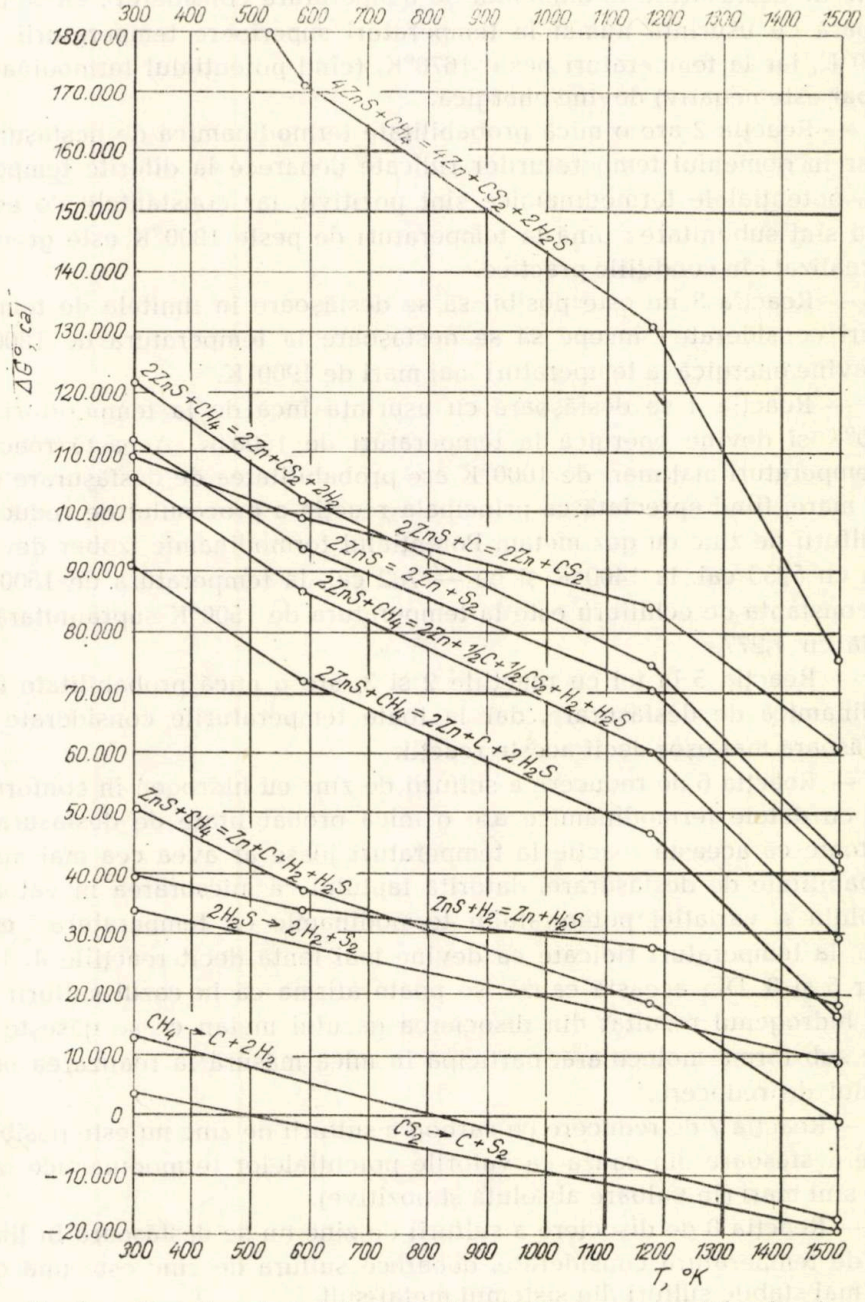


Fig. 2. — Variația potențialelor termodinamice izobare a reacțiilor din sistemul CH_4 — ZnS, în funcție de temperatură.

— Reacţia 1 din punct de vedere termodinamic are o mică probabilitate de desfăşurare în domeniul de temperatură considerat ; ea se desfăşoară cu uşurinţă numai la temperaturi superioare temperaturii de 1500°K, iar la temperaturi peste 1670°K, (cînd potenţialul termodinamic izobar este negativ) devine energică.

— Reacţia 2 are o mică probabilitate termodinamică de desfăşurare chiar în domeniul temperaturilor ridicate deoarece la diferite temperaturi, potenţialele termodinamice sînt pozitive, iar constantele de echilibru sînt subunitare : pînă la temperaturi de peste 1800°K este greu să fie realizată în condiţiile practice.

— Reacţia 3 nu este posibil să se desfăşoare în limitele de temperaturi considerate ; începe să se desfăşoare la temperatura de 1800°K şi devine energică la temperaturi mai mari de 1900°K.

— Reacţia 4 se desfăşoară cu uşurinţă încă de la temperaturi de 1300°K şi devine energică la temperaturi de 1500°K. Această reacţie, la temperaturi mai mari de 1000°K are probabilitatea de desfăşurare cea mai mare, fiind apreciată ca principala reacţie a procesului de reducere a sulfurii de zinc cu gaz metan. Potenţialul termodinamic izobar devine egal cu 5255 cal. la 1400°K şi cu — 782 cal, la temperatura de 1500°K, iar constanta de echilibru este la temperatura de 1500°K supraunitară şi egală cu 1,277.

— Reacţia 5 la fel cu reacţiile 2 şi 3, are o mică probabilitate termodinamică de desfăşurare, dar la toate temperaturile considerate se desfăşoară mai uşor decît aceste reacţii.

— Reacţia 6 de reducere a sulfurii de zinc cu hidrogen în conformitate cu datele termodinamice are o mică probabilitate de desfăşurare. Cu toate că această reacţie la temperaturi joase ar avea cea mai mare probabilitate de desfăşurare, datorită faptului că micşorarea în valoare absolută a variaţiei potenţialului termodinamic cu temperatura este mică, la temperaturi ridicate ea devine mai lentă decît reacţiile 4, 1 şi chiar 5 şi 3. Din această cauză, se poate afirma că în cazul sulfurii de zinc hidrogenul rezultat din disocierea gazului metan ce se găseşte în gaze sub formă moleculară, participă în mică măsură la realizarea procesului de reducere.

— Reacţia 7 de reducere cu carbon a sulfurii de zinc nu este posibilă să se desfăşoare din cauză că valorile potenţialelor termodinamice izobare sînt mari (în valoare absolută şi pozitive).

— Reacţia 8 de disociere a sulfurii de zinc nu se desfăşoară în limitele de temperatură considerate, deoarece sulfura de zinc este una din cele mai stabile sulfuri din sistemul metal-sulf.

În diagrama potenţialelor termodinamice izobare a reacţiilor de reducere a sulfurii de zinc cu gaz metan, se constată că la temperaturi joase, probabilitatea termodinamică cea mai mică de desfăşurare o are reac-

ţia 3, iar probabilitatea termodinamică cea mai mare o are reacţia 6. La temperaturi mai mari de 1000°K, probabilitatea cea mai mare de desfăşurare o are reacţia 4, care este considerată principala reacţie a procesului.

Ca urmare reacţiile de reducere a sulfurii de zinc cu gaz metan, funcţie de probabilitatea desfăşurării lor se pot grupa :

— Reacţiile 3, 7 şi 8, nu se pot desfăşura numai la temperaturi superioare, temperaturi de 1800°K şi în consecinţă, participarea lor la efectuarea procesului de reducere este neglijabilă.

— Reacţiile 2 şi 5 au o mică probabilitate de desfăşurare în domeniul de temperatură considerat, ele putînd să participe la procesul de reducere numai la temperaturi superioare, temperaturi de 1600°K.

— Reacţiile 1 şi 6 au de asemenea o probabilitate redusă de desfăşurare în domeniul de temperatură considerat, ele participă însă la efectuarea procesului de reducere, mai ales la temperaturi ridicate.

— Reacţia 4 este considerată reacţia principală a procesului de reducere, ea se desfăşoară cu uşurinţă, la temperaturi mai mari de 1300°K.

În concluzie, se poate aprecia că reducerea sulfurii de zinc cu gaz metan se realizează numai la temperaturi ridicate, unde reacţia 4 se desfăşoară energic. Totuşi, procesul de reducere cu gaz metan a sulfurii de zinc are loc la temperaturi inferioare temperaturilor realizate în agregatele metalurgice la distilarea aglomeratelor de zinc şi din această cauză cercetarea acestui proces are o importanţă atît teoretică cît şi practică.

Rezultatele experimentale privind reducerea ZnS cu gaz metan

Sulfura de zinc folosită în experienţele de reducere a fost preparată în felul următor : cristalele de acetat de zinc pure, au fost dizolvate în apă distilată, iar în soluţia obţinută s-a introdus hidrogenul sulfurat pentru a precipita sulfura de zinc ; după filtrare, precipitatul de sulfură de zinc a fost uscat într-o etuvă obişnuită la cca. 150°C pentru a se elimina în totalitate umiditatea şi s-a calcinat apoi la temperatura de 400°C într-un tub de silice, din care în prealabil s-a eliminat aerul.

Gazul metan utilizat pentru reducerea sulfurii de zinc, înainte de a fi introdus în camera de reacţie a fost purificat folosind în acest sens diferiţi absorbanţi.

Experienţele au fost efectuate într-o instalaţie identică cu cea utilizată la reducerea cu gaz metan a sulfurii de plumb, în următoarele condiţii : debitul de gaz metan 3,06 l/h, greutatea probei supusă reducerii 1 ± 0,2 grame, durata 210—240 min. şi temperatura 1050—1300°C.

Cinetica reducerii cu gaz metan a sulfurii de zinc, se poate urmări din datele prezentate în tabela 7 şi din fig. 3 şi 4.

Determinările efectuate, au arătat că reducerea sulfurii de zinc începe între temperaturile 1000—1050°C cu o viteză foarte mică, la temperatura de 1050°C fiind egală cu 1 mg S_2/min.

Valoarea maximă a vitezei 3,72 mg S_2/min., a fost atinsă la temperatura 1300°C în primele 30 de minute. Pentru temperaturile 1200—1300°C, curbele ce reprezintă gradul de reducere, funcţie de timp (fig. 3), prezintă o inflexiune la fel ca în cazul tuturor reacţiilor autocatalitice.

Paralel cu temperatura a crescut şi gradul de reducere, micşorîndu-se astfel durata întregului proces; în acest fel, la temperatura de 1100°C pentru atingerea unui grad de reducere de 50%, a fost necesară

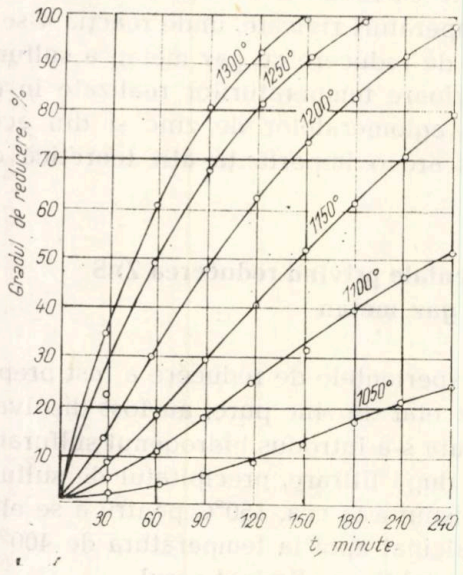


Fig. 3. — Variaţia gradului de reducere a ZnS cu CH_4 în funcţie de timp.

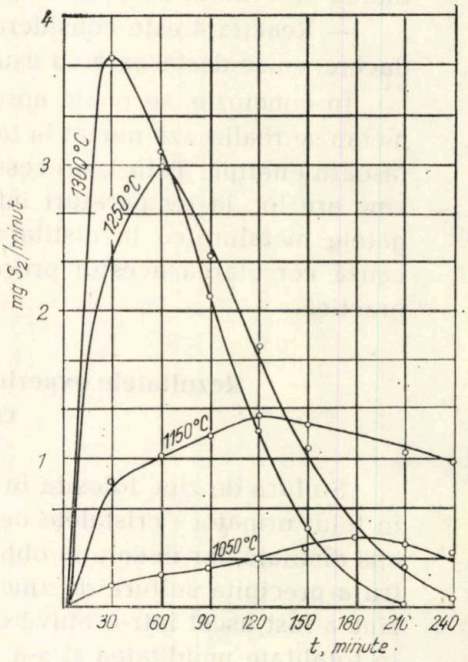


Fig. 4. — Variaţia vitezei procesului de rdeucere a ZnS cu CH_4 în funcţie de timp.

o durată de 240 minute, pe cînd la temperatura de 1250°C, numai o durată de 60 minute.

Creşterea temperaturii a determinat atingerea într-un timp scurt, a valorii maxime pentru viteza de reacţie: astfel, la temperatura de 1050°C viteza maximă a procesului de reducere se realizează în 150 mi-

nute, pe cînd la temperatura de 1200°C, viteza maximă a procesului de reducere s-a obținut după 90 minute.

Pentru calculul gradului de reducere se poate aplica relația determinată în cazul sulfurii de plumb :

$$\eta = \frac{1}{1 + e^{\frac{-A+t}{B}}}$$

Cu ajutorul acestei ecuații, au fost determinate teoretic gradele de reducere pentru mai multe experiențe, rezultatele după cum se observă în tabela 8, concordă bine cu datele practice obținute.

În fig. 5 sînt reprezentate grafic comparativ, valorile experimentale și calculate, ale gradului de reducere funcție de timp.

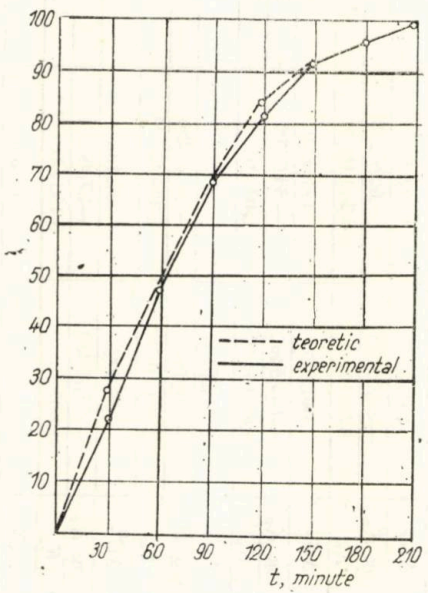


Fig. 5. — Variația gradului de reducere experimental față de cel teoretic la reducerea ZnS cu CH_4.

Din analiza datelor obținute se observă că valorile calculate și valorile obținute experimental pentru gradul de reducere funcție de timp sînt apropiate și diferența între ele este cu atît mai mică, cu cît temperatura la care are loc procesul de reducere este mai ridicată.

Catedra de metalurgia metalelor neferoase
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

Tabela 6

Valorile constantelor termodinamice

Nr. crt.	Reacția	Funcția termodinamică	Temperatura °K				
			298	692,5	1000	1180	1500
1	$2ZnS + CH_4 = 2Zn + C + 2H_2S$	ΔG_T^0	90.577	72.028	56.211	47.043	16.369
		$\log K_p$	—66,40543	—22,72893	—12,28388	—8,71168	—2,38475
		K_p	$3,93.10^{-67}$	$1,87.10^{-23}$	$5,210^{-13}$	$1,94.10^{-9}$	$4,123.10^{-3}$
2	$2ZnS + CH_4 = 2Zn + C + 2H_2S$	ΔG_T^0	121,467	102.239	85.129	75.129	42.875
		$\log K_p$	—89,05205	—32,26223	—18,60336	—13,91278	—6,24636
		K_p	$8,87.10^{-90}$	$5,343.10^{-33}$	$2,493.10^{-19}$	$1,2225.10^{-14}$	$5,67.10^{-7}$
3	$4ZnS + CH_4 = 4Zn + CS_2 + 2H_2S$	ΔG_T^0	199.889	171.024	146.024	131.592	75.556
		$\log K_p$	—146,5462	—53,9678	—31,91084	—24,36889	—11,00758
		K_p	$2,84.10^{-147}$	$1,102.10^{-54}$	$1,210^{-32}$	$4,277.10^{-25}$	$9,827.10^{-12}$
4	$ZnS + CH_4 = Zn + C + H_2 + H_2S$	ΔG_T^0	51.361	37.629	25.774	18.801	—782
		$\log K_p$	—37,6546	—11,87409	—5,63243	—3,46389	0,10606
		K_p	$2,215.10^{-38}$	$1,336.10^{-12}$	$2,331.10^{-6}$	$3,282.10^{-4}$	1,277
5	$2ZnS + CH_4 = 2Zn + 1/2C + 1/2CS + H_2 + H_2S$	ΔG_T^0	106.022	87.134	70.670	61.086	29.622
		$\log K_p$	—77,72883	—27,49574	15,44342	—11,52585	—4,31556
		K_p	$1,867.10^{-78}$	$3,1935.10^{-28}$	$3,602.10^{-16}$	$2,99.10^{-12}$	$4,836.10^{-5}$
6	$ZnS + H_2 = Zn + H_2S$	ΔG_T^0	39.788	34.400	30.735	28.231	17.142
		$\log K_p$	—29,0968	—10,86512	—6,7166	—5,228	—3,49736
		K_p	$8,002.10^{-30}$	$1,396.10^{-11}$	$1,92.10^{-7}$	591610^{-6}	$3,1815.10^{-3}$
7	$2ZnS + C = 2Zn + CS_2$	ΔG_T^0	109.539	99.109	89.930	84.606	60.835
		$\log K_p$	—80,30714	—31,27453	—19,65253	—15,66778	—8,86291
		K_p	$4,93,10^{-81}$	$5,3145.10^{-32}$	$2,225.10^{-20}$	$2,149.10^{-16}$	$1,37.10^{-9}$
8	$2ZnS \rightarrow 2Zn + S_2$	ΔG_T^0	112.222	94.796	88.400	71.252	41.882
		$\log K_p$	—82,3475	—	—19,31818	—	—6,10119
		K_p	$4,49.10^{-83}$	—	$4,81.10^{-20}$	—	$7,91.10^{-7}$

Tabela 7

Rezultate experimentale obținute la reducerea sulfurii de zinc cu gaz metan

Nr. crt.	Temp. °C		Durata minute								Debit l/h	greut probei
			30	60	90	120	150	180	210	240		
1	1050	Viteza mg S_2/min.	0,15	0,22	0,26	0,33	0,41	0,55	0,44	0,41	3,06	1
		η	1,4	3,43	5,83	8,82	12,52	17,52	21,62	25,32	3,06	1
2	1100	Viteza mg S_2/min.	0,56	0,61	0,68	0,75	0,84	0,82	0,75	0,67	3,06	1
		η	5,1	10,6	16,9	23,7	31,7	39,2	46	52,1		
3	1150	Viteza mg S_2/min.	0,88	1,01	1,17	1,29	1,24	1,15	1,05	0,94	3,06	1
		η	8	17,2	27,9	39,7	51	61,4	70,8	79,3		
4	1200	Viteza mg S_2/min.	1,34	1,75	2,15	1,67	1,27	1	0,84	0,68	3,06	1
		η	12,2	28,1	47,7	62,9	74,5	83,6	91,2	97,4		
5	1250	Viteza mg S_2/min.	2,34	2,98	2,27	1,51	1,11	0,51	0,29	0,07	3,06	1
		η	21,3	47,6	68,3	81,9	92	96,4	99,1	99,8		
6	1300	Viteza mg S_2/min.	3,72	2,97	2,18	1,34	0,55	0,17	0,06	—	3,06	1
		η	33,8	60,8	80,6	92,8	97,8	99,3	99,9	—		

Tabela 8

Gradul de reducere calculat teoretic și obținut experimental

Durata min.	exp. η	η teoretic	η exp.	η teoretic	η exp.	η teoretic	η exp.	η teoretic
30	1,4	2,4	5,1	7,08	8	11	12,2	16,9
60	3,43	3,43	10,6	10,6	17,2	17,2	28,1	28,1
90	5,83	5,3	16,9	15,3	27,9	25,6	47,7	42,9
120	8,82	9	23,7	21,6	39,7	36,5	62,9	56,2
150	12,52	12,52	31,7	21,8	51	49,5	74,5	72,9
180	17,52	22,1	39,2	39,2	61,4	61,4	83,6	83,6
210	21,67	28,1	46	49,5	70,8	72,6	91,2	90,7
240	25,35	30,1	52,1	60	79,3	81,5	97,4	94,9

BIBLIOGRAFIE

1) *Ienciu M., Segărceanu T.* — Reducerea aglomeratelor zincoase cu ajutorul gazului metan. Studii și cercetări de metalurgie, 1960.

2) *Ienciu M.* — Reducerea concentratelor zincoase cu gaz metan. Comunicare în sesiunea Institutului politehnic din București 1959.

3) *Ienciu M.* — Teza de doctor, București 1968.

4) *Jellinek, Deubel* In. Electrochem. 35, 7, 1929.

5) *K. K. Kelly U.S.* Bur. Mines Bull. 406 (1937), 45.

6) *B. K. Veselovski* I.P.H. 15, 922, 1942.

7) *C.L. Me Cabe J.* Metals 6, 969, 1954.

8) *Prost S.* Soc. Chem. Ind. 15, 813, 1896.

9) *Johnson* Trans. Amer. Electrochem. Soc. 5, 211, 1904.

10) *Gerasimov M. M. Sokolov.* Sbornik teoreticeskih rabot ghinţvetmeta 1935.

11) *A. D. Pogoreli.* J.F.H. 22 731, 1948.

12) *O. Kubacevski L. L.* Evans. Metallurgical Thermochemistry London 1958.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970, Numărul 4

RECENZIE

CALCUL PRATIQUE DES ALTERNATEURS ET DES MOTEURS ASYNCHRONES

de SIMON LOUTZKY

Lucrarea a apărut în anul trecut în editura „Editions Eyrolles" din Paris într-un volum deosebit de restîns cu un număr de 142 pagini și 73 figuri.

După cum reiese și din titlu, lucrarea cuprinde două părți principale: în prima parte formată din capitolele 1 ... 7 se tratează proiectarea alternatoarelor sincrone, iar în a doua parte formată de capitolul 8 se prezintă proiectarea motoarelor asincrone. Proiectarea mașinilor de curent continuu a fost publicată de același autor într-un volum separat în anul 1963.

În primul capitol al lucrării intitulat „înfășurările indusului alternatoarelor" se prezintă o introducere în tehnica înfășurărilor repartizate de curent alternativ monofazate, difazate și trifazate. Se deduc expresiile factorilor de înfășurare și se enumără mijloacele pentru suprimarea armonicilor ; explicații mai detaliate se dau cu privire la reducerea armonicilor de dentură prin utilizarea înfășurărilor cu număr fracționar de crestături pe pol și fază. După prezentarea înfășurării de amortizare utilizată în construcția mașinilor sincrone se dau indicații privind izolația conductoarelor și crestăturilor. Capitolul se încheie cu examinarea influenței incluziunilor de aer din izolația conductorului și crestăturii asupra descărcărilor electrice parțiale.

Al doilea capitol cuprinde „calculul dispersiei magnetice" și începe cu calculul fluxului de dispersie al polilor inductori ; se dau apoi expresiile de calcul ale permanențelor specifice de dispersie, ale porțiunilor de înfășurare repartizată și se deduce expresia de calcul a reactanței de dispersie în cazul înfășurărilor repartizate. Într-o notă de încheiere a acestui capitol se deduc expresiile de calcul ale permanențelor specifice din crestătură.

Capitolul trei intitulat „calculul caracteristicii în gol" cuprinde indicații privind predeterminarea solenației de excitație la funcționarea în gol, respectiv în sarcină și dimensionarea înfășurării de excitație.

Calculul, solenației de reacție a indusului și predeterminarea „curentului de scurtcircuit" formează obiectul capitolului patru.

În capitolul cinci, se dau relaţii pentru „calculul pierderilor". Astfel se arată metoda de calcul a pierderilor în miez şi în înfăşurări, se prezintă după Field relaţii de calcul şi indicaţii privind calculul pierderilor suplimentare în înfăşurări.

Capitolul şase tratează despre „calculul încălzirilor" înfăşurării statorului, miezului feromagnetic al statorului şi înfăşurării de excitaţie. Totodată se dau valorile conductibilităţii termice ale diferitelor materiale izolante şi valorile coeficientului de transmisie a căldurii prin convecţie în funcţie de viteza aerului de răcire.

În capitolul şapte se prezintă, determinarea dimensiunilor principale ale unui alternator stabilindu-se relaţii de calcul pentru diametrul interior al indusului şi lungimea ideală a maşinii. Un exemplu de calcul detaliat referitor la un alternator trifazat de 100 kVA, 3200 V, 50 Hz, 750 rot/min, întregeşte prima parte a lucrării.

Capitolul opt intitulat „motoare asincrone" tratează în 13 subcapitole metodica de proiectare aplicată la motoarele asicrone de inducţie, bazată în parte pe explicaţiile date în capitolele precedente. După o introducere referitoare la dimensionarea înfăşurărilor, se prezintă relaţiile de calcul pentru inducţiile magnetice în diferitele zone ale maşinii, se explică metoda Arnold pentru calculul curentului de magnetizare cu considerarea aplatizării curbei inducţiei magnetice. La calculul reactanţei de dispersie a maşinii se dau explicaţii suplimentare cu privire la determinarea permeanţei specifice de dispersie de la dinte la dinte. Se dau apoi relaţii de calcul pentru curentul de pornire, alunecare şi cuplu.

Problemele generale privind proiectarea motoarelor asincrone se încheie cu prezentarea calculului caracteristicilor de funcţionare prin metoda punct cu punct.

Determinarea dimensiunilor principale ale motorului asincron polifazat împreună cu un exemplu de calcul referitor la un motor asincron trifazat de 75 kW, 220/380 V, 50 Hz, 4 poli, formează un subcapitol important al lucrării ; calculul este efectuat în 4 variante : cu motorul bobinat, cu colivie simplă, cu colivie dublă, respectiv cu bare înalte în rotor.

O metodică de calcul a motorului asincron monofazat împreună cu un exemplu de calcul referitor la un motor cu inele de 9 kW, 120 V, 6 poli, 50 Hz formează obiectul unui subcapitol separat.

În ultimele 6 pagini ale lucrării se prezintă un breviar de formule uzuale utilizate la proiectarea maşinilor electrice de curent alternativ.

În ansamblu lucrarea se prezintă într-o formă deosebit de concisă şi reuşeşte să realizeze o excelentă introducere în proiectarea maşinilor de curent alternativ. Problemele sînt tratate cu o competenţă demnă de relevat, explicaţiile date pe parcurs sînt caracterizate de o mare simplitate şi ajută pe tinerii proiectanţi la înţelegerea unor chestiuni mai speciale din acest domeniu.

Valoarea lucrării este dată şi de cele 6 exemple de calcul care contribuie în largă măsură la întregirea imaginii formată de metodicele expuse ; totodată prin aceste exemple de calcul se fixează o anumită scară pentru dimensiunile maşinilor calculate în raport cu datele lor nominale.

În lucrare se mai întîlnesc relaţii de calcul într-o formă depăşită de cercetările ulterioare (de exemplu relaţia de calcul a permeanţei specifice de dispersie a crestăturilor circulare — relaţia 11) ; Nu se menţionează relaţii de calcul privind pierderile suplimentare în miezul feromagnetic, pierderile mecanice, solicitările mecanice ale diferitelor părţi constructive. Desigur că aceste completări implică o majorare corespunzătoare a volumului lucrării şi ar fi de dorit ca o viitoare ediţie să cuprindă şi aceste probleme.

Prin elementele inedite pe care le conţine, prin stilul în care este redactată, prin conciziunea care o distinge şi eleganţa explicaţiilor date, lucrarea „Calculul practic al alternatoarelor şi motoarelor asincrone" se situează în rîndul lucrărilor valoroase şi utile în proiectarea maşinilor electrice.

Prof. dr. ing. CONST. BĂLĂ

Catedra de maşini electrice II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 10460

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1971 MAR 26

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXII NUMĂRUL 5 ANUL 1970
SEPTEMBRIE—OCTOMBRIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXII — NUMĂRUL 5

SEPTEMBRIE — OCTOMBRIE
1970

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Academician prof. *Martin Bercovici*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

MATEMATICA

C. Ionescu-Bujor

Sur les translations centrées planes 17

I. M. Miu

Contributions sur les zéros réels de certains fonctions . . . 29

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

I. Ştefănescu

Cercetarea procesului de formare a structurii cocsului brichete cu ajutorul microscopiei şi difracţiei razelor Roentgen 35

Cornelia Bejan

Studiul tensiunii interfaciale al sistemelor multi-componente . . 47

REŢELE ELECTRICE

E. Potolea

Le calcul du regime permanent des réseaux electro-énergétiques . 57

HIDRAULICA

Julieta Florea, Marc de Somer

Application de la théorie des axes hydrauliques au déversoir a seuil epais 75

C. Iancu

Ecoulement d'un fluide d'un reservoir plan infini par une conduite de fond 93

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIILOR DE MAŞINI

A. Oprean

Cercetări asupra pompelor şi motoarelor hidraulice multirotori cu angrenaj 109

METALURGIE

Fl. Oprea, P. Moldovan

Consideraţii privind dinamica repartiţiei elementelor la rafinarea cuprului 119

TRANSPORTURI

Al. Popa, A. Carabulea

Beiträge zur Untersuchung der Optimalisierung der Elektrifizierung der Eisenbahnen mit Hilfe der mathematischen Modellierung . . 133

S u m a r.

MATEMATICA

C. Iunescu-Bujor

Sur les translations centrées planes 1

E. M. Miu

Contributions sur les zéros réels de certains fonctions 29

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

I. Stefănescu

Cercetarea procesului de formare a structurii coesului brichete cu ajutorul microscopiei si difractiei razelor Roentgen 35

Cornelia Bejan

Studiul fenomenului interfaciale al sistemelor multi-componente 47

REȚELE ELECTRICE

E. Potoiu

Le calcul du régime permanent des réseaux électro-énergétiques 57

HIDRAULICA

Juliete Maria Sumer

Application de la théorie des axes hydrauliques au déversoir à seuil épais 75

Ioncu

Ecoulement d'un fluide d'un réservoir plan initial par une conduite de jour 93

TEHNOLOGIA CONSTRUCTIILOR DE MASINI

A. Oprea

Cercetări asupra pompelor si motoarelor hidraulice multicolori cu angrenaj 109

MIRAULICĂ

El. Oprea, E. Moldovan

Considerații privind dinamica repartiției elementelor la rațiunea copiului 119

TRANSPORTURI

A. Popa, A. Cazabuiu

Beiträge zur Untersuchung der Optimalisierung der Elektrifizierung der Eisenbahnen mit Hilfe der mathematischen Modellierung 123

Резюме

MUZEUM KÖNYVTÁRES 1883

Д. К. 517

К. Ионесчу-Бужор

Вопросы по поступительным центрам плоскости

В ранее опубликованной рабоге „Les translations centrées du plan" Бюллетень Политехнического Института Вухарест, том XXXI номер 4, 1969) автор ввел понятие этих преобразований и изусил их.

В настоящей заметке даны несколько свойств множества центральных преобразований е плане, в связи с некоторым множествоы преобразований основной группы геометрии Эвкгида в рлане.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

И. М. Миу Д. К. 517

Дополнительные данные о действительиых нулях некоторых функций

В начале статьи приводится выведенная ранее аятором теорема) дополненная и расширенрая в данной работе.

С помошью указанной теоремы устанавливаются постоянные тоски некоторых функцнй $f(x, \lambda)$.

Таким тбразом уттанавливается теорема нулей функций

$f(x, 1) = f_0(x)1^n + f_1(x)1^n + \ldots\ldots + f_{n-1}(x)1 + f_n(x)$, где $\lambda \in R$, $f(x) \in C^1(a, b)$

Отдаелены в $I\,a, b\,I$ от нуля фуныций $f_i(x)$, (f) где:

$$\Delta(f) = \begin{vmatrix} f_1 & f_1 & f_2 & \cdot & \cdot & f_{n-1} & f_n & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & f_0 & f_1 & \cdot & \cdot & f_{n-2} & f_{n-1} & f_n & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & f_0 & f_1 & f_2 & f_3 & \cdot & \cdot & f_{n-1} & f_n \\ f_0' & f_1' & f_2' & \cdot & \cdot & f_{n-1}' & f_n' & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & f_0' & f_1' & \cdot & \cdot & f_{n-2}' & f_{n-1}' & f_n' & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & f_0' & f_1' & f_2' & f_3' & \cdot & \cdot & f_{n-1}' & f_n' \end{vmatrix}$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

И. Штефэнеску Д. К. 662.7

Исследование прпцесса образования структуры формованного кокса при помощи микроскопии и диффракции рентгеноаских лучей.

Сруктура формованного кокса образуется путем „мукроспекания" инертного материала под действием пластичной фазы появляющейся из коксого угля и связуещсго вещества.

Предыдущие исследования произведенные по классическим методам исследования (деразация, пластификация, порозиметрии) позволили разьяснить механизм этого процесса,

В настоящей работе изложены результаты исследования при момощи микроскопии и диффракции рентгеноских лусей подтверждающие и дополняющие положения касающиеся образованйя струкры кокса, из несрекающегося материала.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Summary

D.C. 517

C. Ionescu-Bujor

On Central Plane Translations

In a previous work (C. Ionescu-Bujor: **Les translations centrées du plan**. Bul. Inst. Politehnic Bucureşti, Vol. XXXI, nr. 4, 1969), the author has defined and studied thes transformations.

In this note he gives some properties of the set of centred translations of the plane in conexion with some sets of transformations of the principal group of plane Euclidean geometry.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

D.C. 517

I. M. Miu

Contributions Regarding the Real Zeros of Some Functions

At the beginning of the work the author mentions one of his theorems completed in the II^d part with an extension. By means of this theorem he establishes the fixed points of some functions $f(x, \lambda)$. Thus he establishes:

Theorem: Zeros of the function:

$$f(x,\lambda) = f_0(x)\lambda^n + f_1(x)\lambda^n + \ldots + f_{n-1}(x)\lambda + f_n(x)$$

where $\lambda \in R, f(x) \in C^2[a, b]$ are separated in $[a, b]$ by the zeros of functions $f_0(x), \Delta(f)$, where:

$$\Delta(f) = \begin{vmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \cdot & \cdot & f_{n-1} & f_n & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & f_0 & f_1 & \cdot & \cdot & f_{n-2} & f_{n-1} & f_n & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & f_0 & f_1 & f_2 & f_3 & \cdot & \cdot & f_{n-1} & f_n \\ f_0' & f_1' & f_2' & \cdot & \cdot & f_{n-1}' & f_n' & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & f_0' & f_1' & \cdot & \cdot & f_{n-2}' & f_{n-1}' & f_n' & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \gamma & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & f_0' & f_1' & f_2' & f_3' & \cdot & \cdot & f_{n-1}' & f_n' \end{vmatrix}$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

D.C. 662.7

I. Ştefănescu

The Study of the Formation of Coke by Means of Microscopy and Roentgen Rays Diffraction.

The formation of coke structure is due to a "microbaking" process of the inert material under the effect of the plastic phase occurred in coal and binder.

Previous researches carried out by means of the classical investigation methods (degasification, plastification, porsimetry) have allowed to explain the mechanism of this process.

The present paper presents the results of the microscopic and Roentgen-rays diffraction studies which confirm and complete the conception on the formation of the coke structure on basis of the non-agglutinating material.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Д. К. 541.1

Ч. Бэжан

Исследовянее межищевого напряжения многосоставных систем

Исследовалось изменение во времени межищевого напряжеиия для двух и трех комронентных систем содержащих активное капилярное вещество в малых концентрациях ($10^{-6} — 10^{-2}$ /l). Все данные полученные по межищевому напряжению в присуствии активных капилярных веществ, находятся ииже соответствующих данных без использования активных капилярных веществ.

Кривая изменений межищевого напряжения исследуемых систем в которых находятся следы капилярных активных веществ имеет наиболее четкий максимум в кратковременном образовании калель.

Иэ ролученных даиных автор вынес заключение о механизме диффузии и нарравления в межищевой области активных капилярных веществ.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Д. К. 721311.1

Е. Потоля

Расчет постоянното режима электро-энергических сетей.

Применяется теориь графф по исследованию передаточных и непередаточных электро-энергетических сетей.

Таким образом, получаются фунициональные уравнения потенциального метода точек п устанавливаются простые правила для образования и расчета матрия методом синтезы.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Д. К. 621.26.1

Х. Флоря Марк де Сомер

Применение теории гидравлических осей

Для применения теории гидравлический осей, пересечсние свободных поверхностей водотечения вертикального цилиндра который имеет ось водотечения в качестве направляющеге утечка через порог засчитанной через канала с длиной равной с длиной порога, питающего в верхнем бьефе посредством бака с произведением инфлексии верхней поверхности падая в нижнем бьефе свободной поведхности или в пгочных обыновенных формах.

Расчет, с точки в точку и чертеж был осуществлен при помоци цифравого вычислителя.

Правильность метода была оправдана испытаниями осуществленными на образце и числовыми результатами полученными методом конечных рэзностей или другими вычислнтельными методами применяемые в эти аппаратах.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Д. К. 621.209

К. Янку

Истечение жилкости из бесконечного плоского сосудя через донный трубопровод

В работе рассматривается осесиметричное истечение одного из типов, встречающихся при истечении жидкости пз сосуда большого разнуса через донный трубопровод. Определяется гидродинамический спектр истечения „изменение чкоростей. Хидкость считается идеальной и весомой, причем для интегрировония уравнения Лапраса применрется метод Борнтлли-фурье.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

D.C. 541.1

C. Bejan

The Study of Interfacial Tension of Multicomponent Systems

The author studied the variation in time of interfacial tension for systems of 2 and 3 components, including also a capillarily active substance in low concentrations (10^{-6}—10^{-2} molg/l). All the values obtained for the interfacial tension in the presence of capillarily active substances are lower than the corresponding values in the lack of capillarily active substances.

The variation curve of the interfacial tension of systems containing traces of capillarily active substances presents a pronounced maximum for short times of drop formation.

Of the data obtained, the author has drawn conclusions concerning the mechanism of diffusion and orientation at the interface of capillarily active substances.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

D.C. 621.311.1

E. Potolea

The Computation of the Electro-Energy Network Permanent Regime.

The author applies the theory of graphs to the study of electro-energy networks with or without transformer. He thus obtains functional equations of the potential method of knots and determines simple rules for the formation and computation of the matrix by synthesis.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

D.C. 621.2.01

Julieta Florea, Marc de Somer

The Application of the Hydraulic-axis Theory.

For the application of the theory of hydraulic axes the intersection of the free surface of a water course with a vertical cylinder having as directrix the axis of the water course — the discharge over the weir has been considered as constituted by the flowing out of a channel having a length equal to that of the threshold, supplied upstream by a reservoir, producing an inflection of the upper surface and discharging downstream in a free nappe or in various other usual shapes of nappes.

The computation in each point and the drawing have been carried out on a digital computer.

The validity of the method is confirmed by the tests applied upon the model and by the numeric results obtained through (the method of finite differences and through) other calculation methods used for this class of weirs.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

D.C. 621.2.09

C. Iancu

The Flowing of a Fluid From an Infinitely Plane Reservoir Through a Bottom Duct.

The author studies in the paper the axially symmetric flow, one of the types occurring when a fluid flows from a high capacity reservoir through a bottom duct. The hydrodynamic spectre of the flowing is determined as well as the speed variation, considering the fluid perfect and with a weight. For the integration of the Laplace equation, the Bernouilli-Fourier solving method is used.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

А. Опряи Д. К. 621-82

Исследование Многороторных шестеренных гидронасосов и гидродвигателей.

В настоящей работе даны конструкця и расчет некоторых многороторных шестеренных гидронасосов и гидродвигателей, которые имеют реальные преимущества по сравнению с классичвскими в отношении К. П. Д. и других статических и динамечиских характеристик.

Область применения может быть расширена внося некоторые конструктивные изменения позволяющие регуиироветь насос и двигатель путем изменения ширины зацепления. При этом получаетеся гидростатический механизм с беступенчатым регулированием полезный для оптимизации режимов резания.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Фл. Опря, П. Молдован Д. К. 669.34

Соображения касающиеся динамике распределения элементов при рафинировании меди.

В работе была установлена динамика распределения основных элементдв при термическом рафнировании меди. С этой целью, определились коэффициенты распределения *Pb* и *Sb* в тройных системах $Cu - Pb - 0$, $Cu - Sb - 0$ и в четверной системе $Cu - Pb - Sb - 0$ — в зависимости от температуры и состава двух несмешивающихся фаз : шлак и жидкий металл, получая уравнения :

$$LPb = 0{,}14\,t + 16\,x - 3{,}1$$
$$LSb = 1{,}97 + 116{,}4\,x + 0{,}00212\,t^2$$

где : x = содержание примеси в жидком металле :

T = длительность процесса, в минутах

Установлено что одновременное наличие *Pb* и *Sb* вызывало некоторый рост значений коэффициентов распределения *Pb* и *Sb* по отношению к соответствующим значениям тройным системам $Cu - Pb - 0$ и соответственно $Cu - Sb - 0$, воздействуя этим путем нв чистоту меди термисески рафинированной.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Ал. Попа, А. Карабуля Д. К. 625.5

К исследованию оптимизации электрифицирования железных дорог с помощью металлического моделирования.

Представвяется структурная математическая модель суммарных расходов по проэктированию и по оптимальной эксплуатации электрифицирования железных дорог.

Новые понятия поставленные в основе математического моделирования расходов, относятся к выражению путем подрутин всех явлений связанных с теорией запасов, теорией ожидания, теорией износа, теорией рабочей силю, теорией устойчивости работх, теорией вычисления расходов тяги на различные расположения профиля железных дорог и теорией рассрочки по времени капиталовложений.

Строится логическая схема расчета которая позволяет определить суммарные расходы в том же случае когда применяются детерминистские и вероятностные математические модели. Созданный новый алгоритм способствует ограничеию методологии расчета и показювает как определяются оптимальные рещения электрификации железные дорог с помощью операциональных исследований и электронных цифровых счетчиков.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

D.C. 621-82

A. Oprean

Researches on Pumps and Multirotor Geared Hydraulic Motors

In the paper the authors present the calculation and study of some pumps and hydrostatic geared motors with multiple rotors, which, compared with the classical constructions, have real advantages concerning the productivity and certain static and dynamic characteristics. The field of utilization of these simple and efficient hydraulic machines cand be more widely extended by the application of some constructive modifications allowing the direct control of the pump and of the geared hydraulic motor on the basis of the active meshing wtdih. High-efficiency, continuous-control hydrostatic mechanisms are thus obtained for the optimization of the cutting regime parameters.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

D.C. 669.34

Fl. Oprea, P. Moldovan

Considerations Concerning the Dynamics of the Distribution of the Elements in the Refining o Copper.

Within the work the authors have established the dynamics of the distribution of the main elements in the heat refining of copper. To this end they have determined the distribution coefficients of Pb and Sb in the ternary systems Cu-Pb-O, Cu-Sb--O and in the quaternary system Cu-Pb-Sb-O, in terms of the temperature and the composition of the two unmiscible phases: scoria and liquid metal, obtaining the equations:

$$L_{Pb} = 0.14\ t + 16\ x - 3.1$$

$$L_{Sb} = 1.97 + 116.4\ x - 0.00212\ t^2$$

where: x — impurities contained in the metallic bath,

t — duration of the process, in minutes.

The authors have observed that the simultaneous presence of Pb and Sn has provoked a certain increase of the values of the distribution coefficients of Pb and Sb as against the values corresponding to the ternary systems Cu-Pb-O and respectively Cu-Sb-O, the purity of the thermally rafined copper being influenced in this way.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

D.C. 625.5

Al. Popa, A. Carabulea

Contributions to the Study of the Optimization of the Electrificaton of Railways by Means of Mahematic Modelling.

The authors present the structural mathematical model of the total expenses concerning the designing and optimal exploitation of raiway electrification.

The new concepts upon which the mathematical modelling of expenses is bases refer to the expressing by means of subroutines of all the phenomena related to the theory of waiting, the theory of wear, the theory of labour forces, the theory of reliability, the theory of the calculation of traction expenses for various types of railway-lines profiles and the theory of spacing out the investements in time.

The authors build the logical calculation diagram which allows to determine the total expenses for the case of the application of determinist and probabilist mathematical models. The new algorithm conceived facilitates the reorganisation of the calculation methodology and shows how to establish the optimal railway-electrification solutions by means of operational research and digital electronic computers.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Résumé

C.D. 517

C. Ionescu-Bujor

Sur les translations centrées planes

Dans une note antérieure (C. Ionescu-Bujor : **Les translations centrées du plan**. Bul. Inst. Politehnic Bucureşti, Vol. XXXI, Nr. 4, 1969), l'auteur a défini et a étudié ces transformations.

Dans cette note on présente quelques propriétés de l'ensemble des translations centrées du plan, en liaison avec quelques ensembles de transformations du groupe principal de la géométrie euclidienne plane.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

C.D. 517

I. M. Miu

Contributions concernant les zéros réels de certaines fonctions

Au début de l'ouvrage, l'auteur rappelle un théorème à lui, complété dans la IIe partie avec une extension. A l'aide de ce théorème, il établit les points fixes de certaines fonctions $f(x\lambda)$. Ainsi il détermine.

Théorème : Zéros de la fonction :

$$f(x,\lambda) = f_0(x)\lambda^n + f_1(x)\lambda^n + \ldots + f_{n-1})x)\lambda + f_d(x)$$

ou $\lambda \in R\, f(x) \in C^1[a, b)$ sont séparés en $[a, b]$ par les zéros des fonctions $f_0(x)$. $\Delta(f)$, ou :

$$\Delta(f) = \begin{vmatrix} f_0 & f_1 & f_1 & \cdot & \cdot & f_{n-1} & f_n & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & f_0 & f_1 & \cdot & \cdot & f_{n-2} & f_{n-1} & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & f_n & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & f_0 & f_1 & f_2 & f_3 & \cdot & \cdot & f_{n-1} & f_n \\ f_0' & f_1' & f_2' & \cdot & \cdot & f_{n-1}' & f_n' & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & f_0' & f_1' & \cdot & \cdot & f_{n-2}' & f_{n-1}' & f_n' & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & f_0' & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & f_1' & f_2' & f_3' & \cdot & \cdot & f_{n-1}' & f_n' \end{vmatrix}$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

I. Ştefănescu C.D. 662.7

L'étude du processus de formation de la structure du coke moulé à l'aide de la microscopie et de la diffraction des rayons Roentgen.

La structure du coke moulé se forme par un processus de microagglutination du matériel inerte sous l'action de la phase plastique apparue dans la houille et le liant.

Les recherches antérieures effectuées à l'aide des méthodes classiques d'investigation (dégazation, plastification, porsimétrie) ont permis d'expliquer le mécanisme de ce processus.

Le présent travail met en évidence les résultats des études microscopiques et de diffraction des rayons Roengen, qui confirment et complètent la conception sur la formation de la structure du coke produit à base de matériel non-agglutinant.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Zusammenfassung

D.K. 517

C. Ionescu-Bujor

Beitrag zu den ebenen zentrierten Verschiebungen.

In einer vorhergehenden Anmerkung (C. Ionescu-Bujor: **Les translations centrées du plan.** Bul. Inst. politehnic Bucureşti. Vol. XXXI, nr. 4, 1969), hat der Verfasser diese Transformationen bestimmt und studiert.

In dieser Anmerkung gibt man einige Sätze der zentrierten Translationen der Ebene, in Verbindung mit einigen Mengen der Hauptgruppe der enklidischen Geometrie der Ebene.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

I. M. Miu D.K. 517

Beiträge über wirkliche Nullen einiger Funktionen

Am Beginn der Arbeit wird ein Lehrsatz des Verfassers erwähnt, der im zweiten Teil mit einer Erweiterung ergänzt wird. Mit Hilfe dieses Lehrsatzes werden feste Punkte einiger Funktionen $f(x,\lambda)$ festgestellt. Demnach wird folgendes festgestellt:

Lehrsatz: Die Nullen der Funktion:

$$F(x,\lambda) = f_0(x)\lambda^n + f_1(x)^{n-1} + \ldots . f_{n-1}(x)\lambda + f_n(x)$$

wo $\lambda \in R$, $f(x) \in C^1[a,b]$ separat von den Nullen der Funktionen $f_0(x)$, $\Delta(f)$ in $[a,b)$ sind wo:

$$\Delta(f) = \begin{vmatrix} f_0 & f_1 & f_1 & \cdot & \cdot & f_{n-1} & f_n & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & f_0 & f_1 & \cdot & \cdot & f_{n-2} & f_{n-1} & 0 & f_n & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & f_0 & f_1 & f_3 & f_2 & \cdot & \cdot & f_{n-1} & f_n \\ f_0' & f_1' & f_2' & \cdot & \cdot & f_{n-1}' & f_n' & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & f_0' & f_1' & \cdot & \cdot & f_{n-2}' & f_{n-1}' & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & f_0' & f_1' & f_3' & f_3' & \cdot & \cdot & f_{n-1}' & f_n' \end{vmatrix}$$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

I. Ştefănescu D.K. 662.7

Untersuchung des Bildungsprozesses der Struktur des Formkokses mit Hilfe der Mikroskopie und der Beugung der Roentgenstrahlen.

Die Struktur des Formkokses bildet sich durch einen Mikrobackungsvorgang des inerten Materials, unter der Wirkung der von der Steinkohle und Bindemittelhervorgerufenen plastischen Phase.

Vorangehende, mit Hilfe der klassischen Untersuchungsmethoden durchgeführte Forschungen (Entgasung, Plastifizierung, Porosimetrie) haben die Erklärung des Mechanismus dieses Prozesses ermöglicht.

Die vorliegende Arbeit stellt die Ergebnisse der mikroskopischen und der Beugungsstudien der Röntgenstrahlen dar, welche die Konzeption betreffend Struktur des auf Grund von nichtbackendem Material hergestellten Kokses bestättigen und vervollständigen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

C.D. 541.1

C. Bejan

Etude de la tension interfaciale des systèmes à composants multiples.

L'auteur a étudié la variation dans le temps de la tension interfaciale pour des systèmes à 2 et 3 composants qui comprennent aussi une substance capillairement active de basse concentration (10^{-6} — 10^{-2} molg/l). Toutes les valeurs obtenues pour la tension interfaciale en présence de substances capillairement actives sont plus basses que les valeurs correspondantes en l'absence des substances capillairement actives.

La courbe de la variation de la tension interfaciale des systèmes comprenant des traces de substances capillairement actives présente un maximum prononcé aux temps réduits de formation de la goutte.

Des données obtenues on a tiré des conclusions concernant le mécanisme de la diffusion et de l'orientation des substances capillairement actives à l'interface.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

C.D. 621.311.1

E. Potolea

Le calcul du régime permanent des réseaux électro-énergétiques

On applique la théorie du graphe à l'étude des réseaux électro-énergétiques avec ou sans transformateurs. Ainsi, on obtient les équations de fonctionnement de la méthode des potentiels aux noeuds et on établit des règles simples pour en former ou pour en calculer les matrices par synthèse.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

C.D. 621.2.01

Julieta Florea, Marc de Somer

Application de la théorie des axes hydrauliques au deversoir à seuil epais.

Pour appliquer la théorie des axes hydrauliques, (l'intersection de la surface libre d'un cours d'eau avec un cylindre vertical ayant l'axe du cours d'eau comme directrice) l'écoulement sur le déversoir a été considéré comme étant constitué par un écoulement dans un canal de longueur égale à celle du seuil, alimenté à l'amont par un réservoir avec production d'une inflexion de la surface supérieure et se déversant à l'aval en nappe libre ou en diverses autres formes habituelles de nappes.

Le calcul point par point et le dessin à été effectué à un calculateur numérique.

La validité de la méthode se trouve confirmée par les essais faits sur le modèle et les résultats numériques obtenus par d'autres méthodes de calcul utilisées pour cette classe de déversoirs.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

C.D. 621.2.09

C. Iancu

Ecoulement d'un fluide d'un réservoir plan infini, par une conduite de fond.

On étudie l'écoulement axial-symétrique, représentant un des types qui apparaissent lors de lécoulement d'un fluide par une conduite de fond, d'un réservoir à grand rayon. A l'aide de la méthode de résolution Bernoulli-Fourier pour l'intégration de l'équation de Laplace, on détermine le spectre de l'écoulement et la variation des vitesses, en considérant un fluide parfait, pesant.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

C. Bejan D.K. 541.1

Das Studium der interfazialen Spannung der Multikomponente-Systeme.

Es wurde die zeitliche Veränderung der interfazialen Spannung für Systemen mit 2 und 3 Komponenten studieret, die auch eine kapillar aktive Substanz in kleinen Konzentrationen (10 —10 molg/l enthalten. Alle für die interfaziale Spannung erzieten Werte sind in Anwesenheit der kapillar aktiven Stoffe niedriger als entsprechenden Werte die in Abwesenheit der kapillar aktiven Stoffe erzielt werden.

Die Variationskurve der interfazialen Spannung der Systeme mit Spuren von kapillar aktiven Substanzen weisen ein ausgesprochenes Maximum für kleine Bildungszeiten des Tropfens, auf.

Aus den erhaltenen Daten wurden Schlussfolgerungen über den Diffusionsmechanismus und der interfazialen Orientierung der kapillar aktiven Substanzen gezogen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

E. Potolea D.K. 621.311.1

Berechnung des ständigen Arbeitsweise der elektro-energetischen Netze.

Auf das Studium der elektro-energetischen Netze mit oder ohne Transformator wird die Theorie der Schaubilder angewendet.

Auf diese Weise werden funktionelle Gleichungen der potentiellen Methode der Knoten erhalten und einfache Regeln für die Bildung und Berechnung der Matrizen durch Synthese festgesetzt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Julieta Florea, Marc de Somer D.K. 621.2.01

Anwendung der Theorie der hydraulischen Achsen.

Zum Anwenden der Theorie der Hydraulikachsen falls der Schnittpunkt der freien Oberfläche eines Flusslaufes mit einem senkrechten Zylinder als Leitlinie die Achse des Flusslaufes hat, wurde die Strömung über den Überfall als aus einer Strömung in einen Kanal von gleicher Länge mit der der Schwelle gebildet betrachtet wobei die Strömung flussaufwärts von einem Behälter mit Erzeugung eines Wendepunktes der oberen Fläche beispeist wird und flussabwärts in freier Wasserschicht oder in verschiedenen anderen gewöhnlichen Wasserschichten überfliesst.

Die Berechnung von einem Punkt zum anderen und die Zeichnung wurde an einen Digitalrechner durchgeführt.

Die Gültigkeit der Methode wird von den auf Muster durchgeführten Versuche und von den digitalen Ergebnissen bestätigt, die (durch die Methode der End-Differenzen und) durch andere besonders für diese Überfallklasse benützte Rechnungsmethode erzielt wurden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

C. Iancu D.K. 621.2.09

Die Strömung einer Flüssigkeit aus einem ebenen, unendlichen Behälter durch ein Grundrohr.

In dieser Arbeit wird die rotationssymetrische Strömung ermittelt, einer der Fälle die bei der Ausströmung einer Flüssigkeit aus einem Behälter von grossem Radius, durch ein Grundrohr, erscheit. Es werden das Strömungsbild und sie Geschwindigkeitsverteilung ermittelt, wobei die Flüssigkeit als inkompressibel und unter dem Einfluss der Schwere angenommen wird, und zur Integrations der Laplace-Gleichung wird die Bernoulli-Fourier-Lösungsmethode herangezogen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

A. Oprean CD. 621-82

Recherches sur les pompes et les moteurs hydrauliques à rotors multiples à engrenage.

L'auteur présente dans l'ouvrage le calcul et l'étude de pompes et moteurs hydrostatiques à engrenages à rotors multiples, qui, contrairement aux constructions classiques, ont de réels avantages sous l'aspect du rendement et de certaines caractéristiques statiques et dynamiques. Le champ d'utilisation de ces machines hydrauliques simples et efficientes peut s'étendre encore d'avantage, par la réalisation de certaines modifications constructives qui permettent le réglage direct de la pompe et du moteur hydraulique à engrenage à base de la variation de la largeur active d'engrenement. On obtient de cette manière des mécanismes hydrostatiques à réglage continu d'une efficience élevée pour l'optimisation des paramètres du régime de taille.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Fl. Oprea, P. Moldovan C.D. 669.34

Considération concernant la dynamique de la répartition des éléments dans le raffinement du cuivre.

Dans le cadre de l'ouvrage les auteurs ont établi la dynamique de la répartition des principaux éléments dans le raffinement du cuivre dans ce but ils ont déterminé les coefficients de répartition du Pb et du Sb dans les systèmes ternaires Cu-Pb-O, Cu-Sb-O et dans le système quaternaire Cu-Pb-Sb-O, en fonction de la tempé rature et de la composition des deux phases non miscibles : scories et métal liquide, en obtenant les équations :

$$L_{Pb} = 0.14\ t + 16 \times - 3.1$$

$$L_{Sb} = 1.97 + 116.4 \times - 0.00212\ t^2$$

où : x — contenu d'impuretés dans le bain métallique,

t — durée du processus, en minutes.

Les auteurs ont constaté que la présence simultanée du Pb et du Sb a provoqué une certaine augmentation des valeurs des coefficients de répartition du Pb et du Sb par rapport aux valeurs correspondant aux systèmes ternaires Cu-Pb-O et respectivement Cu-Sb-O, la pureté du cuivre raffiné thermiquement étant ainsi influencée.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Al. Popa, A. Carabulea C.D. 625.5

Contributions à l'étude de l'optimisation de l'électrification des chemins de fer à l'aide des modèles mathématiques.

Les auteurs présentent le modèle mathématique structural des dépenses totales concernant l'élaboration du projet et l'exploitation optimales de l'électrification des chemins de fer.

Les nouvelles conceptions qui ont formé la base des modèles mathématiques des dépenses se réfèrent à l'expression par sous-routines de tous les phénomènes reliés à la théorie des stocks, à la théorie de l'attente, à la théorie de l'usure, à la théorie des forces de travail, à la théorie de la fiabilité, à la théorie du calcul des dépenses de traction pour diverses situations de profil des lignes de chemins de fer et à la théorie de l'échalonnement des investissements dans le temps.

Les auteurs construisent le schéma logique de calcul qui permet de déterminer les dépenses totales pour le cas de l'application des modèles mathématiques déterministes et probabilistes. L'algorythme nouvellement conçu facilité la réorganisation de la méthodologie de calcul et indique comment on établit les meilleures solutions d'électrification des chemins de fer à l'aide de la recherche opérationnelle et des calculateurs électroniques digitaux.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

A. Oprean D.K. 621-82

Forschungen über Pumpen und hydraulische Motoren mit mehreren Laufrädern mit Getriebe.

In der Arbeit werden die Berechnung und die Betrachtung von Pumpen und hydrostatischen Motoren mit Getriebe und mehreren Laufrädern gezeigt, die gegenüber den klassischen Bauarten besondere Vorteile was die Wirtschaflichkeit und einige statische und dynamische Charakteristiken betrifft aufweisen. Der Anwendungsbereich dieser hydraulischen einfachen und wirksamen Maschinen kann durch einige konstruktive Veränderungen erweitert werden, auf Grund der Verschiedenheit der aktiven Eingriffsbreite. In dieser Weise werden hydrostatische stufenlose Regelungsmechanismen von grosser Wirksamkeit für die Optimisierung der Parameter des Zerspanungsbetriebs erzielt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Fl. Oprea, P. Moldovan D.K. 669.34

Betrachtungen über die Dynamik der Verteilung der Elementen beim Raffinieren des Kupfers.

Im Rahmen der Arbeit wurde die Verteilungsdynamik der Hauptelemente beim thermischen Kupferraffinieren festgestellt. Zu diesem Zweck wurden die Verteilungskoeffizienten des Pb und Sb in den Ternarssystemen Cu-Pb-O, Cu-Sb-O und im Quartenarsystem Cu-Pb-Sb-O abhängig von der Temperatur und von der Zusammenset ung der beiden unmischbaren Puasen : Schlacke und flüssigges Metall bestimmt und dabei folgende Gleichungen erhalten :

$$L_{Pb} = 0{,}14\ t + 16 \times - 3{,}1$$

$$L_{Sb} = 1{,}97 + 116{,}4 \times + 0{,}00212\ t^2$$

wo: x = Verunreinigungengehalt in Metallbad

t = Dauer des Vorgangs, in Minuten.

Es wurde festgestellt, dass die gleichzeitige Anwesenheit der Pb und Sb eine gewisse Erhöhung der Werte der Verteilungs quotienten des Pb und Sb gegenüber den entsprechenden Werte der Terrasysteme Cu-Pb-O und bzw. Cu-Sb-O hervorgerufen hat und auf dieser Weise die Reinheit des thermisch raffinierten Kupfers beeinflusste.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

Al. Popa, A. Carabulea D.K. 625.5

Beiträge zur Untersuchung der Optimalisierung der Elektrifizierung der Eisenbahnen mit Hilfe der mathematischen Modellierung.

Es wird das strukturelle mathematische Modell der Gesamtkosten für das Projektieren und den optimalen Betrieb der Elektrifizierung dargestellt.

Die neuen Begriffe, welche der mathematischen Modellierung der Kosten zu Grunde lagen, beziehen sich auf die Ausdrucksgabe durch Subroutinen aller Erscheinungen, welche mit der Theorie der Vorräte, der Theorie der Wartezeiten, der Theorie der Abnützung, der Theorie der Arbeitskraft ,der Theorie der Sicherheit im Betrieb, der Theorie der Kosten des Fahrbetriebes für verschiedene Situationen des Profils der Eisenbahnen und der Theorie der Chronologische Staffelung der Investitionen im Zusammenhang stehen.

Das logische Berechnungsschema, welches die Bestimmung der Gesamtkosten sowohl für den Fall der Anwendung von bestimmten mathematischen Modellen, wie auch für den Fall der der Anwendung mathematischer Wahrscheinlichkeitsmodellegestaltet wird konstruiert.

Die neuen Betrachtungen erleichtern den methodologischen Aufbau der Berechnung und zeigen den besten Weg für die Festellung der besten Lösungen zur Elektrifizierung der Eisenbahnen mit Hilfe von Operationenrechnung und von Digitalrechenmaschinen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 5/1970

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 5

MATEMATICĂ

C.Z. : 517

SUR LES TRANSLATIONS CENTRÉES PLANES *

CONSTANTIN IONESCU-BUJOR

Dans une note antérieure {1} nous avons défini la translation centrée plane, comme une transformation ponctuelle, déterminée par un point O du plan (le centre de la transformation), par un vecteur $\bar{u}$ du plan, dont le module este 1 (le vecteur de la transformation) et par une fonction $\varphi(x)$, définie et continue dans un intervalle I et qui satisfait à la condition $\varphi(x+\pi) = -\varphi(x)$ pour tout $x \in I$ (la fonction de la transformation).

Soit M $(\overline{OM}=\bar{r})$ un pont du plan, tel qu'en désignant par α l'angle $(\bar{u}, \bar{r})$ on a $\alpha \in I$. La translation centrée considéré fait correspondre à M le point $M_1(\overline{OM_1}=\bar{r}_1)$ pour lequel

$$\bar{r}_1 = \left[1 + \frac{\varphi(\alpha)}{r}\right] \bar{r}.$$

Dans cette note nous présentons quelques propriétés de l'ensemble des translations centrées continue, à savoir déterminées par des fonctions $\varphi(x)$ définies et continues sur l'ensemble des nombres réels, en liaison avec les uns des ensembles de transformations du groupe principal de la géométrie euclidienne plane.

1° *L'ensemble des translations centrées planes continues est parfaitement symétrique* {2} *par rapport à l'ensemble des translations planes.*

Soit $[C]$ l'ensemble des translations centrées continues du plan P et $C \in [C]$ une translation centrée quelconque, déterminée par le centre O, le vecteur $\bar{u}$ et la fonction $\varphi(x)$. Soit aussi $[T]$ l'ensemble des translations du plan P et $T \in [T]$ une translation déterminée par le vecteur $\bar{v}$.

La translation centrée $C_1 \in [C]$, déterminée par le vecteur $\bar{u}$, la fonction $\varphi(x)$, ayant comme centre le point O_1, obtenu en transformant le point O par T, est la correspondante {2} de C par rapport à T, car

$$C_1 T = TC. \qquad (1)$$

* Ouvrage reçu à la rédaction le 30 mars 1969.

Si C_2 est la correspondante de C par rapport ä T^1, C_2 est déterminée par le vecteur $\bar{u}$, la fonction $\varphi(x)$ et par le centre O_2, obtenu en transformant O par T^{-1}. Alors

$$C_2T^{-1} = T^{-1}C,$$

donc

$$TC_2 = CT, \tag{2}$$

qui montre que la transformation C est la correspondante de la translation centrée C_2 par rapport à T.

Comme chaque $C \in [C]$ a une correspondate par rapport à chaque $T \in [T]$ et il y a une transformation de $[C]$ qui a C comme correspondante par rapport à T, il résulte que $[C]$ est parfaitement symétrique par rapport à [T].

Note. Le groupe des translations centrées $[C(O)]$, qui ont le même centre O, n'est pas symétrique par rapport à $[T]$.

2°. *Soient* $C_1, C_2, \ldots, C_n$ ***n translations centrées*** *continues, déterminées par le même vecteur* $\bar{u}$, *par les fonctions* $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \ldots, \varphi_n(x)$, *ayant les centres* $O_1, O_2, \ldots, O$ *colinéaires et*

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_2O_3} = \ldots = \overline{O_{n-1}O_n}.$$

Si T *est la translation déterminée par le vecteur* $\bar{v} = \overline{O_2O_1}$, *alors on a*

$$\prod_{k=1}^{n} (C_kT) = CT',$$

où C *est la translation centrée dont le centre est* O_1, *le vecteur* $\bar{u}$ *et la fonction* $\varphi(x) = \sum_{k=1}^{n} \varphi_k(x)$ *et* T' *est la translation déterminée par le vecteur* $n\,\bar{v}$.

On note C_2' la correspodante de C_2 par rapport à T, à savoir la translation centrée déterminnée par O_1, par le vecteur $\bar{u}$ et la fonction $\varphi_2(x)$. Alors

$$(C_1T)(C_2T) = (C_1C_2')\,T.$$

On note C_3 la correspondate de C par rapport à T^2. Donc C_3' est une translation centrée ayant O_1 comme centre, $\bar{u}$ comme vecteur et $\varphi_3(x)$ comme fonction. Ainsi

$$(C_1T)(C_2T)(C_3T) = (C_1C_2')\,T^2C_3T = (C_1C_2'C_3')\,T^3.$$

En continuant d'une manière analogue et en désignant par C_n' la correspondante de C_n par rapport à T^{n-1}, on obtient

$$\prod_{k=1}^{n} (C_kT) = (C_1C_2'C_3' \ldots C_n')\,T^n.$$

Mais nous avons montré que l'ensemble des translations centrées qui ont le même centre est un groupe {1, § 6° a}. Alors le produit $C_1C_2'C_3' \ldots$ ... C_n' est équivalent, d'après les résultats trouvées dans la note citée, à C. Aussi T^n est équivalent ä T'.

3°. *L'ensemble des translations centrées planes continues est parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble des rotations planes.*

Soit $[C]$ l'ensemble des translations centrées continues du plan P et $[R]$ l'ensemble des rotations du même plan. On considère une translation centrée quelconque $C \in [C]$, déterminée par le centre O, le vecteur $\overline{u}$ et par la fonction $\varphi(x)$. On considére aussi $R \in [R]$, ayant comme centre le point ω et l'angle α.

La translation centrée $C_1 \in [C]$, déterminée par la fonction $\varphi(x)$, par le centre O_1, qui est le transformé de O par R, et par le vecteur $\overline{u_1}$, qui est le transformé de $\overline{u}$ par R, est la correspondante de C par rapport à R, car on a

$$C_1R = RC. \tag{3}$$

Si $C_2 \in [C]$ est la correspondante de C par à R^{-1}, alors elle est déterminée par $\varphi(x)$, par le centre O_2 — le transformé de O par R^{-1} et par le vecteur $\overline{u_2}$ — le transformé de $\overline{u}$ par R^{-1}. Comme

$$C_2R^{-1} = R^{-1}C,$$

on a aussi

$$RC_2 = CR, \tag{4}$$

qui exprime que C est la correspondante de C_2 par rapport à R.

Il résulte de (3) et (4) que l'ensemble des transformations $[C]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[R]$.

Notes. 1) L'ensemble des translations centrées $[C(O)]$ qui ont le même centre O, n'est pas symétrique par rapport à $[R]$.

2) Comme l'angle des vecteurs $\overline{u}$ et $\overline{u_1}$ est α, la translation centrée C_1 est équivalente à une translation centrée C_2' déterminée {1, § 4°} par O_1, $\overline{u}$ et la fonction $\varphi(x-\alpha)$. Aussi C_2 est équivalente à une translation centrée C'_2, déterminée par O_2, $\overline{u}$ et par la fonction $\varphi(x+\alpha)$.

3) Si O, le centre de la translation centrée C, coïncide avec ω, le centre de la rotation R, alors le produit $C_1'C_2'$ est équivalent à une translation centrée Γ, déterminée par O, $\overline{u}$ et par la fonction $\varphi(x+\alpha) + \varphi(x-\alpha)$, donc

$$C_1C_2 = C_2C_1 = \Gamma.$$

Mais

$$C_1 = RCR^{-1}, \quad C_2 = R^{-1}CR,$$

donc

$$RCR^{-2}CR = R^{-1}CR^2CR^{-1} = \Gamma.$$

Si la translation centrée C et la rotation R ont le même centre O, alors les produits

$$RCR^{-2}CR, \quad R^{-1}CR^2CR^{-1}$$

sont équivalentes entre eux et équivalentes à une translation centrée Γ ront le centre est O.

4°. *Soit* $O_1, O_2, \ldots, O_n$ *une ligne polygonale régulière inscrite dans le cerçle* γ *dont le centre est O, le sens sur cette ligne étant contraire au sens positif du cercle* γ *et*

$$\measuredangle O_2OO_1 = \frac{2\pi}{p} \ (p \text{ nombre naturel}).$$

Si C_k *est la translation centrée continue déterminée par le centre* O_k, *le vecteur* $\bar{u}_k = \frac{\overline{OO_k}}{OO_k}$, *la fonction* $\varphi_k(x)$ *et* $k = 1, 2, \ldots, n$ *si* R *est la rotation ayant* O *comme centre et l'angle* $\frac{2\pi}{p}$, *alors*

$$\prod_{k=1}^{n} (C_kR) = CR',$$

où C *est la translation centrée dont le centre est* O_1, *le vecteur* $\bar{u}_1$ *et la fonction* $\sum_{k=1}^{n} \varphi_k(x)$, *R' est la rotation de centre* O *et d'angle* $\frac{2\pi(n-1)}{p}$.

Si C_2' est la correspondante de la translation centrée C_2 par rapport à R, alors C_2' est déterminée par le centre O_1, le vecteur $\bar{u}_1$ et par la fonction $\varphi_2(x)$. Ainsi

$$(C_1R)(C_2R) = (C_1C_2')R^2.$$

Si C_3' est la correspondante de la translation centrée C_3 par rapport à R^2, alors C'_3 est déterminée par le centre O_1, le vecteur $\bar{u}_1$ et par la fonction $\varphi_3(x)$. Il résulte

$$(C_1R)(C_2R)(C_3R) = (C_1C_2')R^2(C_3R) = (C_1C_2'C_3')R^3.$$

D'une manière analogue, en notant par C_n' la correspodante de C par rapport à R^{n-1}, C_n' est déterminée par le centre O_1, le vecteur $\bar{u}_1$ et par la fonction $\varphi_n(x)$. On a

$$\prod_{k=1}^{n} (C_kR) = (C_1C_2'C_3' \ldots C_n')R^n.$$

Mais $C_1C_2'C_3' \ldots C_n'$ est équivalent à C et R^n est équivalent à R'.

5°. *Soit* [C(O)] *le groupe des translations centrées continues du plan* P, *qui ont le même centre O* {1, § 5°} et $[R(O)]$ *le groupe des rotations de centre* O, *du même plan.*

a) *Le groupe [C(O)] est parfaitement symétrique par rapport à [R(O)] ;*

b) *Si $R \in [R(O)]$ et $C \in [C(O)]$, l'ensemble [RC] des produits* RC, CR *est un groupe parfaitement symétrique par rapport à chacun des ensembles [R(O)], [C(O)] ;*

c) *Le groupe [C(O)] est parfaitement symétrique par rapport à [RC], mais [R(O)] n'est pas symétrique par rapport à [RC].*

a) On montre d'une manière analogue à § 3° qu'une translation centrée quelconque $C \in [C(O)]$ a, par rapport à $R \in [R(O)]$, une correspondante $C_1 \in [C(O)]$, aussi qu'elle est la correspondante d'une transformation $C_2 \in [C(O)]$ par rapport à R.

b) Dans ce qui suit nous prendrons en considération seulement les transformations du type RC de l'ensemble $[RC]$, car chaque CR est équivalente à une transformation RC_2 (C_2 ayant la signification de a).

1) *L'ensemble [RC] est groupe,* car le groupe $[C(O)]$ est parfaitement symétrique par rapport au groupe $[R(O)]$ et on tient compte de {2, § 14°}.

2) *Le groupe [RC] est parfaitement symétrique par rapport à [R(O)],* car $[R(O)]$ est groupe, donc un ensemble autosymétrique {3, § 26°} et $[C(O)]$ est un ensemble parfaitement symétrique par rapport à $[R(O)]$. On tient compte de {2, § 13°}.

3) *Le groupe [RC] est parfaitement symétrique par rapport à [C(O)].*

On considère $RC \in [RC]$ et $\Gamma \in [C(O)]$. Montrons que la transformation RC a une correspondante par rapport à Γ. Soit $\Gamma_2 \in [C(O)]$ la translation centrée dont la correspondante par rapport à R est Γ, donc

$$\Gamma R = R \Gamma_2.$$

Alors

$$\Gamma(RC) = (\Gamma R)\, C = (R\Gamma_2)\, C = R(\Gamma_2 C) = R(C\Gamma_2). \tag{5}$$

Comme $[C(O)]$ est groupe, on a

$$\Gamma_2 \Gamma^{-1} = \Gamma_2', \text{ où } \Gamma_2' \in [C(O)],$$

donc

$$\Gamma_2 = \Gamma_2' \Gamma$$

et (5) devient

$$\Gamma(RC) = R(C\Gamma_2'\Gamma).$$

Soit $C\Gamma_2' = C'$, où $C' \in [C(O)]$. Il résulte

$$\Gamma(RC) = (RC')\,\Gamma, \tag{6}$$

où $RC' \in [RC]$.

Ainsi la transformation RC a RC' comme correspondante par rapport à Γ, donc le groupe $[RC]$ est symétrique par rapport à $[C(O)]$. Pour conclure que $[RC]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[C(O)]$, il

suffit de nous rapporter à {4, § 15°}, en observant que [RC] est symétrique par rapport à [$C(O)$] et que [$C(O)$] contient la transformation inverse de chacune de $C \in [C(O)]$.

Directement, la symétrie parfaite de [RE] par rapport à [$C(O)$] est démontrée de la manière suivante.

Comme [RC] est symétrique par rapport à [$C(O)$], la transformation $RC \in [RC]$ a une correspondente par rapport à $\Gamma^{-1} \in [C(O)]$ et cette correspondante, en tenant compte de ce qui a été montré plus haut, est une transformation du type RC'', avec $C'' \in [C(O)]$. Alors

$$\Gamma^{-1}(RC) = (RC'')\ \Gamma^{-1},$$

donc

$$(RC)\Gamma = \Gamma(RC''),$$

d'où la conclusion que RC est la correspondante de RC'' par rapport à Γ.

c1) *Le groupe [C(O)] est parafitement symétrique par rapport au groupe [RC].*

En employant les notations précédentes, on a

$$(RC)\Gamma = R(C\Gamma) = (R\Gamma)\ C,$$

car [$C(O)$] est commutatif. Soit Γ_1 la correspondante de Γ par rapport à R. Alors.

$$R\Gamma = \Gamma_1 R,$$

donc

$$(RC)\Gamma = \Gamma_1(RC).$$

Il résulte que [$C(O)$] este symétrique par rapport à [RC] est comme [RC] contient les inverses de ses transformations, on déduit la symétrie parfaite de [$C(O)$] par rapport à [RC].

c2) *Le groupe [R(O)] n'est pas symétrique par rapport à [RC].*

Soit $r \in]R(O)]$ et $RC \in [RC]$. Nous avons, en notant $C_2 \in [C(O)]$ la transformation dont la correspondante par rapport à r est $C \in [C(O)]$,

$$Cr = rC_2.$$

Alors

$$(RC)\ r = R(Cr) = R(rC_2) = (rR)\ C_2.$$

Mais

$$C_2C^{-1} = C_2' \in [C(O)],\ \text{donc}\ C_2 = C_2'C$$

et on a

$$(RC)\ r = (rR)(C_2'C) = r(RC_2')\ C.$$

Soit C_3 la correspondante de C_2' par rapport à R, alors

$$RC_2' = C_3R$$

et on déduit

$$(RC)\, r = r(C_3R)\, C = (rC_3)\,(RC). \tag{6}$$

Comme, en général, le produit rC_3 n'est pas équivalent à une rotation de $[R(O)]$, on déduit de (6) que r n'a pas une correspondante par rapport à RC, donc le groupe $[R(O)]$, n'est pas symétrique par rapport à $[RC]$.

6°. *L'ensemble*

$$[S_1] = [C(O)]\ U\ [RC] \tag{7}$$

est un groupe parfaitement symétrique par rapport à [R(O)].

Les ensembles $[C(O)]$, $[RC]$ sont des groupes. Alors pour démontrer que $[S_1]$ est un groupe, il suffit de montrer que le produit des transformations $\Gamma \in [C(O)]$ et $RC \in [RC]$ est équivalent à une transformation de l'ensemble $[S_1]$.

Soit $\Gamma_2 \in [C(O)]$ la translation centrée dont la correspondante par rapport à R est Γ. On a

$$\Gamma R = R\Gamma_2,$$

donc

$$\Gamma(RC) = (\Gamma R)\, C = (R\Gamma_2)\, C = R(\Gamma_2 C) = R\Gamma_3$$

où $\Gamma_3 \in [C(O)]$ est la translation centrée équivalente au produit $\Gamma_2 C$. Mais $R\Gamma_3 \in [RC]$, donc $R\Gamma_3 \in [S_1]$. Aussi

$$(RC)\,\Gamma = R(\Gamma C) = R\Gamma_4, \text{ où } \Gamma_4 = \Gamma C.$$

On a $R\Gamma_4 \in [S_1]$. Alors $[S_1]$ est groupe.

Ce groupe est prafaitement symétrique par rapport à $[R(O)]$, car il est la réunion de deux groupes parfaitement symétriques par rapport à $[R(O)]$.

Note. Le groupe $[S_1]$ est aussi parfaitement symétrique par rapport à $[C(O)]$, $[RC]$, car un groupe de transformations est parfaitement symétrique par rapport à ses sous-ensembles. Pour le même motif $[S_1]$ est autosymétrique. Il résulte aussi que les groupes $[C(O)]$, $]RC]$ sont parfaitement symétrique par rapport à $[S_1]$, car ils sont parfaitement symétriques par rapport à chacun de deux termes de la réunion (7).

7°. *L'ensemble des transformations*

$$[S_2] = [R(O)]\ U\ [RC] \tag{8}$$

est un grope parfaitement symétrique par rapport à [C(O)].

Comme $[R(O)]$, $[RC]$ sont des groupes, il faut seulement démontrer que le produit des transformations $r \in [R(O)]$ et $RC \in [RC]$ est équivalent à une transformation de l'ensemble $[S_2]$. En effet on a

$$r(RC) = R_1 C, \text{ où } R_1 \in [R(O)], \text{ donc } R_1 C \in [S_2].$$

Considérons aussi le produit $(RC)r$ et notons $C_1 \in [C(O)]$ la translation centrée dont la correspodante par rapport à r est C, donc

$$Cr = rC_1.$$

Alors

$$(RC)\, r = R(Cr) = R(rC_1) = (Rr)\, C_1 = R_2 C_1,$$

où $R_2 \in [R(O)]$. Il résulte $R_2 C_1 \in [S_2]$, donc $[S_2]$ est un groupe.

Le groupe $[S_2]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[C(O)]$.

Soit $r \in [R(O)]$, donc $r \in [S_2]$ et $\Gamma \in [C(O)]$. Montrons que r, comme élément de $[S_2]$, a une correspodante par rapport à Γ.

Comme $[C(O)]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[R(O)]$, il existe $\Gamma_2 \in [C(O)]$, ainsi que Γ est la correspondante de Γ_2 par rapport à r, donc

$$\Gamma r = r\Gamma_2.$$

Mais le produit $\Gamma_2\, \Gamma^{-1}$ est équivalent à une translation centrée $\Gamma_3 \in [C(O)]$, car $[C(O)]$ est un groupe. Alors

$$\Gamma_2 = \Gamma_3 \Gamma,$$

donc

$$\Gamma r = r(\Gamma_3 \Gamma) = (r\Gamma_3)\, \Gamma$$

et parceque $r\Gamma_3 \in [RC]$, donc $r\Gamma_3 \in [S_2]$, on conclut que r, comme élément de $[S_2]$, a la transformation $r\Gamma_3$ comme correspondante par rappott à Γ.

Nous avons montré que $[RC]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[C(O)]$, donc toute transformation $RC \in [RC]$ a une corespondante par rapport à $[C(O)]$. Alors $[S_3]$ est un groupe symétrique par rapport à $[C(O)]$ et comme $[C(O)]$ contient les inverses de ses transformations, il résulte {4, § 15°}, que $[S_2]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[C(O)]$.

8°. *L'ensemble*

$$[S_3] = [C(O)]\ U\ [R(O)]\ U\ [RC] \tag{9}$$

est un groupe.

Cette propriété résulte de {2, § 17°}, car $[C(O)]$, $[R(O)]$ sont des groupes et $[C(O)]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[R(O)]$.

9°. *L'ensemble des translations centrées continues du plan* P *est parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble des symétries déterminées par les droites du plan* P.

Soit [C] l'ensemble des symétries déterminées par les du plan P, [S] l'ensemble des symétries déterminées par les droites de ce plan. Considérons une translation centrée quelconque $C \in [C]$, déterminée par le centre O, le vecteur $\bar{u}$, la fonction $\varphi(x)$ et une symétrie quelconque $S \in [S]$.

La translation centrée $C_1 \in [C]$, déterminée par la fonction $\varphi(-x)$, par le centre O_1, obtenu en appliquant S à O, et par le vecteur $\bar{u}_1$ qui résulte de $\bar{u}$ par S, est la correspondante de C par rapport à S, car on a

$$SC = C_1S. \tag{10}$$

On déduit

$$CS = SC_1, \tag{11}$$

ce qui montre que, reciproquement, C est la correspondante de C_1 par rapport à S. Donc [C] est parfaitement symétrique par rapport à [S].

10°. L'ensemble des translations centrées continues du plan est parfaitement symétrique par rapport au groupe principal de la géométrie métrique du plan.

Soit [C] l'ensemble des translations centrées du plan P, [T] le groupe des translations du même plan, [R] l'ensemble des rotations planes ayant les centres dans P, [S] l'ensemble des symétries par rapport aux droites de P, [TS] l'ensemble des produits de $T \in [T]$ et $S \in [S]$.

Le groupe principal de la géometrie métrique du plan est

$$[M] = [T]\ U\ [R]\ U\ [S]\ U\ [TS].$$

On a montré que l'ensemble [C] est parfaitement symétrique par rapport à [T], [R], [S]. Alors [C] est aussi parfaitement symétrique par rapport à [TS], donc à la réunion (12) qui donne [M].

Notes. 1) *Si [CM] est l'ensemble de tous les produits* CM, MC *où* $C \in [C]$, $M \in [M]$, *alors [CM] est parfaitement symétrique par rapport à [M].* On applique la proposition donnée à {2, § 13°}, car [C] est parfaitement symétrique par rapport à [M] et [M] est un groupe autosymétrique.

2) *L'ensemble*

$$[S_4] = [C]\ U\ [M]\ U\ [CM] \tag{13}$$

est parfaitement symétrique par rapport à [M].

11°. *Soit [C(O)] l'ensemble des translations centrées du plan* P, *ayant le centre en* O ; *[R(O)] l'ensemble des rotations du même plan, dont le centre est* O ; *[S(O)] l'ensemble des symétries par rapport aux droites du faisceau qui a* O *comme centre et appartient à* P.

On note [RS] l'ensemble de tous les produits RS, SR *où* $R \in [R(O)]$, $S \in [S(O)]$ *et on considère le groupe.*

$$[S_5] = [R(O)] \cup [S(O)] \cup [RS]. \tag{14}$$

L'ensemble de transformations

$$[S_6] = [C(O)] \cup [S_5] \cup [CS_5] \tag{15}$$

est un groupe.

En effet, le groupe $[C(O)]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[R(O)]$, $[S(O)]$, donc par rapport à $[RS]$. Ainsi $[C(O)]$ est parafaitement symétrique par rapport à $[S_5]$. En appliquant {2, § 17°} on conclut que $[S_6]$ est un groupe.

12°. *L'ensemble des translations centrées continues planes est parfaitement symétrique par rapport à l'ansamble des homothéties planes.*

Soit $[C]$ l'ensemble des translations centrées continues appliquées au plan P et $[H]$ l'ensemble des homothéties du même plan. Considèrons une translation centrée $C \in [C]$, déterminée par le centre O, le vecteur $\bar{u}$ et par la fonction $\varphi(x)$. Soit $H \in [H]$ l'homothéie dont le centre est ω et le rapport λ.

La translation centrée $C_1 \in [C]$, déterminée par le vecteur $\bar{u}$, ayant comme centre le point O_1 — transformé de O par H — et par la fonction $\lambda\, \varphi(x)$, est la correspondante de C par rapport à H, parcequ'on a

$$C_1 H = HC. \tag{16}$$

Si on note par C_2 la correspondante de C par rapport à H^{-1}, à savoir la translation centrée déterminée par $\bar{u}$, par le centre O_2 qui résulte de O en lui appliquant l'homothétie H^{-1} et par la fonction $\frac{1}{\lambda}\varphi(x)$, alors

$$C_2 H^{-1} = H^{-1} C,$$

d'où on obtient

$$CH = HC_2, \tag{17}$$

qui montre que C est la correspondante de C_2 par rapport à H.

Ainsi l'ensemble de transformation $[C]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[H]$.

13°. *Soit [C(O)] le groupe des translations centrées continues qui ont le même centre, du plan* P *et [H(O)] le groupe des homothéties dont le centre est* O, *du même plan.*

a) *Le groupe [C(O)] est parfaitement symétrique par rapport à [H(O)] ;*

b) *Si* $H \in [H(O)]$ *et* $C \in [C(O)]$, *l'ensemble [HC] des produits* HC, CH *est un groupe parfaitement symétrique par rapport à [H(O)], [C(O)] ;*

c) *Le groupe [C(O)] est parfaitement symétrique par rapport à [HC], mais [H(O)] n'est pas symétrique par rapport à [HC].*

La démonstration est analogue à celle donnée à § 5°. Aussi on démontre comme à § 6°. § 7°, § 8° les propriétés suivantes :

14°. *L'ensemble*

$$[S_7] = [C(O)] \; U \; [HC] \tag{18}$$

est un groupe parfaitement symétrique par rapport à [H(O)].

15°. *L'ensemble*

$$[S_8] = [H(O) \; U \; [HC] \tag{19}$$

est un groupe parfaitement symétrique par rapport à [C(O)].

16°. *L'ensemble*

$$[S_9] = [C(O)] \; U \; [R(O)] \; U \; [HC] \tag{20}$$

est un groupe.

La chaire de mathematique
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Constantin Ionescu-Bujor :* Les translations centrées du plan. Bul. Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti. Vol. XXXI, nr. 4, 1969.

2. *Constantin Ionescu-Bujor : Sur* les transformations correspondantes par rapport à une transformation donnée. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti, Tom. XXI, Fasc. 1. 1959.

3. *Constantin Ionescu-Bujor* : Sur les transformations correspondantes par rapport à une transformation donnée. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti, Tom. XXI, Fasc. 2. 1959.

4. *Constantin Ionescu-Bujor* : Sur les transformations optiques de l'espace. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti, Tom. XXVII. Nr. 2. 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 5

C.Z.: 517

CONTRIBUTIONS SUR LES ZÉROS RÉELS DE CERTAINS FONCTIONS *

I. M. MIU

En 1963, dans notre ouvrage [1] nous avons donné un théorème sur les zéros réels de certains fonctions et dans [2] nous avons generalisé ce théorème.

Dans ce qui suit nous donnerons une extension de théorème cité et nous introduisons la notion de points fixes des certains fonctions.

Chapitre I

Le théorème avec l'extension (point *B* du théorème) est :

Soient les fonctions $f(x)$, $\psi(x)$, $\varphi(x)$ donnés et définies, telle que :

— la fonction $f(x)$ est continue sur l'intervalle férmé $[a, b]$ et dérivable sur l'intervalle ouvert (a, b).

A. La fonction $\psi(x)$ est continue sur (a, b) et la fonction $\varphi(x)$ est continue sur $[a, b]$.

Entre deux zéros consecutifs de la fonction $f(x)$ appartenant à l'intervalle $[a, b]$ existe au moins un zéros de l'une des fonctions :

$$\Phi(x) = \psi(x)\, f(x) + \varphi(x)\, f'(x);\ \varphi(x).$$

B. Si a et b sont zéros consecutifs de la fonction $f(x)$, le théorème s'applique aussi quand $\varphi(x)$ est continue sur (a, b) avec les conditions :

$$\lim_{\substack{x \to a \\ x > a}} \varphi(x) \neq 0, \quad \lim_{\substack{x \to b \\ x < b}} \varphi(x) \neq 0.$$

Le cas A.

Soient α, β deux zéros consécutifs de $f(x)$ dans $[a, b]$.

On a :

$$a \leqslant \alpha < \beta \leqslant b$$

* Ouvrage reçu à la rédaction le 25 Iuni 1969.

Supposons que $\varphi(x)$, n'a aucun zéros dans $[\alpha, \beta]$.

Soit $\varepsilon>0$ un nombre suffisament petit.

On a

$$\alpha + \varepsilon < \beta - \varepsilon$$
$$f(\alpha + \varepsilon) = \varepsilon f'(\alpha + \theta_1\varepsilon),$$
$$f(\beta - \varepsilon) = -\varepsilon f'(\beta - \theta_2\varepsilon), \quad \theta_1, \theta_2 \in (0, 1).$$

Il résulte

$$\left.\begin{aligned}\Phi(\alpha + \varepsilon) &= \varepsilon\psi(\alpha + \varepsilon) f'(\alpha + \theta_1\varepsilon) + \varphi(\alpha + \varepsilon) f'(\alpha + \varepsilon)\\ \Phi(\beta - \varepsilon) &= -\varepsilon\psi(\beta - \varepsilon) f'(\beta - \theta_2\varepsilon) + \varphi(\beta - \varepsilon) f'(\beta - \varepsilon)\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Pour $\varepsilon > 0$ suffisament petit, les nombres $\Phi(\alpha + \varepsilon)$, $\Phi(\beta - \varepsilon)$ ont mêmes signes que les derniers termes des égalités (1).

Comme

$$\varphi(\alpha + \varepsilon)\varphi(\beta - \varepsilon) f'(\alpha + \varepsilon) f'(\beta - \varepsilon) < 0$$

il résulte

$$\Phi(\alpha + \varepsilon)\Phi(\beta - \varepsilon) < 0,$$

et le cas A est démontré.

Le cas B.

Soient a, b deux zéros consecutifs de $f(x)$ et supposons que $\varphi(x)$ n'a aucun zéros dans (a, b).

Posons

$$\lim_{\substack{x\to a\\ x>a}} \varphi(x) = l_a \neq 0, \quad \lim_{\substack{x\to b\\ x<b}} \varphi(x) = l_b \neq 0$$

Il résulte

$\forall \nu > 0$, $\exists \varepsilon_1(\nu) > 0$, $\varepsilon_2(\nu) > 0$ de telle sorte que nous avons :

$$l_a - \nu < \varphi(x) < l_a + \nu \quad \text{pour } x \in (a, a + \varepsilon_1)$$
$$l_b - \nu < \varphi(x) < l_b + \nu \quad \text{pour } x \in (b - \varepsilon_2, b)$$

Supposons $\nu>0$ suffisament petit et considérons $\varepsilon>0$ aussi suffisament petit ainsi que :

$$a + \varepsilon \in (a, a + \varepsilon_1), \quad b - \varepsilon \in (b - \varepsilon_2, b.)$$

Nous avons :

$$l_a - \nu < \varphi(a + \varepsilon) = l_1 < l_a + \nu$$
$$l_b - \nu < \varphi(b - \varepsilon) = l_2 < l_b + \nu,$$

où l_1, l_2 sont nombres $\neq 0$ de mêmes signes.

On a :

$$\left.\begin{aligned}\Phi(a+\varepsilon) &= \varepsilon\,\psi(a+\varepsilon)\,f'(a+\theta_1\varepsilon) + l_1 f'(a+\varepsilon)\\ \Phi(b-\varepsilon) &= -\varepsilon\,\psi(b-\varepsilon)\,f'(b-\theta_2\varepsilon) + l_2 f'(b-\varepsilon)\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$\theta_1,\ \theta_2 \in (0,1).$$

Aussi pour $\varepsilon>0$ suffisament petit, les nombres $\Phi(\alpha+\varepsilon)$, $\Phi(\beta-\varepsilon)$ ont les mêmes signes que les derniers termes des egalités (2).

Comme

$$l_1 l_2 f'(a+\varepsilon)\,f'(b-\varepsilon) < 0,$$

il résulte :

$$\Phi(a+\varepsilon)\,\Phi(b-\varepsilon) < 0$$

et le cas B est démontré.

Chapitre II

Les points fixes des certaines fonctions $f(x, \lambda)$

Soit la fonction :

$$f(x,\ \lambda) = f_0(x)\,\lambda^n + f_1(x)\,\lambda^{n-1} + \ldots + f_{n-1}(x)\,\lambda + f_n(x)$$

où $\lambda \in R$ et $f_k(x)$, $k = 0, 1, 2 \ldots n$ sont fonctions de la classe $C^1[a, b]$.

En considérant le cas quand $f_0(x)\neq 0$ dans $[a, b]$ soit $\lambda = \alpha_i(x)$, $i = 1, 2, \ldots n$ les racines de léquation en λ :

$$f(x, \lambda) = 0$$

Il résulte :

$$f(x, \lambda) = f_0(x) \prod_{j=1}^{n} (\lambda - \alpha_j). \quad (3)$$

Il faut que nous étudions les zéros des fonctions :

$$\lambda - \alpha_j(x),\ j = 1, 2, \ldots n,\ \lambda \in R \quad (4)$$

On fait la remarque que nous pouvons considérer que toutes les fonctions $\lambda - \alpha_j(x)$ sont distinctes.

Les zéros des fonctions (4) sont sépares par le zéros des équations :

$$\alpha_j'(x) = 0,\quad j = 1, 2, \ldots n \quad (5)$$

où les fonctions $\alpha_j(x)$ satisfont les équations :

$$f_0(x)\,\alpha_j^n + f_1(x)\,\alpha_j^{n-1} + \ldots + f_{n-1}(x)\,\alpha_j + f_n(x) = 0 \quad (6)$$

De cette relation il résulte :

$$\alpha_j' = \frac{f_0'\alpha_j^n + f_1'\alpha_j^{n-1} + \ldots + f_{n-1}'\alpha_j + f_n'}{n f_0 \alpha_j^{n-1} + (n-1) f_1 \alpha_j^{n-2} + \ldots + f_{n-1}} \quad (7)$$

avec :

$$nf_0\alpha_j^{n-1} + (n-1)f_1\alpha_j^{n-2} + \ldots + f_{n-1} \neq 0$$

De (5) et (7) il résulte que les zéros de $f(x, \lambda)$ pour $\lambda \in R$ sont séparés par les zéros des équations :

$$f'_0\alpha_j^n + f'_1\alpha_j^{n-1} + \ldots + f'_{n-1}\alpha_j + f'_n = 0, \tag{8}$$

où les fonctions α_j satisfassent les équations (6).

En éliminant α_j entre (6) et (8) avec la méthode de Sylvester, il résulte que dans l'hypotèse $f_0(x) \neq 0$, les zéros de fonction $f(x, \lambda)$ sont séparés dans $[a, b]$ par les zéros de fonction :

$$\Delta(f) = \begin{vmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \ldots & f_{n-1} & f_n & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & f_0 & f_1 & \ldots & f_{n-2} & f_{n-1} & f_n & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & f_0 & f_1 & f_2 & f_3 & \ldots & f_{n-1} & f_n \\ f'_0 & f'_1 & f'_2 & \ldots & f'_{n-1} & f'_n & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & f'_0 & f'_1 & \ldots & f'_{n-2} & f'_{n-1} & f'_n & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & f'_0 & f'_1 & f'_2 & f'_3 & \ldots & f'_{n-1} & f'_n \end{vmatrix} \tag{9}$$

Dans le cas géneral quand $f_0(x)$ a des zéros dans $[a, b]$ nous avons le suivant.

Théorème

Les zéros de fonction

$$f(x, \lambda) = f_0(x)\lambda^n + f_1(x)\lambda^n + \ldots + f_{n-1}(x)\lambda + f_n(x)$$

où $\lambda \in R$, et les fonctions $f(x)$, appartiennent au classe $C^1[a, b]$, sont séparés dans $[a, b]$ par les zéros des fonctions $f_0(x)$, $\Delta(f)$.

Nous faisons la rémarque que les points qui séparent les zéros de $f(x, \lambda)$ ne dépendent pas de λ. Pour cette raison nos nommerons les zéros des fonctions $f_0(x)$, $\Delta(f)$ les points fixes de $f(x, \lambda)$.

Observation :

De même manière on peut trouver les points fixes pour les points d'intersection des courbes :

$$y = f(x, \lambda), \quad y = g(x, \lambda) \tag{10}$$

où $f(x, \lambda)$ a l'expression (1) et

$$g(x, \lambda) = g_0(x)\lambda^m + g_1(x)\lambda^{m-1} + \ldots + g_{m-1}(x)\lambda + g_m(x) \tag{11}$$

où $\lambda \in R$ et $g_j(x)$, $j = 0, 1, 2 \ldots n$ apartiennent au classe $C^1[a, b]$.

Le problème revient à séparer les zéros de la fonction :

$$F(x, \lambda) = f(x, \lambda) - g(x, \lambda).$$

Supposons pour fixer les idées que $n \geqslant m$.

On a

$$F(x, \lambda) = f_0(x)\,\lambda^n + f_1(x)\,\lambda^{n-1} + \ldots + (f_{n-m}(x) - g_0(x))\,\lambda^m + \\ + (f_{n-m+1}(x) - g_1(x))\,\lambda^{m-1} + \ldots (f_{n-1}(x) - g_{m-1}(x))\,\lambda + f_n(x) - g_m(x) \quad (12)$$

Avec la fonction $F(x, \lambda)$ on fait le déterminent $\Delta(f-g)$ en substituant dans $\Delta(f)$ les fonctions f_{n-m}, $f_{n-m+1}, \ldots f_n$ respectivement avec les fonctions $f_{n-m} - g_0$, $(f_{n-m+1} - g_1) \ldots f_n - g_m$.

Il résulte de lá que les zéros de $F(x, \lambda)$ sont séparés dans $[a, b]$ par les zéros des fonctions $f_0(x)$, $\Delta(f-g)$ si $m<n$ et par les zéros des fonctions $f_0(x)-g_0(x)$, $\Delta(f-g)$ si $m=n$.

Les zéros des fonctions $f_0(x)$, $\Delta(f-g)$ pour $m<n$, respectivement les zéros des fonctions f_0-g_0, $\Delta(f-g)$ pour $m=n$ nous les nommerons les points fixes de $f(x, \lambda)$ par rapport au fonction $g(x, \lambda)$ et inverse.

Rectification. Dans [3] il faut lire la conclusion du lemme (page 18) ainsi : ... la fonction $T(x) = \ldots$, a au moins $n=p$ zeros dans un intervalle $I \subset (a, b)$. Les théorèmes qui suivent il faut être rectifiés dans ce sens.

La chaire de mathématique
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

LITTÉRATURE

1. *Miu, I. M.* Une nouvelle méthode pour la séparation des racines réelles des équations. Buletinul Institutului politehnic, Bucureşti, t. XXV, Nr. 4, 1963.

2. *Miu, I. M.* Sur les zéros réels de certaines fonctions. Buletinul Institutului politehnic, Bucureşti, t. XXVI, Nr. 2, 1964.

3. *Miu, I. M.* Théorèmes de moyenne et de différences diversée généralisées. Buletinul Institutului politehnic, „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, t. XXIX, Nr. 1, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 5

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 662.7

CERCETAREA PROCESULUI DE FORMARE A STRUCTURII COCSULUI BRICHETE CU AJUTORUL MICROSCOPIEI ŞI DIFRACŢIEI RAZELOR ROENTGEN *

IOAN ŞTEFĂNESCU

Fabricarea cocsului brichete pentru turnătorie sau pentru industria electrochimică şi de electrozi, a fost realizată în R. S. România în 1965, pe baza unui procedeu elaborat de un colectiv din Institutul de cercetări metalurgice şi Institutul politehnic Bucureşti [1, 2].

Mecanismul formării structurii acestui cocs brichete din cocs de petrol neaglutinant, huilă şi liant, este diferit de procesul aglutinării şarjelor de cărbuni cocsificabili, pentru cocsificarea clasică sau de cel al plastifierii cocsurilor de petrol grase [3] şi totodată prezintă particularităţi faţă de formarea structurii unor cocsuri din cărbuni neaglutinanţi.

Pentru explicarea acestui mecanism au fost efectuate ample cercetări fundamentale, cu ajutorul metodelor termogravimetrice, dilatometrice, de urmărire a parametrilor stării plastice şi porozimetrice [4].

Aceste lucrări au dus la concluzia că formarea structurii de cocs bine topit şi aglutinat din amestecuri pe bază de cocs de petrol neaglutinant, nu este rezultatul unei simple cimentări a granulelor inerte; apare de fapt o fază fluidă din huilă şi liant, plastifiind treptat granulele, dinspre periferie spre centru, pentru a produce o „microaglutinare", care generează o structură relativ omogenă, poroasă, de cocs topit.

Studiul evoluţiei structurii microscopice

În vederea confirmării acestor concluzii, s-a făcut apel la cercetarea microscopică în lumină polarizată, a procesului de aglutinare [5, 6].

Studiul a constat din urmărirea structurii, la diferite temperaturi de carbonizare, a amestecului de cocs de petrol cu 30% huilă de cocs şi 13% smoală de gudron de cocserie.

Proba carbonizată la temperatura respectivă (300, 500 sau 1000°C), după răcire, a fost impregnată cu răşină Palatal şi apoi şlefuită conform metodei obişnuite. La microscop s-a lucrat cu nicolii încrucişaţi, folosindu-se obiectiv 3 b (Leitz) şi ocular 6 x; s-a realizat deci o mărire de cca. 150 ori.

În fig. 1 este prezentată imaginea microscopică a probei carbonizate la 300°C. Se remarcă solvirea treptată a liantului, respectiv începutul de plastifiere a huilei şi smoalei. Cocsul de petrol îşi păstrează individualitatea, granulele având relief distinct (colţul din stînga, jos) faţă de căr-

* Manuscris predat la redacţie la 16 februarie 1970.

bunele în curs de înmuiere; în stînga porului central, între granula de cocs de petrol anizotrop şi masa izotropă a cărbunelui, se observă liantul anizotrop în curs de dispersare. Imediat în dreapta aceluiaşi por

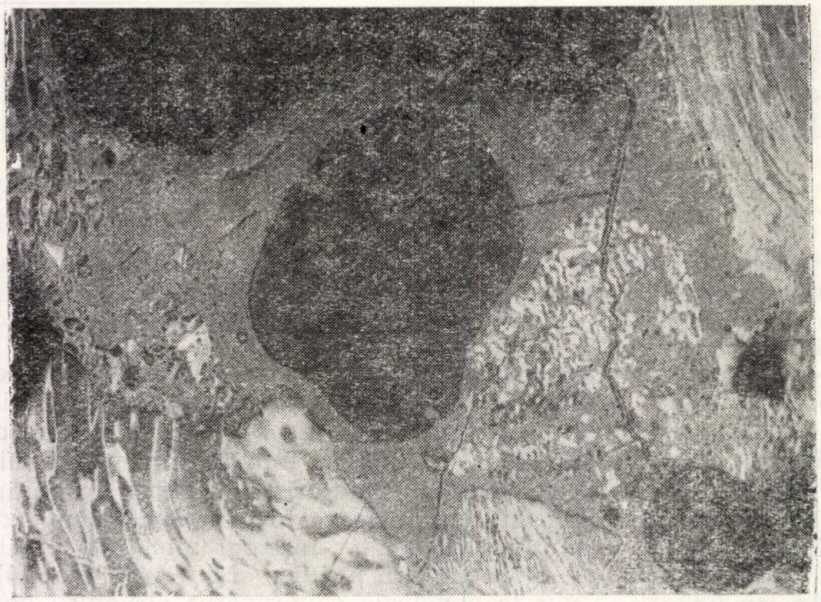


Fig. 1. Structura microscopică a probei carbonizate la 300°C.

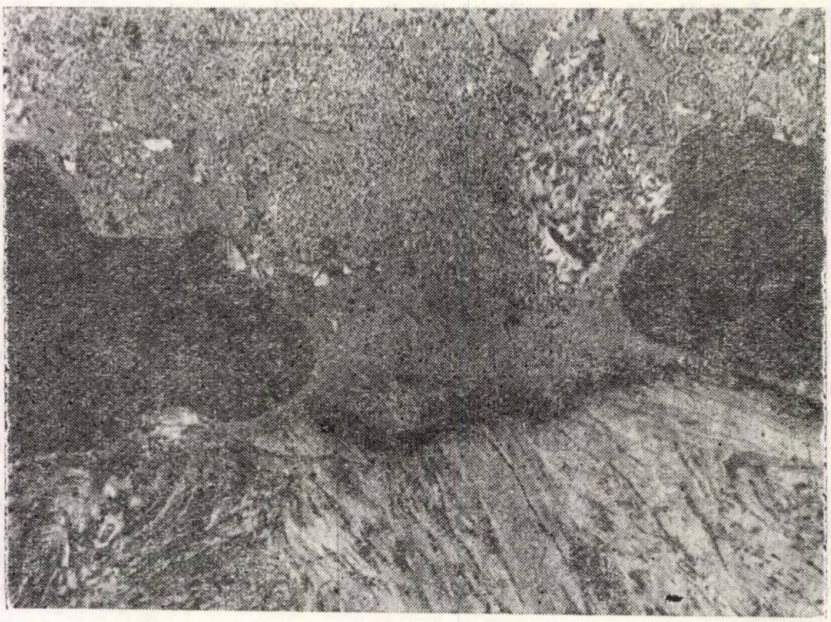


Fig. 2. Structura microscopică a probei carbonizate la 500°C.

central apare o zonă avînd de asemenea smoală care plastifiază treptat în masa huilei.

Fig. 2 şi 3 prezintă structuri ale materialului carbonizat la 500°C. În prima este caracteristică zona de jos, cu smoală secundară şi huilă, plastifiate în amestec ; în mijloc între cei doi pori, apare o fişie de cărbune în contact cu cocsul de petrol încă distinct, cu relief clar. În a doua imagine, granulele de cocs de petrol nu mai prezintă relief distinct şi sînt în curs de înglobare în masa plastifiată de cărbune şi smoală.

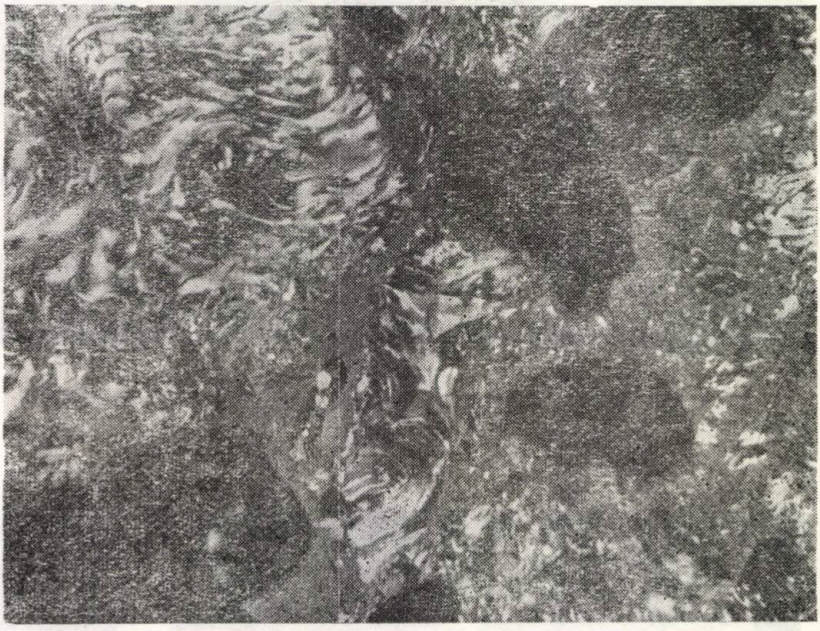


Fig. 3. Plastifierea treptată şi înglobarea granulelor de cocs de petrol (500°C).

Fig. 4 evidenţiază o porţiune de material plastifiat, omogen, rezultat din completa fuzionare şi uniformizare a fazei plastice formate din huilă şi smoală ; degazarea în curs provoacă apariţia de pori în masa ajunsă la temperatura de 500°C. Această fază constituie agentul plastifiant, generator al „microaglutinării" granulelor inerte de cocs de petrol.

Interesantă din punct de vedere petrografic este fig. 5 care redă tot o imagine a materialului carbonizat la 500°C, remarcîndu-se o bandă de semifuzinit pe diagonală.

Fig. 6 prezintă structura la 1000°C, caracterizată printr-o omogenitate avansată, efect al plastifierii granulelor de cocs de petrol şi al încorporării lor în masa topită de huilă şi smoală.

În imaginea microscopică din fig. 7, redînd de asemenea structura materialului la 1000°C, pe lîngă încorporarea cocsului de petrol se remarcă o granulă de fuzit celular (la baza porului central) provenit din huila de cocs folosită în reţeta brichetei.

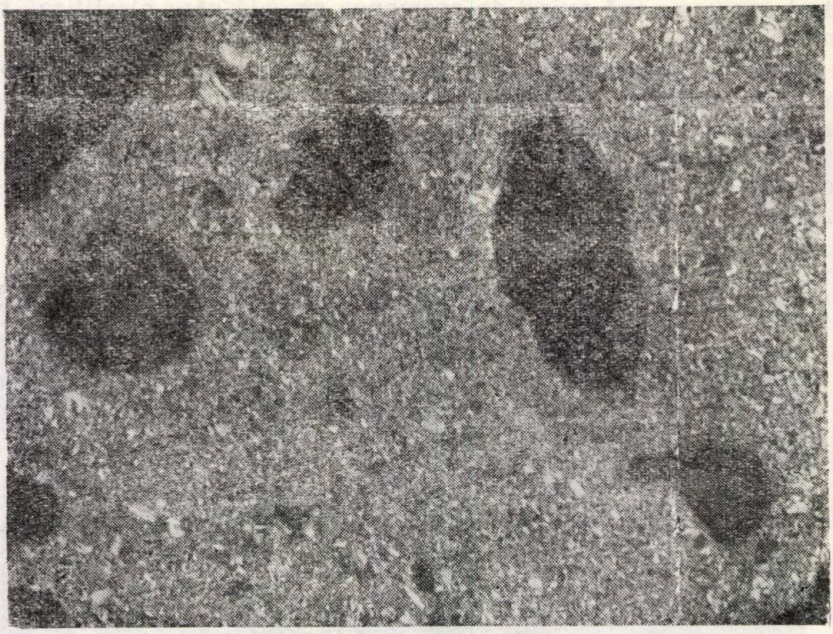


Fig. 4. Fază plastică omogenă formată din huilă și liant (500°C).

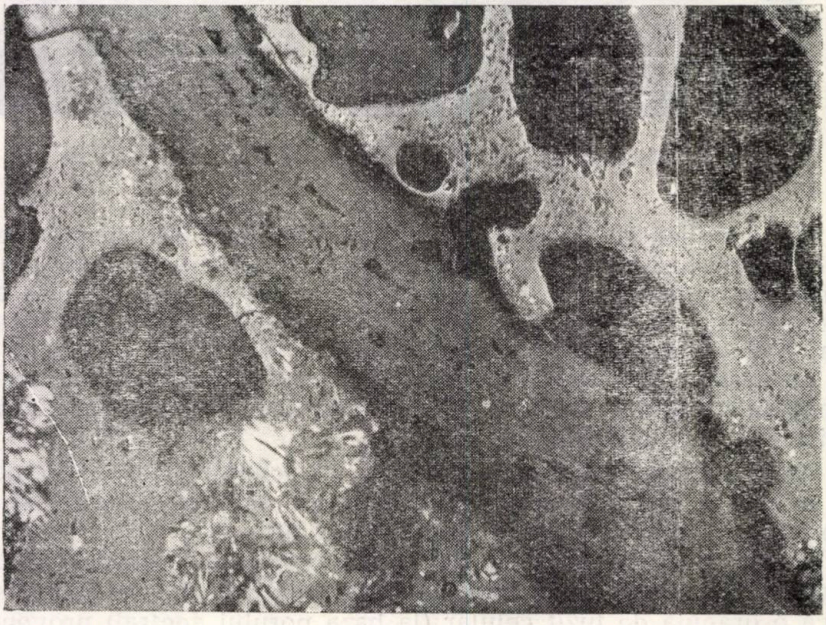


Fig. 5. Bandă de semifuzinit în materialul carbonizat la 500°C.

Fig. 6. Structura microscopică a cocsului la 1000°C.

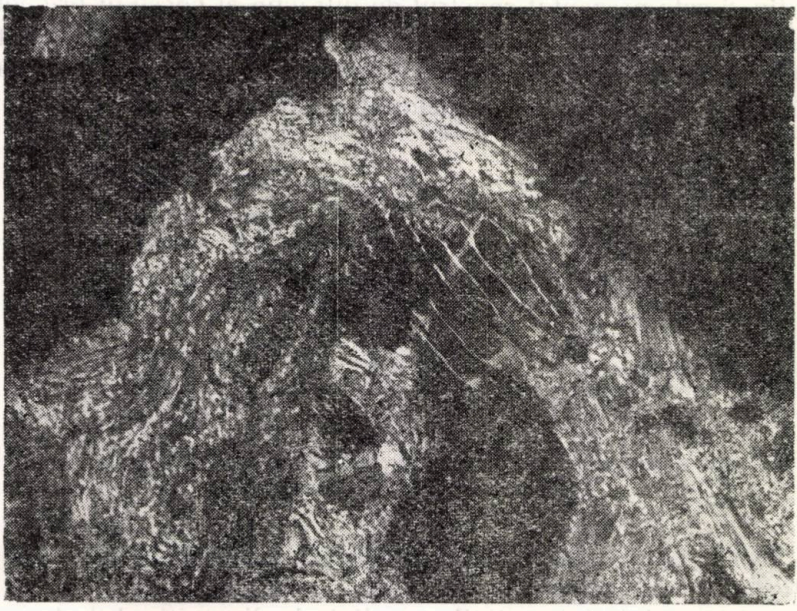


Fig. 7. Granulă de fuzit în materialul carbonizat la 1000°C.

Cercetarea roentgenografică a procesului de aglutinare

Se ştie că grafitul, cocsurile şi alte materiale cărbunoase, în funcţie de starea lor cristalină, respectiv de gradul de grafitare, prezintă o serie de benzi caracteristice de difracţie a razelor Roentgen. Se deosebesc reflexe ale planurilor de bază (002, 004, 006), reflexe ale planurilor prismatice (100, 110 etc.) şi reflexe ale planurilor piramidale (112, 114). Aceste reflexe din spectrul de difracţie permit calcularea unor parametri ai reţelelor cristaline.

S-a lucrat cu un goniometru Siemens cu tub detector, folosind radiaţia lămpii de cupru cu $\lambda = 1{,}54178$; determinările au fost efectuate pentru cocs de petrol, huilă de cocs şi smoală, grafitate la 2600°C, precum şi pentru cocsurile rezultate din amestecul acestor componenţi. S-a lucrat pe probe calcinate la temperaturi atît de ridicate, pentru a obţine rezultate precise din analiza spectrelor de difracţie.

Considerînd că parametrii cristalini la 2600°C reprezintă o accentuare a celor de la 1000°C, evidenţiind mai puternic diferenţele de structură şi grafitabilitate, pe această bază s-a urmărit în ce măsură caracteristicile reţelelor cristaline ale amestecurilor de cocs de petrol, cărbune şi liant, reflectată contribuţia componenţilor. Cu alte cuvinte, s-a studiat aditivitatea parametrilor care exprimă gradul de grafitare.

Deci, premiza cercetării de faţă a constituit-o ideea că gradul de grafitare şi parametrii reţelei cristaline la 2600°C, reflectă mai pregnant „gradul de pregătire pentru grafitare", şi respectiv intensitatea plastifierii materialului în intervalul de înmuiere-aglutinare între 300—500°C.

În fig. 8 este prezentat spectrul de difracţie al cocsului brichete din cocs de petrol şi smoală, calcinat la 2600°C; este figurat numai intervalul pentru unghiul $2\theta = 35—90°$, cu intensităţile reflexelor (100-101, 102, 004, 110, 112, 006), nefiind încadrat şi reflexul (002) a cărui intensi-

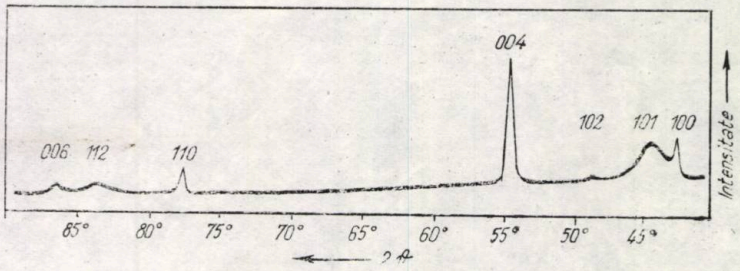


Fig. 8. Spectrul de difracţie al cocsului brichete calcinat la 2600°C, pe intervalul $2\theta = 40 \div 90°$.

tate — foarte mare — ar fi impus reducerea sensibilităţii de cuprindere a celorlalte reflexe mai slabe.

Curba reprezintă intensităţile rezultate la dispozitivul de înregistrare grafică a goniometrului.

Pentru a mări precizia măsurătorilor în vederea determinării unor parametri ai rețelelor cristaline, s-au analizat profilele reflexelor (002) și (004) rezultate din valorile impulsurilor înregistrate la un imprimator numeric ; s-au putut astfel trasa prin puncte, cu o eroare statistică minimă, profilele menționate.

Pe baza lor au fost calculați unii parametri reticulari și anume :

— distanța medie dintre planurile grafitice ($\bar{c}/2$), din poziția unghiului maxim de difracție 2 θ ;

— gradul de grafitare P, din distanța $\bar{c}/2$;

— mărimea cristalitei pe înălțime ($\bar{L}_c$), din lățimea buclei reflexului.

Astfel, din poziția unghiului maxim de difracție θ pentru reflexul (002), pe baza ecuației lui Bragg, s-a calculat distanța medie dintre planuri $\bar{c}/2$:

$$\bar{c} = \frac{1{,}54178}{\sin \theta} \tag{1}$$

Dat fiind că distanța medie dintre planuri, este o expresie a grafitării rețelei, scăzînd de la 3,44 Å, în cazul unei structuri total negrafitice, la 3,354 Å în cazul grafitului ideal, Houska și Warren definesc gradul de grafitare P_1 drept probabilitatea ca două planuri învecinate să fie ordonate reciproc ; această probabilitate este legată de distanța dintre planuri prin relația :

$$\frac{\bar{c}}{2} = P_1 \frac{c}{2} + (1 - P_1) \frac{c'}{2} \tag{2}$$

unde $c/2$ este valoarea 3,354 Å pentru grafit și $c'/2$ valoarea de 3,44 Å caracteristică materialelor negrafitice.

Deci relația de calcul a gradului de grafitare este :

$$P = \frac{3{,}44 - \bar{c}/2}{0{,}086} \tag{3}$$

Un alt parametru calculat pe baza formulei lui Scherrer, din profilul reflexului (002), este mărimea cristalitei grafitice pe verticală, în direcția c, notată $\bar{L}_c$:

$$\bar{L}_c = \frac{0{,}89\ \lambda}{b\ 1/2 \cdot \cos \theta} \tag{4}$$

unde λ este lungimea de undă, 2 θ unghiul maxim de difracție iar $b^1/_2$ —lățimea buclei reflexului la jumătatea înălțimii („semi-lățimea"), în radiani.

Păstrînd semi-lățimea în grade (l) și introducînd pentru λ valoarea lungimii de undă a radiației lămpii de cupru, se obține relația comodă de calcul :

$$\bar{L}_c = \frac{78{,}5}{l} \cdot \frac{1}{\cos \theta} \tag{5}$$

Fig. 9 şi 10 prezintă, de exemplu, profilele intensităţilor reflexelor (002) pentru cocsul de petrol şi smoala de cocserie, din care s-au calculat parametrii de grafitare $c/2$, P şi $\bar{L}_c$.

Valorile $\bar{L}_c$ astfel obţinute, nu reprezintă însă mărimea reală a cristalitei, ci numai o valoare relativă, care trebuie corectată ţinînd cont de două influenţe deformante :

— lărgirea benzii (002), provocată de aparatura experimentală ;

— deformarea profilului ca efect al existenţei dubletului $K\alpha_1 - K\alpha_2$ în radiaţia Roentgen a lămpii de cupru.

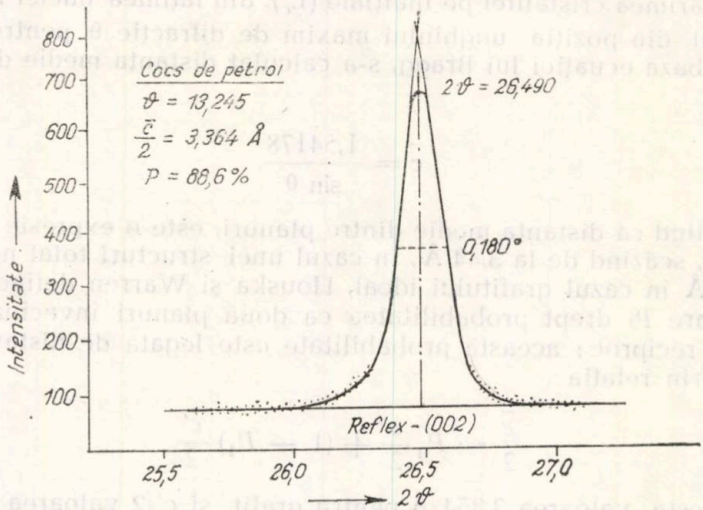


Fig. 9. Analiza reflexului (002) pentru cocs de petrol calcinat la 2600°C.

S-a aplicat o metodologie de corectare, combinată din cele propuse de Warren-Biscoe, Rachinger şi Christu, pe baza căreia lăţimea reală a buclei la jumătatea înălţimii rezultă din relaţia :

$$\beta = \sqrt{(B - 0{,}03)^2 - (b' - 0{,}03)^2} \qquad (6)$$

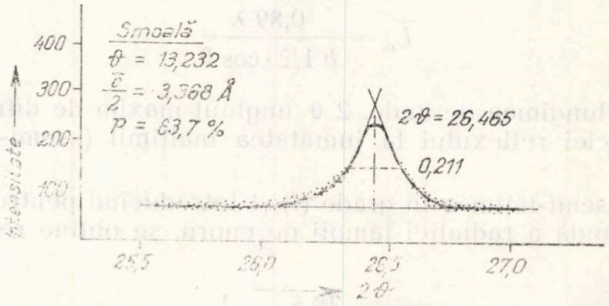


Fig. 10. Analiza reflexului (002) pentru smoală de cocserie calcinată la 2600°C.

unde β este semilățimea corectată, B reprezintă semilățimea determinată experimental, b este semilățimea unui etalon (pentru grafit natural $b=0{,}12°$) iar 0,03° constituie efectul radiației $K\alpha_2$ pentru valori ale lui B sub 0,200° [7].

În general, valorile $\bar{c}/2$ și $\bar{L}_c$ se obțin cu o precizie de $\pm$ 0,001° și respectiv $\pm$ 20 Å.

Prin metodica de lucru și calcul mai sus expusă au fost determinați parametrii cristalini $\bar{c}/2$, P și $\bar{L}_c$ corectată, pentru cocs de petrol, huilă de cocs și smoală, carbonizate la 2600°C, precum și pentru cocsurile brichete produse pe diferite rețete, din aceste materii prime (tab. 1).

Tabela 1

Parametrii cristalini calculați din analiza reflexului (002)

Substanța (calcinată la 2600°C)	Unghiul θ (grd)	$\bar{c}/2$ (Å)	P (%)	$\bar{L}_c$ corectat (Å)
Cocs de petrol	13,245	3,364	88,6	672
Huilă de cocs	13,235	3,367	84,9	537
Smoală de cocserie	13,232	3,368	83,7	513
Cocs brichete I	13,240	3,366	86,0	642
Cocs brichete II	13,238	3,366	86,0	642

Rețeta cocsului brichete I: cocs de petrol 57%, huilă de cocs 30%, smoală de cocserie 13%
Rețeta coesului brichete II: cocs de petrol 87%, smoală coeserie 13%.

În fig. 11 este prezentată, ca exemplu, analiza reflexului (002) pentru cocsul brichete de turnătorie avînd rețeta: 57% cocs de petrol, 30% huilă de cocs și 13% smoală de cocserie.

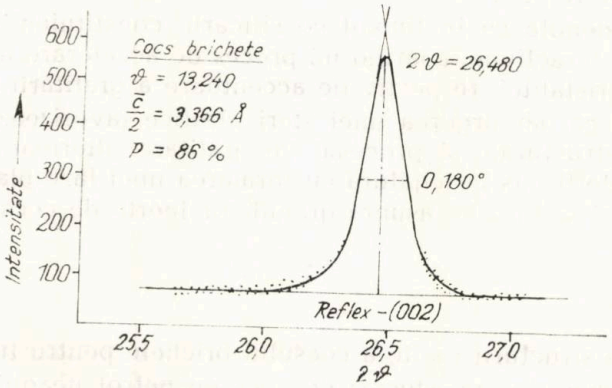


Fig. 11. Profilul reflexului (002) pentru cocsul brichete din cocs de petrol, huilă și smoală, calcinat la 2600°C.

Valorile fizice, determinate pentru cocsurile brichete, au fost comparate cu cele teoretice, calculate din contribuţia componenţilor, în funcţie de proporţia cu care aceştia participă în amestec şi în ipoteza că parametrii consideraţi constituie caracteristici aditive.

Comparaţia acestor valori, pentru cocsurile brichete I şi II, este redată în tab. 2.

Tabela 2

Valorile calculate şi determinate ale parametrilor cristalini

Parametrul	Proba	Valoarea teoretică calculată	Valoarea fizică determinată
Distanţa medie dintre planuri $\bar{c}/2$ (Å)	cocs I	3,365	3,366
	cocs II	3,365	3,365
Gradul de grafitare P (%)	cocs I	86,6	86
	cocs II	87,9	86
Mărimea corectată a cristalitei $\bar{L}_c$ (Å)	cocs I	612	642
	cocs II	651	642

Rezultă o concordanţă bună, în limitele de precizie experimentală, a valorilor teoretice cu cele determinate; singura excepţie o constituie înălţimea cristalitei în cazul cocsului brichete I, a cărei valoare fizică este cu 30 Å mai mare decît valoarea teoretică, calculată din contribuţia componenţilor reţetei.

Aceasta denotă că în timpul cocsificării, constituienţii brichetelor au intrat în interacţiune, apărînd un proces de accelerare a creşterii dimensiunilor cristalitei, respectiv de accentuare a grafitării materialului.

Dat fiind că parcurgerea unei stări plastice favorizează orientarea elementelor structurale şi procesul de grafitare ulterioară, fenomenul constatat poate fi pus în legătură cu formarea unei faze plastifiate, prin acţiunea huilei şi smoalei asupra granulelor inerte de cocs de petrol.

* * *

Formarea structurii topite a cocsului brichete pentru turnătorie sau utilizări speciale, din amestecuri de cocs de petrol neaglutinant, huilă şi liant, nu reprezintă o cimentare a unor granule inerte, ci are loc sub acţiunea unei faze plastice generate de huilă şi smoală, care provoacă

înmuierea suprafeţei granulelor inerte şi deci microaglutinarea omogenă a materialului.

Mecanismul acestui proces, stabilit cu ajutorul unor metode clasice de investigaţie (degazare, dilatometrie, plastometrie) este confirmat de cercetarea microscopică şi cu ajutorul difracţiei razelor Roentgen.

Astfel, urmărirea la microscop a evoluţiei structurii brichetei la temperaturi de 300, 500 şi 1000°C, pune în evidenţă plastifierea treptată a suprafeţei granulelor de cocs de petrol şi înglobarea lor de către faza plastică formată de huilă şi smoală.

Din calcularea parametrilor cristalini ai reţelelor grafitice şi studierea aditivităţii lor, a rezultat tendinţa de accelerare a creşterii dimensiunilor cristalitelor cocsului brichete. Întrucît parcurgerea unei stări plastice între 300—500°C favorizează orientarea elementelor structurale, această accentuare a grafitării apare cu un rezultat al acţiunii plastifiante a huilei şi smoalei asupra cocsului de petrol neaglutinant.

Catedra de tehnologie chimică organică şi combustibili
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Barbu I., Ştefănescu I. ş.a.:* Procedeu de reţete pentru fabricarea cocsului brichete, Brevet de invenţie OSI nr. 50.838 din 28.02.1966.

2. *Ileni E., Ştefănescu I., Barbu I., ş.a.:* Procedeu de fabricare a electrozilor şi altor materiale cărbunoase, Brevet de invenţie OSI nr. 48.580 din 04.01.1967.

3. *Blum I.:* Asupra bitumenului din cărbunii cocsificabili; Cocsurile de petrol — Studii şi cercetări de energetică 6 (1956) nr. 4, 425.

4. *Ştefănescu I.:* Der Backprozess von Petrolkoks-Kohle-Pechmischungen, Brennstoffchemie 50 (1969) 354—358.

5. *Mackowsky M. — Th., Wolff E. M.:* Microscopic investigation of pore formation during coking, Coal Science 1963.

6. *Mackowsky M.-Th.,:* Mikroskopische Untersuchungen zum Verkokungsvermögen, Erdöl und Kohle 15 (1962) 441—451.

7. *Christu N.:* Charakterisierung von Kohlenstoff und Graphit durch Analyse der (001) — Gitterreflexe, Dizertaţie Universitatea Karlsruhe, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 5

C.Z.: 541.1

STUDIUL TENSIUNII INTERFACIALE AL SISTEMELOR MULTI-COMPONENTE *

CORNELIA BEJAN

În literatura de specialitate se găsesc relativ suficiente date asupra tensiunii interfaciale a sistemelor de două componente însă numărul datelor asupra tensiunii interfaciale a sistemelor multicomponente este ceva mai redus. Majoritatea acestor date se referă la metodele de determinare a tensiunii interfaciale statice adică a tensiunii interfaciale după stabilirea echilibrului interfeței dintre cele 2 faze puțin miscibile. Se știe că la venirea în contact a 2 lichide puțin miscibile între ele, echilibrul se stabilește numai atunci, cînd fiecare dintre lichidele considerate a format prin difuziune o soluție saturată a unuia în cel de al doilea lichid. Cum viteza de difuziune scade cu concentrația, timpul de saturare respectiv este de obicei lung și poate ajunge la zile sau chiar săptămîni întregi. Aceasta este după Antonov (5) cauza multor interpretări greșite și a datelor disparate asupra valorilor tensiunii interfaciale din literatura de specialitate. Deasemeni, din cele arătate, reiese marea importanță a tensiunii interfaciale dinamice stabilite pentru interfața care nu a atins starea de echilibru, mai ales în practica transferului de masă prin picături.

Referitor la tensiunea interfacială statică Young în 1805 a emis o regulă empirică cunoscută sub numele de regula lui Antonov, și anume: „tensiunea interfacială a două lichide este egală cu diferența tensiunilor superficiale a celor două lichide saturate reciproc prin dizolvare". Această regulă nu se aplică decît lichidelor cu o solubilitate reciprocă foarte redusă, cum ar fi de exemplu apa și benzenul a căror solubilitate la 20°C este de cca 0,7%. Regula lui Antonov prezintă numeroase abateri pentru lichidele cu o solubilitate reciprocă mai mare și deasemeni este inaplicabilă sistemelor multicomponente. Pentru aceste sisteme se cer determinări experimentale ale tensiunii interfaciale a căror valori vor fi diferite în funcție de raportul concentrațiilor componentelor în fiecare fază. Totuși și pentru sistemele multicomponente s-au încercat a se găsi legi de variație a tensiunii interfaciale. Prima regulă (6) observată experimental pentru sistemele tricomponente este următoarea: Adăugarea la un sistem de două lichide *A* și *B* puțin miscibile între ele, a unei a treia componente *C* care mărește solubilitatea

* Manuscris predat la redacție la 11 decembrie 1969.

reciprocă a lichidelor *A* și *B* face să scadă tensiunea interfacială dintre cele două lichide — ex. agenții superficial activi. Din contră dacă substanța *C* adăugată reduce și mai mult miscibilitatea substanțelor *A* și *B*, atunci tensiunea interfacială se mărește ; (ex. agenții de salifiere).

Comportarea sistemelor care conțin 4 sau mai multe componente este destul de complicată. Totuși și la majoritatea acestor sisteme se menține aceiași regulă : Tensiunea interfacială este mărită sau redusă de către o substanță adăugată, după cum adausul respectiv reduce sau mărește solubilitatea reciprocă a componentelor celor două faze sau afectează distribuția unui al treilea component în direcția unei mai mici sau mai mari similarități a fazelor aflate în contact.

Din observațiile experimentale s-a dedus deasemenea că pentru modificarea tensiunii interfaciale nu este absolut necesar adausul unor cantități mari dintr-o substanță, ci este suficient să se adauge o substanță superficial activă în urme. Cantități de ordinul impurităților din substanțe superficial active modifică cel mai mult tensiunea interfacială după cum au arătat Melhus și Terjesen (20), Garrner și Skelland (12), Dubbrisay (11), Angelescu, Nicolescu și Bărbulescu (2, 3) etc.

În privința metodelor de determinare a tensiunii interfaciale a sistemelor multicomponente, cele mai general folosite sînt :

— *metoda stalagmometrică* utilizată de cercetătorii Angelescu, Nicolescu și Bărbulescu (2, 3), Taubman și Nichitina (24) ;

— *metoda greutății picăturei* utilizată de Antonov (5), Dubrisay (11) Harkins și Zolman (15) Garrner și Seheland (12) ;

— *metoda inelului* (du Noüy) utilizată de Valentine și Heidelger (25), Burcik și Newman (8).

— *metoda volum-greutatea picăturei* utilizată de Haydon și Philips (13), Davidescu (10), Angelescu și Davidescu (4), Jasper și Seitz (17).

— *metoda jetului oscilant* utilizată de Burcik și Newman (8) ;

— alte metode speciale descrise în tratatele (1, 6, 7, 16, 18) sau articolele de specialitate (19, 21, 22).

Majoritatea cercetătorilor citați mai sus s-au ocupat de variația tensiunii interfaciale în funcție de concentrația solutului dizolvat în una din cele 2 faze în contact, găsind că tensiunea interfacială scade cu concentrația solutului adăugat cu atît mai mult cu cît acesta are o activitate superficială mai puternică (2, 3, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 10).

Temperatura influențează deasemeni tensiunea interfacială ; creșterea temperaturii producînd o scădere a tensiunii interfaciale. Cînd temperatura tinde către temperatura corespunzătoare miscibilității totale tensiunea interfacială tinde către zero, fazele devenind perfect miscibile între ele (5, 6, 9, 16, 17).

În cercetările lor Burcik și Newman (8) Angelescu, Nicolescu și Bărbulescu (3) s-au ocupat de variația tensiunii interfaciale dinamice în timp. Spre deosebire de tensiunea interfacială statică care este o mărime constantă, tensiunea interfacială dinamică variază în timp odată cu schimbarea gradienților de concentrație ai interferenței. În timp ce Burcik și Newman (8) găsesc că tensiunea interfacială dinamică a sis-

temelor multicomponente scade cu timpul de contact a fazelor tinzînd pentru durate mari de contact către valoarea constantă limită a tensiunii interfaciale statice, cercetătorii Angelescu, Nicolescu şi Bărbulescu (3) găsesc o variaţie nemonotonă şi anume : Pentru timpi mici de contact, tensiunea interfacială creşte către un maxim, după care pentru timpuri mai mari de contact scade tinzînd deasemeni către valoarea constantă a tensiunii interfaciale statice.

Dat fiind importanţa deosebit de mare ce o prezintă variaţia tensiunii interfaciale dinamice în funcţie de timpul de contact al fazelor pentru fenomenele de transfer de masă prin interfeţele lichide-lichide, în lucrarea de faţă ne-am propus să studiem această temă pentru sistemul cuaternar în care una din faze o constitue o soluţie 1M de acid acetic în benzen iar cealaltă fază este formată dintr-o soluţie foarte diluată dintr-o substanţă superficial activă în apă.

Materiale folosite

Substanţele superficial active utilizate au fost : clorura de *N-cetil pirimidină*, substanţă puternic superficial activă solubilă doar în faza apoasă ; *dodecil sulfatul de sodiu* deasemeni puternic superficial activ şi solubil numai în faza apoasă şi *alcoolul cetilic* substanţă cu activitate superficială destul de redusă, solubil numai în faza benzenică.

Toate substanţele folosite inclusiv apa, benzenul, acidul acetic au fost substanţe de o înaltă puritate sau au fost purificate minuţios pînă la puritatea dorită, după cum s-a indicat în comunicarea precedentă.

Aparatura şi metoda folosită

Pentru determinarea tensiunii interfaciale şi a variaţiei ei în timp, s-a folosit metoda volum greutatea picăturei iar ca aparat — stalagmometrul.

Pentru menţinerea unei temperaturi riguros constante, stalagmometrul *(A)* era plasat într-o incintă termostată *(B)* de formă paralelipipedică prevăzută cu mantaua *(C)* prin care circula apa de la termostatul *(D)* v. fig. 1.

Incinta termostată *(B)* era prevăzută la partea inferioară cu o măsuţă culisabilă *(E)* care cu ajutorul roţii dinţate *(F)* mişcată de tamburul *(G)* putea fi ridicată sau coborîtă. Pe această măsuţă se punea cuva paralelipipedică din sticla *(H)* care conţinea lichidele a căror tensiune interfacială urma să fie determinate. Incinta *(B)* era prevăzută la partea superioară cu termometrul *(K)* şi cu dispozitivul de fixare *(L)* în poziţie verticală şi perfect etanşă a tubului stalagmometric. Dispozitivul de fixare *(L)* servea în acelaşi timp şi pentru scoaterea sau introducerea aerului în tubul stalagmometric fiind pus în acest scop în legătură cu robinetele : de aspiraţie a lichidului *(M)* şi de admisie a aerului *(N* şi *P)*. Robinetul *(P)* fiind un robinet cu reglaj fin, permitea introducerea unui curent reglabil de aer astfel încît, timpul de formare al picăturilor putea fi variate în limite foarte largi.

Umplerea stalagmometrului se făcea, aspirînd faza cu densitatea mai mare (stratul inferior apos din cuva *(H)* în tubul stalagmometric pînă la reperul superior. Aducîndu-se apoi extremitatea capilarului stalagmometrului cît mai aproape de suprafaţa fazei mai puţin dense (stratul superior benzenic) şi deschizîndu-se robinetele (*N* şi *P*) de admisie a aerului se lăsau să se scurgă picăturile fazei apoase în faza benzenică. Numărul picăturilor cuprins între cele două repere ale stalagmometrului era determinat vizual, apreciindu-se cît mai exact fracţiunile de picătură. Cunoscînd volumul dintre repere şi numărul de picături

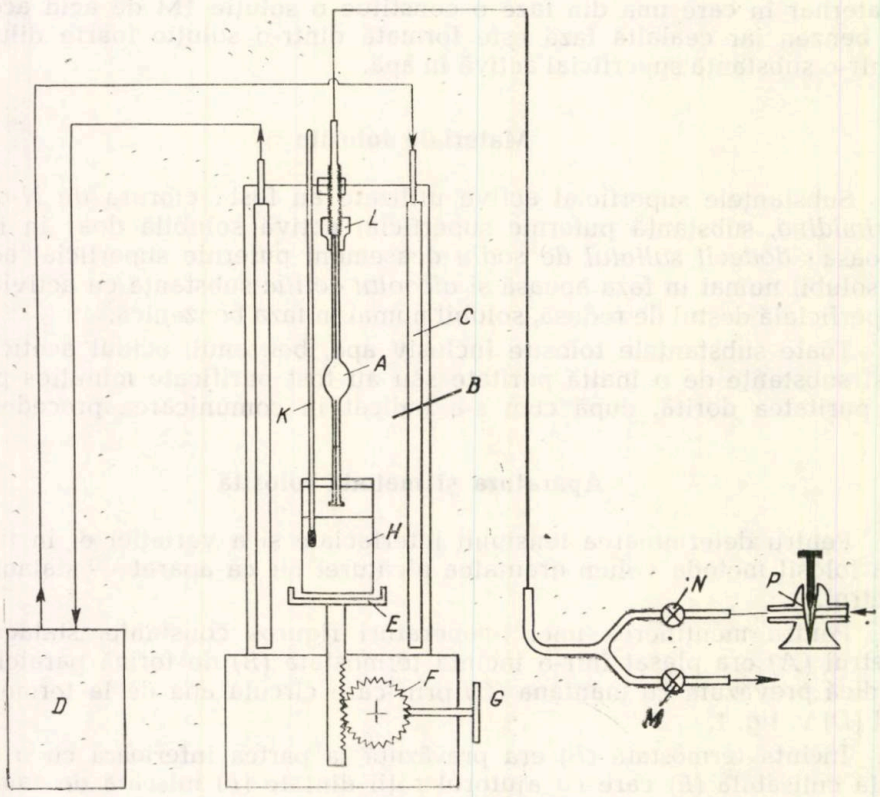


Fig. 1. Schema instalaţiei pentru determinarea tensiunii interfaciale.

se putea calcula volumul unei picături. Din timpul de scurgere al lichidului dintre cele 2 repere, determinat prin cronometrare, se deduce timpul de formare al unei picături.

Cunoscînd raza extremităţii capilarului r_c volumul unei picături v şi densitatea celor două faze d_a şi d_b se poate calcula tensiunea interfacială γ utilizînd ecuaţia lui Tate, corectată :

$$v(d_a - d_b)\, g = f \cdot 2\pi r_c \gamma$$

de unde

$$\gamma = \frac{v(d_a - d_b)\, g}{2\pi f r_c}$$

Corecţia f, este necesară după cum au arătat Antonov (5), Harkins şi Brown (16) deoarece picăturile formate au în general un diametru mai mic sau mai mare decît prevede lega Täte, deoarece lichidul nu părăseşte extremitatea sau din contră se acumulează mai mult formînd picături prea mari iar tensiunea interfacială rar acţionează exact vertical.

Aprecierea factorului de corecţie, f, s-a făcut calculîndu-l indirect din tensiunea interfacială a sistemului de referinţă apă-benzen care la temperatura de 25°C (la care s-au efectuat toate determinările de tensiune interfacială) are valoare constantă de 34,7 dine/cm.

Densitatea celor două faze a fost determinată prin metoda pignometrică după ce echilibrul fazelor a fost stabilit.

Partea experimentală

Înainte de a se trece la studiul deosebit de complex al variaţiei tensiunii interfaciale în timp pentru sistemul quatrenar IV : apă + substanţă superficial activă/benzen + acid acetic, s-au studiat în prealabil variaţia tensiunii interfaciale cu timpul pentru următoarele sisteme mai simple :

I. sistem : apă/benzen

II. sistem : apă + substanţă superficial activă/benzen

III. sistem : apă/benzen + acid acetic.

Curbele variaţiei tensiunii interfaciale cu timpul pentru toate cele 4 sisteme, în cazul utilizării substanţei superficial active : clorura de N-cetil pirimidină, sînt prezentate în fig. 6.

Deoarece determinările de tensiune interfacială efectuate cu sistemele III şi IV sînt influienţate de raportul volumelor fazelor, toate determinările s-au efectuat luînd în lucru 100 cc. fază apoasă şi 30 cc. fază benzenică.

Deasemeni pentru reproductibilitatea rezultatelor s-au efectuat determinările cu aceste sisteme numai după ce echilibrul de distribuţie a acidului acetic între cele două faze a fost stabilit (concentraţia acidului acetic în cele 2 faze era staţionară), urmărindu-se în acest fel doar viteza de difuzie şi adsorbţie a substanţei superficial active la interfaţa picăturei.

Concentraţia substanţelor superficial active a fost variată între limitele 1.10^{-6} mol g/l şi 1.10^{-2} mol g/l.

În figurile 2, 3, 4 sînt reprezentate grafic variaţia tensiunii interfaciale cu timpul de formare a picăturei pentru sistemele quaternare conţinînd unul din cei 3 agenţi supeficial activi folosiţi.

După cum se observă din datele experimentale şi graficele obţinute, pentru timpi mici de formare a unei picături, atît volumul picăturei cît şi tensiunea interfacială cresc pînă la atingerea unui maxim ; după care pentru timpi mai mari de formare ai picăturei atît volumul picăturei cît şi tensiunea interfacială scad treptat tinzînd către o valoare limită constantă.

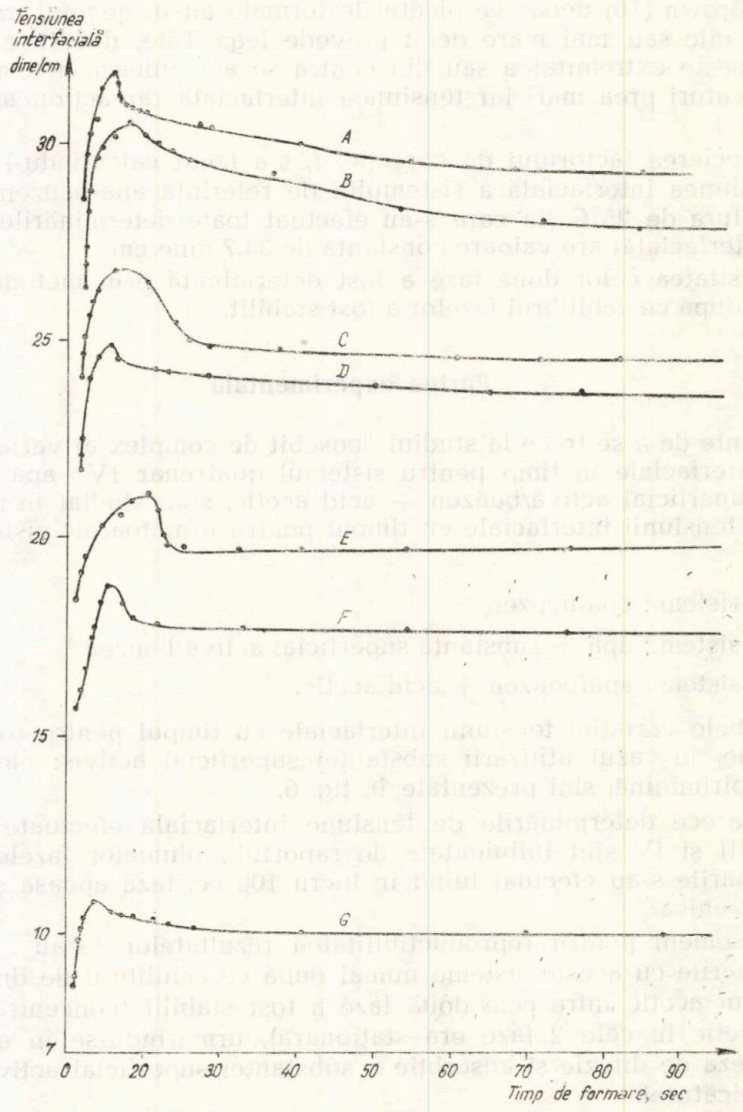


Fig. 2. Curbele variaţiei tensiunii interfaciale cu timpul de formare al picăturii pentru sistemul: apă + clorură de N-cetil pirimidină/benzen + acid acetic.

A — conc. STA = 4,18.10—6 *M*
B — conc. STA = 0,84.10—5 *M*
C — conc. STA = 4,18.10—5 *M*
D — conc. STA = 0,84.10—4 *M*
E — conc. STA = 4,18.10—4 *M*
F — conc. STA = 0,84.10—3 *M*
G — conc. STA = 2,78.10—3 *M*

Toate valorile obţinute pentru tensiunea interfacială sînt mai scăzute decît valoarea tensiunii interfaciale pentru sistemul : I : apă/benzen ca şi pentru sistemul II : apă/benzen + acid acetic.

Deasemeni cu creşterea concentraţiei substanţei superficial active în una din faze, scăderea tensiunii interfaciale este mai pronunţată, după cum este ilustrat sugestiv în figura 5 care reprezintă graficul va-

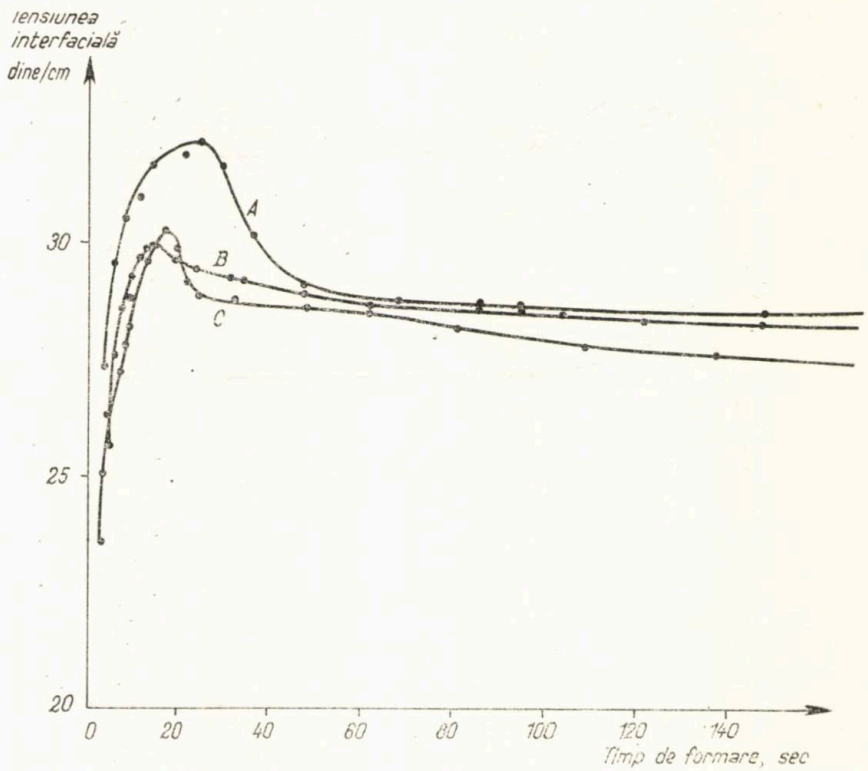


Fig. 3. Curba varietiei tensiunii interfaciale cu timpul de formare a picăturii pentru sistemul : apă + *dodecil sulfat de sodiu/benzen* + acid acetc.
A — conc. STA = 1.10—6 *M* *B* — conc. STA = 5.10—6 *M* *C* — conc. STA = 5.10—5 *M*

riaţiei tensiunii interfaciale cu concentraţia substanţei superficial active (clorura de N cetil pirimidină).

Discutarea rezultatelor

Rezultatele obţinute pentru variaţia tensiunii interfaciale cu timpul de formare al picăturei, sînt o dovadă în sprijinul mecanismului propus în comunicarea precedentă privitor la adsorbţia şi orientarea moleculelor superficial active, la interfaţă care atrage modificările corespunzătoare ale proprietăţilor ei.

Acumularea moleculelor substanţei superficial active mai întîi la partea posterioară a picăturei şi ulterioara lor extindere către partea frontală, creiază o disimilaritate a interfeţei care provoacă apariţia unui gradient al tensiunii interfaciale în continuă creştere. Existenţa acestui gradient al tensiunii interfaciale atrage după sine aparţia forţei tangenţiale orientate de la partea posterioară a picăturei către partea ei fron-

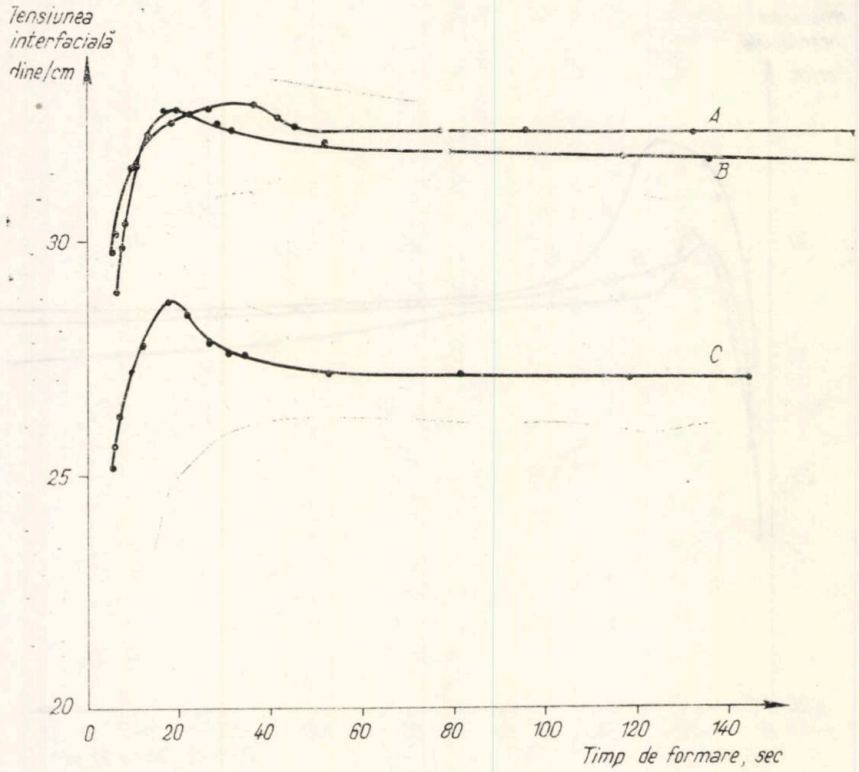


Fig. 4. Curba variaţiei tensiunii interfaciale cu timpul de formare a picăturii pentru sistemul: apă/benzen + acid acetic + *alcool cetilic.*
A — conc. STA = 1.10—6 *M* *B* — conc. STA = 1.10—5 *M* *C* — conc. STA = 1.10—3 *M*

tală şi care deci opunîndu-se forţei de mişcare normale a interfeţei, încetineşte această mişcare şi respectiv micşorează viteza de transfer.

Cu cît disimilaritatea interfeţei creşte prin acumularea în continuare a moleculelor superficial active, cu atît creşte acest gradient al tensiunii interfaciale şi respectiv forţa tangenţională ce se opune mişcării normale a interfeţei.

După atingerea maximului de disimilaritate şi respectiv a maximului gradientului tensiunii interfaciale, o nouă acumulare de molecule superficial active la interfaţă micşorează disimilaritatea şi respectiv gradientul tensiunii interfaciale. Cînd interfaţa a devenit complect saturată în moleculele superficial active, disimilaritatea ei încetînd, gra-

dientul tensiunii interfaciale se anulează întreaga interfață avînd aceiași valoare a tensiunii interfaciale corespunzător tensiunii interfaciale statice.

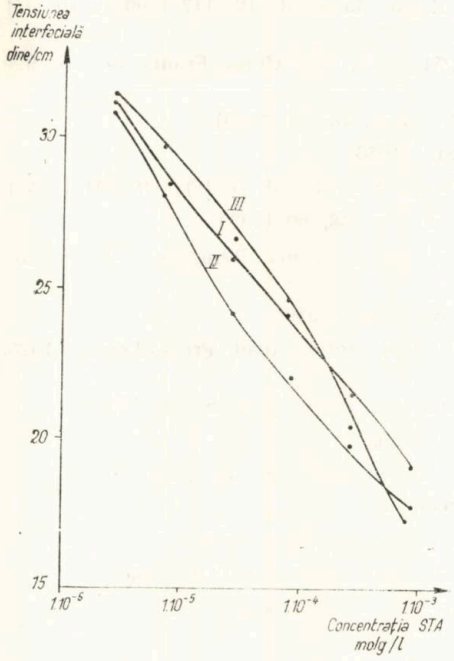


Fig. 5. Curba variației tensiunii interfaciale în funcție de concentrația clorurei de N-cetil pirimidină.

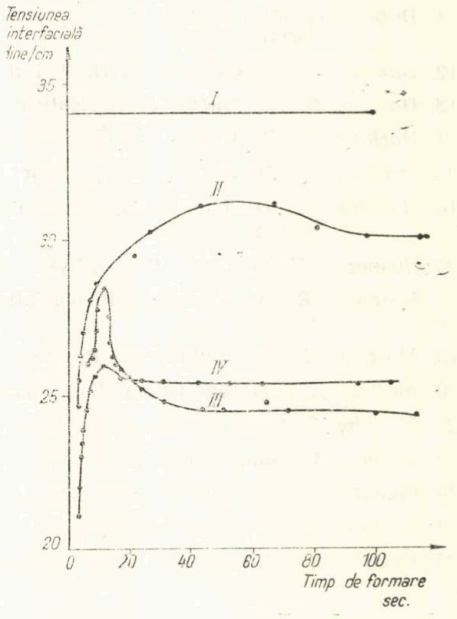


Fig. 6. Curba variației tensiunii interfaciale în funcție de timpul de formare a picăturii.

Anularea gradientului tensiunii interfaciale este echivalentă cu dispariția forței tangențiale orientate ce se opunea mișcării normale a interfeței și deci interfața își recapătă întreaga ei mobilitate și respectiv viteza de transfer, valoarea sa inițială.

Laboratorul de chimie analitică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Adam* The Physics and Chemistry of Surfaces Oxford University Press 1941.
2. *Angelescu E., Nicolescu A., Bărbulescu Em.* Studii și cercetării chimice. Acad. București 2, 357 (1961).
3. *Angelescu E., Nicolescu A., Bărbulescu Em.* Revue Roumaine de Chimie 11, 103 (1966).
4. *Angelescu E., Davidescu G.* Studii și cercetări chimice. Acad. București 6, 213 (1958).
5. *Antonov G. N.* J. Chim. Phys. 5, 372 (1907).
6. *Bikerman J. J.* Surface Chemistry Theory and applications. Acad. Press, New-York 1958.

7. *De Boer.* „The Dynamical character of adsorption". Clorendon Press Oxford 1953.
8. *Burcik J. E., Newman C. R.* J. Colloid Sci. 9, 6, 1954.
9. *Davies J. T., Rideal E. K.* Interfacial phenomena. Acad. Press, New York 1961.
10. *Davidescu Y.* Studii și cercetări chimice. Acad. București 10, 117 (1962); 10, 371 (1962); 2, 199 (1963).
11. *Dubbrysay R.* Compt. Rend. 181, 1066 (1925); Bull. Soc. Chim. France (4), 37, 996 (1925).
12. *Garrner F. H., Skelland A. H. P.* Ind. End. Chem. 48, 56 (1956).
13. *Haydon D. A., Philips J. N.* Nature 13, 813 (1956).
14. *Harkins W. D., Cheng V. G.* J. Amer. Chem. Soc. 43, 35 (1921); 39, 541 (1917).
15. *Harkins W. D. Zollman H.* J. Amer. Chem. Soc. 48, 69 (1925).
16. *Harkins W. D.* The physical chemistry of surface films. Reinhold Publ. Comp. New-York 1952.
17. *Jasper J. J., Seitz H. R.* J. phys. Chem. 63, 1426, (1959)
18. *Kremann R.* Mechanische Eigenschaften flüssiger stoffe. Acad. Press, Leipzig 1928, p. 532.
19. *Marcou M. M., Guillaumin.* Revue Francaise des corps gras. 6, 545 (1959).
20. *Melhus și Terjesen.* Chem. Eng. Sci. 783, (1957).
21. *Murphy F. N., Lastovica J. E., Fallis G. J.* Chem. Eng. Sci. 49, 1035 (1957).
22. *Pochan A.* Chimie et Industrie. 81, 667 (1959).
23. *Rideal E. K.* Surface chemistry, Cambridge University Press 1930.
24. *Taubman A. B., Nichitina S. A.* Dokl. Akad. Nauk SSSR 135, 1179 (1960).
25. *Valentine S. R., Hedeger J. W.* Chem. Eng. Data 8, 27 (1963).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 5

REȚELE ELECTRICE

C.Z.: 621.311.1

LE CALCUL DU REGIME PERMANENT DES RÉSEAUX ELECTRO-ÉNERGÉTIQUES

EUGEN POTOLEA

Lors du calcul du régime permanent symétrique on utilise une méthode permettant de réduire le volume des calculs, étant donné deux particularités des réseaux électro-énergétiques : 1) les admittances des branches transversales sont relativement petites, 2) le nombre des cycles indépendants du réseau longitudinal est beaucoup plus réduit que le nombre des noeuds indépendants.

On utilise, pour l'étude des réseaux aux transformateurs, un schéma de calcul où interviennent des grandeurs d'état électrique naturelles (c'est-à-dire sans être rapportées à l'une des enroulements des transformateurs). On étend la notion classique d'incidence et on définit une matrice d'incidence galvanique et magnétique. A l'aide de cette matrice on écrit les équations de fonctionnement et on étudie le réseau aux transformateurs, en utilisant des méthodes analoques à celles des réseaux sans transformateurs.

1. *Les équations de fonctionnement*

On considère un réseau électrique triphasé ayant le schéma unifilaire de la figure 1,a et on construit le schéma équivalent de la figure 1,b où toutes les grandeurs se rapportent aux enroulements des transformateurs, connectés au réseaux à haute tension. On représente les lignes et les transformateurs par les schémas π et Γ, les génératrices par des branches aux impédances en série aux tensions électromotrices et les récepteurs, par des courants éjectés aux noeuds du schéma équivalent.

Les admittances $\underline{y}_i$ qui interviennent aux noeuds du schéma équivalent s'obtiennent en connectant en parallèle les admittances des schémas π et Γ des lignes et des transformateurs. Ces admittances peuvent être considérées caractéristiques de matériel des noeuds du schéma et non des branches transversales correspondantes (branches passives incidentes à le terre).

Les branches proprement dites du réseau sont consituées des branches des génératrices et des branches passives. longitudinales (branches non-incidentes à la terre).

On considère seulement les branches du réseau (on exclut les branches passives transversales du schéma équivalent) et on construit le graphe correspondant de la figure 1, c.

On divise les caractéristiques du réseau en deux catégories : des caractéristiques du matériel et des caractéristiques topoligiques.

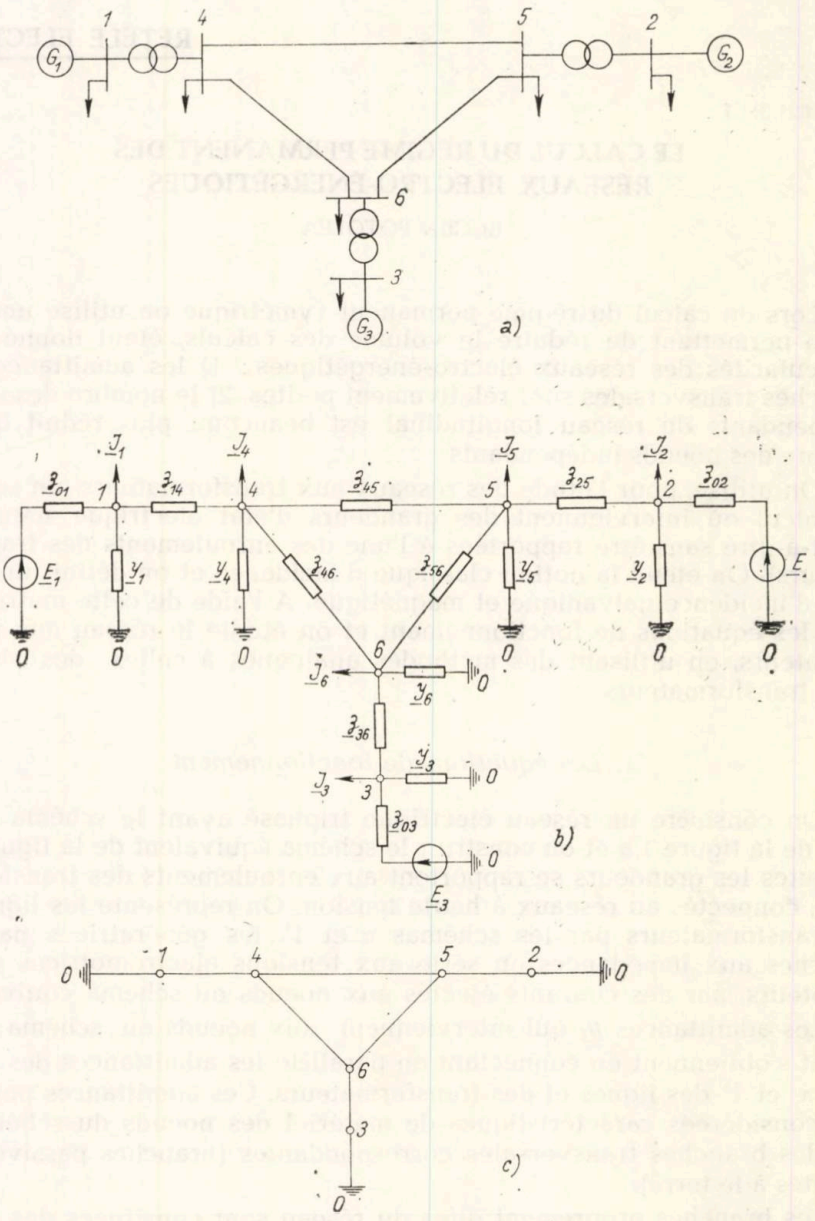


Fig. 1. Schéma d'un réseau triphasé :

a) schéma unifilaire ; *b)* schéma équivalent de succession directe de la méthode des composantes symétriques ; *c)* le graphe correspondant au reseau électrique.

Les caractéristiques du matériel sont données pour les branches m et pour les noeuds n. Les impédances $\underline{z}_{th}$ des branches sont disposées dans la matrice diagonale $[\underline{Z}_m]$ et les tensions électromotrices $\underline{E}_{th}$ sont disposées dans la matrice colonne $[\underline{E}_m]$. On inscrit les admittances $\underline{y}_l$ des noeuds dans la matrice diagonale $[\underline{Y}_n]$ et les courants éjectés aux neeuds $\underline{J}_i$ dans la matrice colonne $[\underline{J}_n]$.

Les matrices $[\underline{Z}_m]$, $[\underline{E}_m]$ sont les caractéristiques de matériel des branches et les matrices $[\underline{Y}_n]$, $[\underline{J}_n]$ sont les caractéristiques de matériel des noeuds.

Les caractéristiques topologiques du réseaux se trouvent dans la matrice d'incidence des branches aux noeuds du graphe correspondant du réseau. On dispose les lignes de la matrice $[A]$ dans l'ordre des noeuds indépendants, et les colonnes dans l'ordre des branches arbre et co-arbre.

On considère les branches du graphe orientées depuis les noeuds ayant des nombres inférieurs vers les noeuds aux nombres supérieures. On inscrit + 1 ou — 1 dans les caisses de la matrice $[A]$ selon que l'incidence des branches aux noeuds est positive (à l'extrémité où le numéro d'ordre est inférieur) ou négative (à l'extrémité où le numéro d'ordre est supérieur).

On divise les équations de fonctionnement du réseau en deux catégories : équations de matériel où interviennent les caracteristiques de matériel $[\underline{Z}_m]$, $[\underline{E}_m]$, $[\underline{Y}_n]$, $[\underline{J}_n]$ et équations topologiques, où c'est la caractéristique topologique $[A]$ qui intervient.

Les équations de matériel sont les équations de fonctionnement des branches et des noeuds, considérées de façon indépendante :

$$\begin{aligned} [\underline{Z}_m]\,[\underline{I}_m] - [\underline{V}_m] &= [\underline{E}_m] \\ [\underline{Y}_n]\,[\underline{V}_n] + [\underline{I}_n] &= -\,[\underline{J}_n] \end{aligned} \tag{1}$$

Les équations topologiques expriment les relations entre les grandeurs d'état électrique des branches $(\underline{I}_m, \underline{V}_m)$ et des noeuds $(\underline{I}_n, \underline{V}_n)$:

$$\begin{aligned} [A]\,[\underline{I}_m] &= [\underline{I}_n] \\ [A]_t\,[\underline{V}_n] &= [\underline{V}_m] \end{aligned} \tag{2}$$

Les grandeurs d'état électriques des branches $(\underline{I}_m, \underline{V}_m)$ sont orientées selon les sens conventionnels d'orientation des branches du graphe ; il en est de même des tensions électromotrices $\underline{E}_m$.

Les grandeurs d'état électrique des noeuds $(\underline{I}_n, \underline{V}_n)$ sont orientées depuis les noeuds indépendants au noeud de référence, de même que les courants éjectés $\underline{J}_n$.

On indique dans la figure 2 les sens admis pour les grandeurs d'état électrique des branches et des noeuds.

Les matrices d'état électrique $[\underline{I}_m]$, $[\underline{V}_m]$, $[\underline{I}_n]$, $[\underline{V}_n]$ sont les inconnues du système d'équation formé par (1) et (2).

Afin de résoudre le système d'équation on élimine d'abord $[\underline{V}_m]$ et $[\underline{I}_n]$ en introduisant les équations topologiques dans les équations de matériel.

$$\begin{aligned} [\underline{Z}_m]\,[\underline{I}_m] - [A]_t\,[\underline{V}_n] &= [\underline{E}_m] \\ [A]\,[\underline{I}_m] + [\underline{Y}_n]\,[\underline{V}_n] &= -[\underline{J}_n] \end{aligned} \tag{3}$$

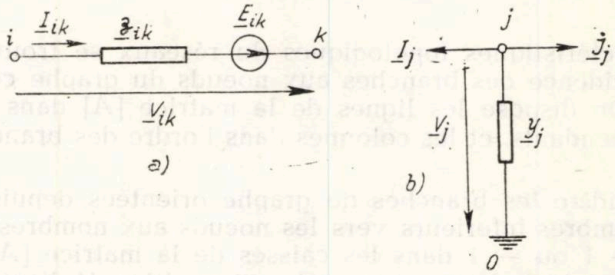


Fig. 2 : Sens conventionels des grandeurs d'état électrique :
a) pour les branches ; *b)* pour les noeuds.

On écrit la matrice $[\underline{M}]$ du système (3) et son inverse $[\underline{M}]^{-1} = [\underline{N}]$ sous la forme :

$$[\underline{M}] = \left|\begin{array}{c|c} [\underline{Z}_m] & -[A]_t \\ \hline [A] & [\underline{Y}_n] \end{array}\right|; \quad [\underline{N}] = \left|\begin{array}{c|c} [\underline{Y}_{mm}] & -[\underline{B}_{mn}] \\ \hline [\underline{B}_{nm}] & [\underline{Z}_{nn}] \end{array}\right| \tag{4}$$

En inversant la matrice $[\underline{M}]$ selon la méthode des sous-matrices, on obtient :

$$\begin{aligned} [\underline{Y}_{mm}] &= [\underline{Y}_m] - [\underline{Y}_m]\,[A]_t\,[\underline{Z}_{nn}]\,[A]\,[\underline{Y}_m] \\ [\underline{B}_{mn}] &= [\underline{B}_{nm}]_t = -[\underline{Y}_m]\,[A]_t\,[\underline{Z}_{nn}] \end{aligned} \tag{5}$$

où : $[\underline{Y}_m]$ est l'inverse de la matrice diagonale $[\underline{Z}_m]$:

$[\underline{Z}_{nn}]$ — l'inverse de la matrice carrée $[\underline{Y}_{nn}]$;

$$[\underline{Y}_{nn}] = [\underline{Y}_n] + [A]\,[\underline{Y}_m]\,[A]_t \tag{6}$$

En utilisant les notations (4 on écrit les solutions du système (3) :

$$\begin{aligned} [\underline{I}_m] &= [\underline{Y}_{mm}]\,[\underline{E}_m] + [\underline{B}_{mn}]\,[\underline{J}_n] \\ [\underline{V}_n] &= [\underline{B}_{nm}]\,[\underline{E}_m] - [\underline{Z}_{nn}]\,[\underline{J}_n] \end{aligned} \tag{7}$$

Aux équations linéaires (7) on ajoute les conditions non-linéaires :
— aux arbres des génératrices :

$$P_g = Re\,(3\,\underline{E}_g \cdot \underline{I}_g^*) \tag{8}$$

— aux bornes des récepteurs :

$$\underline{I}_r = \frac{\underline{S}_r^*}{3\,\underline{V}_r^*} \tag{9}$$

où : P_g sont les puissances électromagnétiques aux arbres des génératrices ;

$\underline{S}_r$ — les puissances triphasées complexes au bornes des récepteurs.

Les courants $\underline{I}_g$ et les tensions $\underline{V}_r$ résultent de (7) en retenant seulement les termes correspondants des matrices $[\underline{I}_m]$ et $[\underline{V}_n]$.

Lors du calcul du régime permanent on suppose que les modules $\underline{E}_g$ à toutes les génératrices, l'argument $\underline{\delta}_g = 0$ à l'un des génératrices et les puissances $\underline{S}_r$ soient connus.

On résout les équations (7), (8), (9) par la méthode des approximations succesives [7] et l'on obtient les arguments δ_g aux génératrices $g - 1$, les tensions $V_r \llcorner \theta_r$ à tous les noeuds récepteurs et ensuite la puissance P_g à la dernière génératrice qui joue le rôle d'élément adaptable selon la puissance active.

La méthode exposée pour le calcul des régimes est une méthode directe et non une méthode itérative, car les équations linéaires ont été solutionnées en inversant la matrice $[\underline{M}]$ de (4). La difficulté principale du calcul consiste à inverser la matrice $[\underline{Y}_{nn}]$ de (6) intervenant dans les relations (5).

Il est possible de réduire le volume des calculs si l'on tien compte des particularités suivantes des réseaux électroénergétiques :

— les branches avec génératrices sont toujours transversales (incident à la terre) ; dans ces conditions on peut remplacer les branches des génératrices par des courants injectés auv noeuds du réseau passif (Fig. 3) ;

— les branches transversales du réseau passif ont toujours des admittances relativement petits en comparaison des admitances des branches longitudinales (Fig. 3) ; dans ces conditions on peut remplacer les branches transversales par des courants éjectés que l'on calcule pour chaque cycle d'approximations succesives ;

— le réseau longitudinal contient $r = n\text{-}1$ noeuds indépendants et un nombre relativement réduit de cycles indépendants (c), c'est-à-dire $r = (3 \div 10)\,c$; dans ces conditions il est facile d'inverser la matrice de la méthode des potentiels aux noeuds, comme nous allons le présenter au paragraphe 2.

On écrit l'équations de matériel du réseau longitudinal sous la forme :

$$[\underline{I}_m] = [Y_m]\,[\underline{V}_m] \tag{10}$$

On écrit les équations topologiques sous la forme (2) où la matrice [A] est la matrice d'incidence complète du graphe du réseau longitudinal.

Les potentiels aux noeuds $\underline{V}_n$ sont définis dans ce cas par rapport au potentiel du noeud zéro qui manque du graphe du réseau.

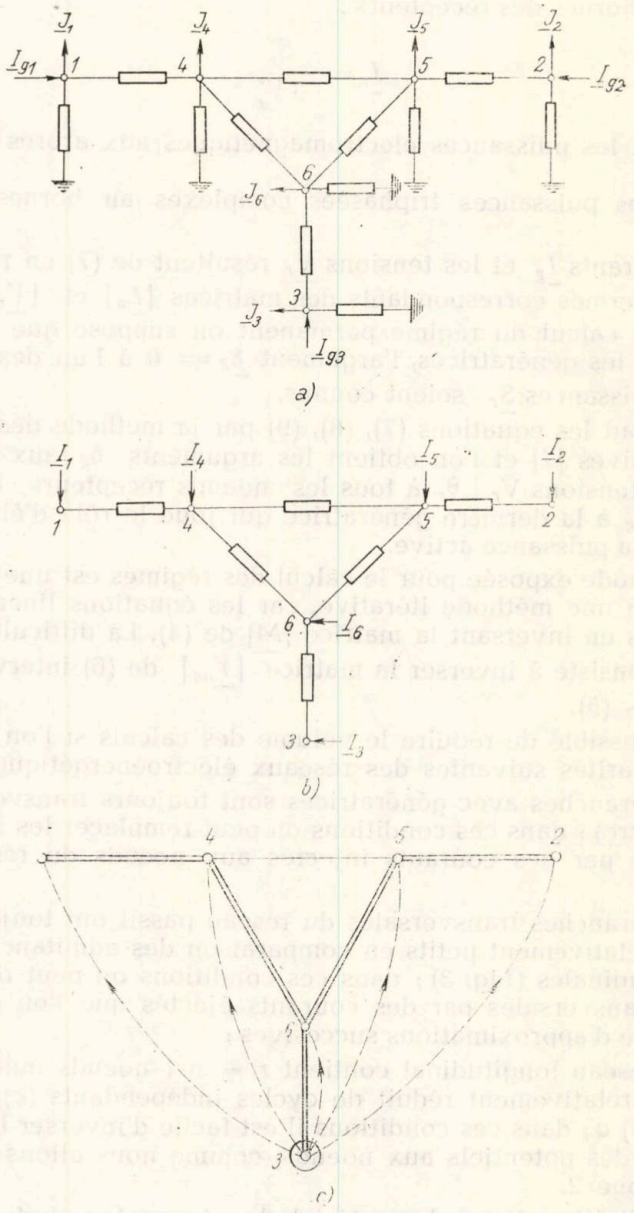


Fig. 3 : Schémas de calcul d'un réseau électro-énérgetique :

a) schéma du réseau passif avec les courants aux noeuds ;
b) schéma du réseau longitudinal avec des courants aux noeuds ;
c) le graphe du réseau longitudinal.

On multiplie l'équation (10) par $[A]$ à gauche puis on introduit les équations topologiques (2) ; on obtient ainsi l'équations de la méthode des potentiels aux noeuds :

$$\begin{aligned} [\underline{Y}_{nn}]\,[\underline{V}_n] &= [\underline{I}_n] \\ [\underline{Y}_{nn}] &= [A]\,[\underline{Y}_m]\,[A]_t \end{aligned} \tag{11}$$

La matrice $[\underline{Y}_{nn}]$ de (11) étant singulière, on ne peut résoudre l'équation de (11) par rapport à $[\underline{V}_n]$. On peut résoudre l'équation de (11) par rapport aux potentiels $\underline{V}_r$ des r noeuds indépendants ($r = n - 1$).

On choisit un noeud d'équilibre du réseau auquel on admet $\underline{V}_e = V_0 \angle 0$. Le noeud d'équilibre joue le rôle de noeud de référence du graphe. En utilisant la matrice d'incidence réduite $[A_r]$ on exprime la matrice non-singulière $[\underline{Y}_{rr}]$ et on écrit l'équation de (11) sous la forme :

$$\left|\begin{array}{c|c} [\underline{Y}_{rr}] & [\underline{Y}_{re}] \\ \hline [\underline{Y}_{er}] & [\underline{Y}_{ee}] \end{array}\right| \quad \left|\begin{array}{c} [\underline{V}_r] \\ \hline \underline{V}_e \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c} [\underline{I}_r] \\ \hline \underline{I}_e \end{array}\right| \tag{12}$$

dont il résulte :

— pour les noeuds indépendants :

$$[\underline{Y}_{rr}]\,[\underline{V}_r] + [\underline{Y}_{re}]\,\underline{V}_e = [\underline{I}_r] \tag{13}$$

— pour le noeud d'équilibrage

$$\underline{I}_e = [\underline{Y}_{er}]\,[\underline{V}_r] + \underline{Y}_{ee}\,\underline{V}_e \tag{14}$$

Il en résulte de l'équation (13) :

$$[\underline{V}_r] = [\underline{Z}_{rr}]\,[\underline{I}_r] + [\underline{C}_r]\,\underline{V}_e \tag{15}$$

où :

$[\underline{Z}_{rr}]$ est l'inverse de la matrice $[\underline{Y}_{rr}]_t$

$[\underline{C}_r]$ — une matrice colonne ayant tous les termes égaux a l'unité.

Les courants I_r sont considérés injectés aux noeuds du réseau longitudinal ; on les exprime généralement par les relations :

$$\underline{I}_i = \frac{\underline{S}^*_{gi}}{3\,\underline{V}^*_i} - \frac{\underline{S}^*_{ri}}{3\,\underline{V}^*_i} - \underline{y}_i\,\underline{V}_i \tag{16}$$

On résout les équations (15) et (16) par les approximations successives, en admettant que l'on connait les puissances triphasées $\underline{S}_{gi}$ et $\underline{S}_{ri}$ aux bornes des génératrices et des récepteurs. Finalement, on détermine le courant $\underline{I}_e$ de (14) et on vérifie si la génératrice du noeud d'équilibrage possède les puissances nécessaires.

Dans la méthode que nous venons d'exposer, on a considéré que toutes les coordonnées des noeuds (V_r, θ_r) étaient libres. Cette méthode

s'applique aussi au cas général où certaines coordonnées V_r sont fixés ou au cas où certaines paires de coordonnées V_r, θ_r sont fixées.

On considère dans une première étape les noeuds des bornes des génératrices comme les noeuds aux coordonnées V_r fixées, dont on connaît les puissances actives P_r et dont on va déterminer les puissances réactives Q_r et les coordonnées θ_r. Si pour l'une des génératrices on connaît la puissance P_g à l'arbre et le module E_g de la tension électromotrice, alors on étend le réseau d'une branche arbre et on introduit un noeud supplémentaire aux bornes de la tension électromotrice. Le noeud des bornes de la génératrice reste avec les coordonnées libres, tandis que le noeud des bornes de la tension électromotrice possède une coordonnée fixée $V_r = E_g$. La matrice $[\underline{Z}'_{rr}]$ du réseau auquel on a ajouté une ou plusieurs branches arbres peut être obtenue facilement à partir de la matrice initiale $[\underline{Z}_{rr}]$ comme nous allons le montrer au paragraphe suivant.

2. *Le calcul des matrices*

On considère un réseau initial pour lequel on exprime la matrice $[\underline{Y}_{rr}]$ à l'aide de la matrice d'incidence réduite $[\underline{A}_r]$:

$$[\underline{Y}_{rr}] = {}_tA_r][\underline{Y}_m]{}_tA_r]_t \tag{17}$$

Si l'on suppose que l'on ait calculé la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$ du réseau initial, il devient nécessaire de calculer la nouvelle matrice $[\underline{Z}'_{rr}]$ pour le réseau auquel on ajoute de nouvelles branches arbres, ou de nouvelles branches cordes.

La figure 4 présente le graphe d'un réseau électrique qui s'étend par l'addition de nouvelles branches arbres. En même temps qu'une branche arbre on ajoute un noeud indépendant, de sorte que le réseau étendu comporte $r + s$ branches arbres et $r + s$ noeuds indépendentes.

Chaque nouvelle branche arbre est incidente à l'un des anciens noeuds r et à l'un des nouveaux noeuds s.

On dispose les nouveaux neoueds dans l'ordre des nouvelles branches arbres s et on écrit les matrices $[A'_r]$ et $[\underline{Y}'_m]$ pour le réseau étendu.

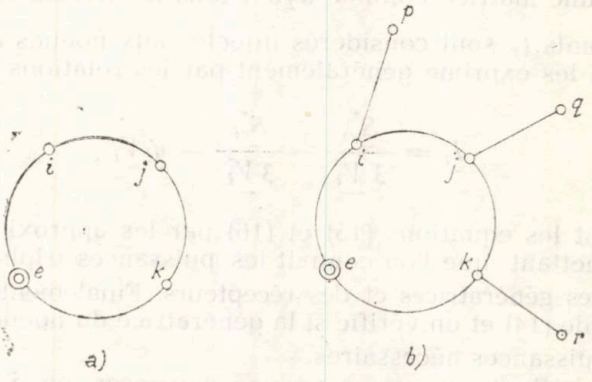


Fig. 4: L'extension du graphe aux branches arbre:
a) le graphe initial ; *b)* le graphe étendu.

$$[A'_r] = \begin{array}{c|c|c} & r & s \\ \hline r & [A_r] & [A'_1] \\ \hline s & & -[U'_1] \end{array}; \quad [Y'_m] = \begin{array}{c|c|c} & r & s \\ \hline r & [\underline{Y}_m] & \\ \hline s & & [\underline{Y}'_1] \end{array} \tag{18}$$

La sous-matrice $[U'_i]$ de (18) est une matrice-unité de l'ordre égal au nombre des nouvelles branches arbre. Le signe minus devant la sous-matrice $[U'_i]$ est dû à la convention d'orientation des branches, depuis les anciens noeuds r vers les nouveaux noeuds s.

La matrice $[\underline{Y}'_{rr}]$ du réseau étendu s'exprime par la relation (17) où l'on remplace les matrices de (18).

$$[\underline{Y}'_{rr}] = \begin{array}{c|c|c} & r & s \\ \hline r & [\underline{Y}_{rr}] + [A'_1][\underline{Y}'_1][A'_1]_t & -[A'_1][\underline{Y}'_1] \\ \hline s & -[\underline{Y}'_1][A'_1]_t & [\underline{Y}'_1] \end{array} \tag{19}$$

En inversant la matrice $[\underline{Y}'_{rr}]$ de (19) et on obtient :

$$[\underline{Z}'_{rr}] = \begin{array}{c|c} [\underline{Z}_{rr}] & [\underline{Z}_{rs}] \\ \hline [\underline{Z}_{sr}] & [\underline{Z}_{ss}] \end{array} \tag{20}$$

où :

$$\begin{aligned} [\underline{Z}_{rs}] &= [\underline{Z}_{sr}]_t = [\underline{Z}_{rr}][A'_1] \\ [\underline{Z}_{ss}] &= [A'_1]_t [\underline{Z}_{rr}][A'_1] + [\underline{Z}'_1] \end{aligned} \tag{21}$$

On peut écrire les sous-matrices de (21) directement à l'aide des règles simples. En particulier, lorsque-on étend le réseau avec une seule branche arbre L_{ip} d'une impédance $\underline{z}_{ip}$ on obtient de (21) :

$$\begin{aligned} [\underline{Z}_{rs}] &= [\underline{Z}_{ri}] = [\underline{Z}_{ir}]_t \\ \underline{Z}_{pp} &= \underline{Z}_{ii} + \underline{z}_{ip} \end{aligned} \tag{22}$$

où :

$[\underline{Z}_{ri}]$ est la colonne i de la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$;

$[\underline{Z}_{ir}]$ — la ligne i de la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$;

$\underline{Z}_{ii}$ — le terme de la ligne i et la colonne i de la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$.

On applique également les relations générales (21) ou les relations (22) à la formation de la matrice $[\underline{Z}_{aa}]$ du réseau arbre. Si l'on y applique ces relations, on constatera la possibilité d'établir des règles simples pour écrire directement la matrice $[\underline{Z}_{aa}]$.

On considère le réseau arbre ou le graphe correspondant et on précise le noeud d'équilibrage ou le noeud de référence (le noeud 3 de la figure 3, b). A partir du noeud de référence on trace des cordes fictives, incidentes à chacun des noeuds indépendants et on leur attribue des sens d'orientation correspondant aux sens des courants injectés aux noeuds indépendants. Ces cordes fictives forment avec les branches arbres r cycles, pour lesquels on écrit la matrice $[\underline{Z}_{aa}]$ de la façon suivante : on introduit sur la diagonale les sommes des impédances des branches de chaque cycle ; dans les autres caisses on inscrit les sommes des impédances des branches incidentes aux paires correspondantes de cycle. En appliquant ces règles, on écrit directement la matrice $[\underline{Z}_{aa}]$ pour le réseau de branches longitudinales (Fig. 3).

	6	5	4	2	1
6	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36}$
5	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36} + \underline{z}_{65}$	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36} + \underline{z}_{65}$	$\underline{z}_{36}$
4	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36} + \underline{z}_{64}$	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36} + \underline{z}_{64}$
2	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36} + \underline{z}_{65}$	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36} + \underline{z}_{65} + \underline{z}_{52}$	$\underline{z}_{36}$
1	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36} + \underline{z}_{64}$	$\underline{z}_{36}$	$\underline{z}_{36} + \underline{z}_{64} + \underline{z}_{41}$

La figure 5 représente le graphe d'un réseau intial, que l'on complète avec de nouvelles branches cordes, incidentes aux anciens noeuds. On écrit les matrices $[A'_r]$ et $[\underline{Y}'_m]$ pour le réseau complété :

$$[A'_r] = \left[\begin{array}{c|c} [A_r] & [A'_2] \end{array}\right]; \quad [\underline{Y}'_m] = \left[\begin{array}{c|c} [\underline{Y}_m] & \\ \hline & [\underline{Y}'_2] \end{array}\right] \tag{23}$$

La matrice $[\underline{Y}'_{rr}]$ du réseau complété de nouvelles branches cordes s'exprime par la relation :

$$[\underline{Y}'_{rr}] = [\underline{Y}_{rr}] + [A'_2][\underline{Y}'_2][A'_2]_t \tag{24}$$

On inverse la matrice $[\underline{Y}'_{rr}]$ de (24) par les relations .

$$[\underline{Z}'_{rr}] = [\underline{Z}_{rr}] - [\underline{Z}_{rr}][A'_2][\underline{Z}'_c]^{-1}[A'_2]_t[\underline{Z}_{rr}]$$
$$[\underline{Z}'_c] = [\underline{Z}'_2] + [A'_2]_t[\underline{Z}_{rr}][A'_2] \qquad (25)$$

Si dans les relations (25) on admet que le réseau initial n'est formé que de branches arbre, $[\underline{Z}_{rr}]$ deviendra $[\underline{Z}_{aa}]$ et $[\underline{Z}'_c]$ deviendra $[\underline{Z}_c]$ de la méthode des courants cycliques. Par conséquent, les relations (25) permettent de calculer la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$ de la méthode des potentiels aux noeuds, en fonction de la matrice $[\underline{Z}_c]^{-1}$ de la méthode des courants cycliques.

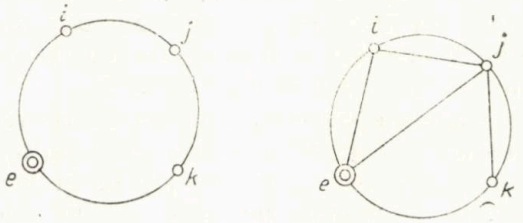


Fig. 5 : Le graphe complété de nouvelles branches cordes :
a) le graphe initial ; b) le graphe complété.

En particulier, quand on ajoute au réseau une seule branche corde L_{pq} d'impédance $\underline{z}_{pq}$ on obtient de (25) :

$$[\underline{Z}'_{rr}] = [\underline{Z}_{rr}] - \frac{1}{\underline{Z}'_c}([\underline{Z}_{rp}] - [\underline{Z}_{rq}])([\underline{Z}_{pr}] - [\underline{Z}_{qr}])$$
$$\underline{Z}'_c = \underline{z}_{pq} + \underline{Z}_{pp} + \underline{Z}_{qq} - 2\,\underline{Z}_{pq} \qquad (26)$$

$[Z_{rp}], [Z_{rq}]$ sont les collonnes p et q de la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$;

Z_{pp}, Z_{qq}, Z_{pq} — les termes correspondant aux colonnes et aux lignes p et q de la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$.

En utilisant les relations (26), on exprime les termes $\underline{Z}'_{ik}$ de la matrice $[\underline{Z}'_{rr}]$ en fonction des termes $\underline{Z}_{ik}$ de la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$:

$$\underline{Z}'_{ik} = \underline{Z}_{ik} - \frac{(\underline{Z}_{ip} - \underline{Z}_{iq})(\underline{Z}_{pk} - \underline{Z}_{qk})}{\underline{z}_{pq} + \underline{Z}_{pp} + \underline{Z}_{qq} - 2\,\underline{Z}_{pq}} \qquad (27)$$

Si la nouvelle corde est incidente au noeud d'équilibrage, on considère $p = e$ et on annule en (27) les termes affectés par l'indice e.

3. *Réseaux avec transformateurs*

Les réseaux électro-énergétiques se composent toujours de plusieurs sous-réseaux galvaniques, connectés entre eux par l'intermédiaire des transformateurs ou auto-transformateurs. Quelquefois on introduit des auto-transformateurs dans les sous-réseaux galvaniques sur certaines lignes faisant partie des boucles fermées.

Si les transformateurs et les auto-transformateurs interviennent dans les boucles du réseau triphasé, il n'est pas possible de construire un schéma équivalent comportant des grandeurs rapportées à la tension de l'un des sous-réseaux galvaniques. Dans ces cas-là, il est nécessaire de construire des schémas équivalents où interviennent des transformateurs idéaux avec leurs rapports naturels ou rapportés.

Dans ce qui suit, on utilisera des schémas aux grandeurs naturelles (non rapportées) et on étudiera le cas général d'un réseau avec transformateurs dans différentes branches longitudinales.

Une branche triphasée où intervient un transformateur est représentée dans le réseau direct par une branche longitudinale avec incidence magnétique à l'une des extrémités [7]. La branche avec transformateur est caractérisée par deux paramètres : l'impédance z rapportée à l'un des enroulements et le rapport K de l'incidence magnétique (Fig. 6). Le rapport de l'incidence magnétique sera déterminé en divisant le portée à l'enroulement avec N_q spires et le rapport de l'incidence mag- le nombre de spires Nn de l'enroulement connecté avec le noeud de l'extrémité avec incidence magnétique.

Pour le schéma de la figure 6, a, l'impédance $\underline{z}_{pq}$ est rapporté à l'enroulement avec Np spires et le rapport de l'incidence magnétique est $K_{pq} = Np/Nq$. Pour le schéma de la figure 6, b, l'impédance z_{pq} est rapportée à l'enroulement avec N_q spires et le rapport de l'incidence magnétique est $K_{qp} = Nq/Np$. Entre les impédances $z_{pq}^{(a)}$ et $z_{pq}^{(b)}$ des schémas a et b de la figure 5, il existe la relation $z_{pq}^{(a)} = z_{pq}^{(b)} K_{pq}^2$.

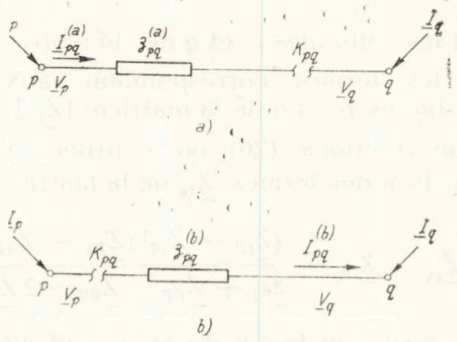


Fig. 6 : Représentation d'une branche avec transformateur :

a) l'incidence magnétique au noeud p ,
b) l'incidence magnétique au noeud q.

En représentant les branches aux transformateurs par des branches longitudinales avec incidences magnétiques, on peut définir une matrice $[A]$ d'incidence galvanique et magnétique. A l'aide de cette matrice on écrit les équations de fonctionnement du réseau avec transformateurs sous la forme (2) et (10) et on les résout de la même façon que dans le cas du réseau sans transformateurs. Toutes les méthodes de synthèse du réseau galvanique s'appliquent de façon analogue à la sythèse du réseau avec transformateurs, comme nous allons le montrer dans ce qui suit.

La figure 7 présente les graphes de deux réseaux de branches longitudinales : dans le schéma a, toutes les incidences sont galvaniques, tandis que dans le schéma *b* des incidences magnétiques interviennent aux extrémités de certaines branches.

Les matrices d'incidence des branches avec les noeuds pour les deux graphes de la figure 7 sont :

$[A] =$

	15	24	35	25	12	34	45
1	1				1		
2		1		1	−1		
3			1			1	
4	−1					−1	1
5	−1		−1	−1			−1

$[A] =$

	15	24	35	25	12	34	45
1	1				1		
2		K_{42}		K_{52}	$-K_{12}$		
3			1			1	
4	−1					$-K_{34}$	K_{54}
5	$-K_{15}$		$-K_{35}$	1—			1—

Les matrices $[Y_{nn}]$ calculées avec la deuxième relation de (11) sont:

	1	2	3	4	5
1	$\underline{y}_{15} + \underline{y}_{12}$	$-\underline{y}_{12}$			$-\underline{y}_{15}$
2	$-\underline{y}_{21}$	$\underline{y}_{21} + \underline{y}_{24} + \underline{y}_{25}$		$-\underline{y}_{24}$	$-\underline{y}_{25}$
3			$\underline{y}_{34} + \underline{y}_{35}$	$-\underline{y}_{34}$	$-\underline{y}_{35}$
4		$-\underline{y}_{42}$	$-\underline{y}_{43}$	$\underline{y}_{42} + \underline{y}_{43} + \underline{y}_{45}$	
5	$-\underline{y}_{51}$	$-\underline{y}_{52}$	$-\underline{y}_{53}$	$-\underline{y}_{54}$	$\underline{y}_{51} + \underline{y}_{52} + \underline{y}_{53} + \underline{y}_{54}$

	1	2	3	4	5
1	$\underline{y}_{15} + \underline{y}_{12}$	$-\underline{y}_{12}K_{12}$			$-\underline{y}_{15}K_{15}$
2	$-\underline{y}_{21}K_{12}$	$\underline{y}_{21}K_{12}^2 + \underline{y}_{24}K_{42}^2 + \underline{y}_{25}K_{52}^2$		$-\underline{y}_{24}K_{42}$	$-\underline{y}_{25}K_{25}$
3			$\underline{y}_{34} + \underline{y}_{35}$	$-\underline{y}_{34}K_{34}$	$-\underline{y}_{35}K_{35}$
4		$-\underline{y}_{42}K_{42}$	$-\underline{y}_{43}K_{34}$	$\underline{y}_{42} + \underline{y}_{43}K_{34}^2 + \underline{y}_{45}K_{54}$	$-\underline{y}_{45}K_{54}$
5	$-\underline{y}_{51}K_{15}$	$-\underline{y}_{52}K_{52}$	$-\underline{y}_{53}K_{35}$	$-\underline{y}_{54}K_{54}$	$\underline{y}_{51}K_{15}^2 + \underline{y}_{52} + \underline{y}_{53}K_{35}^2 + \underline{y}_{54}$

On connaît les règles pour écrire les matrices $[A]$ et $[\underline{Y}_{nn}]$ dans le réseau avec incidences galvaniques et on peut établir facilement les règles analogues pour écrire les matrices $[A]$ et $[\underline{Y}_{nn}]$ dans le réseau avec incidences magnétiques. On observe que les admittances de la diagonale de la matrice $[\underline{Y}_{nn}]$ sont multipliées par K^2 pour les noeuds avec incidences magnétiques et les admittances des autres caisses sont multipliées par K pour les branches avec incidences magnétiques.

Procédant comme au paragraphe 2, on choisit un noeud d'équilibrage, par exemple, le noeud 5 et on obtient l'équation 15 où $[\underline{C}_r]$ est une matrice colonne aux termes différant de l'unité :

$$[\underline{C}_r] = -[\underline{Z}_{rr}][\underline{Y}_{re}]. \tag{28}$$

On calcule la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$ par synthèse, considérant d'abord les branches arbres, ensuite les branches cordes :

Lors de l'introduction d'une branche arbre L_{ip} on applique les relations (21), dont il résulte :

— pour l'incidence magnétique à n'importe lequel des noeuds i ou p :

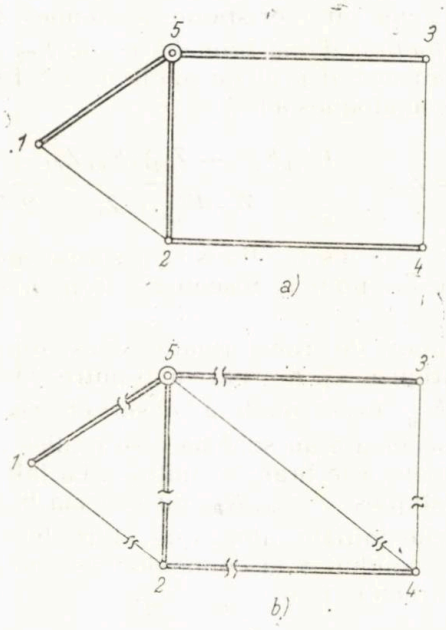


Fig. 7 : Les graphes de certains réseaux électriques :
a) le graphe du réseau sans transformateurs ;
b) le graphe du réseau avec transformateurs.

$$[\underline{Z}_{rs}] = [\underline{Z}_{rl}]\, K_{pi}$$
$$[\underline{Z}_{sr}] = K_{pi}\, [\underline{Z}_{ir}] \qquad (29)$$

— pour l'incidence magnétique au noeud i :

$$\underline{Z}_{pp} = \underline{Z}_{ll}\, K_{pi}^2 + \underline{z}_{ip} \qquad (30)$$

— pour l'incidence magnétique au noeud p :

$$\underline{Z}_{pp} = \underline{Z}_{ll}\, K^2 + \underline{z}_{ip}\, K_{pi}^2 \qquad (31)$$

Les relations (29), (30) et (31) s'appliquent aussi lorsqu'on recalcule la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$ pour le réseau avec rapports de transformation modifiés sur les branches radiales. On considère, par exemple, la branche radiale L_{ip}, où p est un noeud terminal (aux bornes d'un consommateur ou d'une génératrice) et on pose le problème de réévaluer la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$ pour les nouvelles caractéristiques $\underline{z}'_{ip}$, K'_{ip} de la branche L_{ip}.

Les nouvelles sous-matrices $[\underline{Z}'_{rs}]$ et $[\underline{Z}'_{sr}]$ seront calculées à l'aide des relations (29) où la sous-matrice $[\underline{Z}_{ri}]$ restera inchangée (c'est la colonne i de la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$) et on remplace le rapport K_{pi} par le rapport K'_{pi}. On calcule le nouveau terme $\underline{Z}'_{pp}$ à l'aide de l'une des relations (30) ou (31) en y introduisant les nouvelles caractéristiques $\underline{z}'_{pq}$, K'_{pq} à la place des caractéristiques anciennes Z_{pq}, K_{pq}.

Lors de l'introduction d'une branche corde L_{pq} on considère l'incidence magnétique au noeud p et on applique les relations (25) dont il résulte des relations analogues à (27) :

$$\underline{Z}'_{ik} = \underline{Z}_{ik} - \frac{(\underline{Z}_{ip}K_{qp} - \underline{Z}_{iq})(K_{qp}\underline{Z}_{pk} - \underline{Z}_{qk})}{\underline{z}_{pq} + \underline{Z}_{pp}K_{qp}^2 + \underline{Z}_{qq} - 2\underline{Z}_{pq}K_{qp}} \tag{32}$$

Les relations (32) ou les relations (25) seront appliquées aussi pour réévaluer la matrice $\underline{Z}_{rr}$ pour le réseau aux rapports de transformation modifiés.

Modifier un rapport de transformation c'est remplacer une branche ayant les caractéristiques $\underline{z}_{pq}$, K_{pq} par une autre branche ayant les caractéristiques $\underline{z}'_{pq}$, K'_{pq}. Il est facile à observer, en suivant la figure 8, que le passage du schéma a au schéma c se réalise par la connexion du schéma b parallèlement à la branche initiale. Le fait d'avoir introduit la corde aux caractéristiques $-\underline{z}_{pq}$, K_{pq} du schéma b a pour résultat l'ouverture de la branche initiale, alors que l'introduction de la deuxième corde du schéma le conduit à la connexion des noeuds p et q par une branche ayant les caractéristiques $\underline{z}'_{pq}$, K'_{pq}.

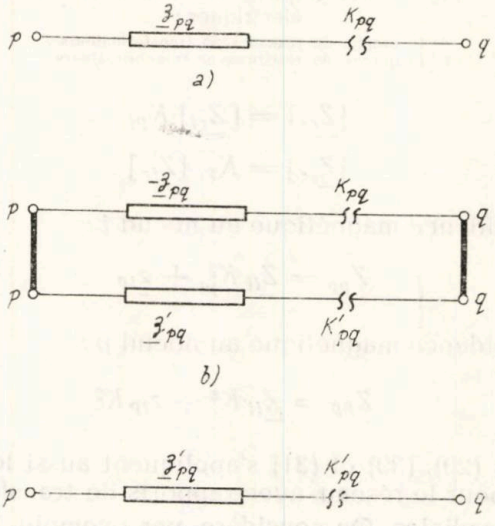


Fig. 8 : Comutation des prises des transformateurs :
a) la branche initiale ; *b)* le schéma à connecter ; *c)* la branche finale.

Les cordes du schéma *b* peuvent être introduites simultanément, si l'on utilise les relations générales (25) qui exigent l'inversion d'une matrice $[\underline{Z}'_c]$ du deuxième ordre. Les cordes du schéma *b* peuvent être introduites successivement, en utilisant les relations (32). On peut introduire les cordes dans n'importe qued ordre si la branche initiale n'est pas nécessairement une branche arbre, telle que les branches radiales ou les branches uniques de liaison entre sous-réseaux.

Si la branche initiale est une branche arbre, il est nécessaire d'introduire d'abord la corde aux caractéristiques $\underline{z}'_{pq}$, K'_{pq}, ensuite celle aux caractéristiques $-\underline{z}_{pq}$, K_{pq}, cela est dû au fait que par l'ouverture d'une branche arbre on sépare le réseau en deux sous-réseaux dont l'un seulement comporte le noeud d'équilibrage. La matrice $[\underline{Z}_{rr}]$ pour le sous-réseau sans noeud d'équilibrage n'a aucun sens, portant le dénominateur des relations (32) est égal à zero.

5. *Conclusions*

On étudie le régime symétrique des réseaux électroénergétiques a l'aide du schéma équivalent du réseau direct de la méthode des composantes symétriques. Les éléments passifs du réseau électro-énérgétique (lignes et transformateurs) sont représentés dans le schéma équivalent par des branches longitudinales et transversales, caractérisées par des impédances et des admittances, et les récepteurs, par les courants éjectés aux noeuds du réseau passif. La représentation des recepteurs par des courants ou eventuellement par des puissances, permet de prendre en considération facilement les caractéristiques nonlinéaires de ces éléments.

Le schéma équivalent du réseau passif présente deux particularités : 1) les admittances des branches transversales sont relativement réduites et 2) le réseau de branches longitudinales contient un nombre réduit de cycles indépendants. Dans ces conditions, il est recommandable d'utiliser une méthode particulière, permettant de réduire le volume de calcul.

— on prend en considération les branches transversales par des courants aux noeuds, que l'on calcule à nouveau pour chaque approximation succésive ;

— on résout l'équation (13) pour les noeuds indépendants du réseau longitudinal en inversant la matrice $[\underline{Y}_{rr}]$; on calcule la matrice $[\underline{Z}_{rr}] = [\underline{Y}_{rr}]^{-1}$ de l'ordre r à l'aide des relations (25) qui exige l'inversion de la matrice $[\underline{Z}_c]$ de l'ordre c, ou bien ou le calcule a l'aide de relations (27) qui s'appliquent c fois succésivement.

On étudie les réseaux électro-énergétiques avec transformateurs à l'aide d'une matrice d'incidence galvanique et magnétique. La méthode exposée présente les avantages suivants, par rapport aux méthodes déja connues :

— C'est une méthode générale qui s'applique de la même façon pour les réseaux avec ou sans transformateurs sur les branches faisant partie de boucles fermées.

— C'est une méthode simple et intuitive, parce que les raisonnements et les relations en sont analogues à ceux du réseau sans transformateurs.

— Cette méthode permet d'établir des règles simples pour écrire directement la matrice $[\underline{Y}_{rr}]$ et pour former par synthèse la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$.

— Les relations établies pour la synthèse du réseau avec transformateurs s'appliquent également à la réévaluation de la matrice $[\underline{Z}_{rr}]$ pour le réseau aux rapports de transformation modifiés après la commutation des prises.

Il est à mentionner qu'une partie des règles établies pour écrire et former les matrices se retrouvent dans d'autres travaux aussi, mais non sous la forme générale qu'on leur a donnée dans cet article. L'élaboration de la méthode générale d'étude des réseaux avec transformateurs a permis de résoudre le problème de la commutation des prises des transformateurs, problème qui, au point de vue du volume des calculs n'avait pas trouvé de solutions acceptables dans la littérature de spécialité.

La chaire de réseaux électrique
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Berge C.* Théorie des graphes et ses aplications. Dunod, Paris, 1958.

2. *Gaussens P., Pardignan I., Augès P., Augé J.* L'évolution des méthodes de calcul des des réseaux maillés liés à l'utilisation des machines aritmétiques.

3. *Augès P.* Représentation des plusieurs sous-réseaux couplés magnétiquement par des transformateurs. Second Power Systems Computation Conference, Stokholm, 1967.

4. *Reinisch R.* Theoretische Grundlagen der Berechnung optimaler Übernetzungs verhältnisse der Netzkopplungs Transformatoren. E.T.Z., 50 (1960), B 5, S. 289—296.

5. *Edelmann H.* Berechnung elektrischen Verbundnetze. Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1963.

6. *Happ H. H.* Analysis of network with complex autotransformers. I.E.E.E., Trans. Power Apparatus and Systems, vol. 65, April 1963.

7. *Potolea E.* Calcul du régime permanent des systèmes électriques. Edit. Tehnică, București, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 5

HIDRAULICĂ

C.Z.: 621.2.01

APPLICATION DE LA THEORIE DES AXES HYDRAULIQUES AU DEVERSOIR A SEUIL EPAIS *

JULIETA FLOREA
Chaire d'Hydraulique et Machines Hydrauliques.
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — Bucarest

MARC DE SOMER
Laboratoire d'Hydraulique
Université de GAND

I. Introduction

Le déversoir à seuil épais a fait l'objet de nombreuses études parmi lesquelles on signale celles de Belanger (l'hypothèse du débit maximum), Bazin (les vérifications de cette hypothèse), d'Escande, de Hunter Rouse, de J. G. Woodburn, de L. J. Tison, de D. Dumitrescu, de Certousov, de Bakhmeteff etc.

Dans le présent travail l'étude du mouvement lent par dessus le déversoir à seuil épais à pente de fond nulle sera reprise pour les cas suivants : lame déversante adhérente, lame déversante complètement aérée et déversoir noyé. Le procédé utilisé consiste dans le tracé de l'axe hydraulique sur le seuil dont on connaît le coefficient de rugosité.

En Belgique on appelle „l'axe hydraulique du cours d'eau" l'intersection de la surface libre de ce cours d'eau avec un cylindre vertical ayant l'axe du cours d'eau comme directrice. Rappelons que les Anglo-Saxons utilisent le dénomination „water surfaces profiles" pour désigner en général les axes hydrauliques, „supercritical flow" pour les axes d'amont et „backwater cuves" or „subcritical flow" pour les axes d'aval. Les Français emploient l'expression „courbes de remous" (le nom est aussi utilisé en Roumanie). On dit que l'écoulement est „tranquille" pour les axes d'aval et qu'il est „torrentiel" pour les axes d'amont tandis que les Allemands appellent „schiessen" le mouvement dans le cas des axes d'amont et „strömen" l'écoulement des axes d'aval.

On peut démontrer que dans le cas d'un seuil à faible pente de fond ou horizontal et relativement long (faible valeur de $\frac{p}{L}$, p hauteur du seuil, L longueur du seuil), un très bon procédé pour établir le débit et les hauteurs d'eau sur le seuil est de tracer l'axe hydraulique sur le seuil [1].

* Ouvrage reçu à la rédaction le 25 Iuni 1969.

On verra que les débits q calculés et la surface de l'eau obtenue par la méthode que nous venons d'indiquer, sont quasi identiques à ceux qui ont été mesurés au Laboratoire d'Hydraulique de l'Université de Gand [1, 2] et également avec les essais faits au Laboratoire d'Hydraulique de l'Académie de la République Socialiste de Roumanie et de l'Institut Polytechnique de Bucarest [3].

La validité de cette méthode appliquée au déversoir à seuil épais se trouve confirmée avec une approximation satisfaisante par les méthodes soviétiques de calcul pour cette classe de déversoirs.

Le calcul numérique d'un axe hydraulique suivant la méthode susdite est assez difficile. C'est la raison pour laquelle, au Laboratoire d'Hydraulique de l'Université de Gand, on a rédigé et mis au point tout récemment un programme universel pour un Calculateur I.B.M. 360 qui détermine l'axe dans un lit prismatique en tenant compte des conditions à l'amont et à l'aval, le calcule point par point et le dessine [8].

A côté de sa précision, ce programme offre l'avantage d'une grande rapidité de calcul, ce qui rend la méthode préférable à toutes les autres méthodes actuelles.

Pour appliquer la théorie des axes hydrauliques au déversoir à seuil épais, l'écoulement sur le déversoir peut être considéré comme étant constitué par un écoulement dans un canal de longueur égale à celle du seuil, alimenté à l'amont par un réservoir avec production d'une inflexion de la surface supérieure et se déversant à l'aval en nappe libre ou en diverses autres formes habituelles de nappes.

II. Rappel de quelques elements de la theorie des axes hydrauliques [2]

Si on envisage l'étude d'un tronçon du cours d'eau dans un canal ou dans une rivière, on s'aperçoit qu'il est limité tant à l'amont qu'à l'aval par des dispositifs qui peuvent être très variés : réservoir, vannes, déversoirs, autre cours d'eau etc.

On verra que l'étude à l'aide de dispositifs constitués par des réservoirs donne des résultats auxquels on pourrait ramener les écoulements dus à d'autres dispositifs. La figure 1 donne la configuration d'un canal de pente i avec lit prismatique.

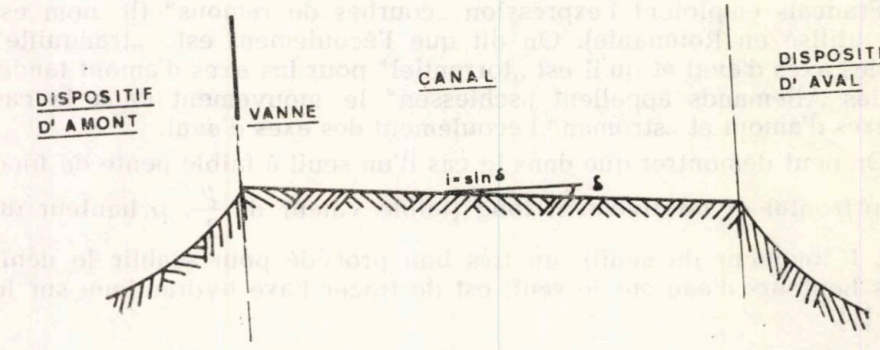


Fig. 1

L'eau est introduite dans le canal par un réservoir d'amont de dimensions supposées illimitées et elle aboutit à un réservoir d'aval du même type.

L'équation générale du mouvement permanent si le lit est prismatique est

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{x}{\omega^3} b q^2}{\sqrt{1 - i^2} - \frac{q^2}{g} \frac{l}{\omega^3}} = \frac{D}{N}$$

ou q est le débit, ω la surface mouillée, X le périmètre mouillé l la largeur à la surface et b un coefficient de frottement.

Cette équation différentielle permet de trouver le s correspondant à une valeur de h quand on connaît une première valeur de h_1 correspondant à un certain s_1, c'est-à-dire de déterminer la surface séparant le liquide de l'atmosphère.

Comme pour une valeur déterminée de h_1 l'équation en $\frac{dh}{ds}$ donne la valeur du coefficient angulaire à la tangente à l'axe hydraulique au point considéré quand le débit, la pente et la forme du lit son donnés, certaines valeurs de h fournissent des valeurs $\frac{dh}{ds}$ dont la connaissance permet de donner l'allure générale des axes.

Pour connaître la théorie des axes que nous avons utilisée, on remarquera tout d'abord que les droites

$h = HE$ = la hauteur du mouvement uniforme ($D=0$) et

$h = HK$ = la hauteur du mouvement critique ($N=0$) (fig. 2 a)

divisent l'espace en 3 régions I, II III telles que $\frac{dh}{ds}$ est >0 dans la région I, négatif dans la région II et positif dans la région inférieure III et qu'en cas de faible pente de fond $HE > HK$ tandis que $HK > HE$ si la pente de fond est forte. Les figures 2a, 2b montrent que pour une faible pente de fond les quatre axes possibles sont A_1, A_2, A_3 et A_u, pour la forte pente de fond B_1, B_2, B_3 et B_u et pour une pente de fond nulle, HE devient infini et la zone I disparaît.

On appellera axes d'amont ceux dont les hauteurs d'eau sont inférieures à HK (A_3, B_2, B_u. B_3). Les axes d'aval seront ceux dont les hauteurs d'eau sont supérieures à HK (A_1, A_2, A_u et B_1).

Le problème général du tracé de l'axe hydraulique en mouvement permanent peut se poser de la façon suivante : le lit d'un cours d'eau étant donné (pente et forme du lit) et connaissant les dispositifs d'amont et d'aval, déterminer le débit et tracer l'axe. Le débit est déterminé par la différence des hauteurs d'eau dans le réservoir et dans la première

section du canal. Or cette dernière hauteur est aisée à détereminer si l'axe hydraulique commence par un axe d'amont mais elle ne peut être obtenue que par des tâtonnements si l'axe est complètement d'aval.

Lorsque la génération d'un axe d'amont n'est pas à priori impossible, on commence par admettre l'existance de cet axe ; le débit qui y correspond est alors déterminé et en traçant cet axe on examinera s'il est compatible avec les conditions imposées à l'aval. L'axe d'aval ne sera tracé que s'il fallait répondre négativement à la question précédente.

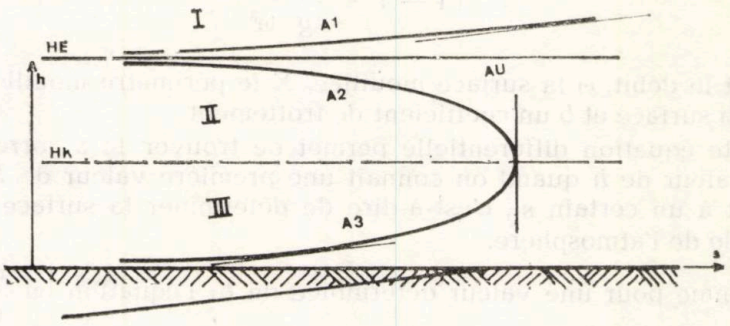


Fig. 2 a

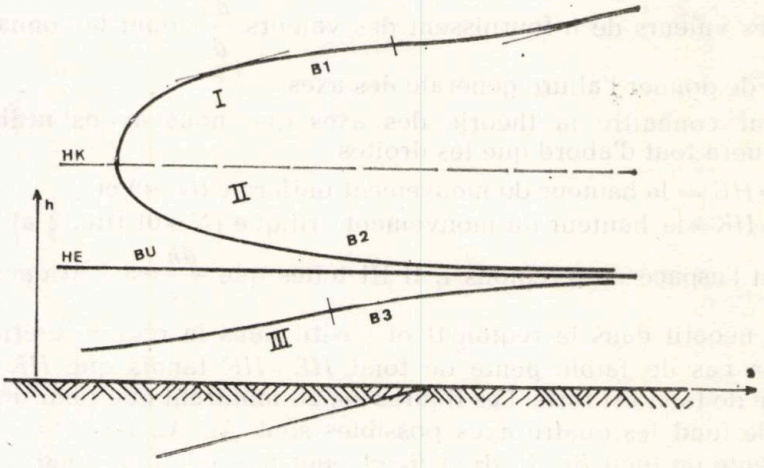


Fig. 2 b

A. *Dispositif d'amont*

Supposons que l'eau du réservoir amont où la vitesse peut être considérée comme nulle, passe sous une vanne dans le canal de pente i avec lit prismatique. La levée de la vanne est déterminée par la hauteur a tandis que le niveau de l'eau dans le réservoir est déterminé par c (fig. 3a, 3b).

Les divers cas suivants sont possibles à priori :

1. l'écoulement noyé (3) ;
2. le ressaut dénaturé (1) ;
3. l'affleurement (2) ;
4. la chute dans le réservoir ou inflexion (4, 5).

1. Dans le cas du ressaut dénaturé ou l'écoulement noyé, l'axe qui en résulte est toujours d'aval. On ne traîtera pas ce cas parce qu'il n'intervient pas dans le problème du déversoir.

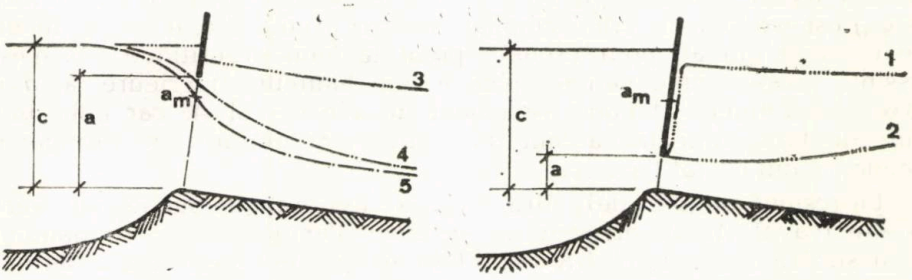


Fig. 3 a b.

2. L'affleurement se produit quand la veine s'échappant du réservoir d'amont touche l'arète inférieure de la vanne et ne se relève pas brusquement après son passage sous la vanne.

Le débit est donnée par $q = \theta\omega\sqrt{rg(c-a)}$ formule des vases communicants.

Si on fait l'étude de la variation du débit q avec a, cette variation peut être représentée par le diagramme ci-après (fig. 4). Le débit maximum q_m est donné pour une levée de la vanne égale à a_m. La hauteur a_m est donnée par l'équation :

$$2(c - a) = \sqrt{1 - i^2 \frac{\omega}{l}} .$$

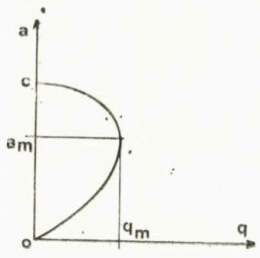


Fig. 4

Si la section du canal est rectangulaire $a_m = \frac{2}{3} c$. la hauteur criti-

que HK croît avec le débit et pour le débit maximum on trouve que $_m = HK\sqrt{1-i^2}$.

3. Si pour l'étude de l'écoulement, dite inflection, on adopte les hypothèses suivantes : vitesses uniformément réparties et section hydrostatique à l'endroit de la rentrée du canal, frottement négligeable et contraction inexistente, on arrive à la conclusion que l'inflection n'est possible que pour des hauteurs d'eau dans la première section du canal égales ou supérieures à a_m.

Dans l'application des axes hydrauliques au déversoir à seuil épais et pente nulle, ceci permet déjà de conclure que la génération d'un axe d'amont ayant comme premier point la hauteur $a_m = HK\sqrt{1-i^2}$ (débit q_m) est exclue. En effet, comme montre la fig. 2 a, il n'y a aucun axe d'amont qui ait pour premier point la hauteur critique (A_3 n'est possible qu'avec une vanne, levée à une hauteur inférieure à a_m). L'axe hydraulique est donc forcément un axe d'aval A_2 car pour une pente de fond nulle la hauteur du mouvement uniform est infiniment grande, ce qui exclut l'axe A_1.

En résumé on peut déjà dire que l'axe hydraulique sur le seuil sera un axe d'aval A_2 aboutissant au système d'amont avec une hauteur d'eau supérieure à a_m et HK ($a_m > HK$) et que le débit sera inférieur au débit maximum q_m.

Il ne reste qu'à discuter le système d'aval afin de pouvoir établir le point d'aval d'où on peut commencer le tracé de l'axe d'aval.

B. *Dispositif d'aval*

Le dispositif d'aval est constitué par un réservoir à niveau constant dans lequel débouche le canal.

Les quatre cas possibles sont représentés schématiquement par la figure 5 :

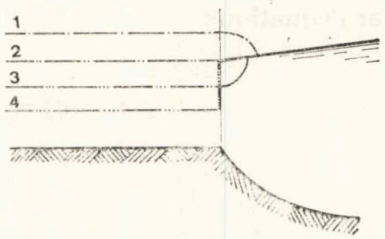


Fig. 5

1. déversement (noyé ou non) ;
2. raccordement ;
3. ressaut dans la dernière section du canal ;
4. ressaut dans le réservoir.

Une attention spéciale sera faite au déversement.

Il est aisé de voir que dans la région de déversement la courbure des filets est telle que l'hypothèse de la répartition uniforme des vitesses ainsi que la répartition hydrostatique des pressions dans les sections droites transversales n'est acceptable et que l'équation générale du mouvement permanent basée sur ces hypothèse n'est plus valable.

On peut démontrer qu'en ce cas la surface d'eau théorique (calculée avec l'hypothèse de la loi hydrostatique ainsi que la répartition uniforme des vitesses) se trouve en dessous de la surface réelle quand on regarde vers l'aval et que ces deux surfaces ne peuvent se recouper vers l'aval.

La détermination rigoureuse de l'axe réel dans la région de déversement n'est pas absolument nécessaire et peut être substituée avec une approximation satisfaisante par l'axe théorique.

La détermination du point de départ de cette surface théorique dans les deux cas possibles de déversement noyé et libre est démontrée à l'aide des figures 6a et 6b.

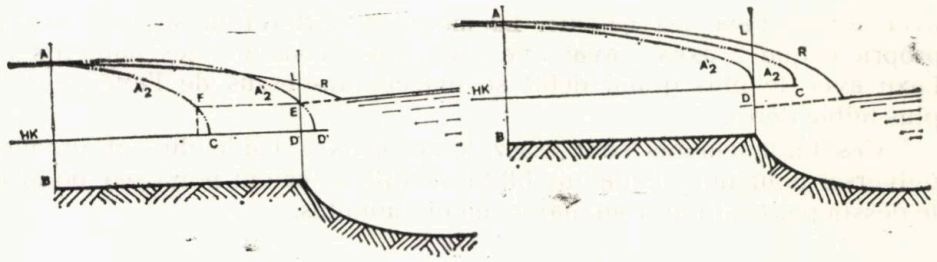


Fig. 6 a b.

On voit qu'en effet l'axe réel R coïncide avec l'axe A_2 théorique dans la section A et que l'axe A_2 reste toujours en dessous de l'axe R.

Vu que la courbure de l'axe A_2 ainsi que celle de l'axe réel R est la plus prononcée dans une partie relativement courte par rapport à la longueur totale du canal, on ne fait qu'une faible erreur en faisant glisser l'axe A_2 soit à gauche, soit à droite de sorte qu'il vienne dans la position A_2'.

La nouvelle position de A_2' montre qu'en cas de déversement noyé le point aval est l'intersection du niveau d'aval avec la dernière section du canal et que dans le cas du déversement libre le point d'aval est la hauteur HK.

Le problème à résoudre se limite maintenant à déterminer le débit q pour une hauteur d'eau (c) donnée à l'amont du déversoir. La solution du dernier problème se fait par un procédé de tâtonnements : on s'impose un débit et on trace l'axe hydraulique en partant de la hauteur HK dans la section aval du seuil — ceci suppose qu'il y a déversement à l'aval du seuil comme dans le cas de la figure 7a —

jusqu'à l'extrémité amont du seuil. En cet endroit on calcule le débit par la formule $q = \theta\omega\sqrt{2\,g\,(c-h)}$. Ce débit doit évidemment être égal à celui avec lequel l'axe a été calculé. Il va de soi que le premier calcul de l'axe A_2 ne concorde pas avec les conditions du réservoir d'amont générateur du débit. Un procédé d'ittération s'impose pour trouver une hauteur d'eau dans la première section du déversoir de sorte que le débit généré par le système d'amont soit égal au débit

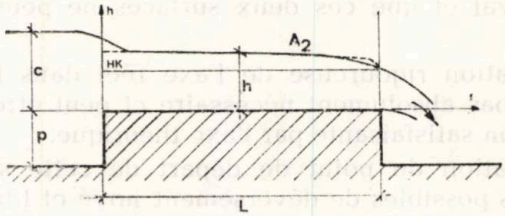


Fig. 7 a

avec lequel l'axe est calculé. La méthode d'ittération se base sur la propriété que 2 axes d'aval ayant un point commun, les hauteurs de l'axe avec le plus grand débit se placent au-dessus de l'axe avec le plus faible débit.

Ces tâtonnements sont assez longs mais à l'aide du programme universel pour un calculateur I.B.M. 360 [8] le calcul point par point et le dessin peuvent durer au maximum dix minutes.

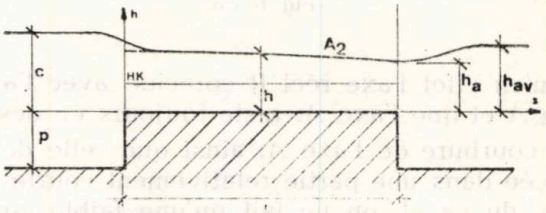


Fig. 7 b

On doit ajouter que si le niveau d'aval est plus grand que *HK* (fig. 7 b), l'axe sur le déversoir est encore A_2 et on peut le déterminer aussi par tâtonnements comme il est mentionné ci-dessus. Toutefois, son premier point dans la section aval du seuil ne sera plus *HK* mais celui donné par la hauteur d'eau d'aval h_{av} ou plutôt [6] un point de hauteur h_a obtenue en appliquant l'équation.

$$h_a = h_{av} - \frac{U_{av}}{g}(U_a - U_{av})$$

III. Verifications experimentales

Les résultats numériques obtenus par la méthode que nous venons d'indiquer, ont été confirmés avec une approximation satisfaisante par les données expérimentales qui ont été obtenues par des essais sur un modèle au Laboratoire d'Hydraulique de l'Académie de la République Socialiste de Roumanie et de l'Institut Polytechnique de Bucarest.

La figure 8 représente l'installation expérimentale utilisée pour les essais sur le modèle (9) du déversoir à seuil épais.

Le modèle dont les dimensions sont $p=6$ cm, $L=24$ cm et une largeur de 30 cm, représente à l'échelle de $\lambda=33{,}3$ un déversoir ayant comme dimensons réelles : $p=2$ m, $L=8$ m et une largeur de 10 m.

Si la similitude de Froude est adoptée, les niveaux d'eau en amont du déversoir sont $c=1{,}25$ cm pour le déversoir avec lame déversante adhérente et $c=3$ cm pour le déversoir avec lame déversante aérée et pour le déversoir noyé. Ces dimensions sont dans le prototype respectivement 0,417 m et 1 m.

Les résultats obtenus sont les suivants :

1. *Mouvement par dessus le déversoir à seuil épais et lame déversante adhérente* (fig. 9).

— *Données pour le calcul de l'axe hydraulique au calculateur IBM 360.*

La hauteur de l'eau dans le réservoir d'amont : 0.4176 m
Longueur du canal prismatique : 8.0 m
Pente du canal : 0.0 m
La hauteur de l'eau dans le réservoir d'aval : 0.0 m
La formule de mouvement uniforme est du type Chezy C=70.000
La section est rectanqulaire : largeur du fond 10.00 m

— *Résultats des calculs.*

Le debit : 4.39826 m³/s
La hauteur critique : $HK=0.27114$ m
L'axe hydraulique dans le canal est du type A_2 (axe d'aval).

L'écoulement dans le système d'amont est caractérisé par une inflexion.

L'ecoulement dans le système d'aval est caractérisé par un déversement. La surface de l'eau sur le seuil calculée avec la méthode d'axe hydraulique est représentée par la figure 10.

Tableau 1

Longueur S_m	0	0.666	1.998	3.996	5.994	6.66	7.326	7.992
Résultats experimentaux Ac. R.S.R. h_m	0.417	0.352	0.333	0.330	0.326	0.319	0.306	0.226
Axe hydraulique Labor. de Gand h_m	0.323(*)	0.321	0.320	0.309	0.298	0.293	0.287	0.271

(*) Inflexion de 0.417 m à 0.323 m

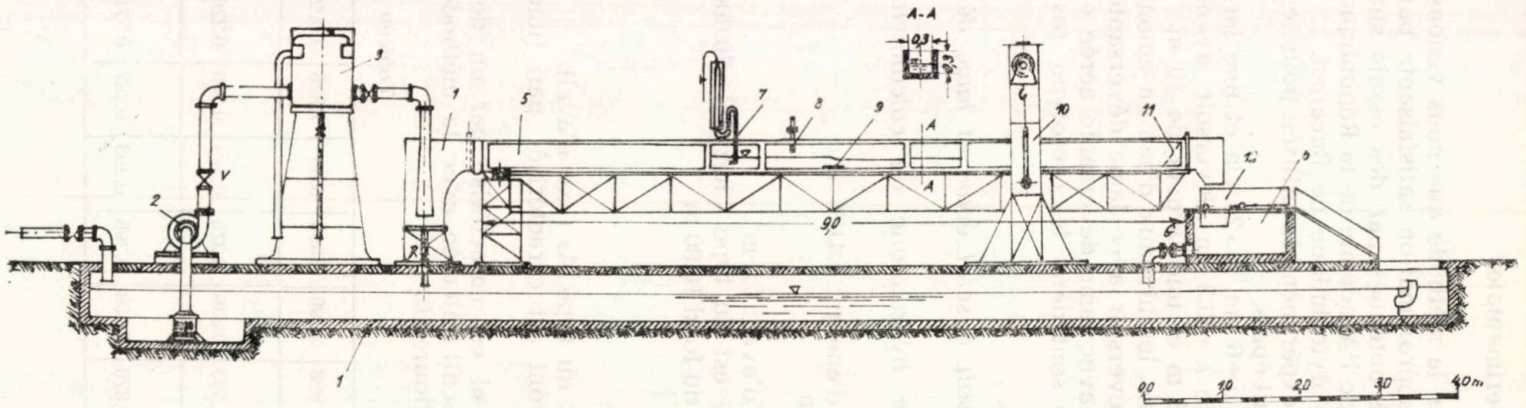


Fig. 8. Insallation expérimentale utilisée pour les essais sur le modèle du déversoir à seuil épais.
Laboratoire d'Hydraulique de Bucarest

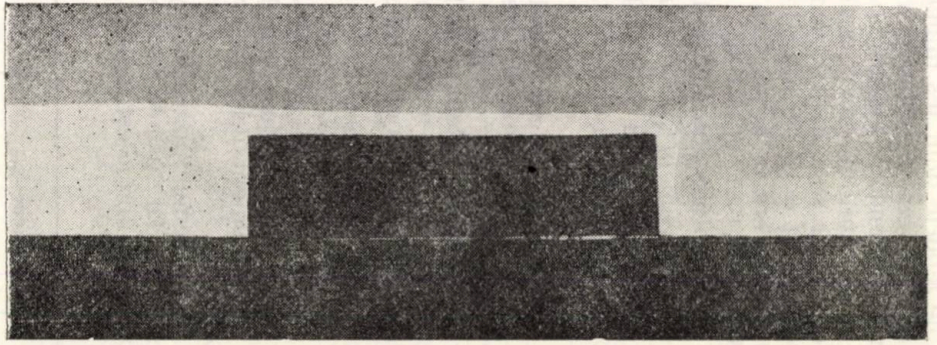


Fig. 9. Ecoulement réalisé au Laboratoire d'Hydraulique de Bucarest.

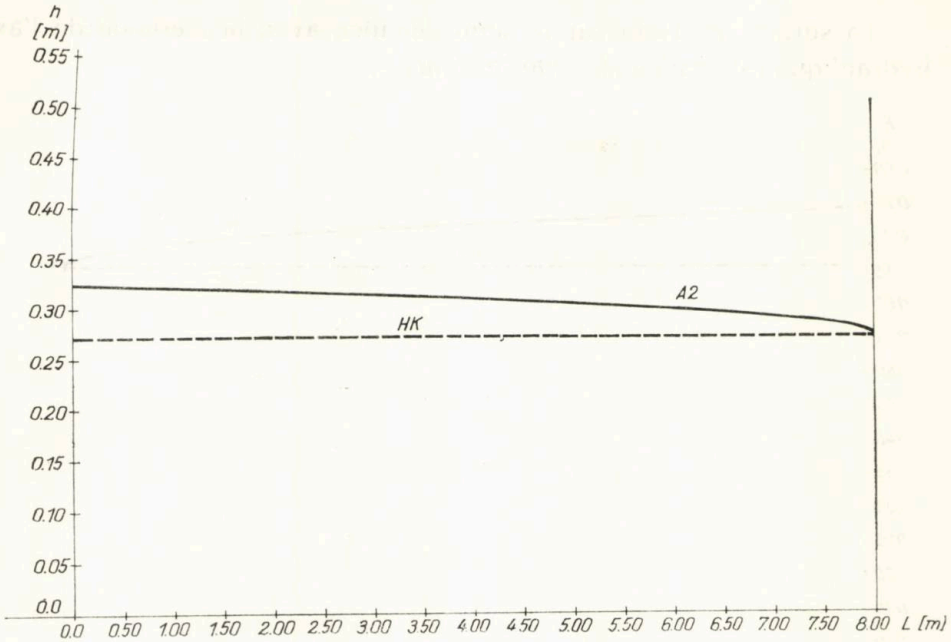


Fig. 10

2. *Mouvement par dessus le déversoir à seuil épais et lame déversante aérée* (fig. 11).

— *Données pour le calcul de l'axe hydraulique au calculateur IBM 360.*

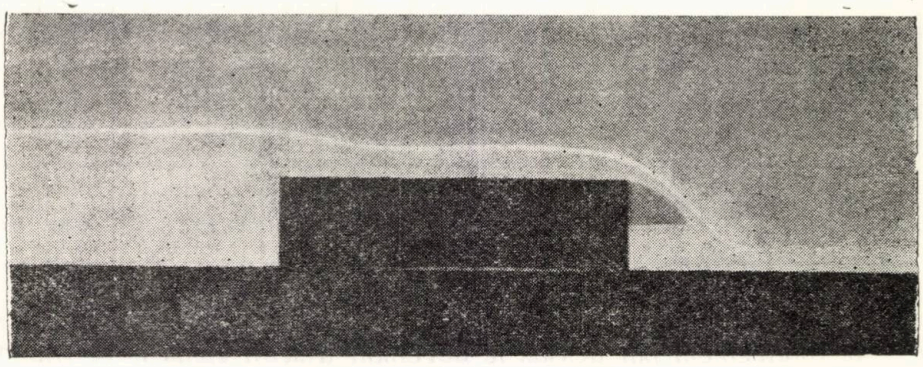


Fig. 11. Ecoulement réalisé au Laboratoire d'Hydraulique de Bucarest

Les données sont les mêmes que dans le cas antérieur à l'exception de la hauteur de l'eau dans le réservoir d'amont qui devient 1.00 m.

— *Résultats du calcul.*

Le débit : 16.67474 m^3/s

La hauteur critique : 0.65808 m

La surface de l'eau sur le seuil calculée avec la méthode de l'axe hydraulique est représentée par la figure 12.

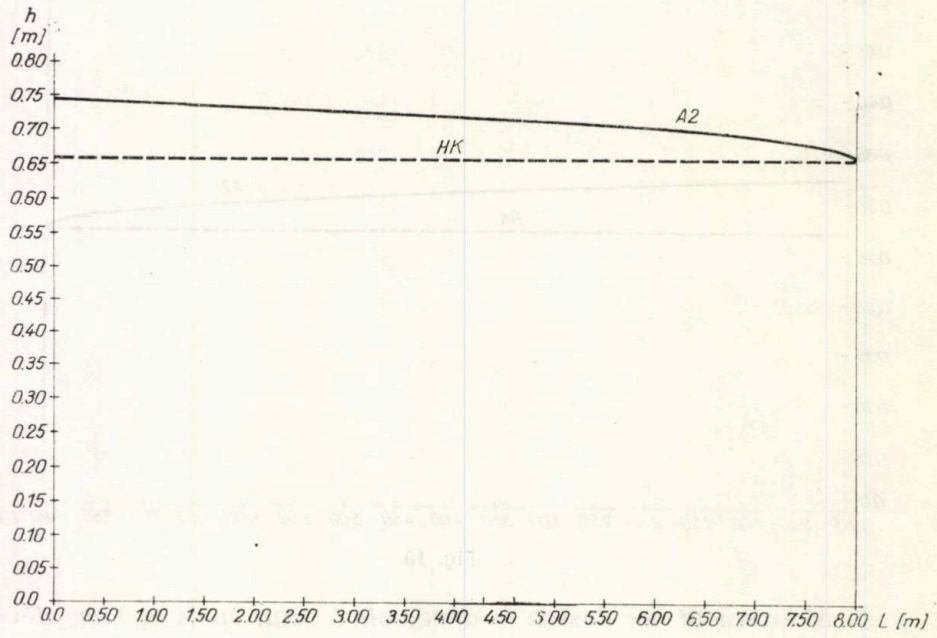


Fig. 12

Tableau 2

Longueur S_m	0	0.666	1.332	2.664	3.996	5.328	6.66	7.992
Résultats experimentaux Ac. R.S.R. h_m	0.879	0.739	0.699	0.690	0.680	0.662	0.626	0.469
Axe hydraulique Labor. de Gand h_m	0.774(*)	0.74	0.737	0.729	0.719	0.708	0.694	0.658

(*) Inflexion de 1.000 m à 0.774 m

3. *Mouvement par dessus le déversoir à seuil épais noyé* (fig. 13). — *Données pour le calcul de l'axe hydraulique au calculateur IBM 360.*

Les données sont les mêmes que dans le cas antérieur à l'exception de la hauteur de l'eau dans le réservoir d'aval qui devient 0.86 m.

— *Résultats du calcul.*

Le debit : 13.97509 m³/s
La hauteur critique : 0.58897 m

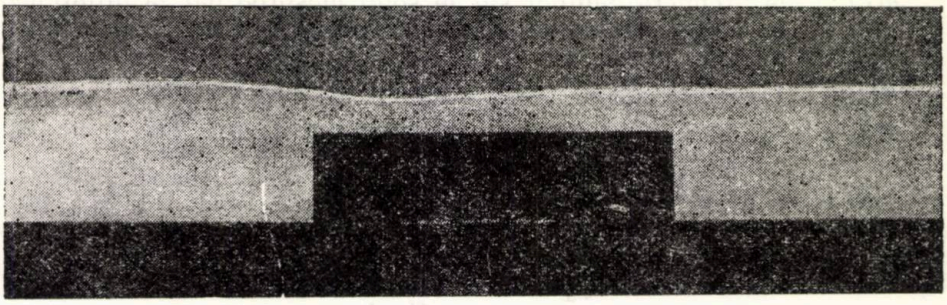


Fig. 13. Ecoulement réalisé au Laboratoire d'Hydraulique de Bucarest.

La surface de l'eau sur le seuil calculée avec la méthode de l'axe hydraulique est représentée par la figure 14.

Tableau 3

Longueur S_m	0	0.666	1.998	3.33	4.662	5.994	7.926	7.992
Résultats experimentaux Ac. R.S.R. h_m	0.9324	0.8325	0.7792	0.7592	0.7659	0.7925	0.8258	0.8591
Axe hydraulique Labor. de Gand h_m	0.868(*)	0.867	0.867	0.864	0.863	0.861	0,86	0.859

(*) Inflexion de 1.000 m à 0.868 m

Les petites différences que l'on constate peuvent être expliquées par le fait que le calcul d'axe a été effectué sur le déversoir du prototype tandis que les essais sur le modèle de dimensions réduites sont un peu déformées par le frottement qui a une plus grande influence à cette échelle.

IV. **Comparaison avec les methodes sovietiques**

Le théorème de Buckingham Bridgman peut être appliqué aux différents paramètres caractéristiques d'un écoulement sur le déversoir à seuil épais, soit

$\varrho(ML^{-3})$ la densité du fluide
$g(LT^{-2})$ l'accélération de la gravité
$l(L)$ la largeur du déversoir

$h(L)$ la première hauteur sur le seuil mesurée par la différence de niveau entre le plan d'eau en ce point ($S=0$) et la crête du seuil

$H(L)$ la profondeur de l'eau en amont $H=c+p$

$p(L)$ la hauteur du seuil du déversoir au dessus du fond du canal

$L(L)$ la longueur du seuil

$v_\infty(LT^{-1})$ la vitesse moyenne dans la section H

$$v_\infty = \frac{Q}{\omega_\infty} = \frac{Q}{H \cdot L}$$

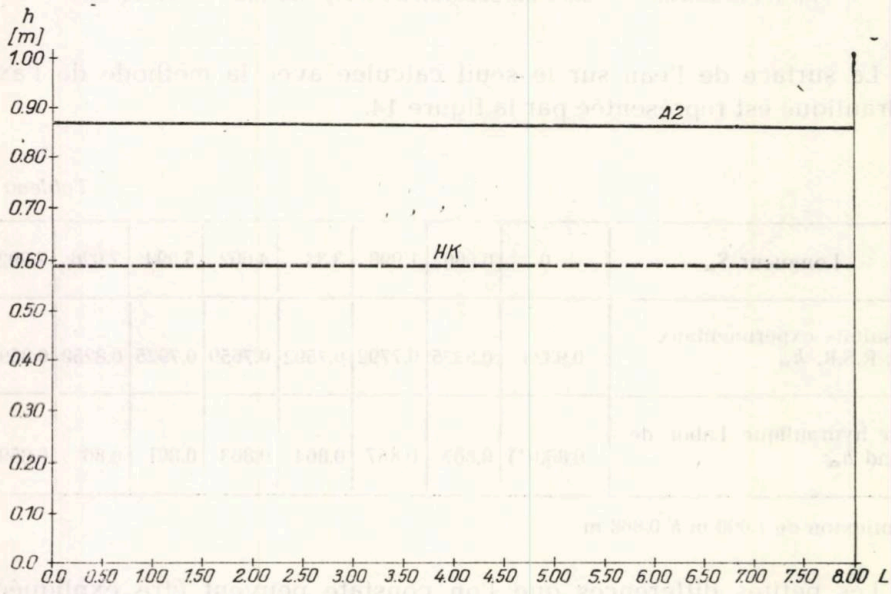


Fig. 14

La relation $\psi(\varrho, v_\infty, H, p, L, g) = 0$ dans laquelle on a choisi ϱ, v_∞, H comme paramètres fondamentaux, deviendra en vertu du théorème π

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0 \text{ ou}$$

$$\pi_1 = p\,\varrho^{\alpha_1} v_\infty^{\beta_1} H^{\gamma_1}$$

$$\pi_2 = L\,\varrho^{\alpha_2} v_\infty^{\beta_2} H^{\gamma_2}$$

$$\pi_3 = g\,\varrho^{\alpha_3} v_\infty^{\beta_3} H^{\gamma_3} \text{ doivent être sans dimensions.}$$

A l'aide des trois équations linéaires pour les inconnus $\alpha_i\,\beta_i\,\gamma_i$ ($i=1, 2, 3$) ou trouve

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0 \qquad \beta_1 = \beta_2 = 0 \qquad \gamma_1 = \gamma_2 = -1$$

$$\alpha_3 = 0 \qquad \beta_3 = -2 \qquad \gamma_3 = 1$$

On obtient ainsi finalement :

$$\frac{V_\infty^2}{gH} = \lambda\left(\frac{p}{H}, \frac{L}{H}\right)$$

où

$$Fr_\infty = \lambda\left(\frac{p}{H}, \frac{L}{H}\right)$$

La fontion $\lambda\left(\frac{p}{H}, \frac{L}{H}\right)$ ne peut être déterminée que par un procédé expérimental. Dans ce but on a utilisé, pour le déversoir à seuil épais, les résultats soviétiques (A. Berezinski, G. Suhomel, B. Smîslov [4]).

Lo fonction ainsi obtenue

$$\frac{V_\infty^2}{gH} = 0{,}7745 - 5{,}1969\left(\frac{p}{H}\right) + 15{,}7891\left(\frac{p}{H}\right)^2 - 25{,}4553\left(\frac{p}{H}\right)^3 + \\ + 20{,}7486\left(\frac{p}{H}\right)^4 - 6{,}6601\left(\frac{p}{H}\right)^5$$

est représentée sur la figure 15 pour $L=8$ (H—p).

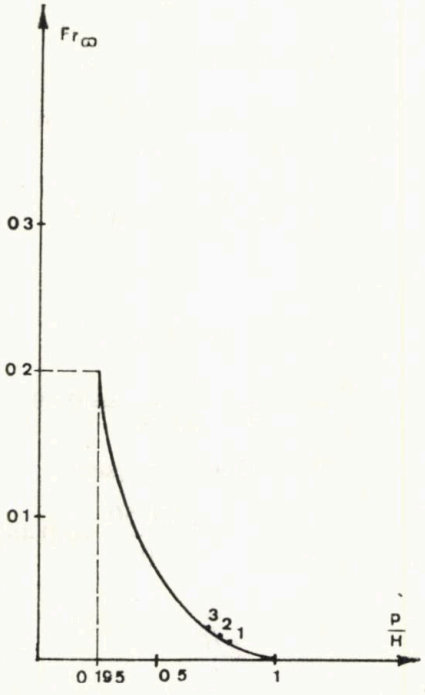


Fig. 15

Dans les cas du déversoir à seuil épais qui ont été calculés selon la méthode de l'axe hydraulique, le rapport $\frac{L}{H}$ étant aussi 8 pour $L=8$ m et $H-p=1$ m, les trois possibilités d'écoulement ont donné les caractéristiques suivants :

1. *Le déversoir à lame adhérente.*

$$h = 0{,}323 \text{ m}$$

$$\frac{p}{h+p} = \frac{2}{2{,}323} = 0{,}862$$

$$Q = 4{,}398 \text{ m}^3/\text{sec}$$

$$v_\infty = \frac{Q}{\omega_\infty} = \frac{Q}{(c+p)1} = \frac{4{,}398}{24{,}17} = 0{,}1825 \text{ m/sec}$$

$$Fr_\infty = \frac{V_\infty^2}{gH} = 0{,}014$$

2. *Le déversoir à lame aérée.*

$$h = 0{,}744 \text{ m}$$

$$\frac{p}{h+p} = \frac{2}{2+0{,}744} = 0{,}73$$

$$Q = 16{,}6747 \text{ m}^3/\text{sec}$$

$$v_\infty = \frac{Q}{\omega_\infty} = \frac{Q}{(c+p)1} = \frac{16{,}6747}{30} = 0{,}556 \text{ m/sec}$$

$$Fr_\infty = \frac{V_\infty^2}{gH} = 0{,}012$$

3. *Le déversoir noyé.*

$$h = 0{,}868 \text{ m}$$

$$\frac{p}{h+p} = \frac{2}{2+0{,}868} = 0{,}69$$

$$Q = 13{,}9750 \text{ m}^3/\text{sec}$$

$$v_\infty = \frac{Q}{w_\infty} = \frac{Q}{(c+p)1} = \frac{13{,}9750}{30} = 0{,}4658 \text{ m/sec}$$

$$Fr_\infty = \frac{V_\infty^2}{gH} = 0{,}0078$$

Les points ainsi obtenus concordent avec une bonne approximation avec la courbe établie.

BIBLIOGRAPHIE

1. *L. J. Tison.* Le déversoir à seuil épais. La Houille Blanche, no. 4, Juillet-août 1950.

2. *L. J. Tison,* Cours d'Hydraulique, 1953.

3. *D. Dumitrescu, V. Ionescu, C. Iancu.* Contribuţii teoretice şi experimentale la studiul mişcării peste deversoare. Studii şi cercetări de mecanică aplicată nr. 3, 1958.

4. *D. Dumitrescu.* Courbes caractéristiques des déversoirs. Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, mai 1958.

5. *M. D. Certousov.* Hidraulica. Ed. tehnică Bucureşti, 1966.

6. *Bazin.* Recherches sur les déversoirs (Annales des Ponts et Chausées, 1895—1898).

7. *Escande.* Le principe du maximum du débit des déversoirs à seuil épais.

8. *Hunter Rouse.* Fluid Mechanics for Hydraulic Engineers.
— Verteilung des Hydraulischen Energie beim einem lotrechten Absturz. Oldenbourg 1933.

9. *M de Somer, J. Berlamont, P. Meeus, F. Zwaenepoel.* Calculation of Water Surface Profiles on a Digital Computer. Hydraulic Laboratory of the Ghent State University, 1970.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 5

C.Z. :621.2.09

ECOULEMENT D'UN FLUIDE D'UN RESERVOIR PLAN INFINI PAR UNE CONDUITE DE FOND *)

COSTEL IANCU

Lors de l'écoulement d'un fluide par un orifice de fond, d'un réservoir à rayon R ou bien d'un réservoir plan infini (à rayon infini) pour un même orifice de rayon r_0 et pour une même hauteur H du fluide du réservoir, l'on obtient deux types différents d'écoulement à symétrie axiale. Dans un cas, la suface libre du fluide en est une équipotentielle, tandis que dans l'autre, elle est une surface de courant. Cette remarque est confirmée par les observations faites en nature et elle conduit à des spectres d'écoulement différents.

Vu que le premier cas a déjà été traité dans un travail antérieur [1], par la méthode d'intégration numérique de l'équation de Laplace, dans le présent travail nous tâchons de traiter le second cas, en considérant le fluide parfait et pesant ; pour la résolution de l'équation de Laplace, nous allons utiliser la méthode de la séparation des variables.

Ce type d'écoulement, dont l'image (fig. 1) photographiée sur une installation expérimentale et présentée schématiquement fig. 2, représente en fait une étape intermédiaire de l'étude de l'écoulement à vortex, pour lequel nous allons utiliser les résultats obtenus dans ce travail.

L'équation de continuité en coordonnées cylindriques du plan meridien s'écrit :

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{v_r}{r} = 0, \tag{1}$$

et les vitesses ont les expressions :

$$\begin{cases} v_r = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial z} \\ v_z = +\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial r} \end{cases} \tag{2}$$

*) Communique au III-e Congrès Interbalcanique des Mathématiciens. Bucarest. septembre 1966.

En introduisant ces valeurs dans la condition d'irrotationnalité — l'écoulement étant potentiel,

$$\frac{\partial v_r}{\partial z} = \frac{\partial v_z}{\partial r} \tag{3}$$

on obtient l'équation de Laplace écrite en coordonnées cylindriques pour un écoulement axial symétrique

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \tag{4}$$

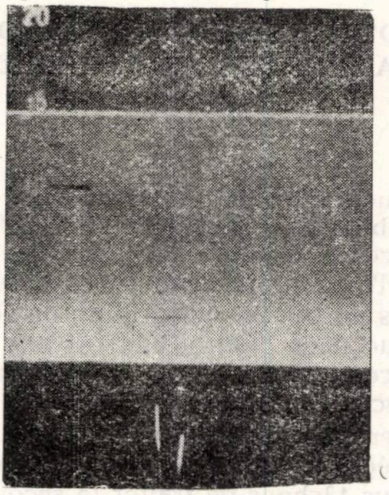


Fig. 1. Photographie de l'écoulement à symetrie axiale.

de laquelle on peut déduire la fonction de courant de Stokes. La solution de cette équation peut être obtenue par la méthode de résolution Bernoulli-Fourier, les valeurs et les fonctions propres étant déterminées des conditions aux limites.

La solution aura la forme :

$$\psi(r, z) = \mathfrak{R}(r)\,\mathfrak{Z}(z), \tag{5}$$

où les fonctions $\mathfrak{R}$ et $\mathfrak{Z}$ sont des fonctions d'une seule variable.

Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
&\text{a) } z = 0 && \psi = 0\\
&\text{b) } z = H && \begin{cases} \psi_A = \psi_0 \\ \psi_B = \left(\dfrac{r}{r_0}\right)^2 \psi_0 \end{cases}\\
&\text{c) } r = 0 && \psi = 0\\
&\text{d) } r = R && \psi = \frac{z}{H}\,\psi_0
\end{aligned} \tag{6}$$

ce qui signifie la connaissance de la fonction ψ sur le contour du domaine déterminé par la surface libre, l'axe de l'écoulement, le plan de l'orifice, le fond du réservoir et un cylindre à rayon R, auquel les lignes de courant sont parallèles à la surface libre et au fond du réservoir.

Il s'agit donc du problème de Dirichlet pour le domaine considéré, la fonction ψ_0 ayant la valeur :

$$\psi_0 = \frac{Q}{2\pi} = \frac{v_m}{2} r_0^2. \tag{7}$$

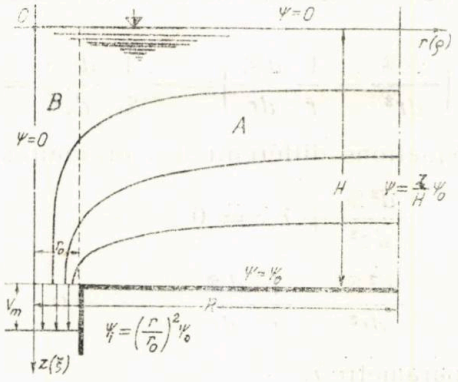


Fig. 2. Esquisse de l'écoulement à l'étude.

Les conditions aux limites peuvent également être écrites en fonction des vitesses :

$$\text{a) } z = 0 \qquad v_z = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} = 0$$

$$\text{b) } z = H \quad \begin{cases} v_{zA} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi_A}{\partial r} = 0 \\ v_{zB} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi_B}{\partial r} = -v_m \end{cases} \tag{6'}$$

$$\text{c) } r = 0 \qquad v_r = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi_B}{\partial z} = 0$$

$$\text{d) } r = R \qquad v_r = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi_A}{\partial z} = -\frac{r_0^2}{RH} v_m,$$

donc dans le plan de l'orifice la vitesse est considéré constante (condition b pour le domaine B) et pour un rayon suffisamment grand par rapport à l'axe de l'orifice, la répartition des vitesses radiales est pareillement constante sur toute la hauteur H.

En remplaçant les dérivées partielles de la fonction ψ de (5) en (4) on obtient,

$$\mathfrak{Z}\frac{d^2\mathfrak{R}}{dr^2} + \mathfrak{R}\frac{d^2\mathfrak{Z}}{dz^2} - \frac{1}{r}\mathfrak{Z}\frac{d\mathfrak{R}}{dr} = 0$$

ou en ordonnant les termes d'après les variables r et z, nous obtenons

$$\frac{1}{\mathcal{R}}\left(\frac{d^2\mathcal{R}}{dr^2}-\frac{1}{r}\frac{d\mathcal{R}}{dr}\right)=-\frac{1}{\mathcal{Z}}\frac{d^2\mathcal{Z}}{dz^2}, \tag{8}$$

chacun des membres dépendant d'une seule variable. L'égalité de la relation (8) n'est pas gardée que lorsque chacun de ses membres se réduit à une constante λ,

$$\frac{1}{\mathcal{R}}\left(\frac{d^2\mathcal{R}}{dr^2}-\frac{1}{r}\frac{d\mathcal{R}}{dr}\right)=-\frac{1}{\mathcal{Z}}\frac{d^2\mathcal{Z}}{dz^2}=\lambda. \tag{9}$$

On obtient deux équations différentielles ordinaires d'ordre deux,

$$\frac{d^2\mathcal{Z}}{dz^2}+\lambda\mathcal{Z}=0 \tag{10}$$

$$\frac{d^2\mathcal{R}}{dr^2}-\frac{1}{r}\frac{d\mathcal{R}}{dr}-\lambda\mathcal{R}=0 \tag{11}$$

qui contiennent le paramètre λ.

Dans cette situation il s'agit d'un problème Sturm-Liouville, c'est-à-dire, de déterminer les valeurs λ, dénommées valeurs propres, pour lesquelles il y a des solutions non-banales du problème.

Pour des valeurs positives de λ, la solution de l'équation différentielle (10) est :

$$\mathcal{Z}(z)=C_1\cos(\sqrt{\lambda}\,z)+C_2\sin(\sqrt{\lambda}\,z). \tag{12}$$

L'équation (11) peut être amenée à l'une des formes du type Bessel, par des changements convenables des variables et ensuite résolue si l'on remplace $\mathcal{R}=\varrho\,r^{\alpha}$, ϱ — étant une nouvelle variable et α un exposant qui sera déterminé convenablement ci-dessous. Ainsi, l'équation (11) devient :

$$r^2\frac{d^2\varrho}{dr^2}+r\frac{d\varrho}{dr}(2\alpha-1)+\varrho[\alpha(\alpha-2)-\lambda r^2]=0. \tag{13}$$

Si nous prenons $\alpha=1$ afin d'obtenir le coefficient de $\frac{d\varrho}{dr}$ égal à 1, l'équation (13) s'écrit :

$$r^2\frac{d^2\varrho}{dr^2}+r\frac{d\varrho}{dr}+(-\lambda r^2-1)\varrho=0. \tag{14}$$

et pour obtenir le coefficient de r^2 du dernier terme, égal à 1, nous effectuons la substitution $i\sqrt{\lambda}\,r=x$.
En remplaçant dans (14) nous obtenons,

$$x^2\frac{d^2\varrho}{dx^2}+x\frac{d\varrho}{dx}+(x^2-1)\varrho=0. \tag{15}$$

De cette façon nous avons obtenu une équation du type Bessel où le paramètre $\nu=1$. La solution de cette équation est

$$\varrho = C_3 J_1(x) + C_4 Y_1(x) \tag{16}$$

où J_1 et Y_1 sont les fonctions de Bessel de la première et de la deuxième espèce et d'ordre 1. En revenant aux variables initiales, l'on obtient

$$\varrho = C_3 J_1(i\sqrt{\lambda}\, r) + C_4 Y_1(i\sqrt{\lambda}\, r). \tag{17}$$

Les fonctions J_1 et Y_1 étant d'argument imaginaire, elles seront remplacées par les fonctions modifiées de Bessel, I_1 et K_1, de la première et de la deuxième espèce d'argument purement imaginaire,

$$\varrho = C_3 I_1(\sqrt{\lambda}\, r) + C_4 K_1(\sqrt{\lambda}\, r). \tag{18}$$

Vu que $\varrho = \frac{\mathcal{R}}{r^\alpha}$, nous obtenons la solution générale finale de l'équation (11),

$$\mathcal{R}(r) = r\,[C_3 I_1(\sqrt{\lambda}\, r) + C_4 K_1(\sqrt{\lambda}\, r)]. \tag{19}$$

La solution de l'équation (5) est alors,

$$\psi(r,z) = r\,[C_1 \cos(\sqrt{\lambda}\, z) + C_2 \sin(\sqrt{\lambda}\, z)]\,[C_3 I_1(\sqrt{\lambda}\, r) + C_4 K_1(\sqrt{\lambda}\, r) \tag{20}$$

En utilisant les conditions aux limites, nous obtenons les constantes d'intégration. Ainsi, la condition a ($z=0\rightarrow\psi=0$) est vérifiée lorsque $C_1=0$. On obtient ainsi

$$\psi(r,z) = r\,C_2 \sin(\sqrt{\lambda}\, z)\,[C_3 I_1(\sqrt{\lambda}\, r) + C_4 K_1(\sqrt{\lambda}\, r)]. \tag{21}$$

Puisque pour les deux domaines nous avons des conditions aux limites séparées, nous allons écrire séparément l'équation des lignes de courant,

$$\psi_A(r,z) = r\,C_2^A \sin(\sqrt{\lambda}\, z)\,[C_3^A I_1(\sqrt{\lambda}\, r) + C_4^A K_1(\sqrt{\lambda}\, r)];\ r > r_0. \tag{22}$$

$$\psi_B(r,z) = r\,C_2^B \sin(\sqrt{\lambda}\, z)\,[C_3^B I_1(\sqrt{\lambda}\, r) + C_4^B K_1(\sqrt{\lambda}\, r)];\ r < r_0 \tag{23}$$

Compte-tenu de la condition c, afin d'obtenir $\psi_B(0,z)=0$, il faut que $C_4^B=0$, car $K_1(0)=\infty$, et afin d'obtenir des valeurs finies de la fonction $\psi_A(\infty,z)$ pour $r=\infty$, donc afin d'avoir une certaine distribution des valeurs ψ_A sur la verticale, il faut que $C_3^A=0$, car $I_1(\infty)=\infty$ — de la condition d.

Les relations (22) et (23) se simplifient,

$$\psi_A(r,z) = r\,A \sin(\sqrt{\lambda}\, z)\, K_1(\sqrt{\lambda}\, r) \tag{24}$$

$$\psi_B(r,z) = r\,B \sin(\sqrt{\lambda}\, z)\, I_1(\sqrt{\lambda}\, r). \tag{25}$$

La condition *b*, pour le domaine *A*, impose sin $(\sqrt{\lambda}\, H)=0$ et l'addition de la fonction ψ_A^0, dont l'expression est,

$$\psi_A^0 = \frac{z}{H}\,\psi_0 \tag{26}$$

$$\psi_A(r,z) = r\,A \sin(\sqrt{\lambda}\, z)\, K_1(\sqrt{\lambda}\, r) + \frac{z}{H}\,\frac{r_0^2}{2}\, v_m \tag{24'}$$

et la condition,

$$\sqrt{\lambda}\, H = n\pi \tag{27}$$

La condition *b*, pour le domaine *B*, impose l'addition de la fonction ψ_B^0 dont l'expression est,

$$\psi_B^0 = \frac{z}{H}\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \cdot \psi_0 \tag{28}$$

$$\psi_B(r,z) = r\,B \sin(\sqrt{\lambda}\, z)\, I_1(\sqrt{\lambda}\, r) + \frac{z}{H}\,\frac{r^2}{2}\, v_m \tag{25'}$$

Compte-tenu du fait que λ doit être plus grand que zéro — vu l'hypothèse d'intégration des équations (10) et (11) — de la relation (27) il résulte,

$$\sqrt{\lambda} = n\,\frac{\pi}{H} \qquad n = 0, 1, 2, 3 \ldots \tag{29}$$

Nous obtenons de cette manière les valeurs propres de λ

$$\lambda_n = n^2\left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \qquad n = 0, 1, 2, 3 \ldots \tag{30}$$

et les fonctions propres seront,

$$\mathfrak{X}_n(z) = C_{2n} \sin(\sqrt{\lambda_n}\, z). \tag{31}$$

En introduisant les fonctions propres, nous obtenons une somme de valeurs $\psi_{An}(r, z)$ et $\psi_{Bn}(r, z)$, également des solutions pour les domaines respectifs de l'équation (5). Nous avons donc,

$$\psi'_A(r,z) = r \sum_{n=0}^{\infty} A'_n \sin(\sqrt{\lambda_n}\, z)\, K_1(\sqrt{\lambda_n}\, r) + \frac{z}{H}\,\frac{r_0^2}{2}\, v'_m;\ r > r_0 \tag{32}$$

$$\psi'_B(r,z) = r \sum_{n=0}^{\infty} B'_n \sin(\sqrt{\lambda_n}\, z)\, I_1(\sqrt{\lambda_n}\, r) + \frac{z}{H}\,\frac{r^2}{2}\, v'_m;\ r < r. \tag{33}$$

Afin de faciliter les calculs ultérieurs des fonctions de Bessel, ces relations seront écrites sans dimensions, en utilisant r_0 comme grandeur de base, grandeur dont l'influence sur le spectre et sur les paramètres de l'écoulement, est la plus importante.

En utilisant les grandeurs sans dimensions suivantes

$$\begin{aligned} \frac{r}{r_0} &= \varrho & v &= \frac{v'}{\sqrt{2\,g r_0}} \\ \frac{z}{r_0} &= \zeta & \psi &= \frac{\psi'}{r_0^2 \sqrt{2\,g r_0}} \\ \frac{H}{r_0} &= \mathcal{H} & v_\varrho &= -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \\ \frac{R}{r_0} &= \mathcal{R} & v_\xi &= \frac{1}{\varrho}\frac{\partial \psi}{\partial \varrho}, \end{aligned} \tag{34}$$

les relations (32) et (33) prennent la forme,

$$\psi_A(\varrho, \zeta) = \varrho \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta)\, K_1(\sqrt{\lambda_n}\,\varrho) + \frac{\zeta}{2\,\mathcal{H}} v_m;\ \varrho > 1 \tag{35}$$

$$\psi_B(\varrho, \zeta) = \varrho \sum_{n=0}^{\infty} B_n \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta)\, I_1(\sqrt{\lambda_n}\,\varrho) + \varrho^2 \frac{\zeta}{2\,\mathcal{H}} v_{m\xi};\ \varrho < 1 \tag{36}$$

Les constantes A_n et B_n se déterminent des conditions suivantes :
α) les lignes de courant qui passent par un point du cylindre à rayon 1, aient la même valeur pour les deux domaines, donc,

$$\psi_A(\varrho, \zeta)|_{\varrho=1} = \psi_B(\varrho, \zeta)|_{\varrho=1} \tag{37}$$

β) les deux lignes de courant des domaines A et B, qui passent par le même point sur le cylindre à rayon 1, admettent une tangente commune,

$$\left.\frac{\partial \psi_A}{\partial n}\right|_{\varrho=1} = \left.\frac{\partial \psi_B}{\partial n}\right|_{\varrho=1}. \tag{38}$$

Comme dans ce domaine les fonctions ψ_A et ψ_B sont holomorphes, c'est suffisant de prendre la dérivée par rapport à une direction, par exemple celle qui correspond à l'axe ϱ

$$\left.\frac{\partial \psi_A(\varrho, \zeta)}{\partial \varrho}\right|_{\varrho=1} = \left.\frac{\partial \psi_B(\varrho, \zeta)}{\partial \varrho}\right|_{\varrho=1} \tag{39}$$

La première condition s'écrit,

$$\Sigma A_n \sin(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta)\, K_1(\sqrt{\lambda_n}) + \frac{\zeta}{2\,\mathcal{H}} v_m = \Sigma B_n \sin(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta)\, I_1(\sqrt{\lambda_n}) + \frac{\zeta}{2\,\mathcal{H}} v_m \tag{37'}$$

d'où il résulte, par l'identification des coefficients du sinus,

$$A_n K_1(\sqrt{\lambda_n}) = B_n I_1(\sqrt{\lambda_n})$$

donc,

$$A_n = B_n \frac{I_1(\sqrt{\lambda_n})}{K_1(\sqrt{\lambda_n})} \cdot \tag{40}$$

La second condition s'écrit,

$$\begin{aligned} &\Sigma A_n \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) K_1(\sqrt{\lambda_n}) + \Sigma A_n \sqrt{\lambda_n} \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) K_1'(\sqrt{\lambda_n}) = \\ &= \Sigma B_n \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) I_1(\sqrt{\lambda_n}) + \Sigma B_n \sqrt{\lambda_n} \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) I_1'(\sqrt{\lambda_n}) + \frac{\zeta}{\mathcal{H}} v_m . \end{aligned} \tag{39'}$$

Si à A_n on substitue son expression de (40), l'on obtient,

$$\frac{\zeta}{\mathcal{H}} v_m = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \sqrt{\lambda_n} \left[\frac{I_1(\sqrt{\lambda_n}) K_1'(\sqrt{\lambda_n}) - K_1(\sqrt{\lambda_n}) I_1'(\sqrt{\lambda_n})}{K_1(\sqrt{\lambda_n})} \right] \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) . \tag{41}$$

Mais le dénominateur de la fonction entre parenthèses représente le wronskien des fonctions modifiées de Bessel, de la première et de la deuxième espèce et d'ordre 1.

En général, le wronskien de x s'écrit [3],

$$W(I_\nu, K_\nu) = I_\nu K_\nu' - K_\nu I_\nu'$$

mais,

$$W(I_\nu, K_\nu) = \frac{\pi}{2 \sin \nu\pi} W(I_\nu, I_{-\nu}) .$$

Puisque,

$$W(I_\nu, I_{-\nu}) = W(J_\nu, J_{-\nu}) = -\frac{2 \sin \nu\pi}{\pi x}$$

il résulte,

$$W[I_\nu(x), K_\nu(x)] = -\frac{1}{x} \cdot \tag{42}$$

Dans notre cas, nous pouvons remplacer le terme $I_1 K_1' - K_1 I_1'$ de (41) par $-\frac{1}{\sqrt{\lambda_n}}$. La relation (41) s'écrit donc,

$$\frac{\zeta}{\mathcal{H}} v_m = -\sum_{n=0}^{\infty} B_n \frac{\sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta)}{K_1(\sqrt{\lambda_n})} ,$$

d'ou il résulte,

$$v_m = -\frac{\mathcal{H}}{\zeta} \sum_{n=0}^{\infty} B_n \frac{\sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta)}{K_1(\sqrt{\lambda_n})} \cdot \tag{43}$$

Puisque nous devons déterminer la constante B_n, il faut nous débarasser de la somme, ce que nous pouvons réaliser en multipliant par $\sin(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta)$ dans les deux membres et en intégrant de $\zeta = 0$ à $\zeta = \mathcal{H}$.

$$\frac{\zeta}{\mathcal{H}} v_m \sin(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta) = -\sin(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n}{K_1(\sqrt{\lambda_n})} \operatorname{sn}(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta). \tag{44}$$

Pour le premier membre nous obtenons $\mathcal{J}_1$,

$$\mathcal{J}_1 = \frac{v_m}{\mathcal{H}} \int_0^{\mathcal{H}} \zeta \sin(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta)\, d\zeta = \frac{v_m}{\mathcal{H}\sqrt{\lambda_n}} \left[\frac{\sin\sqrt{\lambda_n}\,\zeta)}{\sqrt{\lambda_n}} - \zeta \cos(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta) \right]_0^{\mathcal{H}}$$

$$\mathcal{J}_1 = \frac{v_m}{\mathcal{H}\sqrt{\lambda_n}} \left[\frac{\sin(\sqrt{\lambda_n}\,\mathcal{H})}{\sqrt{\lambda_n}} - \mathcal{H}\cos(\sqrt{\lambda_n}\,\mathcal{H}) \right]. \tag{45}$$

Compte-tenu de la condition (27), de laquelle nous avons déduit les valeurs propres, $\sin(\sqrt{\lambda_n}\,\mathcal{H}) = 0$ pour toute valeur $\sqrt{\lambda_n} = n\frac{\pi}{\mathcal{H}}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ Donc, le premier terme entre parenthèses est zéro, et le second en est $(-1)^n \mathcal{H}$, car $\cos(\sqrt{\lambda_n}\,\mathcal{H}) = \cos n\pi = (-1)^n$. On obtient ainsi

$$\mathcal{J}_1 = -(-1)^n \frac{v_m}{\sqrt{\lambda_n}}. \tag{46}$$

Pour le second terme nous obtenons $\mathcal{J}_2$,

$$\mathcal{J}_2 = -\int_0^{\mathcal{H}} \sin(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n}{K_1(\sqrt{\lambda_n})} \sin(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta)\, d\zeta =$$

$$= -\frac{B_n}{K_1(\sqrt{\lambda_n})} \int_0^{\mathcal{H}} \sin^2(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta)\, d\zeta$$

car en intégrant séparément chaque terme de la somme, on obtient zéro, en dehors du terme de rang n. Nous avons donc,

$$\mathcal{J}_2 = -\frac{B_n}{K_1(\sqrt{\lambda_n})} \left[\frac{\zeta}{2} - \frac{\sin(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta)\cos(\sqrt{\lambda_n}\,\zeta)}{2\sqrt{\lambda_n}} \right]_0^{\mathcal{H}}$$

$$\mathcal{J}_2 = -\frac{\mathcal{H}}{2} \frac{B_n}{K_1(\sqrt{\lambda_n})}. \tag{47}$$

En égalant les expressions des deux intégrales (46) et (47),

$$-(-1)^n \frac{v_m}{\sqrt{\lambda_n}} = -\frac{\mathcal{K}}{2} \frac{B_n}{K_1(\sqrt{\lambda_n})}$$

nous pouvons obtenir l'expression de la constante B_n ;

$$B_n = (-1)^n \frac{2 v_m}{\mathcal{K} \sqrt{\lambda_n}} K_1(\sqrt{\lambda_n}). \tag{48}$$

Maintenant nous pouvons également obtenir l'expression de la constante A_n ,

$$A_n = (-1)^n \frac{2 v_m}{\mathcal{K} \sqrt{\lambda_n}} I_1(\sqrt{\lambda_n}) , \tag{49}$$

mais les deux dépendent de la vitesse moyenne dans la conduite d'évacuation. En remplaçant les coefficients A_n et B_n dans les équations des lignes de courant pour les deux domaines (35) et (36) l'on obtient,

$$\begin{cases} \psi_A(\varrho, \zeta) = (-1)^n \dfrac{2 v_m}{\mathcal{K}} \varrho \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} I_1 \sqrt{\lambda_n}) K_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho) \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) + \frac{\zeta}{2\mathcal{K}} v_m \\ \qquad\qquad \varrho > 1 \\ \psi_B(\varrho, \zeta) = (-1)^n \dfrac{2 v_m}{\mathcal{K}} \varrho \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} K_1(\sqrt{\lambda_n}) I_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho) \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) + \\ \qquad + \varrho^2 \dfrac{\zeta}{2\mathcal{K}} v_m \qquad \varrho < 1 \end{cases} \tag{50}$$

Les vitesses (2) selon les directions ρ et ζ pour chaque domaine s'écrivent,

$$\begin{cases} v_{\rho A} = -\dfrac{1}{\varrho} \dfrac{\partial \psi_A}{\partial \zeta} = -(-1)^n \dfrac{2 v_m}{\mathcal{K}} \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} I_1(\sqrt{\lambda_n}) K_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho) \cos(\sqrt{\lambda_n}\zeta) - \\ \qquad\qquad - \dfrac{v_m}{2\varrho\mathcal{K}} \\ v_{\zeta A} = \dfrac{1}{\varrho} \dfrac{\partial \psi_A}{\partial \varrho} = (-1)^n \dfrac{2 v_m}{\mathcal{K}} \left[\dfrac{1}{\varrho} \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} I_1(\sqrt{\lambda_{vn}}) K_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho) \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) + \right. \\ \qquad \left. + \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} I_1(\sqrt{\lambda_n}) K_1'(\sqrt{\lambda_n}\varrho) \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) \right] \cdot \\ \qquad\qquad \varrho > 1 \end{cases} \tag{51}$$

et

$$\begin{cases} v_{\rho B} = -\dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\partial \psi_B}{\partial \varsigma} = -(-1)^n \dfrac{2 v_m}{\mathcal{H}} \sum\limits_{n=0}^{\infty} K_1(\sqrt{\lambda_n}) I_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\cos(\sqrt{\lambda_n}\zeta) - \\ \qquad\qquad - \dfrac{\varrho}{2\mathcal{H}} v_m \\ v_{\zeta B} = \dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\partial \psi_B}{\partial \varrho} = (-1)^n \dfrac{2 v_m}{\mathcal{H}}\left[\dfrac{1}{\varrho}\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{1}{\sqrt{\lambda_n}} K_1(\sqrt{\lambda_n} I_1)(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) + \right. \\ \qquad \left. + \sum\limits_{n=0}^{\infty} K_1(\sqrt{\lambda_n}) I_1'(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta)\right] + \dfrac{\zeta}{\mathcal{H}} v_m . \qquad (52) \\ \qquad\qquad \varrho < 1 \end{cases}$$

En substituant les expressions

$$I_1'(\sqrt{\lambda_n}\varrho) = I_0(\sqrt{\lambda_n}\varrho) - \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}\varrho} I_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho) \qquad (53)$$

$$K_1'(\sqrt{\lambda_n}\varrho) = -K_0(\sqrt{\lambda_n}\varrho) - \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}\varrho} K_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho) \qquad (54)$$

aux dérivées des fonctions I_1 et K_1, nous obtenons les relations finales du calcul des vitesses,

$$\begin{cases} v_{\rho A} = -(-1)^n \dfrac{2 v_m}{\mathcal{H}} \sum\limits_{n=0}^{\infty} I_1(\sqrt{\lambda_n}) K_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\cos(\sqrt{\lambda_n}\zeta) - \dfrac{v_m}{2\varrho\mathcal{H}} \\ v_{\zeta A} = -(-1)^n \dfrac{2 v_m}{\mathcal{H}} \sum\limits_{n=0}^{\infty} I_1(\sqrt{\lambda_n}) K_0(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) . \\ \qquad \varrho > 1 \end{cases} \qquad (55)$$

$$\begin{cases} v_{\rho B} = -(-1)^n \dfrac{2 v_m}{\mathcal{H}} \sum\limits_{n=0}^{\infty} K_1(\sqrt{\lambda_n}) I_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\cos(\sqrt{\lambda_n}\zeta) - \dfrac{\varrho}{2\mathcal{H}} v_m \\ v_{\zeta B} = (-1)^n \dfrac{2 v_m}{\mathcal{H}} \sum\limits_{n=0}^{\infty} K_1(\sqrt{\lambda_n}) I_0(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta) + \dfrac{\zeta}{\mathcal{H}} v_m \\ \qquad \varrho < 1 \end{cases} \qquad (56)$$

Les valeurs des fonctions de Bessel modifiées ,de la première et de la deuxième espèce, et d'ordre 0 et 1

$$I_0(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\,; \quad I_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\,; \quad I_1(\sqrt{\lambda_n})$$

$$K_0(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\,; \quad K_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\,; \quad K_1(\sqrt{\lambda_n})$$

peuvent être trouvées dans les tableaux mathématiques [4].

La représentation graphique du spectre de l'écoulement est tracé en vertu du calcul de la fonction de courant dans tout le domaine. Il sera donc nécessaire de calculer les fonctions $I_1(\sqrt{\lambda_n})$ et $K_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho)$ pour le domaine A et les fonctions $K_1(\sqrt{\lambda_n})$ et $I_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho)$ pour le domaine B.

Si nous désignons par

$$\pi_A = (-1)^n \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} I_1(\sqrt{\lambda_n})\, K_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho)\, \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta)$$

$$\pi_B = (-1)^n \frac{I}{\sqrt{\lambda_n}} K_1(\sqrt{\lambda_n})\, I_1(\sqrt{\lambda_n}\varrho) \sin(\sqrt{\lambda_n}\zeta),$$

l'on aura

$$\psi_A = \frac{v_m}{2\mathcal{H}} \left[\zeta + 4\varrho \sum_{n=0}^{\infty} \pi_A \right]$$

$$\psi_B = \frac{v_m}{2\mathcal{H}} \left[\zeta\varrho^2 + 4\varrho \sum_{n=0}^{\infty} \pi_B \right]$$

expressions à utiliser ultérieurement dans les calculs.

Les grandeurs dont dépend l'écoulement d'un réservoir plan infini par une conduite de fond, dérivent des équations de mouvement. Elles sont v_m — vitesse moyenne dans le plan de l'orifice

r_0 — le rayon de l'orifice d'évacuation

H — la hauteur de l'eau dans le réservoir.

Pour la représentation graphique des résultats obtenus, il faut choisir un cas numérique, par exemple :

$$\frac{H}{r_0} = \mathcal{H} = 8 \qquad \frac{R}{r_0} = \mathcal{R} = 12 \tag{57}$$

et pour la vitesse moyenne nous admettons l'expression déterminée dans le travail [1],

$$v_m' = k_0\sqrt{2gH} \quad : \quad v_m = k_0\sqrt{\frac{H}{r_0}} = 1{,}73 \tag{58}$$

où l'expression de k_0 est,

$$k_0 = 0{,}6 + 0{,}7\frac{r_0}{H} \qquad k_0 = 0{,}61 \tag{59}$$

et la fonction ψ'_0, conformément à la relation (7),

$$\psi_0' = \frac{Q'}{2\pi} = \frac{v_m'}{2} r_0^2 \quad ; \quad \psi_0 = \frac{v_m}{2} = 0{,}865 \tag{60}$$

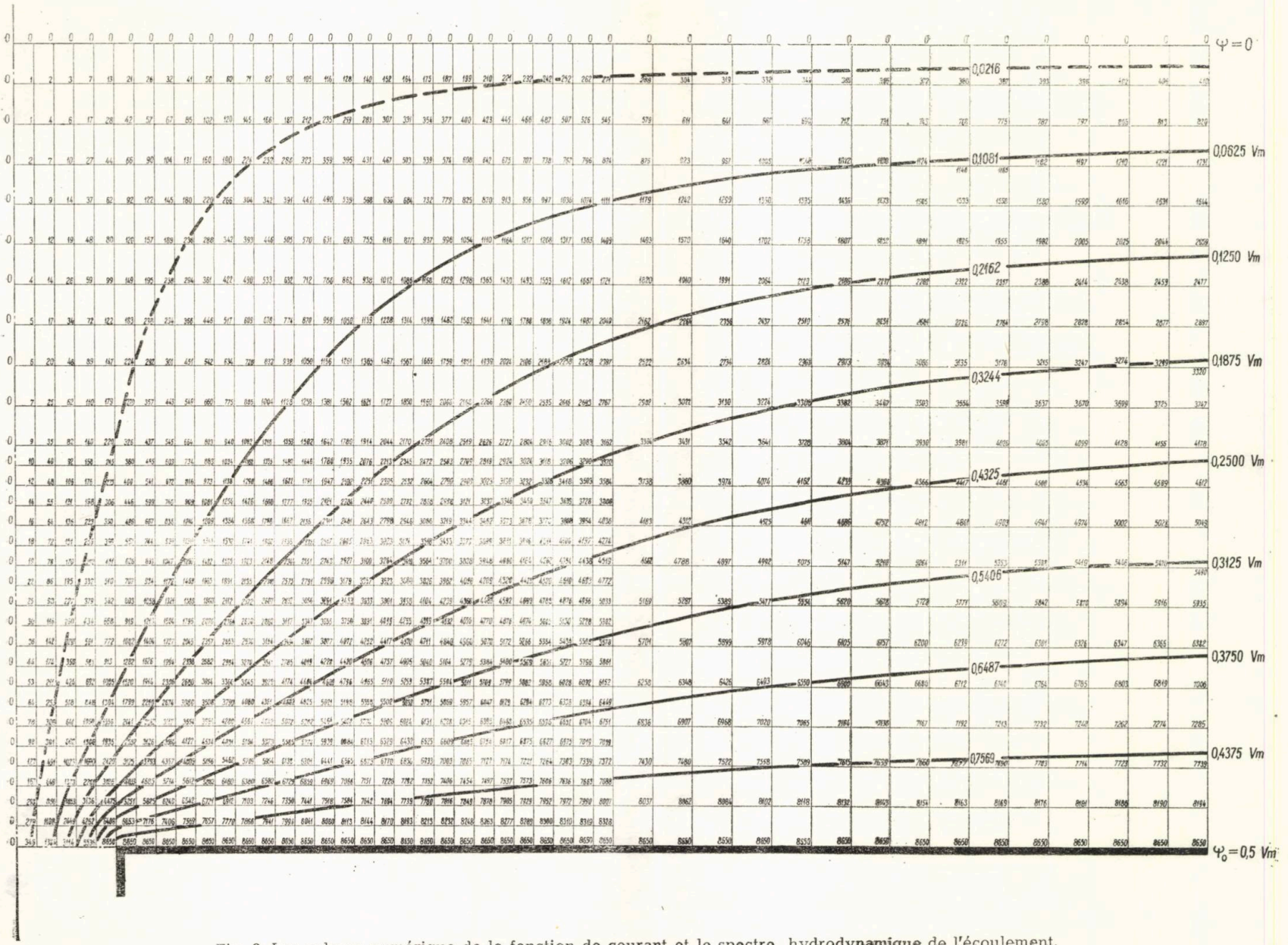
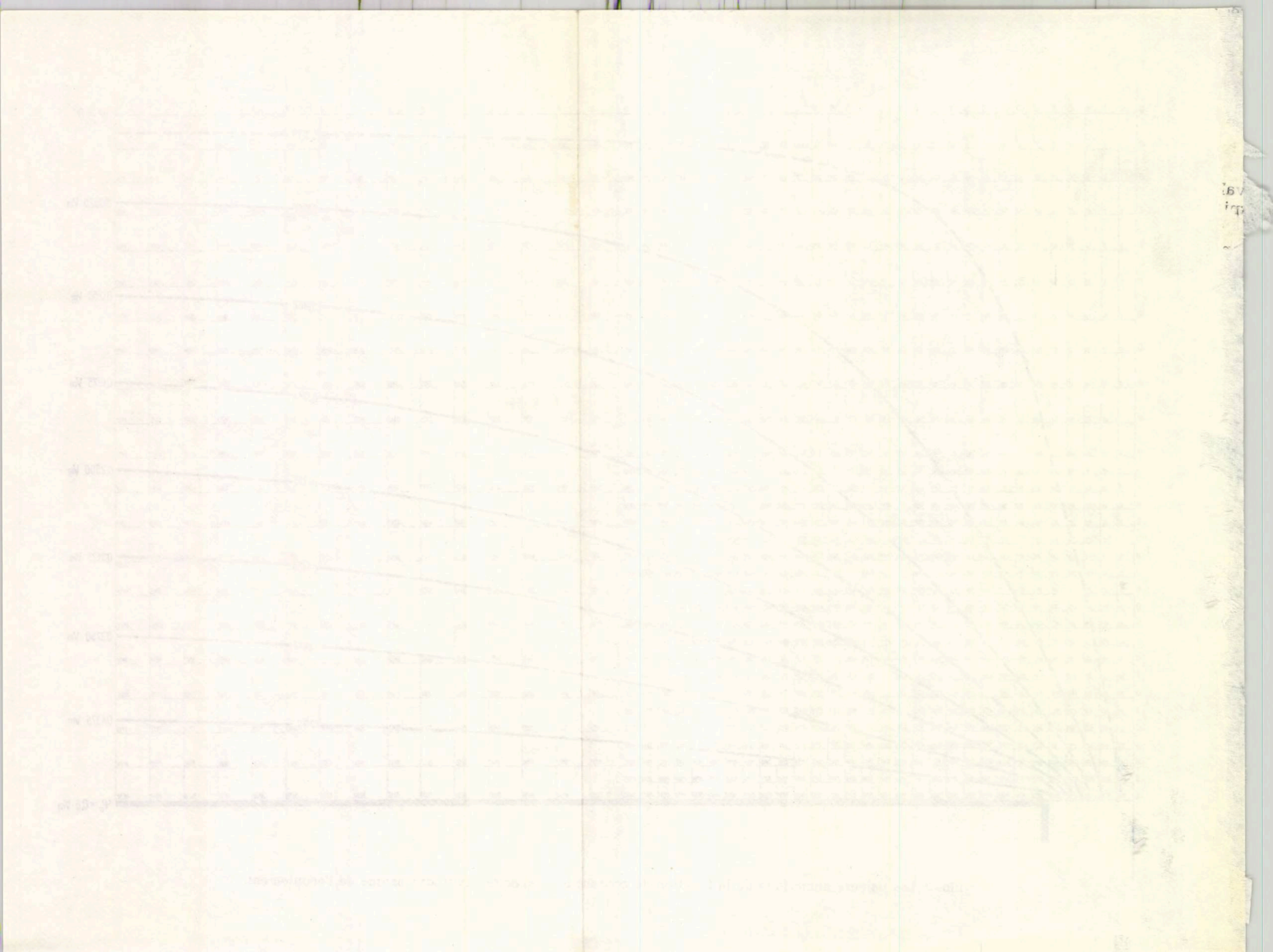


Fig. 3. Les valeurs numérique de la fonction de courant et le spectre hydrodynamique de l'écoulement.



Pour ρ et ζ on choisit une certaine variation, différentiée, de telle manière que les points où l'on effectue le calcul de la fonction ψ recouvre autant que possible le domaine d'intégration

$$\varrho = 0\,(0{,}2)\,6\,(0{,}4)\,14$$

$$\zeta = 0\,(0{,}4)\,4\,(0{,}2)\,8$$

Fig. 3 représente, au sens de ceux que nous venons d'affirmer, les leurs calculées de la fonction de courant et le spectre hydrodynamique obtenu.

La répartition des vitesses radiales et axiales s'effectue également en base des tableaux, pour diverses sections horizontales et verticales de l'écoulement, en utilisant le calcul des vitesses conformément à la relation (2), les différences finies des valeurs ψ du spectre de l'écoulement. En utilisant le schéma de calcul présenté fig. 4, nous avons,

$$\begin{cases} (v_\rho)_x = -\dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\Delta\psi_\zeta}{\Delta\zeta} = -\dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\psi_4 - \psi_2}{\zeta_4 - \zeta_2} \\ (v_\zeta)_x = \dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\Delta\psi_\rho}{\Delta\varrho} = \dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\psi_1 - \psi_3}{\varrho_1 - \varrho_3}\,. \end{cases} \tag{61}$$

Afin d'obtenir une image des variations des vitesses, nous avons considéré suffisant de représenter leurs variations en trois plans verticaux, situés aux rayons $\rho = 1{,}0$; 3,0 et 8,0 présentés sans dimensions

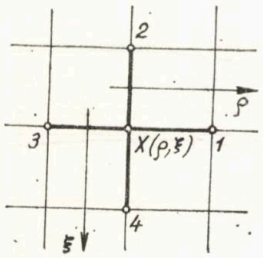


Fig. 4. Schéma utilisé pour le calcul des vitesses.

fig. 5, et cinq plans horizontaux situés aux niveaux $\zeta = 0{,}2$; 2,0 ; 5,0 ; 7,0 et 7,8 présentés pareillement sans dimensions sur les figures 6 şi 7.

Sur la figure 6 nous avons tracé aussi la courbe des vitesses radiales maximum, à divers niveaux ; c'est à remarquer que le point à vitesse radiale maximum se déplace en partant de l'arête de l'orifice de la conduite d'évacuation vers la source d'alimentation, sur la surface libre ce point étant situé à 6,1 r_0 par rapport à l'axe. La vitesse radiale maximum, pour divers rayons, est toujours dans le plan de l'orifice de la conduite d'évacuation, ayant la tendence de s'uniformiser au fur et à mesure que nous nous éloignons de l'axe de l'écoulement.

Au début de cet article nous avoss affirmé que le fluide est considéré parfait, pesant, et tant qu'il s'agisse d'un écoulement é surface libre, il faut que la relation de Bernoulli soit vérifiée sur cette surface, ce qui revient à la vérification de l'horizontalité de la surface libre. Une descendente de la surface libre aura lieu, bien sûr, à la suite de la

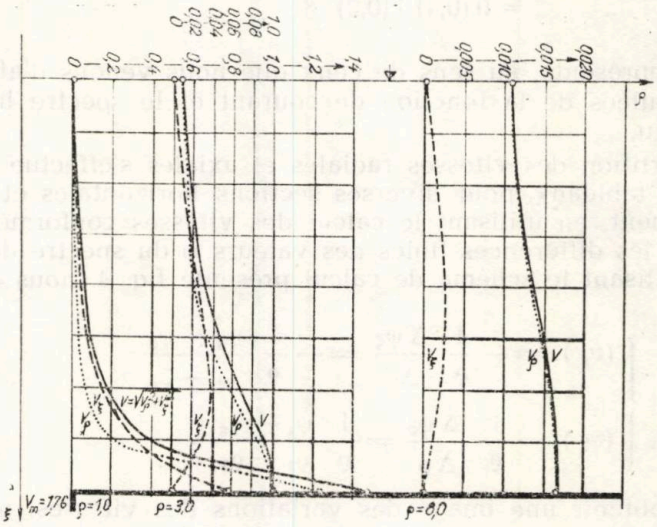


Fig. 5. Répartition des vitesses radiales . . . . ., axiales - - - - - et totales ——— sur les cylindres coaxiaux situés aux rayons $\rho = 1{,}0$; 3,0 et 8,0.

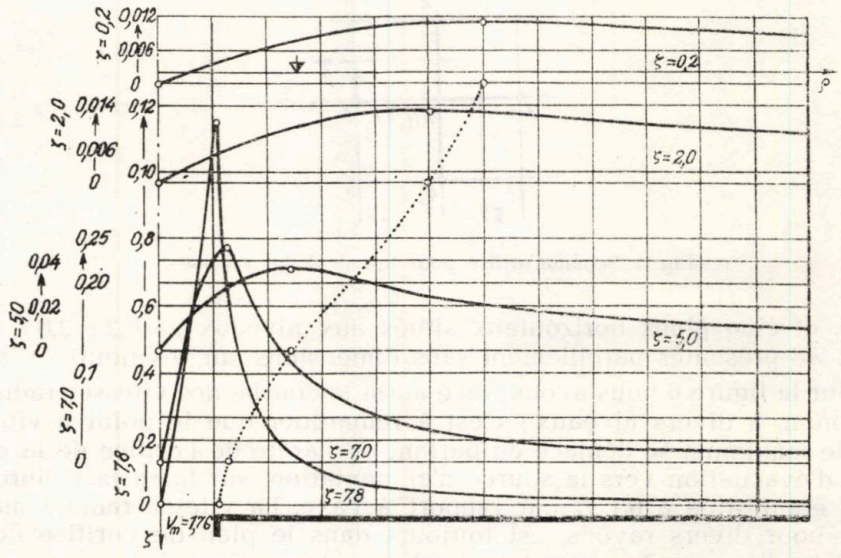


Fig. 6. Répartition des vitesses radiales, en plans horizontaux situés aux niveaux $\zeta = 0{,}2$; 2,0; 5,0; 7,0 et 7,8.

variation du terme cinétique $\frac{V^2}{2g}$ ou plus exactement, dû à la vitesse radiale. Puisque la vitesse radiale augmente vers l'axe, la surface libre va descendre elle aussi, le dénivellement maximum étant de 1‰ du rayon de la conduite d'évacuation, ce qui nous permet d'affirmer que, pratiquement, la surface libre ne descend pas et qu'elle reste tout le temps horizontale.

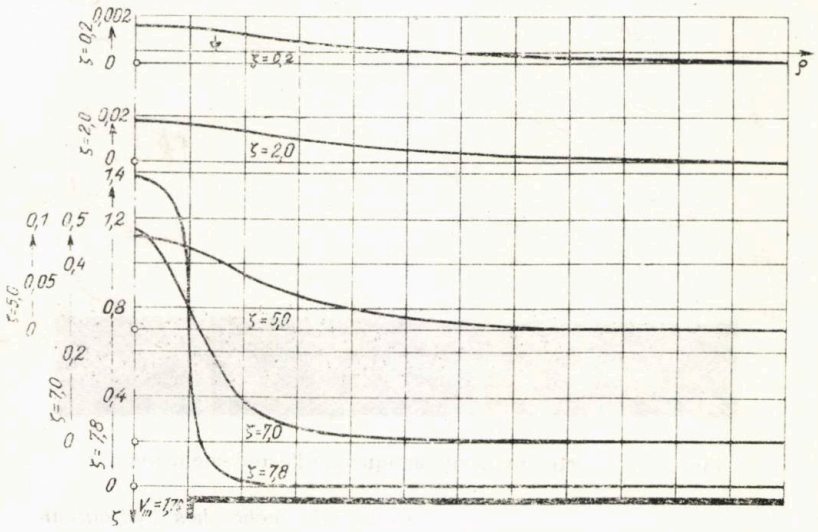


Fig. 7. Répartition des vitesses axiales, en plans horizontaux, situés aux niveaux $\zeta = 0{,}2$; 2,0 ; 5,0 ; 7,0 et 7,8.

Vu qu'en mouvement axial symétrique la mise en évidence du spectre de l'écoulement est une opération difficile, sur la figure 8 on présente une matérialisation des lignes de courant, en mouvement plan, lors de l'écoulement d'un fluide pesant, par une fente, obtenue à l'aide d'un appareil Helle-Shaw.

Quoique la figure représente le spectre hydrodynamique de l'écoulement plan, elle indique également, par approximation ,le spectre de l'écoulement axial symétrique. La différance réside dans le fait que dans l'écoulement axial symétrique, les lignes de courant qui correspondent à la même hauteur à l'infini, sont moins courbées que celles de l'écoulement plan. Ceci est dû au fait que dans l'écoulement axial symetrique la vitesse radiale ne se maintient pas constante, mais elle augmente avec la diminution du rayon (distance par rapport à l'axe).

Des observations expérimentales ainsi que de la photo de l'écoulement, on constate que :

— dans le voisinage de la surface libre, les lignes de courant restent parallèles à celle-ci,

— la surface libre reste tout le temps horizontale,

— la surface libre et l'axe de symétrie forment une ligne de courant,

Ces observations correspondent aux hypothèses intitiales adoptées dans l'étude théorique.

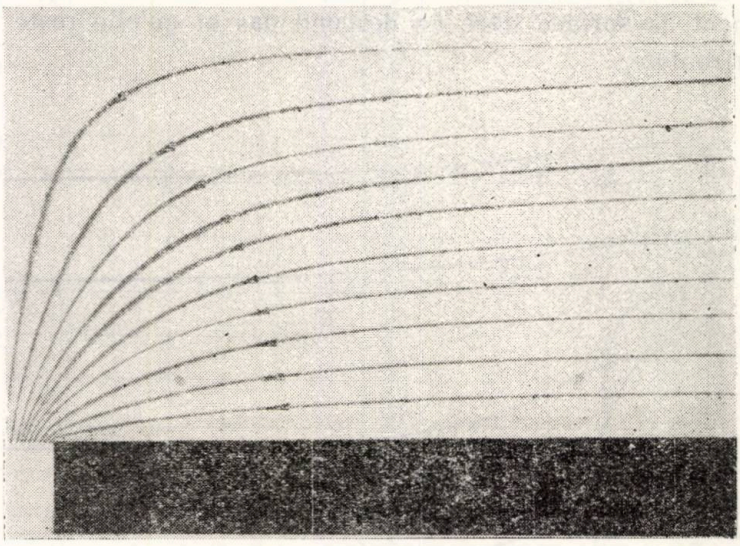


Fig. 8. Le spectre hydrodynamique de l'écoulement plan.

Centre de recherches hydrauliques
Institut polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *C. Iancu* — Ecoulement d'un fluide parfait, pesant, d'un réservoir cylindrique, par un orifice de fond. RRST Série Mec. Appl. no. 4, 1966.

2. *H. O. Anwar* — Coefficients of discharge for gravity flow into vertical pipes. Journal of Hydraulic Research, Vol. 3, no. 1, 1965.

3. *T. Gh. Sabac* — Matematici speciale. Editura Didactică şi Pedagogică, vol. 2, 1965, pp. 332.

4. * * * — Tabliţî znacenii funkţii Besselia ot mninogo argumenta. Izdatelstvo Akademii Nauk SSSR. Moskva-Leningrad, 1950.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 5

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIILOR DE MAȘINI

C.Z.: 621-82

CERCETĂRI ASUPRA POMPELOR ȘI MOTOARELOR HIDRAULICE MULTIROTORI CU ANGRENAJ *

AUREL OPREAN

O serie întreagă de calități a pompelor cu roți dințate, printre care menționăm simplitatea construcției, siguranță în funcționare și preț de cost redus, determină o mare preferință pentru acestea a constructorilor de mașini. Variantele constructive din ultimii ani vădesc o preocupare pentru lărgirea posibilităților de utilizare a acestora chiar și la mașinile unelte cele mai moderne cu comandă după program.

Pe această linie a unei căutări noi se înscrie și tendința de folosire a pompelor sau motoarelor cu angrenaj cu rotori multipli, lucru care a constituit și una din preocupările autorului.

Una din cele mai simple construcții din cadrul pompelor cu rotori multipli este pompa cu trei rotori care poate fi denumită pompă cu dublă acțiune cum se va vedea din cele ce urmează.

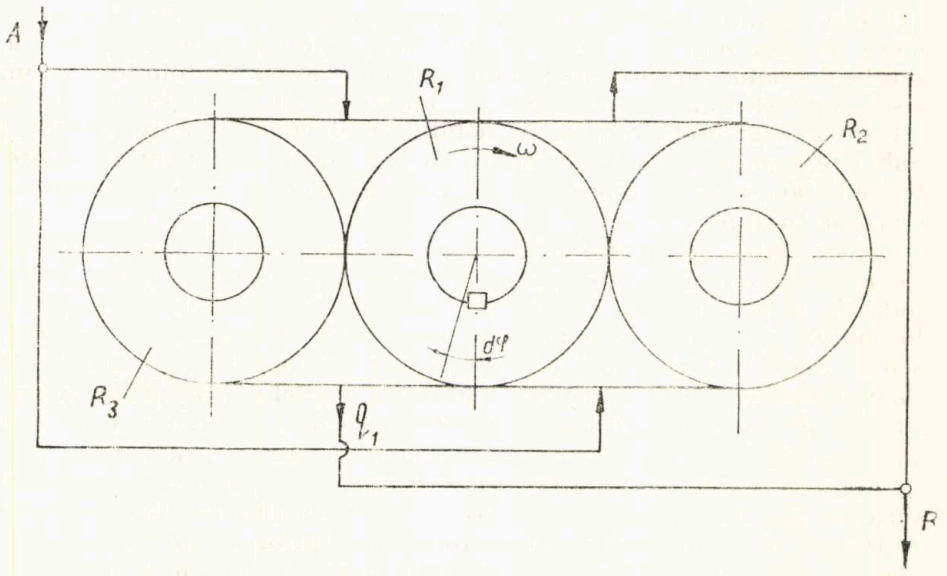


Fig. 1

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 29—31 mai 1969.

În figura 1 este reprezentată o pompă cu trei rotori : R_1, R_2, și R_3. La o rotație a rotorului motor R_1 cu un unghi elementar $d\varphi$ conform metodei echivalenței [1] de calcul se va obține un debit elementar pentru o pereche de dinți conjugați :

$$dq = \frac{1}{p} \cdot M \cdot d\varphi \tag{1}$$

în care : M — cuplul motor, p — presiunea de lucru.

Pentru z dinți ai „pompei R_1, R_3" se obține un debit specific :

$$q_1 = \int \frac{z}{p} \cdot M \cdot d\varphi \tag{2}$$

iar pentru „pompa R_1, R_2" un debit similar :

$$q_2 = \int \frac{z}{p} \cdot M \cdot d\varphi \tag{3}$$

În consecință pompa va furniza un debit specific total :

$$q_T = q_1 + q_2 = 2 \int \frac{z}{p} \cdot M \cdot d\varphi \tag{4}$$

Prin urmare rotorul R_1, care beneficiază de prezența a două camere de aspirație și a două de refulare diametral opuse va aspira și refula de două ori în cursul unui ciclu de lucru (o rotație), de unde i se poate atribui și denumirea de pompă cu dublă acțiune. Ca rezultat, după cum arată relația (4) debitul unei pompe cu trei rotori este dublu față de acele a unei pompe cu doi rotori cu parametri constructivi analogi, ceea ce reprezintă un avantaj evident în favoarea pompei cu rotori multipli.

Avantajele se mențin și chiar se amplifică atunci cînd este vorba de reversibilitatea acestor pompe și anume, folosirea lor ca motoare hidraulice. Tendința de folosire a pompelor cu roți dințate ca motoare hidraulice este cunoscută de mult timp, însă datorită unui randament scăzut acestea n-au căpătat o mare răspîndire. Una din cauzele randamentului scăzut îl constituie puternica presare a rotorilor R_1 și R_2 (fig. 2) pe carcasa motorului, datorită presiunii unilaterală în sensul săgeților F_1 și F_1' (în cazul unui motor obișnuit cu doi rotori).

Prezența celui de al treilea rotor R_3 (fig. 2) duce la apariția unor forțe de presare opuse, ceea ce are ca efect echilibrarea forțelor raidale la rotorul motor R_1 și deci ameliorarea condițiilor de funcționare în regim de motor. În același timp prezența celui de al doilea moment M_2 duce la dublarea cuplului motor, în consecință, randamentul unui asemenea motor crește substanțial în comparație cu unul obișnuit cu doi rotori.

Momentul M_1 poate fi determinat de asemeni din relația (1) care exprimă echivalența dintre lucrul mecanic consumat și energia imprimată lichidului :

$$M_1 = p \frac{dq}{d\varphi} \tag{5}$$

Avînd în vedere că $d\varphi = \omega . dt$ se poate scrie în continuare :

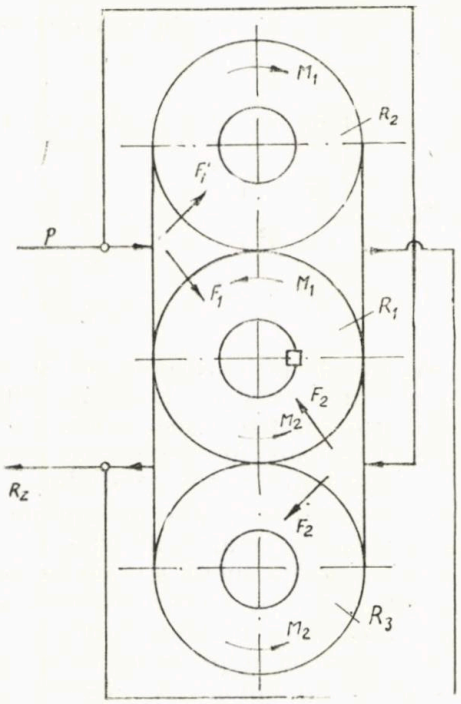


Fig. 2

$$M_1 = p \cdot \frac{dq}{dt} \cdot \frac{1}{\omega} \tag{6}$$

Dar $\frac{dq}{dt} = q_i$ reprezintă debitul instantaneu care poate fi exprimat [1] astfel :

$$q_i = b \cdot \omega \cdot (r_e^2 - r_r^2 - x^2) \tag{7}$$

Înlocuind expresia (7) în relația momentului M_1 din relația (6) se obține :

$$M_1 = p \cdot b (r_e^2 - r_r^2 - x^2) \tag{8}$$

Momentul total (fig. 2) a motorului cu trei rotori se obţine prin însumarea celor două momente M_1 şi M_2 :

$$M_T = M_1 + M_2 = 2\,p \cdot b\,(r_e^2 - r_r^2 - x^2) \tag{9}$$

Făcînd înlocuirile : $r_e = \frac{m(z+2+2\xi)}{2}$; $r_r = \frac{m(z+2\xi)}{2}$; iar pentru x luîndu-se o valoare medie $\frac{l}{4}\left(x_{max} = \frac{l}{2};\ x_{min} = 0\right)$; $l = \pi \cdot m \cdot \varepsilon \cdot \cos\alpha$; $\cos\alpha = \cos\alpha_0 \cdot \frac{z}{z+2\xi}$; iar $b = \lambda m$, se obţine valoarea momentului mediu M_m sub forma :

$$M_m = 2 \cdot p \cdot \lambda \cdot m \left[\frac{m^2(z+2+2\xi)^2}{4} - \frac{m^2(z+2\xi)^2}{4} - \right.$$
$$\left. - \pi^2 m^2 \varepsilon^2 \cos^2\alpha_0 \frac{z^2}{(z+2\xi)^2}\right] = 2 \cdot p \cdot \lambda\, m^3 \left[z + 2\xi + 1 - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{16}\pi^2 \varepsilon^2 \cos^2\alpha_0 \frac{z^2}{(z+2\xi)^2}\right] \tag{10}$$

Pornind de la avantajele pe care pompele şi motoarele cu angrenaj le oferă în general precum şi de la posibilităţile de perfecţionare a acestor construcţii prin folosirea sistemelor multiratori arătate au fost elaborate pompe şi motoare multirotori cu mai multe trepte. Un astfel de exemplu este prezentat în schema din fig. 3.

În această figură este reprezentat un agregat compus din două pompe cu mai multe trepte şi mai mulţi rotori cu legătură în serie, ceea ce asigură o presiune de lucru şi randament ridicat precum şi diverse trepte de debit. Astfel de construcţii au fost propuse în ultima perioadă pentru realizarea unor motoare hidrostatice de înaltă stabilitate în sistemele de comandă după program a maşinilor unelte. Un astfel de motor multirotori combinat cu un convertor electro-hidraulic de semnale poate asigura o mare precizie de programare şi execuţie şi un înalt domeniu de reglare al turaţiilor la arborele de ieşire, datorită unei mari stabilităţi la turaţii joase.

Conform relaţiilor (4) şi (10), pentru cazul general de folosire a pompelor şi motoarelor multirotori şi a raţionamentului adus, rezultă relaţiile de calcul generalizate a debitului şi respectiv a cuplului motor teoretic total sub forma :

$$q_T = (n-1)\int \frac{z}{p} \cdot M\,d\varphi \cdot \tag{11}$$

$$M_{mT} = (n-1) \cdot p \cdot \lambda \cdot m^3 \left[z + 2\xi + 1 - \frac{1}{16}\pi^2 \varepsilon^2 \cos^2\alpha_0 \frac{z^2}{(z+2\xi)^2}\right] \tag{12}$$

unde n — este numărul de rotori ; m — modulul ; ε — gradul de acoperire ; ξ — coeficient de corijare ; α_0 — unghiul de angrenare.

Desigur că pe linia preocupărilor de extindere a domeniului de utilizare a pompelor cu angrenaj ar putea fi menţionate şi pompele şi motoarele orbitale cicloidale, dar întrucît acestea nu se încadrează în tematica lucrării de faţă nu vor fi tratate.

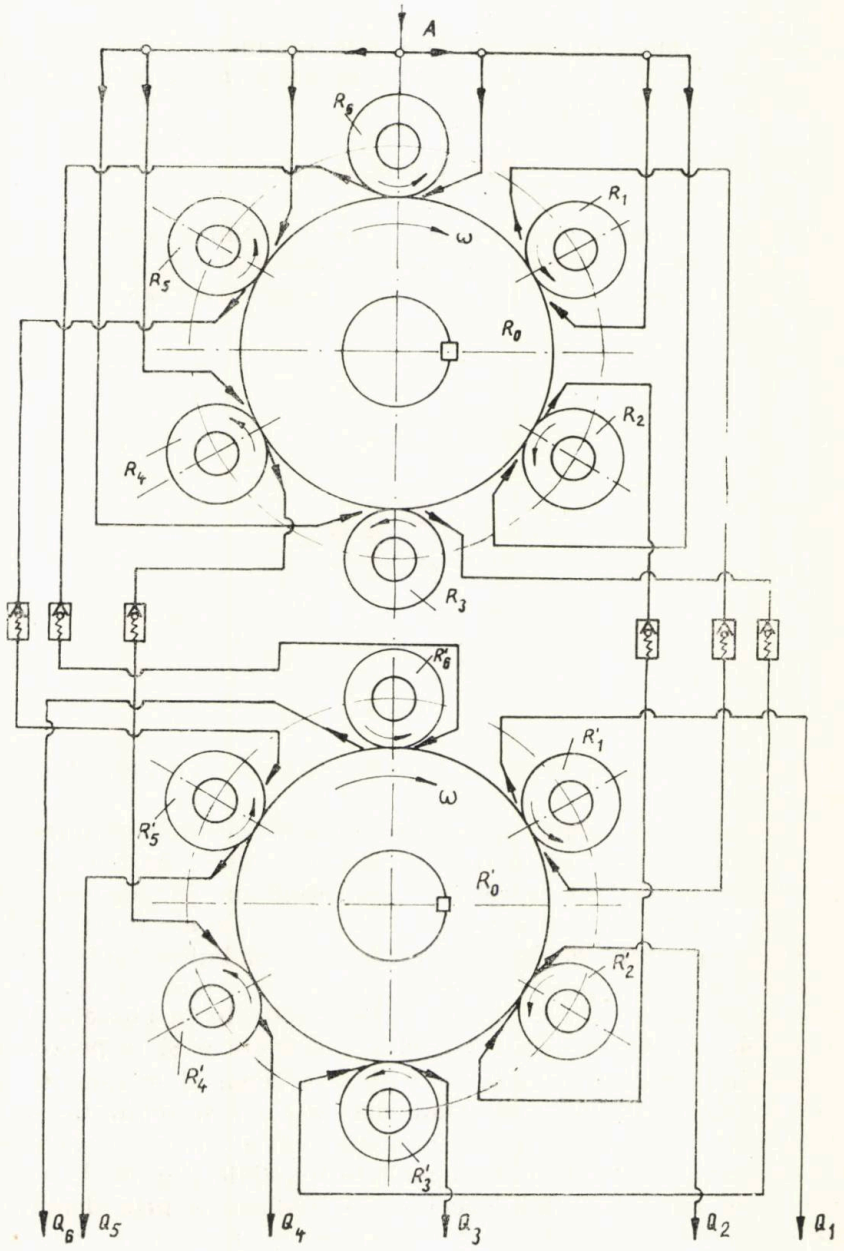


Fig. 3

O altă posibilitate pe care o oferă pompele şi motoarele cu rotori multipli este aceea de folosire a lor ca mecanisme hidrostatice de reglare a vitezelor de aşchiere sau de avans în lanţurile cinematice de la maşinile unelte (variatori de turaţii). Un astfel de mecanism brevetat de autor [2] se bazează pe posibilitatea de reglare a debitului pompei sau turaţiei motorului hidraulic cu angrenaj prin variaţia lăţimii de angrenare.

Debitul pompei cu roţi dinţate este o funcţie directă de lăţimea de angrenare b (fig. 4) precum şi de modulul m, numărul de dinţi Z, putîndu-se exprima astfel:

$$Q_p = f(b, m, z...), \tag{13}$$

Folosind această dependenţă, se poate realiza printr-o construcţie relativ simplă, deplasarea relativă a unei roţi (fig. 4 şi 5) şi o dată cu această variaţia debitului pompei şi respectiv capacităţii specifice

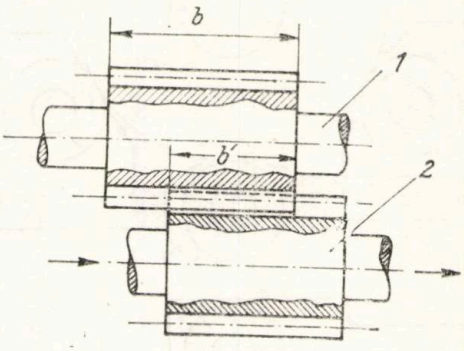


Fig. 4

a motorului hidraulic, care vor fi proporţionale cu noua lăţime de angrenare b'.

Esenţialul la sistemul de reglare propus constă în asigurarea unei etanşări permanente, adică realizarea unui sistem de etanşare mobil. Acest lucru se realizează relativ uşor printr-un joc de patru bucşe-lagăr 3, 4, 5 şi 6 (fig. 5) dispuse pe părţile frontale ale rotorilor R_1 şi R_2. Rotorul R_2 se poate deplasa cu ajutorul unui buton filetat în sensul săgeţilor, iar posibilitatea de deplasare şi etanşare permanentă este asigurată de două concavităţi C_1 şi C_2 practicate în bucşele 4 şi 5, avînd razele corespunzătoare bucşelor conjugate 6 şi respectiv 3.

Folosind aceeaşi metodă de reglare precum şi avantajele motoarelor cu rotori multipli prezentate mai sus a fost realizată şi cea de a doua parte care intră în componenţa variatorului şi anume motor hidrostatic cu 3 rotori cu capacitate reglabilă (fig. 6). În cazul motorului reglarea capacităţii specifice se realizează prin deplasarea axială a rotorului central 1, iar etanşarea se realizează cu ajutorul bucşelor-lagăr 2, 3, 4, 5, 6 şi 7.

Schema hidraulică a variatorului hidraulic continuu este reprezentată în fig. 7, unde se disting două circuite : circuitul principal care conține pompa cu debit variabil P_{DV} și motorul cu capacitate variabilă M_{CV} și cel auxiliar care are o pompă de compensare. (Există și o

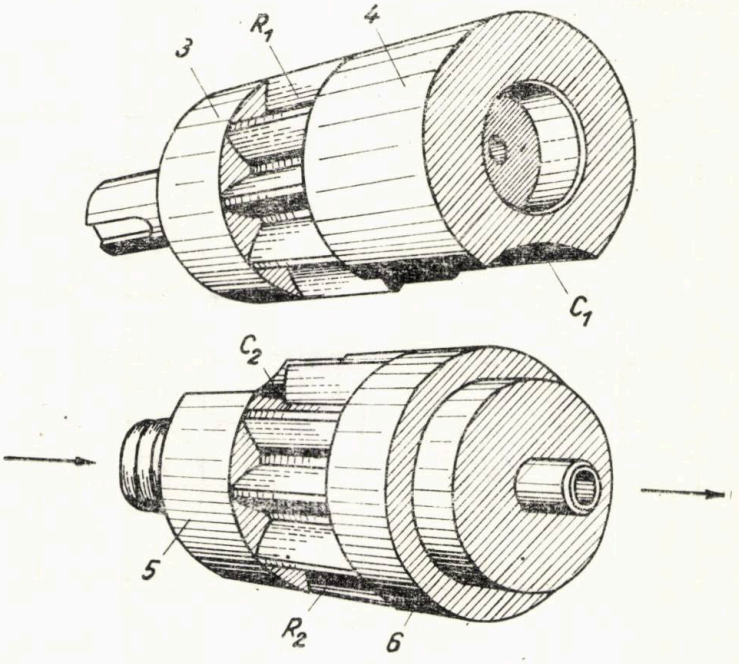


Fig. 5

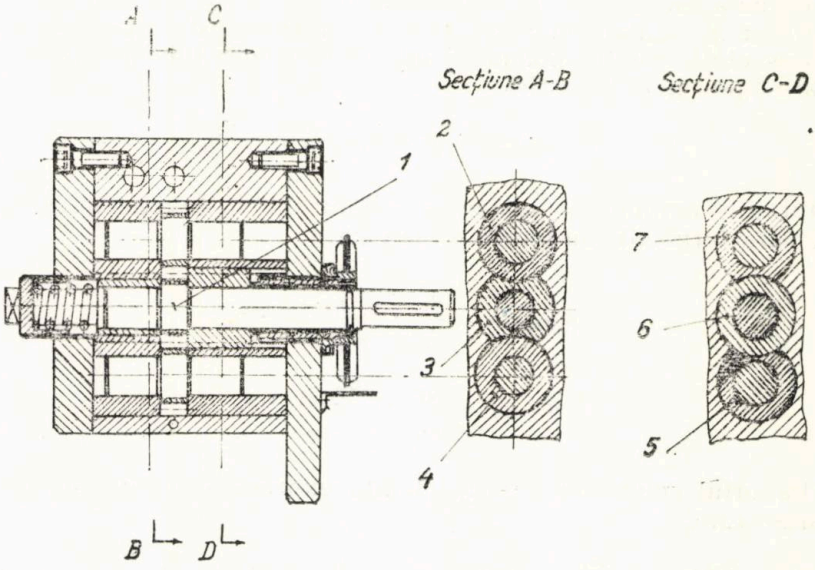


Fig. 6

variantă cu circuit deschis). Avînd în vedere faptul că atît pompa cît şi motorul sînt reglabile, la acest variator se poate obţine reglarea primară, secundară şi mixtă ceea ce-i conferă o capacitate de reglare a turaţiilor suficient de mare pentru necesităţile cerute din construcţia de maşini-unelte.

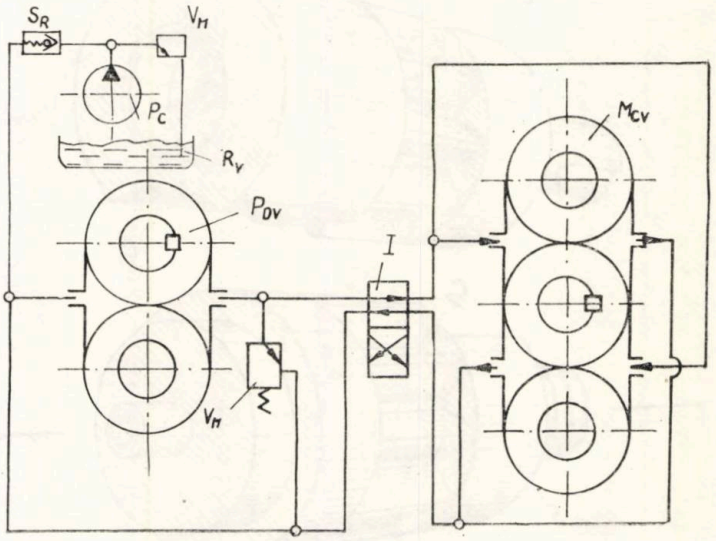


Fig. 7

Capacitatea sau domeniul de reglare a variatorului poate fi uşor determinată plecînd de la considerentul că $b' = \varkappa b$, unde $\varkappa$ este un coeficient de reglare al cărei valoare maximă este egală cu unitatea. În consecinţă debitul pompei poate fi exprimat folosind relaţia aproximativă de calcul [1] astfel :

$$Q_p = 2.\pi.b'.m^2.z.n_0 = q_p \varkappa_p n_0 \tag{14}$$

iar turaţiile minime şi maxime ale motorului în funcţie de acest debit şi de caracteristicile motorului se pot scrie :

$$n_{Mmax} = \frac{q_p}{q_M} \cdot \frac{\varkappa_{pmax}}{\varkappa_{Mmin}} \cdot n_0 \tag{15}$$

$$n_{Mmin} = \frac{q_p}{q_M} \cdot \frac{\varkappa_{pmin}}{\varkappa_{Mmax}} \cdot n_0 \tag{16}$$

Raportul celor două turaţii limită exprimă capacitatea de reglare a variatorului :

$$C_R = \frac{n_{Mmax}}{n_{Mmin}} = \frac{q_p}{q_M} \cdot \frac{\varkappa_{pmax}}{\varkappa_{Mmin}} \cdot n_0 \cdot \frac{q_M}{q_p} \cdot \frac{\varkappa_{Mmax}}{\varkappa_{pmin}} \frac{1}{n_0} = R_p \cdot R_M \tag{17}$$

care conform relației (17) reprezintă produsul rapoartelor de reglare parțiale a pompei și respectiv a motorului.

În relațiile (14), (15), (16) și (17) s-a notat : q_p — debitul specific al pompei ; q_M — capacitatea specifică (volum specific) al motorului ; R_p și R_M — raportul valorilor extreme ale coeficienților de reglare ai pompei și respectiv ai motorului $\left(R_p = \frac{\varkappa_{pmax}}{\varkappa_{pmin}} ; \quad R_M = \frac{\varkappa_{Mmax}}{\varkappa_{Mmjn}}\right)$

n_0 — turația pomei,

b — lățimea maximă de angrenare,

b' — o lățime oarecare, arbitrară.

Încercările experimentale preliminare făcute pe modele executate în condiții de laborator confirmă pe deplin calitățile sistemelor cu rotori multipli. În fig. 8 se reprezintă și o altă aplicație a pompelor cu trei rotori, la care lipsește complet aparatajul de distribuție, inversarea realizîndu-se prin motorul electric al pompei [6].

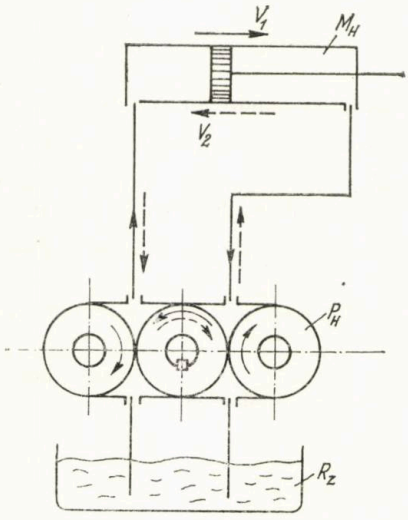


Fig. 8

În concluzie se poate aprecia că :

1. Domeniul de utilizare al pompelor și motoarelor cu roți dințate clasice poate fi mult extins prin folosirea pompelor și motoarelor multirotori, chiar și la sistemele moderne și pretențioase ale comenzii după program de la mașinile unelte în condiții tehnico-economice avantajoase.

2. Asocierea avantajelor oferite de pompele și motoarele multirotori cu acelea de reglabilitate directă a acestora prin variația lățimii de angrenare au permis obținerea unor mecanisme hidrostatice de reglare continuă a turațiilor (variatori continui de turații), originale extrem de avantajoase din punct de vedere tehnic și economic, avînd un randament ridicat și un preț de cost de cca. zece ori mai mic decît alte sisteme similare.

3. Variatorii hidrostatici de turații a căror avantaje și performanțe sînt suficient demonstrate de practica industrială și în literatura de specialitate, mai ales prin aceea că permit optimizarea regimurilor de așchiere devin extrem de actuali prin tendința ce se manifestă pe plan mondial în construcția de mașini unelte moderne (mașini cu comandă program, linii de transfer, machining centre) la care se merge la o hidroficare completă sau aproape completă, inclusiv a lanțului cinematic principal. În consecință variatorul hidraulic de turații realizat de autor se înscrie pe linia soluționării unor probleme tehnice de mare actualitate.

Catedra de mașini unelte
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Oprean,* Hidraulica mașinilor unelte, Ed. D.P. Buc. 1968.

2. *A. Oprean,* Variator hidraulic de turații, brevet de invenție nr. 46635 O.S.I. 1967.

3. *Janssen B.,* Oelhydraulick und Pneumatick Antriebe und Steuerungen an der Ausstellung in London, Tehn. Rundschau Nr. 16, 17, 19, 21 — 1969.

4. *Schlosser W. M.,* The overall efficiency of positive-displasement pumps, Hydraul. Pneumat. Power nr. 173 — 1969.

5. *Ackley Edward L.,* Hydraulic gear motor — brevet de invenție S.U.A. Nr. 3364819 din 1968.

6. *Stuart Whilfield, M. P.,* Valveless hydraulic actuating units brevet de invenție S.U.A. nr. 3374625 din anul 1968.

BUCUREȘTI
BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXII — 1970. Numărul 5

METALURGIE

C.Z.: 669.34

CONSIDERAȚII PRIVIND DINAMICA REPARTIȚIEI ELEMENTELOR LA RAFINAREA CUPRULUI

FL. OPREA, P. MOLDOVAN

1. *Scopul lucrării.* Mecanismul și cinetica oxidării impurităților din cuprul topit la rafinarea termică a făcut obiectul multor cercetări [1-9], în scopul verificării unor ipoteze asupra dinamicii chimice sau pentru a lămuri mecanismul eliminării unor impurități din cupru, pe baza variației coeficienților de repartiție între faza lichidă de zgură și faza metalică topită.

Prezenta lucrare are drept scop, să studieze influența compoziției băii metalice asupra valorii coeficienților efectivi de repartiție ai impurităților în sistemele ternare Cu-Pb-O, Cu-Sb-O și în sistemul cuaternar Cu-Pb-Sb-O în condițiile rafinării termice a cuprului; pe această cale se urmărește să se definească caracterul procesului, pe baza ideii fundamentale că ar putea să existe o corelație univocă între valorile coeficienților de repartiție și activitățile elementelor din baia metalică.

2. *Condiții de lucru.* În experiențele efectuate s-au folosit mai multe varietăți de cupru impurificat cu Pb și Sb; impurificarea cuprului (Cu E) s-a realizat în prealabil, prin topirea și supraîncălzirea sa la 1120°C sub un strat de mangal praf în creuzete refractare. Dispozitivul central al instalației pentru determinarea echilibrului — camera de reacție — constituit dintr-un tub de pyrolan cu diametru interior Ø 33 mm, iar lungimea 1000 mm, în care se afla creuzetul din alumină (Ø 22 mm și înălțimea de 47 mm) ce conținea aliajul supus topirilor oxidante, s-a încălzit cu ajutorul unui cuptor electric mobil cu rezistență de silită (Si-C) și cu reglare automată a temperaturii, (fig. 1). După introducerea creuzetului de alumină cu șarjă (25—75 g aliaj Cu-Pb, Cu-Sb, Cu-Pb-Sb) se evacua aerul cu ajutorul pompei de vid și se trecea prin instalație un curent de azot purificat. Cuptorul se menținea la 1100°C o perioadă de cca. 30 minute, pentru topirea întregii cantități de material și apoi se aducea topitura la temperatura de regim (1250°C) menținîndu-se 10 minute pentru stabilirea echilibrului, după care urma in-

* Lucrare comunicată în sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București 29—31 mai 1969.

troducerea cantităţii necesare de oxigen sub formă de CuO. După menţinerea topiturii la temperatura de regim, o perioadă de timp bine definită, creuzetul se răcea brusc, apoi se efectuau analizele chimice ale fazei metalice şi a zgurii.

3. *Rezultatele experimentale şi interpretarea lor.* Pentru a studia influenţa diferiţilor factori asupra echilibrului zgură-baie metalică la rafinarea termică a cuprului s-au menţinut constante toate condiţiile

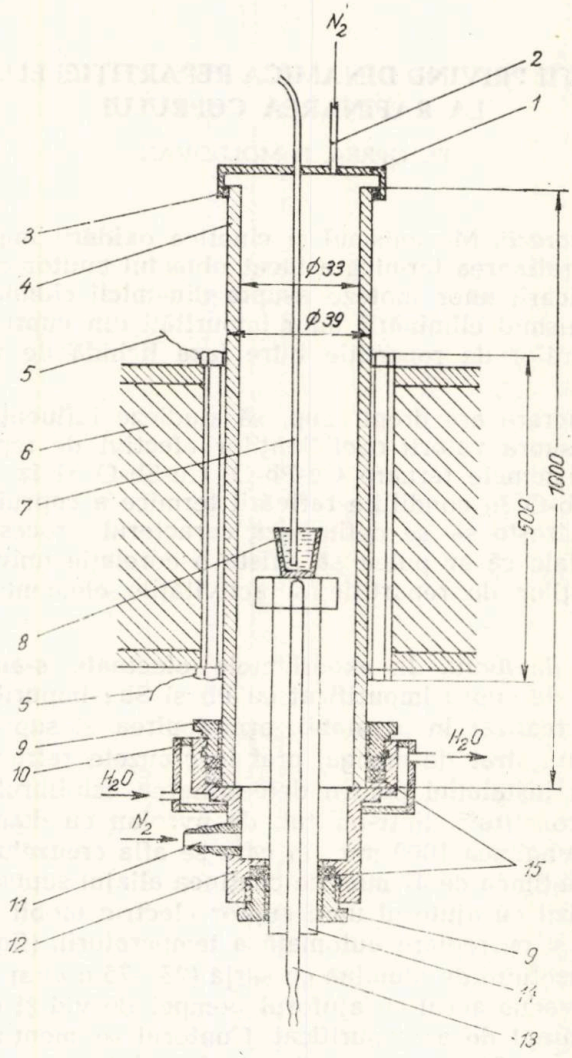


Fig. 1. Schema instalaţiei.

1 — capac alamă; *2* — orificiu evacuare N_2; *3* — garnitură; *4* — tub de reacţie pirolan; *5* — contacte electrice; *6* — carcasa cuptorului; *7* — agitator; *8* — creuzet alumină; *9* — saibe presate din alamă; *10* — sistem de răcire cu apă; *11* — orificiu admisie N_2; *12* — dispozitiv de etanşare, alamă; *13* — termocuplu; *14* — suport refractar; *15* — garnituri etanşare, cauciuc vid.

de lucru variind pe rînd: temperatura, concentrația agentului oxidant, conținutul impurităților în baia metalică, caracteristicile cuprului. Topirile oxidante ale eșantioanelor de cupru impurificat au fost efectuate în domeniul de temperaturi 1250—1280°C, asigurîndu-se întotdeauna concentrațiile maxime de oxigen la temperatura de regim.

Determinările experimentale au arătat că domeniul de stratificare în sistemul Cu-O a fost influențat foarte mult de natura materialului (Al_2O_3, SiO_2, CaO, ZrO_2 etc.), din care au fost confecționate creuzetele, deoarece acești oxizi pot transforma sistemul binar Cu-Cu_2O într-un sistem ternar modificînd în același timp activitățile oxigenului din topitură.

Rezultatele obținute, cînd s-a lucrat în creuzete din Al_2O_3, confirmă suficient de bine datele lucrării lui Kuxmann Ulrich [5], indicînd domeniul de nemiscibilitate la 1250°C între 2,4 și 11—12% O_2 (fig. 2).

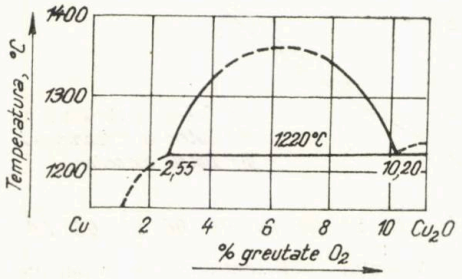


Fig. 2. Domeniul de stratificare în sistemul Cu-O la topirea în creuzete din Al_2O_3.

Curbele care arată dependența coeficientului de repartiție a plumbului și a stibiului de concentrațiile acestor elemente în cupru și de durata rafinării oxidante pentru diferite eșantioane de cupru brut arată că în sistemul eterogen format din două faze lichide nemiscibile — zgură topită și baie metalică, elementele însoțitoare ale cuprului se repartizează la echilibru proporțional cu activitățile lor în cele 2 faze, raportul acestor activități fiind funcție numai de temperatură conform relației:

$$C_{Me'} = \frac{(a_{Me'})}{[a_{Me'}]} = \frac{(\gamma_{Me'})) \cdot (N_{Me'})}{[\gamma_{Me'}] \cdot [N_{Me'}]} = f\ (T) \qquad (1)$$

respectiv:

$$L_{Me'} = \frac{(N_{Me'})}{[N_{Me'}]} = C_{Me'} \cdot \frac{[\gamma_{Me'}]}{(\gamma_{Me'})} \qquad (2)$$

Datele de echilibru ale sistemului Cu-Pb-O la 1250°C la o concentrație de oxigen de 1,48%, arată că, pe măsura creșterii % Pb, în cuprul brut se mărește coeficientul de repartiție al plumbului (L_{Pb})

între zgură şi metal (fig. 3); creşterea coeficientului de repartiţie este mai accentuată la concentraţii mai mari de plumb, diferenţa între valorile determinate de diferiţi autori provenind din condiţiile diferite de lucru, printre care agitarea topiturii în timpul experienţelor, a avut un rol însemnat.

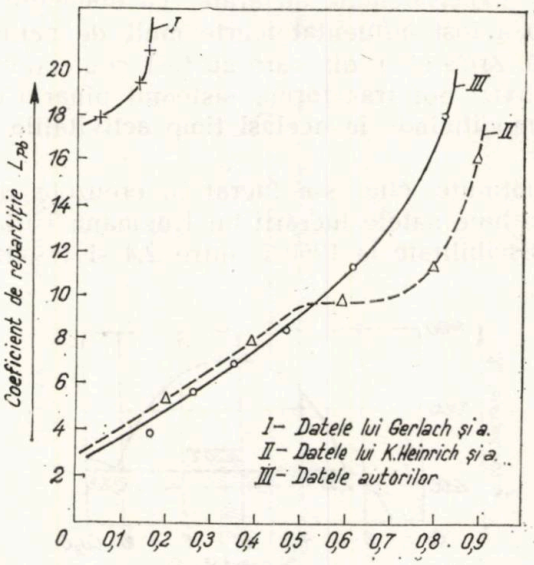


Fig. 3. Variaţia coeficientului de repartiţie al *Pb* (L_{Pb}) între zgură şi metal la 1250° şi la o concentraţie a oxigenului de 1,48%.

În ceea ce priveşte comportarea Sb, experimental s-a constatat (fig. 4) o creştere destul de pronunţată a coeficientului de repartiţie al Sb (L_{Sb}) între zgură şi metal lichid într-un domeniu mai mic de con-

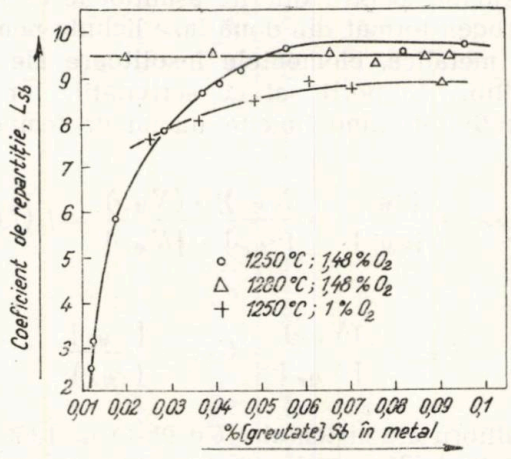


Fig. 4. Dependenţa coeficientului de repartiţie a Sb de conţinut de Sb în metal după topire.

centrații de Sb (sub 0,05% Sb) și păstrarea valorii constante (9,7) într-un interval mai larg decît domeniile indicate în literatură [1]. Acest fenomen s-ar putea explica prin apariția în stare lichidă la concentrații reziduale mici de Sb în cupru, a unor grupări oxidice cvasimoleculare de tipul $xCu_2O.ySb_2O_5$ care întăresc legătura Sb_2O_5 cu zgura, acestea descompunîndu-se la concentrații mai mari de Sb în cupru lichid, în Cu_2O și Sb_2O_5.

Modul de variație a vitezei medii de eliminare a plumbului și stibiului din baia metalică (fig. 5 și 6), în funcție de durata procesului (minute) la 1250°C, pentru încercările efectuate la intervale bine de-

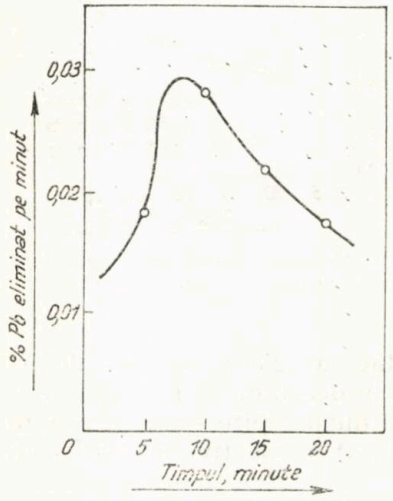


Fig. 5. Viteza de eliminare a plumbului din cupru la un conținut de 0,48% plumb în cupru impur, în funcție de timp.

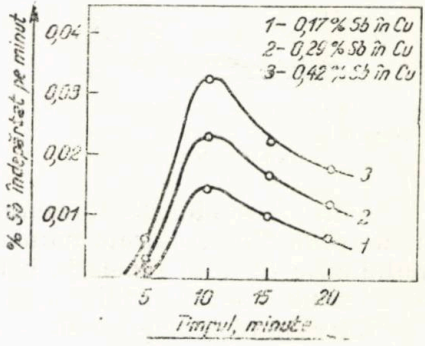


Fig. 6. Variația coeficientului de repartiție al *Sb* (L_{Sb}) între zgură și metal la 1250° și la concentrație a oxigenului de 1,48%.

terminate de timp, arată că în timpul procesului se pot pune în evidență 3 etape : în perioada inițială a procesului (primele 2—3 minute) viteza de reacție este foarte mică ; în acest interval moleculele de Cu_2O intră în reacție cu Pb, respectiv Sb dizolvat în cupru și participă la formarea primilor germeni ai noii faze ; în perioada a II-a viteza de oxidare a Pb(Sb) crește continuu și rapid, eliminarea impurităților în cantitatea cea mai mare corespunzînd maximului curbei. Difuzia Pb(Sb) din baia metalică în zgură și combinarea PbO cu Cu_2O determină viteza procesului de rafinare în această perioadă, ceea ce face ca în cca. 10 minute să se realizeze eliminarea Pb (Sb).

În perioada a III-a viteza procesului de rafinare se micșorează din cauza creșterii tensiunii de disociere a PbO (Sb_2O_5) la concentrații foarte mici de plumb (stibiu) în baia metalică.

Rezultatele obţinute arată că, în funcţie de timp, creşterea coeficientului de repartiţie a plumbului este liniară (fig. 7), panta dreptelor variind puţin cu conţinutul de Pb din baia metalică ; pentru coeficientul de repartiţie a stibiului această variaţie fiind parabolică (fig. 8).

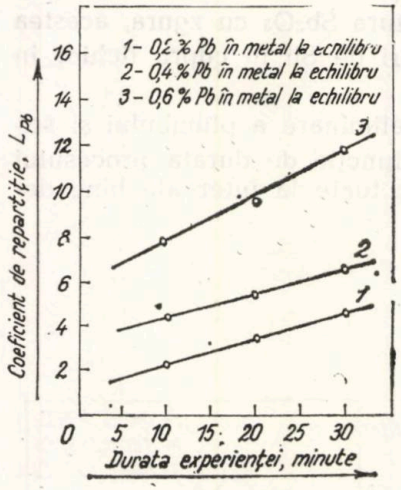


Fig. 7. Dependenţa coeficientului de repartiţie al *Pb* (L_{Pb}) de durata experienţei.

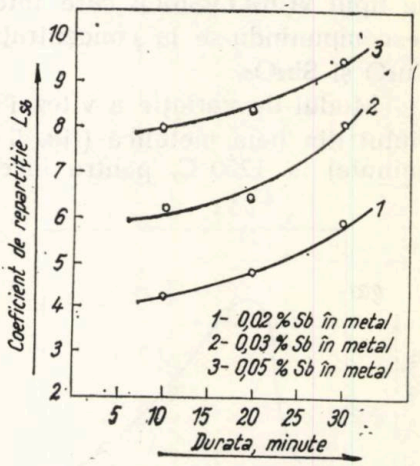


Fig. 8. Variaţia valorii coeficientului de repartiţie în timp (Cu-Sb-O).

Pentru domeniul de concentraţii cercetat, la 1250°C au fost determinate ecuaţiile care arată influenţa duratei procesului — t — şi a conţinutului de Pb (Sb) rămas în baia metalică după topire — x — asupra coeficientului de repartiţie a plumbului (L_{Pb}), respectiv a stibiului (L_{Sb}) între zgură şi baia metalică.

Datele experimentale au fost prelucrate în acest scop, prin metoda matematicii statistice — analiza regresivă, utilizîndu-se notaţiile :

y = coeficientul de repartiţie
x_1 = durata procesului, minute
x_2 = % Pb în metal după topire

$$S_x = \sum_{i=1}^{n} x_i ; \; S_y = \sum_{i=1}^{n} y_i ; \; SS_x = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 ; \; SS_y = \sum_{i=1}^{n} y_i^2$$

$$\frac{S_x^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} \; ; \; \frac{S_y^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^2}{n} \; ; \; SP = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

$$\frac{S_i S_j}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

$$SSD_x = SS_x - \frac{S_x^2}{n}$$

în care : „n" reprezintă numărul de experienţe.

În cazul sistemului Cu-Pb-O se consideră ecuația :

$$y = a + b_1 (x - \bar{x}_1) + b (x - \bar{x}_2)$$

în care :

$$a = \frac{S_y}{n} \; ; \; \bar{x}_1 = \frac{S_{x_1}}{n} \text{ și } \bar{x}_2 = \frac{S_{x_2}}{n}$$

Coeficienții b_1 și b_2 se determină cu ajutorul sistemului de ecuații :

$$b_1 \cdot SSD_{x_1} + b_2 \cdot SPD_{x_1 x_2} = SPD_{x_1 y}$$
$$b_1 \cdot SPD_{x_1 x_2} + b_2 \cdot SSD_{x_2} = SPD_{x_2 y}$$

În acest mod se obține ecuația finală pentru coeficientul de repartiție a plumbului de forma :

$$L_{Pb} = 0{,}14\, t + 16\, x - 3{,}1 \qquad (3)$$

Dependența coeficientului de repartiție a stibiului (sistemul Cu-Sb-O) de durata procesului și conținutul rezidual de Sb în baia metalică este parabolică, aceasta exprimîndu-se printr-o ecuație de forma :

$$L_{Sb} = a + b_1 x + b_2 t^2$$

Pentru a se putea aplica metoda analizei regresive liniare și în cazul sistemului Cu-*Sb*-O se transformă ecuația corespunzător notațiilor :

$$x_1 = t^2 \; ; \quad x_2 = x$$
$$L_{Sb} = 1{,}97 + 116{,}4\, x + 0{,}00212\, t^2 \qquad (4)$$

Încercările experimentale de stabilire a echilibrului în sistemul Cu-Pb-O la 1280°C în comparație cu temperatura de 1250°C (fig. 4 și 9) au condus la concluzia că în aceste condiții se favorizează într-o oarecare măsură descompunerea combinațiilor de forma $x Cu_2O \cdot y PbO$ (respectiv $x Cu_2O \cdot y Sb_2O_5$), valoarea coeficienților de repartiție (L_{Pb}, L_{Sb}) tinzînd spre o valoare constantă la concentrații mari de Pb (concentrații mici de Sb) în cupru lichid. În cazul stibiului, constanța coeficientului de repartiție (valoarea sa fiind mai mică decît la 1250°C și 1,48% O_2), în domeniul de concentrații cercetat se poate explica prin existența unei puternice ionizări a zgurii. O scădere mai accentuată a coeficientului de repartiție a Sb se constată în experiențele conduse fără saturarea băii metalice (fig. 4). Pentru eliminarea cît mai completă a impurității *Me'* este necesar să se mărească tăria legăturii *Me'O* cu zgura (prin micșorarea $\gamma_{Me'_0}$) și să se micșoreze tăria legăturii *Me'* cu baia metalică. Legăturile interatomice cresc cu scăderea razelor ionice și cu creșterea sarcinilor pozitive ale cationului.

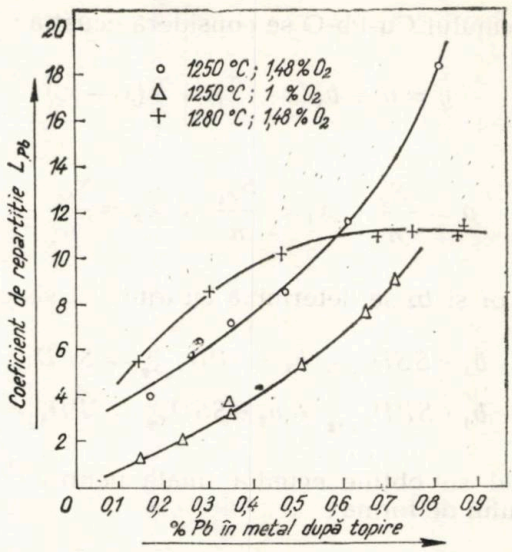


Fig. 9. Dependența coeficientului de repartiție (L_{Pb}) de % Pb în faza metalică, la diferite conținuturi de oxigen și diferite temperaturi.

Pe măsura creșterii $\%Pb$ ($\%Sb$) la echilibru în baia metalică s-a constatat (fig. 10 și 11) că zona de nemiscibilitate în sistemul Cu-Pb-O și Cu-Sb-O devine mai mare.

Datele de echilibru la 1250°C în sistemul cuaternar Cu-Pb-Sb-O (fig. 12 și 13) au arătat că prezența simultană a Pb și Sb în baia metalică a determinat o oarecare creștere a valorilor coeficienților de re-

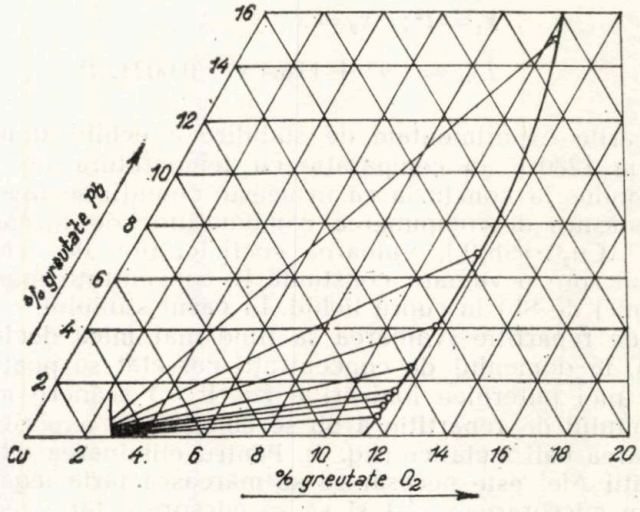


Fig. 10. Secțiunea izotermică prin diagrama termară a sistemului Cu-Pb-O la 1250°C, în zona bogată în cupru.

partiție a Pb și Sb față de valorile corespunzătoare sistemelor ternare Cu-Pb-O și respectiv Cu-Sb-O.

Valorile mari ale coeficienților de repartiție au arătat existența legăturilor interatomice puternice dintre impurități și zgură, confirmînd prezența în stare lichidă a grupărilor cvasimoleculare de tipul

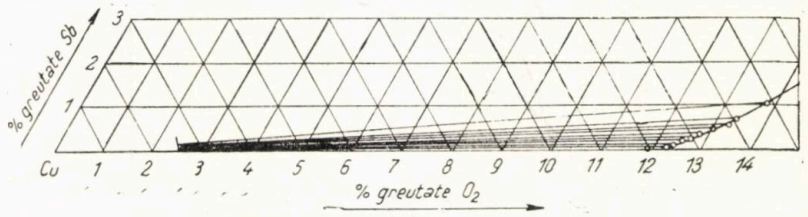


Fig. 11. Secțiunea izotermică prin diagrama Cu-Sb-O la 1250°C.

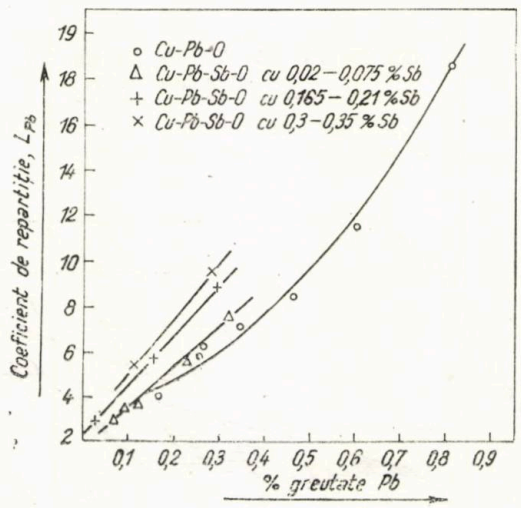


Fig. 12. Variația coeficientului de repartiție, funcție de % Pb în metal după topire în sistemul Cu-Pb-O.

$x Cu_2O.y Sb_2O_5$, $x Cu_2O\ y PbO$, $x Cu_2O.y PbO.z Sb_2O_5$, care corespund combinațiilor respective de pe diagramele de echilibru (de ex. $PbO.Sb_2O_5$, $2PbO.Sb_2O_5$). În aceste condiții a fost posibilă o viteză de eliminare mai mare a Pb și Sb față de viteza de eliminare a acelorași impurități în cadrul sistemelor ternare corespunzătoare; maximul vitezei de eliminare se atinge după un timp mult mai mic.

Conținuturi reduse de oxigen (sub valoarea concentrației maxime) introduse în topitură sub formă de oxid de cupru, au determinat o scădere a coeficienților de repartiție a Pb, respectiv Sb. Pentru reprezentarea în plan a secțiunii izotermice prin sistemul cuaternar Cu-Pb-Sb-O au fost adunate conținuturile de Pb și Sb, formîndu-se un sistem pseudoternar (fig. 14), unde se constată că domeniul de nemiscibilitate din sistemul Cu-O a fost mărit mai mult față de cazul adăugării plumbului.

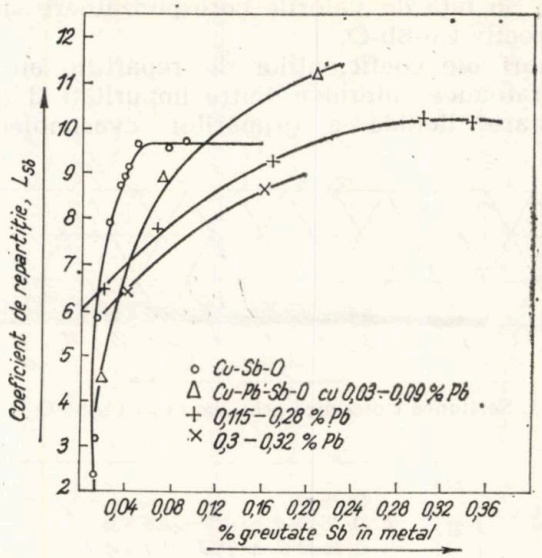


Fig. 13. Dependența coeficientului de repartiție al *Sb* de % *Sb* din metal după topire.

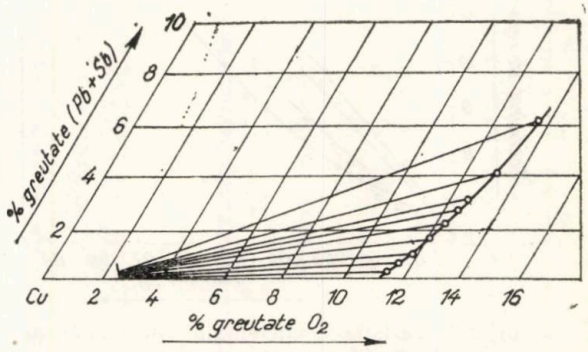


Fig. 14. Secțiunea izotermică (1250°C) prin domeniul bogat în cupru al sistemului Cu-Pb-Sb-O.

4. *Fenomene electrochimice și rolul difuziei în procesul de rafinare termică a cuprului*

Conform teoriei ionice a zgurilor, eliminarea impurității Me' (Pb sau Sb) din cupru la rafinarea termică, are la bază o reacție chimică de forma :

$$[Cu_2O] + [Me'] \rightleftharpoons 2[Cu] + (Me'^{2-}) + (O^{2-}) \tag{5}$$

$$K_{(5)} = \frac{[Cu]^2 (Me'^{2+}) \ (O^{2-})}{[Cu_2O] \cdot [Me']} \tag{6}$$

unde :

$$L_{Me'} = \frac{(Me'^{2+})}{[Me']} = K.\frac{[Cu_2O]}{[Cu]^2(O^{2-})} \tag{7}$$

respectiv :

$$L_{Me'} = K'.\frac{[Cu_2O]}{(O^{2-})} \tag{8}$$

Rezultatele experimentale confirmă concluziile ce se pot desprinde din ecuația (8) în sensul că gradul de zgurificare al impurității *Me'* (Pb sau Sb) se mărește cu creșterea concentrației Cu_2O în faza metalică (cînd s-a lucrat cu concentrații de O_2 mai mari) și cu scăderea concentrației ionilor liberi de oxigen în zgură. Anionii O^{2-} tind să treacă din zgură în metal, cedînd electronii suplimentari : $(O^{2-}) = [O] + 2e$

Ținînd seama de apariția stratului electric dublu la limita interfazică metal-zgură, pentru a menține posibilitatea migrării anionului O^{2-} în baia metalică, trebuie ca în același timp să treacă un număr echivalent de cationi de cupru care să preia eletcronii cedați de oxigen :

$$2(Cu^+) + (O^{2-}) = 2[Cu] + [O] \tag{9}$$

Oxidarea impurității *Me'* (Pb sau Sb) din baia metalică, conduce la obținerea unor electroni suplimentari :

$$[Pb] + (O^{2-}) = (PbO) + 2e \tag{10}$$

$$2[Sb] + 3(O^{2-}) = (Sb_2O_3) + 6e \tag{11}$$

Procesul de oxidare a impurității (Pb sau Sb) s-ar opri destul de repede dacă electronii suplimentari n-ar fi captați de cationii de cupru conform relației (9).

Potențialul electrochimic la atingerea echilibrului reacțiilor (9), (10) și (11) la suprafața interfazică zgură-metal lichid este dat de expresiile :

$$E_{Cu} = E^0_{Cu} + \frac{RT}{2F} ln \frac{a^2_{Cu+}}{a^2_{Cu}} \tag{12}$$

$$E_{Pb} = E^0_{Pb} + \frac{RT}{2F} ln \frac{a_{Pb^{2+}}}{a_{Pb}} \tag{13}$$

$$E_{Sb} = E^0_{Sb} + \frac{RT}{6F} ln \frac{a^2_{Sb^{3+}}}{a^2_{Sb}} \tag{14}$$

La echilibru : $E_{Cu} = E_{Pb} = E_{Sb}$

În procesul de rafinare a cuprului lichid un rol important revine difuziei staţionare datorită variaţiei concentraţiei impurităţii în spaţiu şi timp conform legii a II-a a lui Fick :

$$\frac{d\,[Me']}{dt} = D \cdot \frac{d^2\,[Me']}{d\,x^2} \tag{15}$$

în care : $[Me']$ — concentraţia impurităţii care difuzează ; t — durata ; D — Coeficientul de difuzie ; x — coordonata difuziei.

D — coeficientul de difuzie ; x — coondonata difuziei.

$$D = \frac{x^2}{4\,t\,\varepsilon^2} \tag{16}$$

se obţine ţinîndu-se seama de condiţiile iniţiale şi de relaţiile :

$$\varkappa([Me']) = \frac{x}{\sqrt{t}} \tag{17}$$

— funcţia de erori a lui Gauss :

$$erf\,(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\varepsilon} e^{-\varepsilon^2} \cdot d\,\varepsilon \tag{18}$$

Viteza reacţiei dintre [Me'] şi [O] dizolvaţi în cupru lichid este dată de ecuaţia :

$$V_x = K\,[Me']_s \cdot [0]_s \tag{19}$$

În regim staţionar şi pentru concentraţii mici de [Me'], după o serie de calcule şi consideraţii [10], relaţia (19) devine :

$$V_x = \frac{K \cdot [Me'] \cdot [0]}{1 + K \cdot \frac{\delta_{Me'}}{D_{Me'}}[0]} \tag{20}$$

Prin urmare viteza de îndepărtare a impurităţii [Me'] din cupru lichid condiţionată de procesul de difuzie poate fi mărită prin agitarea băii metalice cînd scade grosimea stratului de difuzie $\delta_{Me'}$.

Catedra de metalurgie neferoasă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Gerlach, Schwennicke M.*, Metall 1966, 20, Nr. 11, pag. 1136—1140.
2. *Oprea Fl.*, Teoria proceselor metalurgice — metale neferoase, Bucureşti 1966.
3. *Wartenberg M., Reusch M. I.*, Z. anorg. allg. Chem. 207 (1932), pag. 4.
4. *Gerlach J., Kleibeler H., Pawlek F.*, Metall 1967, 21, Nr. 11, pag. 1115—1122.

5. *Tripșa I., Oprea Fl., Dragomir I.*, Bazele teoretice ale metalurgiei extractive, București 1967.

6. *Rigby G. R., Hamilton B.*, J. Amer. Ceram. Soc. 44 (1961) pag. 201—205.

7. *Gâdea S., Protopopescu M.*, Aliaje neferoase, București 1965.

8. *Kuxmann V., Kurre K.*, Z. Erzbergbau und Metallhüttenwesen 1968, 21, Nr. 5, 199-209.

9. *Heinrich K., Pawlek F., Plieth K.*, Erzmetall 14 (1961), pag. 520—526.

10. *Oprea Fl., Moldovan P.*, Révue roumaine des sciences techniques. Série de Métalurgie, tome 14, nr. 2, 1969, p. 107—124.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 5

TRANSPORTURI

C.Z.: 625.5

BEITRAGE ZUR UNTERSUCHUNG DER OPTIMALISIERUNG DER ELEKTRIFIZIERUNG DER EISENBAHNEN MIT HILFE DER MATHEMATISCHEN MODELLIERUNG *

AL. POPA, A. CARABULEA

1. *Formulierung des Problems*

Das andauernde Anwachsen des Güter und Personenverkehrs erfordert die Elektrifizierung der Eisenbahnen in einem hohen, raschen Rhytmus.

Die Elektrifizierung der Strecken mit schwerem Profil und lebhaftem Verkehr führt zur Erhöhung der Verkehrsleistung der Eisenbahnstrecken mit 80—100% ,zur Erhöhung der Arbeitsproduktivität, zur Erhöhung des Wirkungsgrades der Einrichtungen bis zu 55%, zur Senkung der Selbstkosten mit ungefähr 30%, Sekung der Widerherstellungskosten mit ungefähr 65% und zu Ersparnissen bei den Investitionen für feste und bewegliche Anlagen.

Solchermassen wurden durch die Elektrifizierung der Eisenbahnlinien Bukarest—Brașov und Craiova—Cîlnic Ersparnisse an Investitionen von ungefähr 80.10^6 Lei durch die Verminderung des für die Versorgung mit Brennstoff der Eisenbahnen notwendigen Wagenparkes erzielt. Die Einsparung an Arbeitskräften beträgt ungefähr 25% und der Energieverbrauch ist viel geringer im Falle der Elektrifizierung, als bei Dampffahrbetrieb.

Da in unserem Lande zur Elektrifizierung einiger Eisenbahnlinien mit schwerem Profil und lebhaftem Verkehr übergegangen wurde und die Möglichkeit besteht, dass die beste Lösung der Elektrifizierung mit Hilfe von elektronischen Rechemmaschinen erfolgt, ist eine Reihe von theoretischen und praktischen Untersuchungen des Aufbaues der Berechnungsverhältnisse geboten, welche der Methodologie zur Ausarbeitung der technisch-wirtschaftlichen Untersuchungen zwecks genauer Feststellung der besten Elektrifizierungslösung zu Grunde liegen.

Der Zweck der vorliegenden Arbeit besteht in der Darstellung des strukturellen Modells der Gesamtkosten, wobei der mathematischen Modellierung der Vorräte, der Wartezeiten, des Verbrauchs, der Betriebssicherheit, der Arbeitskraft und der Investitionen in deterministischen

* Manuskript am 20 Juli 1969 eingegangen.

(sichern) und in wahrscheinlich Keitsmässigen (stochastischen) Lagen, welche im Betrieb der Eisenbahnen häufig auftreten, Rechnung getragen wird. Gleichzeitig wurde auch das logische Schema hinsichtlich des Testes der erdachten Algorithmus für die Optimalisierung der Elektrifizierung der Eisenbahnen ausgearbeitet, wodurch die Berechnung aller Kostenkategorien durch Anwendung von deterministischen und wahrscheinlichkeitsmässigen Modellen auf alle in der Praxis begegneten Situationen, die sich zu einer Analyse mit Hilfe der Methoden der Operatorenrechnung einen ermöglicht wird. Dieserweise werden Mathematische Verhältnis gegeben, welche die genaue Bestimmung der Fahrbetriebskosten und der Wartzeiten, der Theorie des Verbrauche, der Theorie der Arbeitskraft, der Theorie der Betriebssicherheit, der Theorie der angefallenen Ausgaben und der Theorie der chronologischen Staffelung der Investitionen gestatten, da die Wircklichkeit der Projektierung des Baues und des Betriebes von elektrifizierten Eisenbahnlinien des komplexe Studium der Probleme hinsichtlich der Anwengung der besten Lösung erfordert, bei welcher die geringsten Gesamtkosten auftreten.

Der Beitrag vorliegender Arbeit bezieht sich auf eine Reihe von unveröffentlichten Aspekten bezüglich Anwendung der operationellen Untersuchung und von Digitalrechenmaschinen beim Studium der Optimalisierung der Elektrifizierung von Eisenbahnen. Es wurde demnach eine Reihe von neuen Ausdrücken eingeführt, die für die Theorie der operationellen Untersuchung im Aufbau der Fahrbetriebskosten erforderlich waren. Auf Grund des Versuches mit dem neuen mathematischen Modell wurde dem Algorithmus der Elektrifizierun der Eisenbahnen eine möglichst reelle Form gegeben.

Im Rahmen des gebildeten Algorithmus wurde die Ard der Bestimmungen der Anzahl von Arbeitern im Bereich der Eisenbahnen von einem vollkommen neuen Standpunkt aus gesichtet. Es wurde demnach die Struktur des Modells der Arbeitskräfte präzisiert, wobei der Besorderheit der bestehenden Arbeitsstellen und der Gesamtheit der für die Ausführung eines tatsächlichen Arbeitsumfanges notwendigen Berufe Rechnung getragen wurde. In diesem Zusammenhang kann die in der Subroutine enthaltene Idee bezüglich der Berechnung der Arbeitsnorm entwickelt, und den tatsächlichen Bedingungen in Rahmen jeder Regionaldirektion der Eisenbahnen, welche die operative Tätigkeit in den verschiedenen Verkehrabschnitten der elektrifizierten Eisenbahnen beiordnen, Rechnung getragen werden.

Die Konstruktion des mathematischen Modells und des logischen Schemas erleichtert die Anwendung von Digitalrechenmaschinen zwecks Studium der Optimalisierung der Elektrifizierung der Eisenbahn.

2. *Betrachtungen über die Struktur des mathematischen Modells und des logischen Berechnungsschemas*

Wenn die Eigenart der Eisenbahnen in Betracht gezogen wird, erweist sich, das in diesem Tätigkeitsbereich eine Reihe von Erscheinungen auftreten, welche mit Hilfe der mathematischen Modellierung ausgedrückt werden können.

Mathematische Modelle können bestimmend sein, wenn der Zufluss an Waren und Personen bekannt ist, oder sie können stochastisch sein, wenn die Erscheinungen vom Wahrscheinlichkeitsgesetz regiert werden. In Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsgesetze bezüglich der Bildung des Personen- und Güterstroms kann eine gewisse Anzahl von Zügen, bzw. eine bestimmte Anzahl von Eisenbahnwagen in jedem Garnitur vorhergesehen und mit der notwendigen Bestimmtheit die Gesamtkosten des Fahrbetriebes festgestellt werden. Auf Grund des Studiums der Voraussage des Güter- und Personenverkehrs wird die künftige Entwicklung der Elektrifizierung der Eisenbahnen festgelegt, wodurch die chronologische Staffelung der Arbeiten und deren Verwirklichung zur festgesetzten Zeit erleichtert wird, da auf diese Weise die nötigen Investitionen vorausgesehen werden können.

Das allgemeine mathematische Modell der berechneten Kosten (Z) kann in folgender Form geschrieben werden :

$$(1) \quad Z_t^e = C_r^e + p_n I_r^e = (Cpz + Cech) + p_n (I_{pz} + I_{ech}) = Z + Zech = \min$$

wobei :

a) C_r^e; I_r^e = gleichbewertete bezogene Betriebskosten (C_r^e) und die gleichbewerteten, bezogenen Investionen (I_r^e)

b) Cpr; $Cech$ = eigentliche Betriebskosten (Cpz) und Gleichbewertigungskosten ($Cech$)

c) I_{pr}; I_{ech} = eigentliche Investitionen (I_{pz}) und Gleichbewertigungsinvestitionen (I_{ech})

d) $p_n = \frac{1}{t_{rn}}$ = Wirksamheitskoeffizient.

Diefür die Verwirklichtung der Elektrifizierung einer Eisenbahnstrecke festgestellten Varianten können verglichen werden, nur nachdem sie sowohl vom Standpunkt der Beförderungsmöglichkeiten für Güter und Personen von einem Jahr zum andern, wie auch vom energetischen Standpunkt aus gleichgewertet wurden.

Zur Gleichbewertung der Varianten werden Gleichungen in folgender Form angewendet :

$$(2) \quad Z_t^e = Z\left(1 + \frac{V}{V_0}\right) = Z + Z_{ech} = \text{minim}$$

in welcher :

V_0 = Umfang der Produktion in der Grundvariante

V = Produktionsumfang in den anderen Berechungsvarianten.

Wenn die Varianten vom Standpunkt des Umfanges der beförderten Güter gleichwertig sind, so erfolgt ihre Gleichbewertung vom energetischen Standpunkt aus.

$$(3) \quad C_{ech} = (E_i - E_k)\, p_c^e; \qquad 4) \quad I_{ech} = (P_i - P_k)\, i_{sp}^s$$

wobei :

$E_i\, E_k$ = verbrauchte Energien in der Variante (1) bzw. (k).

$P_i\, P_k$ = verbrauchte Kräfte in den Vergleichsvarianten (i) bzw. (k).

P_c^e = Selbkosten der verbrauchten elektrischen Energie

i_{sp}^s = spezifische Investion in Lei/kW, installiert im energetischen Speisesystem.

Wenn den Fahrbetriebskosten und der Art der Verwirklichung der Investitionen, im Falle der chronologischen Staffelung der Arbeiten, Rechnungs getragen wird, so kann das mathematische Modell der Kosten (Z) folgendermassen geschrieben werden :

$$(4)\quad Z_t = \frac{Q_k}{G_v}\left[C_{TH}\frac{S}{V_{oc}} + C_{LM}\sum_1^d L_K\right] + P_n\left[\sum_{i=1}^{t_c} I_i(1+p_n)^{tc-i} + \right.$$

$$\left. + I_{ech} - V_n\right] = \min$$

wobei :

Q_k = Güterbeförderung

Gv = Zuggewicht

C_{TH}, C_{LM} = mit der Zeit verhältnisgleiche Fahrbetriebskosten (C_{TH}) und von der mechanischen Arbeit abhängig Kosten (C_{LM})

L_k = von Lokomotiven und Eisenbahnwagen geleistete mechanische Arbeiten

S; V_{oc} = Verkehrsabschnitt (S) und Reisegeschwindigkeit (V_{oc})

I_i = Investition im Bezugsjahr (i)

t_c = Dauer der chronologischen Staffelung der Elektrifizierungsarbeiten bzw. der Investitionen.

V_n = reines Einkommen, erzielt durch den Betrieb der teilweise funktionierenden Anlagen

Das Zuggewicht (G_v) und die Reisegeschwindigkeit (v_{oc}) werden mittels untenstehender Formeln berechnet :

$$(5)\quad G_v = \frac{F_0 - G1(R1 + I_{ec})}{(R_v + I_{ec})}$$

$$(6)\quad V_{oc} = V_s\,\frac{[1\,440 - ts\,(Nm + 2\,Nc)]\,60\,S}{[86\,400\,S - 1\,440\,Vs\,ts]}$$

wobei :

F_0 = Zugkraft am Radkranz des Triebrades der Lokomotive
Gl = Gewicht der den Zug schleppenden elektrischen Lokomotive
I_{ec} = Neigungsverhältnis des Linienprofile in Prezenten
N_m, N_c = Anzahl der Güterzüge (N_m) und Personenzüge (N_c)
t_s = Minutenzeit für den Aufenthalt und das Kreuzen von Zugen
V_s = Geschwindigkeit des Zuges auf der Strecke des Verkehrsabschnittes (S).

Die spezifischen Widerstände beider Fahrt der Lokomotive (R_1) und der Eisenbahnwagen (R_v) werden folgendermassen bestimmt :

(7) $$R_1 = A_1 + B_1 V_s^2$$

(8) $$R_v = A_v + B_v V_s^2$$

In den Gleichungen (7) und (8) erscheinen die Koeffizienten A_1, B_1, A_v, B_v, welche von der Art und der Konstruktion des Rollmaterials abhängen.

Die Kosten (C_{TH}) in Gleichung (4) können folgendermassen geschrieben werden :

(9) $$C_{TH} = \frac{T h_L I_K}{t_{iL} T_c} + \frac{G_v A r_1}{T_c t_{iv}} = C_{THL} + C_{THV}$$

in welcher :

C_{THL} und C_{THV} = Fahrbetriebskosten pro Stunde für Lokomotiven (L) und Eisenbahnwagen (V), unter Betrachtung der Lebensdauer (t_{iL}) und (t_{iV}). Diese Kosten haben den Charakter von Abschreibungskosten.
T = Art des Fahrbetriebes, wehrfach ($T=2$—4) oder einfach ($T=1$).
T_c = Kalenderzeit gleich 8760 Stunden
h_L = zuzählige Wartzeit der Lokomotiven sowhol au die Dauer vor Reparaturen, wie auch bis zur Abfahrt des Zuges aus der Station
I_L = Investition für die Beschaffung der Lokomotive
A = spezifische Investition für die Herstellung der Eisenbahn wagen (Lei/Tonne)
r_1 = Beladungskoeffizient des Eisenbahnwagens.

Die Kosten (C_{LM}) in Gleichung (4) stellen prinzipiell die Kosten der elektrischen Energie der und werden berechnet mit Hilfe der Gleichung :

(10) $$C_{LM} = C_E = \frac{b\, p_c^E}{367\, \eta_T} = \frac{b\, p_c^E}{367\, \eta_c \cdot \eta_s \cdot \eta_L} \text{ (lei/kWh} \cdot \text{tf} - \text{km)}$$

wobei :

b = Koeffizient, welcher dem spezifischen Verbrauch für jede Tonne-Kraft-Km, die vom Zug und der Lokomotive durchfahren wird, Rechnung trägt

p_c^E = Selbstkosten der Energie (0,15—0,30) Lei/kWh

η_T = Wirkungsgrad der Umformung gleich mit dem Produkt der Kontaktlinie (η_c), der Versorgungsstation (η_s) und der Lokomotive (η_L).

Die mechanische Arbeit (L_M) in Gleichung (4) wird folgendermassen berechnet :

$$(11)\quad L_M = [(G_L R_L + G_V R_V) + (G_L + G_V)(I_{EC} + 0{,}0038\ V_i^2)]\ 10^{-3}\,(\text{tf} - \text{km}).$$

Die gesamten gleichbewerteten bezogene Kosten (C_r^e) in Gleichung (1) können folgendermassen geschrieben werden :

$$(12)\quad C_r^e = C_t + C_{ST} + C_A + C_{ru} + C_{SF} + C_{FM} + C_G + C_{ech} = \text{minim.}$$

Die Kosten in Gleichung (12) haben folgende Bedeutung :

$$(13)\qquad C_t = n_t\left(\frac{I_L T h_L S}{T_c t_{iL} V_{oc}} + \frac{G_v A_{r1} S}{T_c t_{iV} V_{oc}} + \frac{b\, L_M\, p_c^e}{367\, n_T}\right)\ (\text{lei/Jahr})$$

in welcher :

$n_t = Q_k/G_v$ = Gesamtanzahl der Züge für den Verkher (Q_k) mit mittlerer Zuglast (G_v) für jede Tonne.

Die anderen Grössen stellen die Kosten für Vorratshaltung (C_{ST}), die Kosten für Wartezeiten (C_A), die Kosten für Reparaturen und Unterhaltung der Lokomotiven und Eisenbahnwagen (C_{ru}), die Kosten für Betriebssicherheit (C_{SF}), die Kosten für Arbeitskräfte (C_{FM}), welche für die Führung der Züge, die Leitung der Stationen und der elektrifizierten Eisenbahnen in Bereiche einer Verkehrzone notwendig sind, sowie die mit Hilfe der Gleichung (3) geschriebenen Kosten für die Gleichbewertung der Lösungen (C_{ech}), dar.

Die durch die Anwendung der Vorratstheorie, der Wartezeitenwelche für die Führung der Züge, die Leitung der Stationen und der Arbeitskräftstheorie enstandenen Kosten, mit welchen die operationelle Untersuchung ihre Forschungen unternimmt, können mit Hilfe der deterministischen mathematischen Modelle oder der wahrscheinlich Keitsmässigen Modelle ausgedrückt werden in Abhängigkeit von den tatsächlichen Bedingungen der Projektierung oder des Betriebs der Eisenbahnnen für welche die Elektrifizierung vorgeschlagen oder bei welchen diese verwirklicht wurde. Die deterministischen mathematischen Modelle werden von den wahrscheinlichkeitmässigen Modellen für jede Kostengattung gesondert dargelegt. Im Falle jeder Art von Kosten, wenn der Zufluss von Gütern und Personen für eine bestimmte Periode mit einem gewissen annehmbaren Genauigkeitsgrad vorhersehbar ist, werden die deterministischen mathematischen Modelle ange-

wendet, während im entgegenesetzten Fall die wahrscheinlichkeitsmässigen in Betracht gezogen werden.

Die Kosten für Vorratshaltung können mit Hilfe der deterministischen mathematischen Modelle wie folgt geschrieben werden:

$$C^d_{STo} = (A_{m+c}\, p_t + c_{am}\, t) \text{ (lei/Jahr)} \tag{14}$$

in welcher:

A_{m+c} = Zufluss pro Jahr an Gütern und Personen

P_t = Preis der Beförderung vom Lager zum Zug und umgekehrt

c_{ad} = Verwaltungskosten

t = Zeitspanne der Vorratshaltung.

Das deterministische Modell der Kosten für Wartezeiten kann folgendermassen geschrieben werden:

$$C^d_A = c_1 t_{ac} + c_2 t_{at} \text{ (lei/Jahr)} \tag{15}$$

in welcher:

$c_1 \div c_2$ = stündliche Kosten der Wartezeit aller zu bedienenden Elemente (c_1) und der Wartezeiten der zu beladenden Züge (c_2) (Lei/Stunde).

t_{ac}; t_{at} = Dauer der Wartezeiten der zu bedienenden Elemente (t_{ac}) bzw. der Züge, die (t_{at}) in Std/Jahr bedienen.

Die Zeiten (t_{ac}) und (t_{at}) werden abhängig von der Anzahl der Ankünfte und der Anzahl der Dienste im betrachteten Wartezeitsystem festgesetzt. Die im Rahmen der Eisenbahnen vorkommenden Systeme sind offen, in welchen die Elemente das System verlassen, ohne zum Ausgangspunkt zurückzukehren.

Das mathematische Model der Kosten im Falle endgültiger Abnützung und einzelnem Austausch der Bestandteile auf der Fahrstrecke der elektrifizierten Bahn bzw. der Bestandteile an Eisenbahnwagen und Lokomotiven, sowie die Kosten für die Betriebssicherheit können in folgender Form geschrieben werden:

$$C^d_{ru} = \frac{1}{p\,r} \sum_{i=1}^{r} \left(C_{ai} + \sum_{j=1}^{k} C_{ij} \right) \text{ (Lei/Jahr)} \tag{16}$$

in welcher:

r = Anzahl der ausgetauschten verbrauchten Elemente

p = Arbeitsperioden der betrachten Elemente

C_{ai}; C_{ij} = Anschaffungskosten der verschiedenen Elemente (C_{ai}) und für den Einbau und Instandsetzung der Teile, bzw. der Eisenbahnwagen und Lokomotiven (C_{ij}).

i; j = Anzahl der bei der Kostenberechnung in Betracht gezogenen Elemente ($C_{ai} \div C_{ij}$).

Im Falle der mathematischen wahrscheinlichkeitsmässigen Modelle, besitzt die Erscheinung einen aleatorischen von den Wahrscheinlichkeitsgesetzen regierten Charakter. Die mathematische Hoffnung der Kosten für Vorratshaltung, unter Berücksichtigung der aleatorischen Veränderlichen (V), welcher die Wahrscheinlichkeit p (v) zugeordnet ist, kann folgendermassen geschrieben werden :

$$(17) \quad C_{ST} = \left[t.\, c_s \sum_{v=0}^{S'} (S' - 0{,}5\ V)\ p\,(V) + \frac{c_s\, S'^2}{2}\ t \sum^{\infty} \frac{p(V)}{V} + \right.$$
$$\left. + \sum_{V>p'} \frac{(V - S')^2}{2\,V}\ p\,(V)\ t\, c_p \right] \text{(Lei/Jahr)}$$

in welcher :

t = notwendige Zeit für die iBldung und Verteilung der Güter aus dem Vorrat

c_s; c_p = spezifische Kosten für Vorratshaltung (c_s) und für Mangel an Vorrat (c_p)

S' = Gütervorrat.

Wenn (c_p=0), dann erfolgen die Kosten (C_{ST_1}) und wenn (c_p=0), erfolgen die Kosten (C_{ST_2}).

Die dynamische Verwaltung der Vorräte kann zustande kommen wenn die Wahrscheinlichkeitsgesetze bei der Bildung des Güterzuflusses bekannt sind, in welchem die aleatorische Veränderliche (V) ein Rolle spielt. Die aleatorische Reihe der Ankünfte von Gütern im Laufe der Zeit in die Station, wo die Vorräte eingelagert werden, kann mit Hilfe einer Gleichung in untenstehender Form bestimmt werden wenn die Verteilung nach Gauss erfolgt.

$$(18) \quad V = \left[\overline{V} + a_a \cdot \sigma \right]$$

in welcher :

V = mittlere Wert der Ankünfte von Kolli in die Güterempfangsstation

a_a = Aleatorische Abweichung, die einem Poisson-Gesetz unterworfen ist.

σ = mittlere quadratische Abweichung der Ankünfte von Kolli, welche die Gütervorräte bilden.

Wenn die Grösse der Gleichung (18) in Gleichung (17) eingeführt wird, können die Kosten für Vorratshaltung werden errechnet (C_{ST_3}).

Die mathematische Hoffnung der Kosten für Wartezeiten im Falle der Anwendung von wahrscheinlichkeitsmässigen Modellen wird folgendermassen geschrieben :

$$(19) \quad C_A = \left[K_1 \sum_{n=D+1}^{m} (n - D)\ p\,(V) + K_2 \sum_{n=1}^{D} (D - n)\ p(V) \right]$$

in welcher :

K_1; K_2 = Kosten der Wartezeit einer Einheit, welche bedient werden muss (K_1) bzw. eines bedienenden Zuges (K_2)

n; m = Anzahl der Wartenden Einheiten (n) und bzw. Gesamtanzahl der Einheiten, im als offen betrachten System

D = Anzahl der Einheiten, welche das betrachtete Netz bedienen

$p(V)$ = Wahrscheinlichkeitsgesetzt, welches die Ankünfte und Leistungen im untersuchten System regiert.

Falls das Wahrscheinlichkeitsgesetz der Ankunft von Einheiten (Warenkolli) im System von der Type Poisson und die Leistungen ständig sind, dann werden die Kosten der Wartezeiten (C_{A1}) mit Hilfe der Gleichung (19) berrechnet, in welcher die Wahrshienlichkeit folgende Form hat :

$$(20) \qquad p(V) = \frac{e^{-n_{so}} \cdot (n_{so})^n}{n} = \frac{(n_{so})^n}{n \cdot e\, n_{so}}$$

in welcher :

n_{so} = Anzahl der im System angekommenen Einheiten.

Im Falle der Ankünfte gemäss Poisson und der Leistungen gemäss Erlang, werden die Kosten für Wartezeiten (C_{A2}) erhalten. Die anderen, im logischen Berechnungssystem etnhaltenen Kosten (C_{A3}) und (C_{A4}) werden mit Rücksicht auf das Wahrscheinlichkeitsgesetz des Poisson Typ, bei der Ankunft und der willkürlichen Dienstleistung (C_{A3}), bzw. der Ankunft und der Dienstleistung mit binomialer Verteilung (C_{A4} bestimmt.)

Die Kosten für Abnützung der Teile und für Betriebssicherheit werden mit Hinsicht auf den aleatorischen Charakter des Schadhaftwerdens der verschiedenen Elemente des mechanischen und elektrischen Teiles der elektrifizierten Eisenbahnen berechnet. Die Feststellung der Geschwindigkeit der Wiederversorgung mit einer aleatorischen Abnützung unterworfenen Teilen geschieht mit Hilfe von Gleichungen des Volterra Typs.

Die Verbrauchkosten und der Betriebssicherheitskosten werden mit Hilfe von Gleichungen der Form

$$(21) \quad C_{u+SF} = \left(\sum_{f=1}^{p'} m_f c_f + c_{av} \right) \cdot p(a) = \left(\sum_{f=1}^{p'} m_f c_f + c_{av} \right)(1 - p_f)\,(\text{lei/Jahr})$$

bestimmt, in welcher :

p' = Gesamtanzahl der beschädigten Elemente

m_f = in Betrieb befindliche und einem aleatorischen Verbrauch gemäss einer Wahrscheinlichkeit unterworfene Elemente.

c_f = Kosten der im Vorrat befindlichen Elemente, welche in das System zwecks Betriebssicherheit montiert werden.

C_{av} = Kosten der Beschädigung bzw. des Betriebszwischenfalles bei elektrizifierten Eisenbahnen. Diese Kosten stellen die durch verschiedene Schäden hervorgerufenen Kosten, welche durch die Unterbrechnung der Tätigkeitzufolge des schadens, bzw. des Betriebszwischenfalles aufgetreten sind dar.

$p(a)$ = Wahrschieinlichkeit der Beschädigung von Elementen der betrachteten technologischen Kette im Rahmen einer der Elektrifizierung unterzogenen Eisenbahnstrecke.

p_f = Wahrscheinlichkeit des Funktionierens der Elemente in der betrachteten technologischen Kette.

Die Anzahl von Elementen, welche infolge Auftretens eines Schadens ausgetauscht werden müssen, werden mit Hilfe einer Gleichung in folgender Form bercehnet :

$$(22) \qquad m_a = \sum_{f=1}^{p'} m_f p_a(a) = \frac{\log (1 - p^{p'})}{\log (1 - p_{ij})}$$

p = Wahrscheinlichkeit des Funktionierens des gesamten betrachteten elektrischen und mechanischen Systems, welches als eine technologische Kette von in Reihe und parallel geschaltenen Elementen angesehen wird (2).

p_{ij} = Wahrscheinlichkeit des Funktionierens des Elementes (i) im Gliede (j) der betrachteten technologischen Kette (2).

Die Ausgaben für Arbeitskräfte werden mit Hilfe eines mathematischen Moddels der Form :

$$(23) \qquad C_{FM} = \sum_{K=1}^{1'} s_k \sum_{g=1}^{m'} \sum_{1=1}^{n'} n_{g1} \cdot x_{g1} = V_{h1} \cdot s_m = Y_h \cdot h_m \cdot s_m$$

bestimmt, in welcher :

s_m = Lohn für jede Arbeiterkategorie.

n_{g1} = spezifische Arbeitsnorm, gemessen in den Abschnitten $g = 1...m'$, wobei den Arbeiterkategorien $1 = 1...n'$ Rechnung getragen wird.

x_{g1} = Anzahl der Fachkräfte (1) für den Abschnit (g).

h_m = Anzahl der Arbeitsstunden für jede efectiv arbeitenden Person.

V_{g1} = wirkliches Arbeitsvolumen für die Arbeiterkategorien (1) im Abschnitt (g).

$Y_h = C_0 + \sum_{h=1}^{C1} C_h \cdot X_h$ = Gesamtanzahl des Persoes im Rahmen des elektrifizierten Verkehrsabschnittes.

C_0 = kleinste Anzahl von Angestellten, welche des betreffende Verkehrsabschnitt am Tage der Inbetribnahme der Einrichtungen besitzt.

C_h = Berechnungskonstante für den Beeinflussungsfaktor (X_h) für ($h = 1...c_1$).

Die allgemeinen Kosten (C_G) und die Investionen können folgendermassen geschrieben werden

$$(24)\quad C_{G+I} = C_G + p_n \cdot I_r^e = C_G + P_n \left[\sum_{i=1}^{t_c} I_i (1 + p_n)^{t_c - i} + I_{ech} - V_n \right]$$

Das deterministische mathematische Modell der Gesamtkosten (Z) kann unter Beachtung des Aufbaues der Beziehungen (1) (9) (10) (14) (15) (16) konstruiert werden und hat folgende Form :

(25)

$$Z_T^d = \left\{ C_t + (A_{m+c} \cdot p_t + c_{ad} \cdot t) + (c_1 t_{ac} + c_2 t_{at}) + (p \cdot r)^{-1} \sum_{i=1}^{r} \left(C_{ai} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sum_{j=1}^{K'} C_{ij} \right) + C_G + Y_h \cdot h_m \cdot s_m + p_n \left[\sum_{i=1}^{t_c} I_i (1 + p_n)^{t_c - i} - V_n \right] \right\} \text{ minim.}$$

Das mathematische wahrscheinlichkeitsmässige Modell wird unter Berücksichtigung der Gleichungen (1) (13) (17) (19) (21) (23) (24) konstruiert und hat folgende Form :

$$(26)\quad Z_T^{STH} = \left\{ \left(\frac{I_L \cdot T \cdot h_L \cdot S}{T_c \cdot t_{il} \cdot V_{oc}} + \frac{G_v \cdot A \cdot r_1 \cdot S}{T_c \cdot t_{iv} \cdot V_{oc}} + \frac{b \cdot L_M \cdot p_c^E}{367 \cdot n_T} \right) n_t + \right.$$

$$+ \left[t \cdot c_s \sum_{V=0}^{s'} (S' - 0{,}5 \cdot V) \cdot p(V) + 0{,}5\, c_s \cdot S'^2 \cdot t \sum_{V>S'}^{\infty} \frac{p(V)}{V} + \right.$$

$$+ t \cdot c_p \cdot \sum_{V>S'} \frac{(V - S)^2}{2V} p(V) \Big] + \Big[K_1 \sum_{n=D+1}^{m} (n - D)\, p \cdot (V) +$$

$$+ K_2 \sum_{n=1}^{D} (D - n)\, p(V) \Big] + \Big[\Big(\sum_{f=1}^{p'} m_f \cdot c_f + C_{av} \Big) \cdot p(a) \Big] +$$

$$\left. + \left(\sum_{K=1}^{1'} s_k \sum_{g=1}^{m'} \sum_{l=1}^{n'} n_{gl} \cdot x_{gl} \right) + C_G + p_n \left[\sum_{1}^{t_c} I_i (1 + p_n)^{t_c - i} - V_n \right] \right\} =$$

$$= \text{minimum}$$

Die allgemeinen Kosten (C_G) werden für Fernmeldewesen, Fahrkosten und verschiedene andere besondere Dienstleistungen berechnet.

Die Investionen werden chronologisch gestaffelt, falls die Elektrifizierungsarbeiten sich über eine Anzahl von (t_c) Jahre erstrecken ; der beendete Abschnitt wird teiweise in Betrieb gesetzt in jenen Unterabschnitten, welche inen Reingewinn (V_n) bringen. Für geplante und im selben Jahr zu erstellende Arbeiten kann der Einfluss des Zeitfaktors auf die Investitionen ($t_c = 1$; $i = 1$; $V_n = 0$) vernachlässigt werden.

3. *Konstruktion und Darstellung des loghischen Berecnungsschemas*

Das logische Berechnungsschema wird unter Beachtung der Reihenfolge in der Anwendung der Gleichungen für die Bestimmung der in die Struktur der deterministischen (25) und wahrscheinlichkeitsmüssigen

(26) mathematischen Modelle eingeführten Kosten konstruiert. Das logische System der Optimalisierung der Elektrifizierung von Eisenbahnen mit Hilfe operationeller Untersuchungen kann in Abb. 1 verfolgt werden.

Auf Grund des Schemas und der mathematischen Modelle (25) (26) können elektronische Digitalrechenmaschinen zum Studium der Optimalisierung der Elektrifizierung von Eisenbahnen durch die Minimalisierung der Gesamtkosten (Z^d), bzw. (Z^{STH}) benützt werden. Das logische Berechnungssystem besitzt folgende Zonen :

— die Zone der ursprünglichen Angaben und der in der Zelle (IL1) befindlichen Zyklierungsoperatoren ;

— die Berechnungszone der Fahrbetriebskosten (C_t) umfängt die Zellen (*IL*2) (*IL*3) und bezieht sich auf folgende Handlungen ; die spezifischen Widerstände beim Rollen der Lokomotive und der Wagen (R_L ; R_V) werden berechnet ; die mechanische Arbeit (L_M) und die Kosten (C_{TH} ; C_{TL}) werden bestimmt.

Die Kosten (C_{TL}) werden für einen Preis der elektrischen Energie (p_c^e = 0,150 lei/kWh) (E=0) und für (p_c^e = 0,30 lei/ kWh) ($E \neq 0$), bestimmt. In diesen Fällen sind die Kosten im Schema durch die Symbole (C_{TL0}) und (C_{TL1}) inbegriffen.

Die Berechnung der Kosten (C_{TH}) erfolgt durch Betrachtung einer einfachen Linie (L=1) und einer Dopellinie ($L \neq 1$). Im Falle der einfachen Linie wird die Reisegeschwindigkeit berechnet $V_{oc1} = 0{,}8\ V_S$, für welche die Kosten ($C_{T\cdot 1}$) bestimmt werden, während im Falle der Doppellinie $V_{oc} = 0{,}95\ V_s$ die Kosten (C_{THo}) bestimmt werden. Hierauf werden die Zyklierungen für die Zuglasten zwischen 500 und 2500 Tonnen mit einem durch die Gleichung ($G_v = G_v + 500$) bestimmten Schritt durchgeführt. Hierauf erfolgt das Schalter der Zyklierungen für den einfachen Fahrbetrieb (T=1) und den mehrfachen Fahrbetrieb (T=2—4), und hierauf folgt die in Betrachtnahme des Neigungsverhältnisses mit den Werten (I_{EC}=0 ; 5% ; 10% und 15%) und hierauf die Zyklierungen auf verschiedenen Geschwindigkeits stufen, beginned mit 50 km/h bis zu 130 km/h.

Die letzte Stufe der Zyklierungen in dieser Zone umfasst die Berechnungen für den Fall eines Wechsels im Verkehr ($Q_k = Q_k + 5.10^6$) und die Anderung des Operators (E=0) durch (E=1). Nach Beendigung der Zyklierungen werden die Fahrbetriebskosten (C_T) aufgeschrieben :

— die Berechnungzone der durch die Anwendung der operationellen Untersuchungen hervorgerufenen Kosten entwickelt sich im Bereiche der Zellen (IL4—IL9) und umfasst die Bestimmung folgender Kostenkategorien ; Kosten der Vorratshaltung, Kosten der Wartezeiten, des Verbrauches und der Betriebsicherheit.

Auf diese Weise werden din Kosten für die Vorratshaltung sowohl auf Grund der deterministischen mathematischen Modelle (C_{ST0}), durch Anwendung der Gleichung (14) berechnet, wie auch auf grund der mathematischen wahrscheinlichkeitsmässigen Modelle. Falls die Kosten (c_p=0), dann werden die Kosten (C_{ST1}) erhalten und falls ($c_p \neq 0$), dann erfolgen die Kosten (C_{sT2}). Die dynamische Verwaltung der Vorräte

wird mit Hilfe der Gleichung (17), bestimmt, in welche die aleatorische, mit Hilfe der Gleichung (18) berechnete Veränderliche (V) eingeführt wird.

Die Kosten für Wartezeiten sind durch die Gleichung (15) gegeben und erscheinen im logischem, mit (C_A) bezeichneten Schema, wenn bestimmte Modelle benützt werden, während sie mit Hilfe der Gleihung (19) berechnet werden, falls mathematische (stochastische) Wahrscheinlichkeitsmässige Modelle angewandt werden. Falls den Gesetzen Rechnung getragen wird welche sowohl die Ankunft der Elemente wie auch ihre Dientsleistungen im betrachteten System beherrschen und die Wahrscheinlichkeiten in den bezeichnendsten Lagen berechnet werden, erhalten wir die Kosten (C_{A1}—C_{A4}).

Im Falle der Ankümfte gemäss Poisson und der konstanten Dienstleistungen werden die Kosten (C_{A1}) berechnet. Falls die Ankünfte laut Poisson Gesetz und die Dienstleistungen laut Erlanggesetz erfolgen, dann werden die Kosten (C_{A2}) bestimmt. Im Falle der Wahrscheinlichkeiten des Poisson Typs bei der Ankunft und willkürlicher Dienstleistungen werden die Kosten (C_{A3}) berechnet. Die Kosten (C_{A4}) werden im Falle der Ankünfte und Güterbedienungen mit binomialer Verteilung berechnet.

Die Kosten (C_{ru}) werden mit Hilfe der deterministischen Modelle berechnet (16), wenn der Verbrauch nicht aleatorisch ist. Im Falle aleatorischer Abnützung, die infolge der Unsicherheitserscheinungen im Betrieb auftreten können, werden diese auf Grund der Abnützungstheorie und der Unsicherheit im Betrieb mit Hilfe der Gleichung (21) berechnet. In die Zelle (*IL*9) werden die berechneten Kosten sowohl in Form von determinischen Modellen Z1 (*d*), wie auch in Form von Wahrscheinlichkeitsmässigen Modellen Z1 (*STH*) aufgenommen. Hierauf Wird der Wert des Operators (F=0) in (F=1) umgewändelt und in die vorletzte Zone vorgerückt.

— Die Berechnungszone für Arbeitkräfte umfasst die Zellen (*IL*10—*IL*12) und bezieht sich auf folgende Handlungen :

die Gesamtanzahl von Angestellten (Y_k) wird für die ganze elektrifizierte Eisenbahnstrecke, welche optimalisiert werden soll, berechnet, wobei die Gesamtheit der beeinflussenden Koeffizienten (Y_h) in Rechnung gezogen wird. Hierauf wird die Methode der kleinsten Quadrate zwecks Prüfung der quadratischen Differenz zwischen dem bestehenden und dem nach der Elektrifizierung vorgeschalgenen Personal angewendet. Diese mathematische Prüfung einer Gesamtanzahl von Angestellten gestattet eine Verbesserung in der Verwendung der Arbeitskräfte, da die Anzahl der Arbeiter die eingestellt, bzw. im Falle der Elektrifizierung der Eisenbahnstrecke zu entlassensind, bestimmt werden kann. In der Zelle (*IL*11) wird die Anzahl von Arbeitern für jeden repräsentativen Arbeitsort und für jedes, für die Ausarbeitung eines tatsächlichen Umfanges von Arbeiten (V_{g_1}) nötige Handwerk bestimmt. Nach Beendigung der Zyklierungen werden die Gesamtkosten für Arbeitskräfte (C_{FM}) berechnet.

In der letzten Zone werden die Gesamtkosten (Z_T) sowohl für den Fall der Anwendung deterministischen Modelle Z_T^d, wie auch für den Fall der Wahrscheinlichkeitsmässigen Modelle Z_T^{STH}, zusammengerechnet. Nach Vergleich der erhaltenen Werte, wird der Befehl zum Schreiben der Minimalkosten gegeben. Falls $Z_T^d = Z_T^{STH}$, dann schreibt die Maschine beide Werte. Nach Beendigung aller Rechengänge besetzt die Digitalrechenmaschinen die Stellung STOP.

4. *Schlussfolgerungen*

Die Anwendung der mathematischen Modellmethode zwecks Optimalisierung der Elektrifizierung der Eisenbahnen hat die Konstruktion eines aus deterministischen und wahrscheinlichkeitsmässigen Modellen (25—26) und aus dem in Abb. 1 wiedergegeben logischen Schema bestehenden Algorithmus gestattet. Die neuen mathematischen Modelle scheiden eine Reihe von numerischen (empirischen) Koeffizienten aus der Struktur der alten Berechnungsformeln für die Fahrbetriebskosten aus und erleichtern die Inbetrachtnahme der durch die operationellen Untersuchungen formulierten Ideen durch Vermittlung der Theorie der Vorratshaltung, der Theorie der Wartezeiten, der Theorie der Abnützung und der Betriebssichertheit, der Theorie der Arbeitskräfte und der chronologischen Staffelung der Investitionen.

Die angestellten Betrachtungen erleichtern einerseits dis Umbildung der Gleichungen für die Berechnung der Kosten der Elektrifizierung von Eisenbahnen und bringen andererseite in Diskussion eine Reihe von bisher unbekannten originellen Elementen, welche sich sowohl auf die Struktur der mathematischen Modelle, wie auch auf die Logik der Durchführung der Berechnungen mit Hilfe der auf die Eigenart der elektrifizierten Transport angewendeten Subroutinen beziehnen.

Das komplexe Anschneiden des Problems, sowohl vom deterministischen Gesichtspunkt, wie auch vom wahrscheinlichkeitsmässigen Gesichtspunkt aus, hat das Hervorheben gewisser bisher unbekannter Aspekte gestattet, wie z.B. jener welche mit der dynamischen Verwaltung der Vorräte, mit dem stochastischen Charakter der Wartezeiterscheinung, mit den wahrscheinlichkeitsmässigen im Zusammenhang mit dem Verbrauch stehenden Aspekten und der Betriebssicheheit der Elemente im Rahmen der untersuchten technologischen Kette, mit dem Problem der Bestimmüng des tatsächlichen Arbeitsumfanges, mit der Eigenart der Arbeitstellen und der Bestimmung der Anzahl von Angestellten der Beschäfitungen in Verbindung stehen.

Der neue, in Form eies logischen Schemas und zweiter allgemeiner mathematischer Modelle aufgefasste Algorithmus erleichtert die Feststellung der besten Variante für die Elektrifizierung der Eisenbahnen im Falle der chronologischen Staffelung der Investitionen, durch Minimalisierung der Gesamtkosten (Z) mit Hilfe der operationeller Untersuchungen und elektronischer Digitalrechenmaschinen.

5. *Berechnungsbeispiel*

Nahmen wir die Elektrifizierung einer Eisenbahnstrecke mit einer Länge von 100 km an, mit einer einfachen ($L=0$) und einer doppelten Linie ($L=1$). Das Neigungsverhältnis der Linie schwankt zwischen 0—15‰, mit inem Schritt von 5‰.

Die Berechnung erfolgt für einfachen Fahrbetrieb ($T=1$) und mehrfachen Fahrbetrieb ($T=2$—24), bei einem Preis der elektrischen Energie von 0,15 lei/kWh ($E=0$) und 0,30 lei/kWh ($E=1$), für einen Güterverkehr $Q_k=(5—25).10^6$ Tonnen, mit einem Schritt von 5.10^6 Tonnen für eine Zuglast zwischen 500 und 2500 Tonnen, mit einem Schritt von 500 Tonnen für Streckenabschnitte $V_S=(50—130)$ km/h, mit Anderungen von 20 zu 20 km/h.

Die anderen Parameter werden in folgender Form in Rechnung gezogen :

$V_{oc}=(0,8—0,95).V_S$; $I_L=(6—8).10^6$ lei ; $p_n=0,1$ (Jahr^{-1}) ;

t_{IL} =40 Jahre, t_{iv}=30 Jahre ; $T_c=8760$ h/Jahr; $A=5080$ Lei/Tonne ;

S_{mL}=mittlerer Stundengehalt des Lokomotivpersonals = 25 lei/h ;

S_{nv} =20 Lei/h ; mittlere Stundengehalt des Zugpersonals; S_{mk}=20.000 Lei/Jahr; mittlerer Gehalt der anderen Lohnkategorie im Betreiche der elektrifizierten Zone ; $G_L=120$ tf; $A_L=3,5$; $B_L=$ $=4,03\cdot10^{-4}$, $A_v=2$; $B_v=5\cdot10^{-4}$; $I_f=400\cdot10^{-6}$ Lei; $h_L=(1,3-1.5)$.

Unter Berücksichtigung einer Reihe von in der Literatur (1) bei der Bestimmung der Kosten für Vorratshaltung, für Wartezeiten, für Abnützung und Betriebssicherheit verwendeten Angaben und bei Betrachtung der Berechnungshypothesen, welche die Eigenart der elektrifizierten Eisenbahnen wiederspiegeln, erhalten wir eine Reihe von ziffermässigen Wertem für die Gesamtkosten (2) (3), welche din Hervorhebung folgender Bemerkungen gestatten :

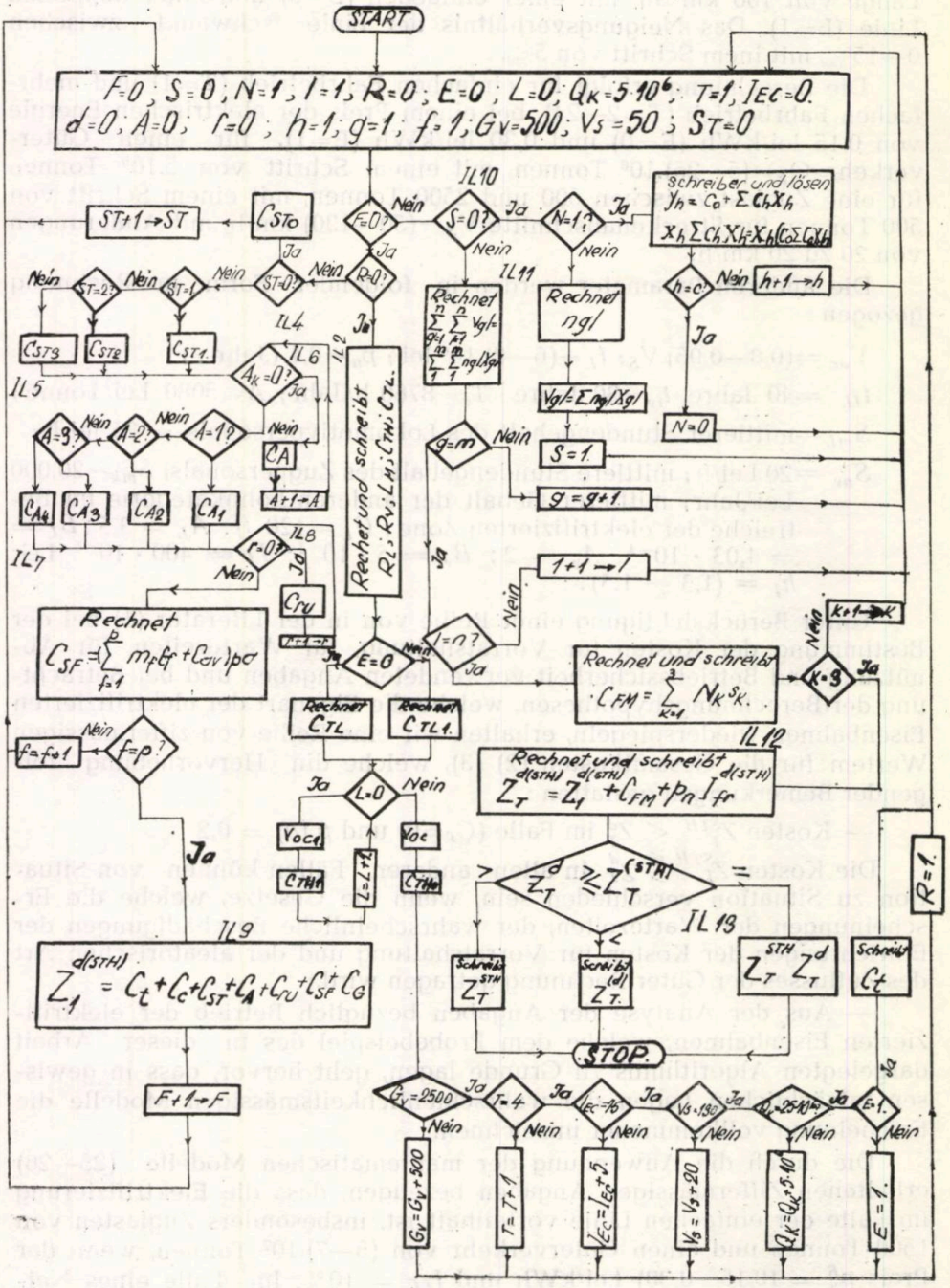
— Kosten $Z_T^{STH} < Z_T^d$ im Falle ($C_p=0$) und $p\,(a)=0,2$

Die Kosten $Z_T^{STH} \lesseqgtr Z_T^d$ in allen anderen Fällen können von Situation zu Situation verschieden sein, wenn die Gesetze, welche die Erscheinungen der Wartezeiten, der wahrscheinliche Beschädigungen der Einrichtungen der Kosten für Vorratshaltung und der aleatorischen Art des Zuflusses der Güter Rechnung getragen wird.

— Aus der Analyse der Angaben bezüglich Betrieb der elektrifizierten Eisenbahnen, welche dem Probebeispiel des in dieser Arbeit dargelegten Algorithmus zu Grunde lagen, geht hervor, dass in gewissen tatsächlichen Lagen die wahrschienlichkeitsmässigen Modelle die Erscheinung vollkommener unzeichnen.

Die durch die Anwendung der mathematischen Modelle (25—26) erhaltenen Ziffermässigen Angaben bezeugen, dass die Elektrifizierung im Falle der einfachen Linie vorteilhaft ist, insbesonders Zuglasten von 1500 Tonnen und einen Güterverkehr von $(5—7).10^7$ Tonnen, wenn der Preis $p_d^E=(0,15—0,30)$ Lei/kWh und $I_{EC}=10\%$. Im Falle eines Nei-

LOGISCHESC SCHEMA DER OPTIMALISIERUNG EINER EFÉCTIFIZIÉRUNG VON EISENBAHNEN MIT BENUTZUSG MATHEMATISCHER DETÉRMINISTISCHÉN UND WAHRSCHEINLICHKEITMASSIGEN DER MODELLE DER OPÉRATORÉNRÉCHUNG.



gungsverhältnisses von 5‰, bei einer Zuglast von G_V = 1500 Tonnen, ergeben sich Q_k = (20—24).10^6 Tonnen bei p_C^E = (0,15—0,30) lei/kWh.

— Falls das mittlere Neigungsverhältnis auf 15‰ ansteigt, ergeben sich für G_v = 1500 Tonnen insgesamt Q_k = (3—4,1).10^6 Tonnen. Falls die elektrifizierte Linie doppelt ist, dann wird die Rentabilität der Elektrifizierung netto, insbesonders für die Zuglasten G_v = (1000—2500) Tonnen für einen Verkehr von (3—25).10^6 Tonnen und für die Neigungsverhältniss I_{EC} = (5—15)‰, da durch das Verschwinden der Einschränkungen im Falle einfacher Linien die Transportfähigkeit und die Produktivität erhöht werden.

Die chronologische Staffelung der Investitionen beeinflusst vorteilhaft die Optimalisierung der Elektrifizierung (5), falls die investierten Beträge rationell derart verteilt sind, dass eine Reihe von elektrifizierten Teilstrecken im Betrieb genommen werden kann, bevor die ganze Arbeit beendet wurde.

Die modernen, in vorliegender Arbeit punktierten Methoden bezüglich Optimalisierung der Elektrifizierung von Eisenbahnen werden die Untersuchung und Annahme der rationellsten technischwirtschaftlichen Lösungen für das Projektieren und den Betrieb der elektrifizierten Transportanlagen auf grund der Anwendung operationeller Untersuchungen und elektronischer Digitalrechenmaschinen erleichtern.

Lehrstuhl der Rollmaterial
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bukarest

LITERATUR

1. *A. Kaufmann.* Metode şi modele ale cercetării operaţionale. Editura Ştiinţifică Bucureşti 1967.

2. *A. Popa şi A. Carabulea.* Contribution à l étude technique et economique dessystèmes de traction électrique et Diesel. Buletinul Institutului poli tehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXIX, nr. 2 (1967), p. 133—151, 8 fig., 7 tabl., 11 ref. bibl.

3. *A. Popa şi A. Carabulea.* Mathematical Models and Logical Scheme for Railway Electrifying and Diesel Drive Optimalization. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, nr. 2 1968, p. 127—143, 1 fig., 7 tab., 13 ref. bibl.

4. *A. Carabulea şi Gh. Lelescu.* Aspects Concerning the Profitableness of Railway Electrifying. Economie Computation and Economie Cybernetics Studies and Research, nr. 2 1967, p. 5—23, 2 fig., 7 ref. bibl.

5. *A. Popa şi A. Carabulea.* Algorithm Concerning the Railway Electrifying by Means of Operational Research and Digital Electronic Computers. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII, nr. 3 1970, 2 fig., 10 ref. bibl.

6. *A. Carabulea.* Contribution à l'étude de l'influence des reseaux électrique sur les circuits des télécomunications. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXI, nr. 5 1969, 1 fig., 7 ref. bibl.

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 12210

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele şi iniţialele de prenume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1971 NOV 3

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXII NUMĂRUL 6 ANUL 1970
NOIEMBRIE — DECEMBRIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXII — NUMĂRUL 6

NOIEMBRIE — DECEMBRIE

1970

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Academician prof. *Martin Bercovici*; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Conf. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Conf. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific); Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. docent *Radu Voinea* membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România.

Redactor responsabil:

Rector

Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*

membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

MŰSZAKI KÖNYVTÁR
1893

Sumar

MATEMATICĂ

J. Moncea, I. Enache, V. Bogdan
Utilizarea metodei mobilului pentru determinarea liniei de intersecţie între suprafeţele curbe 21

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

I. Teoreanu, Maria Georgescu
Etudes chimiques et par l'analyse aux rayons X sur l'hydratation de la géhlénite vitreuse en présence d'activateurs 27

Gheorghe Ioniţă
Contribuţii privind utilizarea polielectroliţilor indigeni în tratarea unor ape necesare în industria petrolieră 35

Eufrosina Kraft
Dozarea complexonometrică a Fe (III) în amestec cu cationi de magneziu, calciu, aluminiu şi crom 39

MECANICĂ

C. Guţă
Neuniformitatea curentului în lungul paletajului turbomaşinilor axiale 45

TEORIA MECANISMELOR

I. Tempea
Sinteza structurală a lanţurilor cinematice plane cu cuple inferioare şi superioare şi grad de libertate $L_3=4$ 51

TERMOTEHNICĂ

M. Postelnicescu
Posibilităţile de ridicare a randamentului cazanelor prin preîncălzirea combustibilului (lichid sau gazos) cu gazele de ardere . . 71

Al. Dănescu, M. Marinescu
O nouă metodă de introducere şi determinare a cantităţilor de aditivi în flăcările combustibililor gazoşi 81

CENTRALE ELECTRICE

C. Dinculescu, H. Lazăr
Influenţa tipului de regulator de excitaţie asupra condiţiilor de stabilitate statică a unui sistem electric 91

TEHNOLOGIA METALELOR

P. Sonea, I. Sonea
Cercetări asupra vibraţiilor subarmonice ale electrodului de sudură tratat cu oscilaţii ultrasonore 107

METALURGIE

M. Ienciu
Reducerea cu gaz metan a sulfurii de plumb 117

TRANSPORTURI

A. Carabulea, Gh. Ruşitoru, Gh. Anton
Contributions to the Study of Decisional Informatics 133

Резюме

Д. К. 515

Ж. Монча, И. Енаке, В. Богдан

Применение метода переменной для определения линии пересечения криволинейных поверхностей

Авторы излагают в работе новый способ применения метода переменной для определения линии пересечения криволинейных поверхностей.

Расширяя сферу применения метода переменной, его можно использоватъ при опрелелении линии пересечения поверхностей, имеющих общую плоскость симметрии.

Сечения, полученные от пересечения поверхностей с общей плоскостью симметрии, используются в качестве вспомогательных контуров, к которым затем применяется метод переменной, что дает последовательнось точек линии пересечения.

Применение этого метода демонстрировалось для пересечения круга, конуса и шара.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Д. К. 666.96

И. Теоряну, Мария Жеоржеску

Химические и рёнтгенографические исследования касающиеся гидратирования стеклообразного геленита в присутствии активаторов

В настоящей работе были исследованы процессы происходящие в системе гелен т-вода в присутствии активирующих добавок.

Результаты опытов выявляют гидратирование геленита с образованием продуктов, которые можно определить путем радиографии только в присутствии добавки клинкера, клинкера и гипса или хлорида кальция а так же и хлорида кальция (в течение более продолжительных промежутков времени).

После гидратирования продуктов были найдены гидроси икаты, гексагональные гидроалюминаты (либо твердые растворы) гидрат геленита и гидрограмата.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Д. К. 665.52

Г. Ионицэ

Использование местных полиэлектролитов для обработки некоторых вод, необходимых в нефтяной промышленности

Работа отражает способы и рабочие условия при использовании полиакриламидов для возвращения некоторых естественных вод, которые захватывают большое количество примесей. Показываются результаты опытов с отстоявшимися водами, с целью избежания затруднений, которые они создают нефтяной промышленности.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Summary

D. C. 515

J. Moncea, I. Enache, V. Bogdan

The Mobile Method Utilization for the Curve of Intersection Determination between the Curved Surfaces.

In this work authors explain a new application procedure of the mobile method for the curve of intersection determination between the curved surfaces.

The mobile method extension may be applied for the detenmination of the curve of intersection between the surfaces which have a common plane of symmetry.

The sections resulted by intersecting the surfaces with the common plane of symetry are used as auxiliary countours, on which is then applied the mobile method, thus obtaining the union sequence of the curve of intersecton points.

The application of this method was illustrated for the intersection between torus, cone and sphere.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D.C. 666.96

I. Teoreanu, Maria Georgescu

Chemical and Roentgenographical Studies concerning the Hydratation of the vitreous Gehlenit in the presence of Activators.

In the present work, the processes which take place in the gehlenit-water system, in the presence of some activators additions, are studied.

The experimental results show the gehlenit which in pure state is a practical inert component in the presence of water, can obtain hardening properties, in the presence of clinker, of clinker and plaster or calcium chloride and of calcium chloride (after long time). As hydrater products the hydrosilicates, hexagonal hydroaluminates (or solid solutions), gehlenit-hydrat and hydrogarnets, have been identified. Chlorurated products have been identified only after long time.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. C. 665.52

Gh. Ioniţă

Contributions Concerning the Indigenous Polyelectrolytes Utilisation in the Treatment of Certain Waters. Needed in the Oil Industry.

The study presents the mode and the working conditons for the polyaccrylamide utilisation for the recovery of certain natural waters a which carry away a great amount of impurities. The experimental results on certain water samples submitted to clarification in order to avoid the disavantages which the oil industry may produce are shown.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Д. К. 547

Е. Крафт

Комплексонометрическая дозировка трехвалентного железа в присуствии ионов магния, кальция, алюминия и хрома.

Эта работа коротко излагает теоретические соображения на основе которых предполагается метод количественного определения ионов железа (Fe) с ЭДТА, в присутствии ионов Al, Ca, Mg, Cr III и Cr VI (хромат и бихромат) без никакого разделения.

Титрование осуществляется на холоде при pH = 2 с ЭДТА в присутствии сульфосалициловой кислоты или калия в качестве металлохромного индикатора.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Д. К. 629.13

С. Гуцэ

Неоднородность тока вдоль палетажа аксиальных турбомашин.

В работе представляется метод оценки потерь давления вследствие воздействия на них предельного слоя образованного внешними стенками переходной части.

Устанавливаются явные разничы (рис. 3) между обыкновенными методами профилирования и действительными условиями палетажа.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Д. К. 621.53

И. Темпя

Структурный синтез плоских кинематических цепей с низшими и высшими парами и со степенью свободы $L_3 = 4$

Работа изучает возможности составления плоских кинематических цепей с $e = 3,4$ и 5 звеньями. Первый метод основывается на понятии кинематической группы. Ввиду этого составлены кинематические группы с 1 и с 2 звеньями. Второй представленный метод использует инверсирование операции „эквивалентности" высших пар.

В конечном итоге представлены полученные результаты для структурного синтеза цепей с 3, 4 и 5 звеньями и со степенью свободы $L_3 = 4$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. C. 547

E. Kraft

The Complexometric Dosage of Iron in Mixture with Magnesium, Calcium, Aluminium and Chromium Cations.

The paper presents briefly the theoretical considerations on the ground of which the author suggests the method of quantitative admixture of iron ions with EDTA in the presence of Al (III), Ca (II), Mg (II) and Cr (VI) (chromate and bichromate ions, without requiring a separation.

Iron (III) is titrated cold at pH=2, with EDTA in the presence of the sulphosalicylic acid indicator.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. C. 629.13

C. Guţă

The Current Uneveness Along the Axial Flow Turbomachines Blading.

A pressure loss evaluation method, due to the influence of the boundary layer formed on the external walls of the passage part, is presented.

The evident differences (fig. 3) between the usual methods of profiling and those which are drawing nearer the profiling method of the actual running conditons of the blading, are stated.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. C. 621,53

I. Tempea

Structural Synthesis of the Flat Kinematic Chains Having Upper and Lower Couples and a Degree of Freedom $L_3=4$.

The paper studies the possibilities of constructing the flat kinematic chains having lower and upper couples with e=3,4 and 5 elements ($L_3=4$). A first method is based on the kinematic group notion, with 1 and 2 elements. The second method presented uses the reversing of the „equating" operation of the upper couples.

Finally, the results for the structural synthesis of the chains having 3, 4 and 5 elements and a degree to freedom L=4 are presented.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Д. К. 621.165

М. Постелническу

Возможности повышения коэфициента полезного действия котлов подогреванием жидкого или газообразного топлива с горючими газами.

В работе исследуются возможности повышения коэфициента полезного действия котлов подогреванием, при помощи горючих газов не только питающей воды и горючего воздуха (дутья) как обычно практикуется, но и газообразного или жидкого топлива. С этой целью устанавливается минимальная температура эвакуации горючих газов из котлов, выявляя затем конкретные эффекты результатов при использовании мазута, природного и доменного газа.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Д. К. 621.16

Ал. Дэнеску, М. Маринеску

Новый метод введения и определения количества примесей в пламени газообразного топлива

Работа представляет новый метод введения в пламя некоторых металов с пониженной ионизационной энергией путем электрической пульверизации.

Представляются экспериментальные результаты, полученные при помощи этого метода и указываются теоретические обоснования пульверизационного процесса жидкостей электрическим путем.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Д. Д. 621.311.2

К. Динкулеску, Х. Лазэр

Влияние типа регулятора возбуждения на условия статической устойчивости электрической системы генератор-линия-шина постоянного напряжения

В работе рассматривается влияние типа регулятора возбуждения на условия статической устойчивости электрической системы генератор-линия-шина постоянного напряжения.

Были определены условия статической устойчивости для рассмотренных случаев и были указаны возможности и границы регуляторов проанализированных типов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. C. 621.165

M. Postelnicescu

The Boilers Efficiency Increasing Possibilities by Fuel (liquid or gasous) Preheating with the Combustion Gases.

In the study the boilers efficiency increasing possibilities, by preheating by means of the combustion gases. not only of the feed water and of the combustion air, as the common practice, is now, but also of the fuel (gaseous or liquid) are pointed out. In this sense, the exhaustion temperature of the combustion gases from the boilers is stated, pointing out, then, the actual effects in the case of using the fuel oil, or the natural gas and of the blast furnace gas.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. C. 621.16

Al. Dănescu, M. Marinescu

A New Method of Introducing and Determining the Additive Quantities in the Gaseous Fuel Flames.

The study presents a new method of introducing certain metals with low ionisation energy in flames by means of electrical pulverisation.

The experimental results obtained by means of this method, indicating also the theoretical bases of the electrical pulverisation processes of solutions, are presented.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. C. 621.311.2

C. Dinculescu, H. Lazăr

The Type of Excitation Regulator Influence upon the Static Stability Conditions of Generator-line-constant Voltage Bar Electric System.

The influence of the type of the excitation regulator upon the static stability conditions of a generator-line-constant voltage bar electric system is analysed in this work.

The conditions of the static stability for the analysed cases are determined and the possibilities and the limits of the regulator types considered are indicated.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Д. К. 669-162

П. Соня, И. Соня

Исследование субгармонических колебаний сварочного электрода, подвергающегося воздействию ультразвуковых колебаний.

В работе описываются субгармонические колебания сварочного электрода, возникающие в результате воздействия на него ультразвуком.

Исходя из того, что сварочный электрод является системой нелинейных колебаний, математическим путем выводятся условия существования первых двух типов субгармонических колебаний.

Под влиянием субгармонических колебаний электрод переходит из одной основной системы колебаний к другой, пониженной, что зависит от числа субгармонических колебаний, возникающих в системе.

Субгармонические колебания электрода способствуют пулъверизации образующегося жидного металла, что, в своего, очередь благотворно влияет на кристаллизацию и значительно повышает механические свойства сварочного шва.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Д. К. 661.8.511 : 546.817

М. Иенчу

Восстановление сернистого свинца природным газом

Исследование намеревается рассмотреть кинетику восстановленных реакций сернистого свинца природным газом и установить некоторые отношения между различными параметрами. Одновременно работа выдвигает существующие возможности непосредственного получения свинца из сульфида вследствие того, что основные восстановительные реакции происходят при средних температурах.

Удается также утвердить предположение, соответственно которому процесс восстановления сернистого свинца природным газом является автокаталитическим.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Д. К. 621.391

А. Карабуля, Г. Руситору, Г. Антон

К исследованию решающен информатики

Представляются предпосылки решающей информатики и строятся математические детерминистические и вероятностные модели которые включают информационный решающий поток преприятий.

Уясняется алгоритм для исследования решающей информатики с помощью цифровых ординаторов и рассматриваются критерии теории решений и теории полезности.

Понятия по применевию : теории информации, теории запросов, теории ожидания, теории предписания, теории рабочей силы, теории общих расходов и рассроченных во времени капиталовложений и теории решения, облегчают определение детерминистических — вероятностных математических моделей и позволяют, посредством новой построенной логической схемы, расширить применение электронных счетчиков в проектировании и эксплоатации производственных систем и в исследовании структуры информационно-решающей системы

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. C. 669.162

P. Sonea, I. Sonea

Some Rereasches on the Subarmonic Vibrations of the Welding Electrode Treated with Ultrasonic Oscillations.

In the study are described the subarmonic oscillations of the welding electrode under the ultrasonic excitation influence.

The welding electrode being a ninlinear oscillation system, the existence conditions, of the first two subharmonics are established in a mathematical way.

Under the influence of the subharmonics, the electrode passes from a basic excitation system to a lower one, depending on the subharmonics number which are appearing in the system.

The oscillations with subharmonics of the elecrode are favouring the liquid metal pulverisation which is formed on the electrode, with favourable consequences on the crystallization phenomenon and with an important increase of the mechanical characteristics of the welded seam.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. C. 661.8.511 : 546.817

M. Ienciu

Reduction of Lead Sulfide with Methane Gas.

The author aims at investigating the kinetics of the reactions of the lead sulfide reduction with methane gas, and at determining certain relations between the various parameters. At the same time, he points out the available possibilities of obtaining lead directly from the sulfide, as a result of the fact that the principal reduction reactions occur at average temperatures.

He also succeeds in confirming the hypothesis according to which the lead sulfide reduction process with methane gas is self-catalytic.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D.C. 621.391

A. Carabulea, Gh. Ruşitoru, Gh. Anton

Contributions to the Study of Decisional Informatics.

The premises of decisional informatics are presented and determinist and probabilist mathematical models which outline the informational-decisional flow in enterprises are built.

The algorithm for the study of decision informatics is elaborated by means of the digital computers and considerations are made on the criteria in the decision theory and the utility theory.

The concepts concerning the application of the information thory, the storage theory, waiting theory, production execution decision theory, labour theory, overhead-costs theory and that of investments spaced out in time. and the decision theory, facilitate the establishment of determinist-probabilist mathematical models and permit by means of the newly built logical diagram the extension of the electronic computers utilization to the design and operation of production systems and to the study of the structure of the informational-decisional system.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Résumé

C. D. 515

J. Moncea, I. Enache, V. Bogdan

L'utillisation de la méthode du mobile pour la détermination de la ligne d'intersection entre les surfaces courbes.

Dans cette étude, les auteurs exposent un procédé nouveau d'application de la méthode du mobile pour la détermination de la ligne d'intersection entre les surfaces courbes.

On peut appliquer l'extension de la méthode du mobile afin de déterminer la ligne d'intersection entre les surfaces ayant un plan de symétrie commun.

Les sections qui résultent de l'intersection des surfaces ayant le plan de symétrie commun s'utilisant comme contours auxiliaires, sur lesquels s applique ensuite la méthode du mobile obtenant ainsi la succesion d'union des points de la ligne d'intersection.

L'application de cette méthode a été illustrée pour les intersections entre le tore, le cône et la sphère.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

C.D. 666.96

I. Teoreanu, Maria Georgescu

Études chimiques et par l'analyse aux rayons X sur l'hydratation du gehlenite vitreux en présence des activateurs.

Dans l'étude présente on a effectué la recherche des processus qui ont lieu dans le système gehlenit-eau, en présence d'additions activantes.

Les résultate expérimentaux démontrent l'hydratation du gehlenite avec formation de produits décélables par l'analyse aux rayons X seulement en présence de l'addition de clinker, de clinker et de gypse ou de chlorure de calcium, ainsi que de chlorure de calcium (après de longues périodes de temps).

Quant aux produits hydratés on a identifié des hydrosilicates, des hydroaluminates héxagonaux (ou bien des solutions solides), de l'hydrate de gehlenite et des hydrogranates.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

C. D. 665.52

Gh. Ioniţă

Contributions à l'utillisation des polyélectrolytes indigènes dans le traitement de certaines eaux nécessaires dans l'industrie pétrolière

L'étude présente le mode et les conditions de travail concernant l'utilisation du polyacrylamide pour la récuperation de certaines eaux naturelles qui entraînent une grande quantité d'impuretés. On présente les résultats expérimentaux de certaines échantillons d'eau soumis à la clarification afin d'éviter les inconvenients que ces eaux pourraient produire dans l'industrie pétrolière.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

Zusammenfassung

D. K. 515

J. Moncea, I. Enache, V. Bogdan

Die Anwendung des Mobilverfahrens zur Bestimmung der Durchdringungslinie zwischen Bestimmungsflächen.

In diesem Bericht stellen die Verfasser ein neues Anwendungsverfahren der Mobilmethode für die Bestimmung der zwischen gekrümmten Flächen dar.

Die Erweitung des Mobilverfahrens kann zur Bestimmung der Durchdringungslinie zwischen Flächen, die eine gemeinsame Symmetriebene, besitzen, angewendet werden.

Die aus dem Schnitt der Flächen mit der Symmetrieebene resultierenden Querschnitte werden als Hilfsumrisse benutzt, an welchen dann das Mobilverfahren angewandt und die Verbindungs folge der Schnittlinienpunkte erzielt wird.

Die Anwendung dieses Verfahrens wird an Schnittbeispielen zwischen Torus, Kegel und Kugel erläutert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D.K. 666.96

I. Teoreanu, Maria Georgescu

Chemische und roentgenografische Studien der Hydratation des glasigen Gehlenits in Gegenwart von Aktivatoren.

In der vorliegenden Arbeit wurden die Hydratationsprozesse im System Gehlenit-Wasser, in Gegenwart von Aktivatoren studiert.

Die Versuchsergebnisse beweisen, dass der in reinem Zustand mit Wasser praktisch inerte Gehlenit, in Gegenwart vonAktivatoren — Portlandzementklinker, Portlandzementklinker mit Gips, Portlandzementklinker mit Kalziumchlorid oder Kalziumkhlorid allein — nach längeren Zeitabschnitten hydraulische Eigenschaften erwirbt.

Als hydratationsprodukte wurden hauptsächlich Hydrosilikate, hexagonale Hydroaluminate (oder ihre Mischkristalle), Gehlenithydrat und Hydrogranate identifiziert.

Chlorurierte Hydratphasen wurden nur nach langen Zeitabschnitten identifiziert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. K. 665.52

Gh. Ioniţă

Beiträge zur Anwendung von indigenen Polyarkrylamiden bei bei Behandlung des in der Erdölindustrie erforderlichen Wassers

Der Beitrag stellt die Art und die Arbeitsbedingungen bei der Verwendung des Polyakrilamids zur Rückgewinnung von Naturwasser, welches eine grosse Menge von Verunreiningungen mitschleppt dar. Es werden die Versuchsergebnisse von geklärten Wasserproben zwecks Vermeidung der Unannehmlichkeiten, die sie in der Erdöllindustrie verursaschen können, angegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

C.D. 547

E. Kraft

Dosage complexométrique du fer en en mélange avec les cations de magnésium, de calcium, d'aluminium et de chrome.

L'auteur présente sommairement dns l'auvrage les considérations théoriques à base desquelles il propose la méthode de dosage quantitatif des ions de fer avec EDTA (acide éthylène diaminetétra acétique), en présence des ions de Al (III), Ca (II), Mg (II) et Cr (VI) (chromate et bichromate), sans qu une séparation soit nécessaire.

Le titrage du fer (III) se fait à froid, à pH—2, avec EDTA en présence de l'indicateur acide sulfosalicylique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

C. D. 629.13

C. Gută

La non-uniformité (la dissimilitude) du courant au long des palettes des turbo-machines axiales.

On présente une méthode d'évaluation des pertes de pression dues à l'influence de la couche limite formée sur les parois extérieures de la partie de passage.

On établit les différences évidentes (figure 3) entre les méthodes usuelles de profilage et celles qui rapprochent la méthode de profilage des conditions réelles de fonctionnement des palettes.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

C.D. 621-53

I. Tempea

La synthèse structur a le des chaines cinèmatiques planes avec des couples inférieurs et supérieurs et degré de liberté $L_3 = 4$.

L'ouvrage étudie les possibilités de formation des chaines cinématiques planes avec des couples inférieurs et supérieurs avec $e = 3,4$ et 5 éléments ($L_3 = 4$).

Une première méthode est basée sur la notion de groupe cinématique. Pour cela, sont formés les groupes cinématiques avec 1 et 2 éléments. La deuxième méthode présentée utilise l'inversement de l'opération d'equivalence des couples supérieurs.

Finalement, on présente les résultats obtenus pour la synthèse structurale des chaînes avec 3,4 et 5 éléments et degré de liberté $L_3 = 4$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D.C. 547

E. Kraft

Komplexometrische Dosierung des Eisens in Mischung mit Magnesium-, Kalzium-, Aluminium- und Chromkationen.

Die Arbeit zeigt in Kürze die theoretischen Betrachtungen auf deren Grund die Methode der quantitativen Dosierung der Eisenionen mit EDTA in Anwesenheit der Al (III)-, Ca (II)-, Mg (II)-, und Cr. (VI)-Ionen (chromat und bichromat, ohne dass eine Absonderung notwendig wäre, vorgeschlagen wird.

Die Titrierung des Eisens (III) erfolgt immkalten Zustand, bei einem pH=2, mit EDTA in Anwesenheit des Sulfosalizylsäure-Indikators.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. K. 629.13

C. Guţă

Die Strömungsungleichförmigkeit längs der Schaufelung von Axialturbinen.

Es wird eine Bewertungsmethode der Druckverluste, welche infolge der auf den Aussenwänden des Durchflussteils gebildeten Grenzschicht verursacht werden beschrieben.

Es werden klare Unterschiede (Bild 3) zwischen den üblichen Profilierungsmethoden und denjenigen welche die Profilierungsmethode den wirklichen Betreibsbedingungen der Schaufelung nähern, festgestellt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D.K. 621-53

I. Tempea

Die Struktursynthese der ebenen kinematischen Ketten mit unteren und oberen Kupplungen und Freiheitsgrad $L_3 = 4$.

In dem Bericht werden die Möglichkeiten der Bildung von ebenen kinematischen Ketten mit unteren und oberen Kupplungen mit e=3,4 and 5 Gliedern ($L_3=4$), studiert. Die erste Methode fusst auf der Gruppenbezeichnung mit 1 und 2 Gliedern. Die zweite dargestellte Methode verwendet die Umkehrung der „Gleichstellungs" — Operation der oberen Kupplungen.

Zum Schluss werden die für die Struktursynthese der Ketten mit 3, 4 und 5 Gliedern und einen Freiheitsgrad $L_3=4$ erzielten Ergebnisse angeführt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

C. D. 621.165

M. Postelnicescu

Les possibilités d'augmentation du rendement des chaudières par le préchauffage du combustible (liquide ou gazeux) à l'aide des gaz de combustion.

Dans cet ouvrage on étudie les possibilités d'augmentation du rendement des chaudières par prechauffages, à l'aide des gaz de combustion, non seulement de l'eau d'alimentation et de l'air de combustion, comme il est d'usage courant, mais aussi du combustible (gazeux ou liquide). En ce sens on établit la température minima d'évacuation des gaz de combustion des chaudières, tout en mettant en évidence les effets concrets au cas de l'utilisation du mazout, des gaz naturels et des gaz de haut fourneau.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

C. D. 621.16

Al. Dănescu, M. Marinescu

Une nouvele méthode d'introduction et de détermination des quantités d'additifs dans les flammes des combustibles gazeux

Létude présente une nouvelle méthode d'introduction dans les flammes par pulvérisation électrique certains métaux à faible energie d'ionisation.

On présente les résultats expérimentaux obtenus à l'aide de cette méthode, tout en indiquant aussi les fondements théoriques du processus de pulvérisation des solutions par voie électrique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

C. D. 621.311.2

C. Dinculescu, H. Lazăr

L'influence du type de régulateur d'excitation sur les conditions de stabilité statique d'un système éléctrique générateur-ligne-barre de tension constante.

On analyse dans cette étude l'influence du type de régulateur d'excitation sur les conditions de stabilité statique d'un système électrique générateur-ligne-barre de tension constante.

On a determiné les conditions de stabilité statique pour les cas analysés et on a indiqué les possibilités et les limites des types de régulateurs envisagés.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. K 651.165

M. Postelnicescu

Möglichkeiten zur Erhöhung des Kesselwirkungsgrades durch Vorwärmung des (flüssigen, bzw., gasförmigen) Brennstoffs mittels Rauchgasen.

Im Bericht wird die Möglichkeit der Erhöhung des Kesselwirkungsgrades durch Vorwärmung mittels Rauchgasen nicht nur des Speisewassers und der Verbrennungsluft, so wie dies normalerweise geschieht, sondern auch des (gasförmigen und flüssigen) Brennstoffs untersucht. In diesem Sinn wird die kleinste Austrittstemperatur der Brenngase in dem Kesseln bestimmt und dabei die konkreten Wirkungen bei Verwendung von Heizöl, Erdgas und Gichtgas hervorgehoben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. K. 621.16

Al. Dănescu, M. Marinescu

Ein neues Verfahren zur Einführung und Bestimmung der Zusatzmengen in den Flammen der gasförmigen Brennstoffe.

In der Arbeit wird ein neues Verfahren zur Einführung in Flammen von Metallen mit verringerter Ionisationsenergie durch elektrische Zerstäubung vorgestellt.

Es werden die mittels dieses Verfahrens erzielten Versuchsergebnisse beschrieben, wobei die theoretischen Grundlagen des elektrischen Zerstäubungsvorgangs von Lösungen angeführt werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. K. 621.311.2

C. Dinculescu, H. Lazăr

Der Einfluss der Erregerregulatorbauart auf die statischen Stabilitätsbedingungen eines elektrischen Systems Generator-Leitung-Gleichspannungsschiene.

Der Bericht untersucht den Einfluss der Bauart eines Erregerregulators auf die statischen Stabilitätsbedingungen eines Systems Generator-Leitung-Gleichspannungsschiene. Es werden die statischen Stabilitätsbedingungen für die analysierten. Fälle bestimmt und die Möglichkeiten und die Bauartgrenzen der in Betracht kommenden Regulatoren angegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

C.' D. 669.162

P. Sonea, I. Sonea

Recherches sur les vibrations sous-harmoniques de l'électrode de soudure traitée avec des oscillations ultra-sonores.

On décrit dans l'étude les oscillations sous-harmoniques de l'électrode de soudure sous l'influence de l'excitation ultra-sonore.

L'électrode de soudure étant un système d'oscillations non-linéaires, on établit par voie mathématitque les conditions d'existence, des deux premières sous-harmoniques.

Sous l'influence des sous-harmoniques, l'éectrode passe d'un système fondamental d'excitation, à un système plus faible en fonction du nombre des sous-harmoniques qui apparaissent dans le système.

Les oscillations à sous-harmoniques de l'électrode favorisent la pulvérisation du métal liquide en formation avec des conséquences favorables sur le phénomène de cristallisation et avec une augmentation importante des caractéristiques mécaniques du joint soudé.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

C. D. 661.8.511 : 646.817

M. Ienciu

Réduction du sulfure de plomb avec du gaz méthane.

L'auteur se propose dans cette étude de faire des investigations dans la cinétique des réactions de réduction du sulfure de plomb avec du gaz méthane et d'établir certaines relations entre les divers paramètres. Il fait ressortir en même temps les possibilités qui permettent d'obtenir le plomb directement du sulfure comme résultat du fait que les principales réactions de réduction se déroulent à des températures moyennes.

Il réussit aussi à confirmer l'hypothèse selon laquelle le processus de réduction du sulfure de plomb avec du gaz méthane est autocalytique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

C.D. 621.391

A. Carabulea, Gh. Ruşitoru, Gh. Anton

Contribution à l'étude de l'informatique décisionnaire.

Cet article présente les prémisses de l'informatique décisionnaire et on abouti à construire des modèles mathématiques de détermination et de probabilité qui font intégrer le flux des informations décisionnaires des entreprises.

On conçoit l'algorithme pour l'étude de l'informatique-décisionnaire à l'aide d'nu ordinateur électronique et on nous présente des considérations sur les critères de la théorie de décisions et sur celle de l'utilité.

Les concepts concernant l'application de la théorie de l'information, de la théorie des stockages, de la théorie des files d'atiente, de l'ordonnancement, de la force de travail, des frais généraux et des investissements échelonnés dans le temps et de la théorie de la décision facilitent l'établissement des modèles mathématiques de détermination et de probabilité et à l'intérmède du schéma logique nouvellement construit ils conduisent au développement de l'utilisation des calculateurs électroniques à la projection et à l'exploitation des systèmes de production et à l'étude de la structure du système d'information décisionnaire.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. K. 669.162

P. Sonea, I. Sonea

Untersuchung der Unterschwingungen der mit Uberschalschwingungen behandelten Schweisselektrode.

In dem Bericht werden die unter dem Einfluss von Uberschallerregung erzeugten Unterschwingungen der Schweisselektrode beschrieben.

Da die Schweisselektrode ein nichtlineares Schwingungssystem ist, werden die Existenzbedingungen der ersten zwei Unterschwingungen auf mathematischem Wege bestimmt.

Die Elektrode geht unter dem Einfluss der Unterschwingungen von einem Erregungsgrundsystem in ein anderes niedrigeres System über, in Abhängigkeit von der in System auftretende Unterschwingungsanzahl.

Die Unterschwingungen der Elektrode fördern die Zerstäubung des auf der Elektrode sich bildenden flüssigen Metalls mit güngstigen Folgen für die Kristallsierungserscheinung und mit einem bedeutenden Ansteigen der mechanischen Eigenschaften der geschweissten Naht.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D. K. 661.8.511 : 546.817

M. Ienciu

Reduktion des Bleisulfids mit Erdgas.

Die Arbeit nimmt sich vor die Kinetik der Reduktionsreaktionen des Bleisulfids mittels Erdgas zu erforschen und einige Beziehungen zwischen verschiedenen Parametern festzustellen, wobei sie gleichzeitig die vorhandenen Möglichkeiten zur unmittelbaren Erzeugung des Bleies aus dem Sulfid, als Folge der Tatsache, dass die Hauptreaktionen der Reduktion sich bei mittleren Temperaturen vollziehen, studiert.

Es wird gleichzeitig die Annahme bestätigt, nach der der Reduktionsprozess des Bleisulfids mit Erdgas autokatalitisch ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

D.K. 621.391

A. Carabulea, Gh. Ruşitoru, Gh. Anton

Beitrag zur untersuchung der Entschluss Informatik

Es werden die Grundlagen der Entschluss-Informatik dargelegt und deterministische und wahrscheinlichkeitstheoretische mathematische Modelle aufgestellt, welche den Entschluss-Informationsfluss der Betriebe widergeben.

Es wird der Algorithmus für die Untersuchung der Entschluss-Informatik mith Hilfe der numerischen Ordinierungsmaschinen abgeleitet; es werden die Kriterien der Entschluss-Theorie und der Nützlichkeitstheorie untersucht.

Die Begriffe über die Answendung der: Informationstheorie, Lagertheorie, Theorie der allgemeinen Ausgaben und der zeitlich verteilen Investitionen, sowie die Entschluss-Theorie erleichtern die Festlegung der deterministisch-wahrscheinlichkeitstheoretischen mathematischen Modelle und erlauben auf Grund des neu entwickelten logischen Schemas die Ausdehnung der Anwendung der elektronischen Rechner bei der Konstruktion und der Verwendung von Fertigungssystemen auch auf die Untersuchung der Struktur des Entschluss-Informationssystems.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXII Nr. 6/1970

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

MATEMATICĂ

C.Z.: 515

UTILIZAREA METODEI MOBILULUI PENTRU DETERMINAREA LINIEI DE INTERSECȚIE ÎNTRE SUPRAFEȚELE CURBE *

J. MONCEA, I. ENACHE, V. BOGDAN

Linia de intersecție a două suprafețe se obține în general prin determinarea unor puncte curente sau caracteristice, comune suprafețelor ce se intersectează. Ordinea de unire a acestor puncte pentru obținerea liniei de intersecție se stabilește prin metoda mobilului sau prin construcția desfășuratelor convenționale.

Aceste metode se pot aplica dacă corpurile geometrice care se intersectează au baze, sau se pot construi desfășuratele convenționale ale suprafețelor ce se intersectează (în deosebi în cazul combinațiilor de prisme, piramide, cilindri și conuri).

În cadrul unor intersecții cu suprafețe de revoluție ca tor, sferă etc., aplicarea directă a acestor metode este practic dificilă, întrucît aceste corpuri geometrice nu au baze reale și nu sînt desfășurabile.

Datorită acestei dificultăți în prezent linia de intersecție dintre suprafețele de revoluție frecvent întîlnite în practică, se determină în mod empiric, folosind un număr cît mai mare de puncte care să conducă grafic la traseul liniei de intersecție, sau apelînd la intuiția spațială a celui care construiește intersecția.

În această lucrare se prezintă un nou procedeu ce poate fi aplicat pentru determinarea liniei de intersecție în unele cazuri de intersectare a suprafețelor de revoluție frecvent întîlnite în practică.

Metoda mobilului se poate aplica sub o formă generalizată în cazul în care suprafețele ce se intersectează au un *plan de simetrie comun*. Secțiunile determinate de acest plan prin corpurile geometrice constituie *contururile auxiliare* pe care se poate aplica metoda mobilului pentru a stabili succesiunea de unire a punctelor liniei de intersecție.

Proprietățile ce se pot stabili în aceste cazuri de intersecții și modul de aplicare sînt ilustrate pe cîteva exemple.

În figura 1 se prezintă intersecția unui tor cu un con de rotație. Punctele curente ale liniei de intersecție se pot obține prin secționarea torului și conului cu plane de nivel care secționează cele două suprafețe după cercuri. Pe lîngă punctele caracteristice cunoscute, vom considera în acest caz ca puncte caracteristice și punctele comune celor două suprafețe și planului comun de simetrie P, notate în figura 1 cu $A1$ și $E8$.

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București, 1-3 noiembrie 1968.

Conturile auxiliare obținute prin secționarea torului și conului cu planul P, se rabat în jurul axului Ω (ω, ω'), pînă ajung în planul de front ce trec prin Ω. În acest fel ele se proiectează pe planul vertical după co-

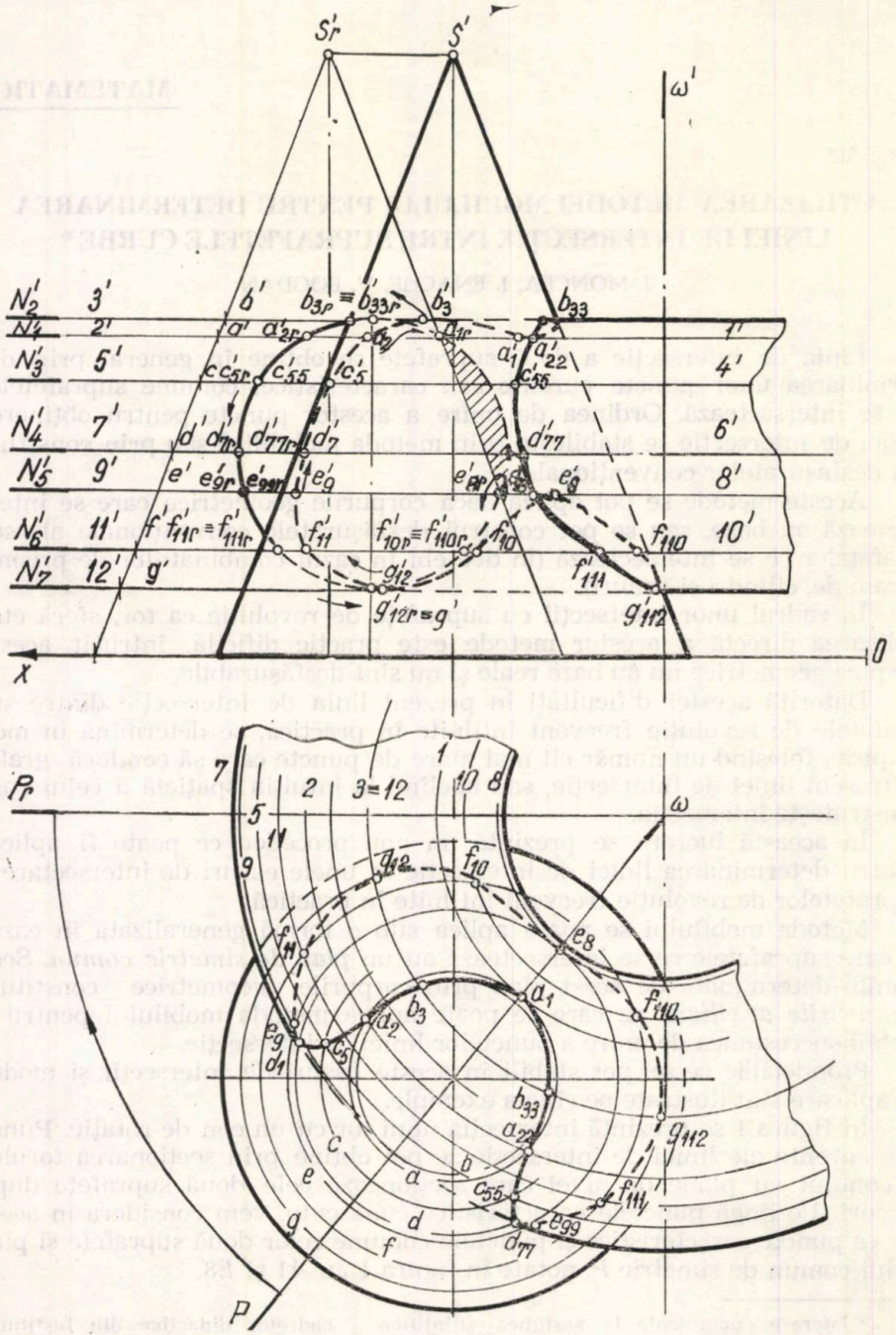


Fig. 1

nul $S'r$ și cercul generator de contur aparent vertical din stînga al torului, pe care se va aplica metoda mobilului.

Cercurile obținute prin secționarea conului cu planurile auxiliare au fost notate cu literele : $A(a, a')$, $B(b, b')$ ... $G(g, g')$, iar cercurile obținute prin secționarea torului cu cifre : 1(1, 1'), 2(2, 2') etc. Intersecțiile între cercurile determinate de același plan auxiliar reprezintă punctele liniei de intersecție.

Pentru a aplica metoda mobilului trebuie să se urmărească simultan contururile auxiliare rabătute, în proiecție verticală ale torului și conului pe care se deplasează proiecțiile punctului mobil.

Întrucît, în acest caz unele trasee de pe contururile auxiliare sînt parcurse de patru ori iar altele de două ori, este necesar să se pornească cu metoda mobilului de la unul din punctele caracteristice, (în figura 1 de la punctul $A1$ sau $E8$).

Deplasarea proiecțiilor punctului mobil pe baze se urmărește în proiecția verticală pe proiecțiile verticale ale punctelor rabătute : a'_{1r} ; b'_{3r} a'_{2r}, c'_{4r} etc.

Pentru cazul din figura 1, se observă că intersecția cercului a cu cercul 1, determină punctul a_1 ; intersecția cercului a cu cercul 2, punctele a_2 și a_{22}, ș.a.m.d. Concretizînd cercurile rezultate prin secționarea torului și conului într-un tabel (tabelul 1), după succesiunea stabilită prin regula mobilului se obține în coloana treia (intersecția), ordinea de unire a punctelor liniei de intersecție. Pe același tabel, după regulile cunoscute, se poate determina și vizibilitatea liniei de intersecție, ținîd seama de vizibilitatea suprafețelor în fiecare proecție. În tabelul 1 a fost notată vizibilitatea suprafețelor și liniei de intersecție pentru proiecția orizontală. Pentru proiecția verticală se poate proceda în mod asemănător.

Tabelul 1

Conul	A	B	A	C	D	E	F	G	F	E	F	G	F	E	D	C	A	B	A
Torul	1	3	2	5	7	9	11	12	10	8	10	12	11	9	7	5	2	3	1
Intersecția	A_1	B_3	A_2	C_5	D_7	E_9	F_{11}	G_{12}	F_{10}	E_8	F_{10}	G_{12}	F_{11}	E_9	D_7	C_5	A_{22}	B_{33}	A_1

În figura 2 a fost determinată, utilizînd această metodă linia de intersecție între un tor și un con circulare oblic. Ordinea de unire a punctelor a fost stabilită prin aplicarea metodei mobilului și concretizată în tabelul 2.

Tabelul 2

Conul	A	B	C	D	E	D	E	D	C	B	A
Torul	1	2	4	6	8	7	8	6	4	2	1
Intersecția	A_1	B_2	C_4	D_6	E_8	D_7	E_{88}	D_{66}	C_{44}	B_{22}	A_1

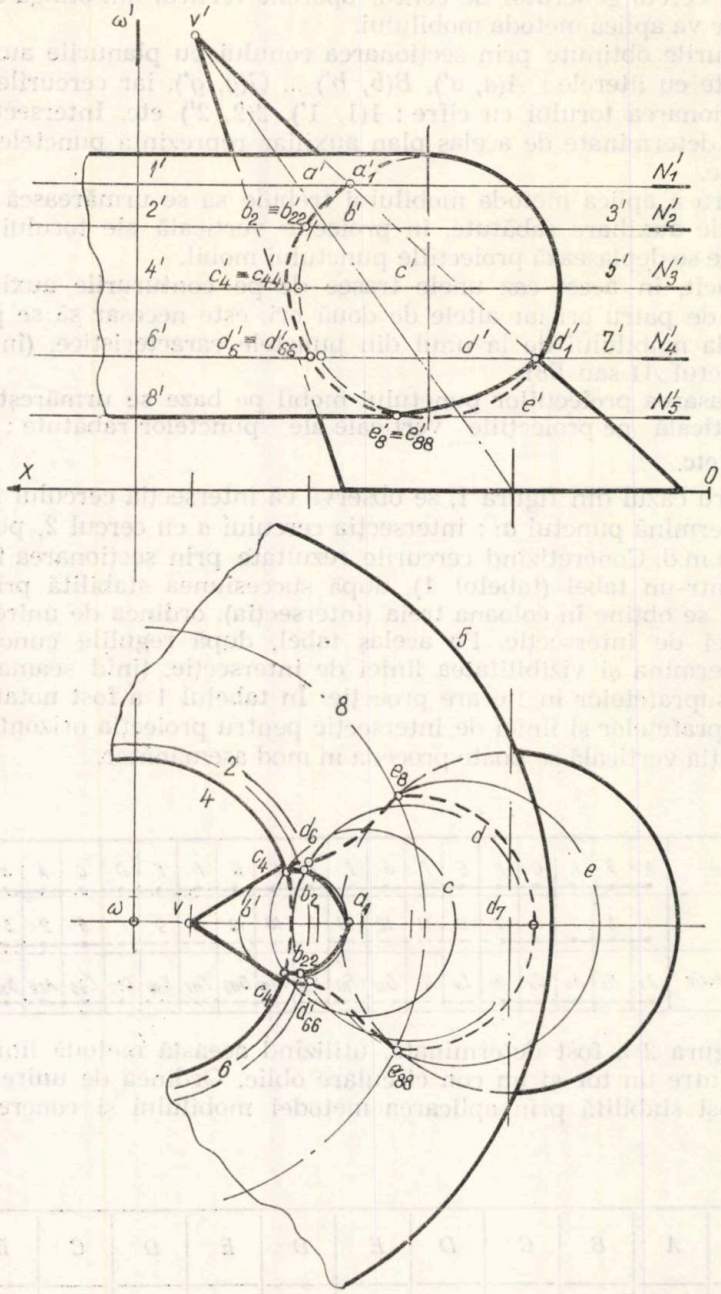


Fig. 2

Aplicînd aceste principii a fost determinată linia de intersecție între un tor și o sferă, concretizată în figura 3 și tabelul 3.

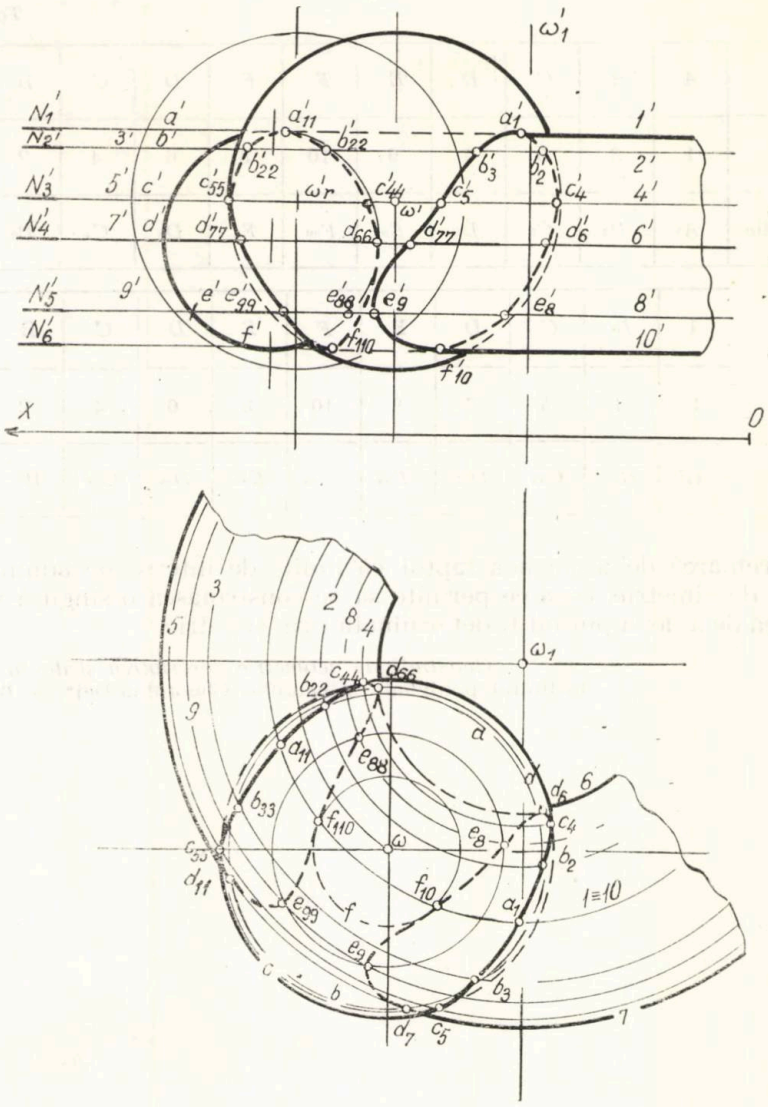


Fig. 3

În figura 3 punctele caracteristice nu mai sînt determinate de planul de simetrie comun. În acest caz stabilirea ordinei de unire a punctelor liniei de intersecție se poate aplica pornind de la oricare din punctele determinate.

Tabelul 3

Sfera	A	B	C	D	E	F	E	D	C	B	A
Torul	1	3	5	7	9	10	8	6	4	2	1
Intersecția	A_1	B_3	C_5	D_7	E_9	F_{30}	E_8	D_8	C_4	B_2	A_1

A	B	C	D	E	F	E	D	C	B	A
1	3	5	7	9	10	8	6	4	2	1
A_{11}	B_{33}	C_{55}	D_{77}	E_{99}	F_{110}	E_{88}	D_{86}	C_{48}	B_{22}	A_{11}

Se remarcă de asemenea faptul că liniile de intersecție admit și ele un plan de simetrie, ceea ce permite să se construiască o singură parte a liniei, cea de a doua putînd fi determinată prin simetrie.

Catedrele de geometrie descriptivă și desen
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 666.96

ÉTUDES CHIMIQUES ET PAR L'ANALYSE AUX RAYONS X SUR L'HYDRATATION DE LA GÉHLÉNITE VITREUSE EN PRÉSENCE D'ACTIVATEURS *

I. TEOREANU, MARIA GEORGESCU

Introduction

Les laitiers de haut fourneau — des substances ayant des propriétés hydraulique latentes — constituent une matière première importante pour l'obtention des liants hydrauliques présentant quelquefois des caractéristiques remarquables.

Le clinker de ciment Portland, le chaux, la dolomie calcinée, le gypse, le chlorure de calcium, le silicate de sodium utilisés comme additifs simples ou mixtes, activent les laitiers, mettant en valeur leurs propriétés liantes.

Le comportement des laitiers dans la présence des différents activateurs est conditionné, entre autres, par leur composition de phase, la nature des phases vitreuses et cristallines constituantes, celles-ci étant activées de manière différente. C'est pour élucider le mécanisme d'action des différents activateurs dans le processus de durcissement des laitiers de haut fourneau que les informations concernant le comportement des composants minéralogiques individuels présentent un intérêt exceptionnel.

Une catégorie de composants ayant un grand poids dans la composition des laitiers de haut fourneau est représentée par les aluminosilicates de calcium — la géhlénite ($2CaO.Al_2O_3.SiO_2$) et l'anorthite ($CaO.Al_2O_3.2SiO_2$). La géhlénite est le composant sous la forme duquel apparaît lié, d'habitude, l'oxyde d'aluminium dans les laitiers basiques. Les recherches [1—5] concernant le comportement de cet aluminosilicate en présence d'eau ont conduit à la constatation que, à l'état pur, la géhlénite cristalline aussi bien que celle vitreuse ne manifestent pratiquement pas des propriétés de durcissement.

Quoiqu'elle n'acquière pas de propriétés de résistance mécanique, il paraît que la géhlénite vitreuse peut être hydratée, même à l'état pur, après un maintien plus prolongée en contact avec l'eau [1, 6, 7]. Si, après 30 jours d'hydratation, les déterminations microscopiques [1] ne

* Communiquée à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest, 20—24 mai 1970.

mettent en évidence aucune modification dans l'échantillon de géhlénite vitreuse, après deux mois une hydratation partielle des granules fines a lieu. L'hydratation apparaît plus certaine après des périodes plus longues de durcissement quand, par l'étude au rayons X et thermodifférentielle, on a réussi à mettre en évidence la formation de composants hydratés ; dans des échantillons hydratés de géhlénite vitreuse, conservés pendant cinq ans, Gorşkov et Hmelevskaia [6] ont constaté la formation d'un hydrate de géhlénite — $2CaO.Al_2O_3.SiO_2.nH_2O$, qu'on peut identifier par les raies 2,01 Å; 2,35 Å; 2,49 Å; 2,87 Å; 4,17 Å; 6,28 Å, ainsi que par l'effet endothermique qui apparaît sur la courbe ATD à 240°C ; une masse sous forme de gel apparaît initialement, de laquelle cristallise ultérieurement l'hydrate de géhlénite. Strassen [7] attribue à l'hydrate de géhlénite, identifié par l'analyse aux rayons X pendant l'hydratation de la géhlénite vitreuse, la formule $2CaO.Al_2O_3.SiO_2.8H_2O$.

Si, à l'état pur, la géhlénite ne durcit pas, ou durcit très lentement au contact de l'eau, de faibles additions d'activateurs (oxyde de calcium, clinker de ciment Portland, gypse) déterminent une croissance de la valeur hydraulique de ce composant [1—5, 8, 9].

Budnikov et Cerkasov [5] indiquent comme produits d'hydratation de la géhlénite vitreuse, en présence d'oxyde de calcium — les silicates de calcium hidratés et les aluminates de calcium hydratés, ainsi que l'hydroxyde d'aluminium et, en présence du gypse à coté de l'oxyde de calcium — les mêmes composants, auxquels il faut ajouter le sulfate-aluminate de calcium hydraté. Des cristaux des nouvelles formations ont été obsérves au microscope même après de courtes périodes d'hydratation, dans le cas des échantillons hydratés en solutions saturées d'oxyde de calcium ou d'oxyde de calcium et de gypse.

L'hydrate de géhlénite, formé dans les conditions normales d'hydratation de la géhlénite, se transforme, dans le cas de l'hydratation de cette dernière en présence d'hydroxyde de calcium et à la température de 50°C, en granate hydraté [7, 10].

A part les activateurs classiques — l'hydroxyde de calcium (clinker de ciment Portland) et le gypse — on a signalé [4] la possibilité d'utiliser comme activateur du durcissement de la géhlénite une addition simultanée de clinker et de chlorure de calcium. Cette addition a eu le meilleurs résultats (en ce qui concerne les résistances mécaniques) que l'addition de clinker ou de clinker et de gypse. Continuant les recherches dans ce domaine, dans l'ouvrage présent on montre les résultats des études concernant les processus d'hydratation de la géhlénite vitreuse, en présence d'additions (variables) de chlorure de calcium ; on a étudié aussi l'influence activatrice d'autres additions : clinker de ciment Portland, clinker et gypse, clinker et chlorure de calcium.

Travaux expérimentaux

Le laitier — ayant la composition de la géhlénite — a été synthétisé en partant d'oxydes chimiquement purs, par fusion à 1600—1650°C, dans un four Tammann ; le refroidissement a été effectué brusquement, à l'eau,

Pour étudier l'influence des différentes additions sur le processus d'hydratation de la géhlénite, on a préparé des échantillons de laitier additionné de : 2% de chlorure de calcium ; 30% de clinker ; 15% de clinker et 2% de chlorure de calcium ; 15% de clinker et 5% de gypse. L'évolution du processus d'hydratation a été étudiée par l'analyse aux rayons X des échantillons maintenus pendant des périodes différentes — 7, 28, 90 et 180 jours, ainsi qu'après 1 an et 2 ans. Dans ce but on a préparé des pâtes ayant le rapport eau/liant = 0,4, qui ont été maintenues dans une atmosphère saturée en vapeurs d'eau.

Pour obtenir des informations concernant la nature de l'action du chlorure de calcium sur la géhlénite, on a éffectué, outre les analyses aux rayons X, des déterminations chimiques de Ca^{2+} et Cl^-, dans les supensions de laitier à additions variables de chlorure de calcium. Dans ce but on a préparé des suspensions de géhlénite (ayant une finesse correspondant à une refus nul au tamis de 0,06 mm), avec un rapport eau/substances solides = 50 et des additions de chlorure de calcium de : 2, 5, 10 et 20% (calculées par rapport à la géhlénite).

Les suspensions ont été mélangées en vases de polyéthylène hermétiquement clos, pendant 3, 6, 12, 24 et 36 heures, après quoi on a filtré le précipité formé, on l'a lavé à l'alcool éthylique jusqu'à l'absence de l'ion Cl^- du précipité et dans le filtrat obtenu on a déterminé la concentration des ions Cl^- et Ca^{2+}.

Le dosage quantitatif de la concentration des ions Cl^- a été effectué par la méthode Volhard, et celui des ions Ca^{2+} par titration complexométrique [11].

Résultats expérimentaux et discussion

Il ressort des données obtenues que la *géhlénite pure* ne forme pas de composants hydratés qui puissent être décelés par l'analyse aux rayons X même pour de grands intervalles d'hydratation.

Dans le cas de la *géhlénite additionnée de 30% de clinker* on constate la présence certaine des silicates hydratés du type CSH (I), même après 7 jours d'hydratation — très probablement comme conséquence de l'hydratation du clinker — caractérisés par les raies 3,04 Å; 2,80 Å; 1,82 Å

De même, il paraît que des aluminates hydratés hexagonaux se forment, probablement des solutions solides métastables, du type $4CaO.Al_2O_3.19H_2O$ — $2,4CaO.Al_2O_3.10H_2O$, et pour des périodes plus longues d'hydratation on met en évidence aussi des raies qui pourraient être attribuées aux aluminates hydratés cubiques.

La présence des aluminates hydratés n'est pas certaine, toutefois ; quelques-unes de leurs raies caractéristiques n'apparaissent pas dans les diagrammes de rayons X. Il est possible que Al_2O_3 soit englobé par adsorption dans les silicates hydratés ou qu'une substitution partielle de Si^{4+} avec Al^{3+} ait lieu dans le réseau des silicates hydratés ; l'oxyde d'aluminium du laitier peut être retrouvé aussi comme hydrate de géhlénite ou comme granate hydraté ; ainsi on pourrait expliquer l'absence éventuelle, dans certains échantillons, des aluminates de calcium hydratés.

Même pour de courtes périodes d'hydratation, dans les échantillons à 30% de clinker de ciment Portland, l'hydrate de géhlénite apparaît — $2CaO.Al_2O_3.SiO_2.nH_2O$, qu'ont peut déceler par les raies : 2,08 Å; 2,28 (2,35) Å; 2,49 (2,59) Å; 3,05 (3,029) Å. Ainsi qu'il résulte des données de la littérature [12] la géhlénite hidratée est instable et, en présence d'hydroxyde de calcium, elle se transforme, dans le temps, en granate hydraté. La présence du granate hydraté n'est pas certaine dans ce cas, quoique quelques-unes des raies spécifiques de ce composant (1,90—1,99 Å; 2,05—2,08 Å; 2,27—2,28 Å; 3,05—3,11 Å; 3,30—3,32 Å) pourraient signaler son existence.

Le chlorure de calcium seul n'exerce — à ce qu'il paraît — aucune influence sur l'hydratation de la géhlénite, jusqu'à 365 jours. A la fin de cette période apparaît comme certaine la formation des silicates hydratés du type CSH (I), concrétisée par les raies 3,04 Å; 2,80 Å; 1,82 Å. Il paraît que les aluminates hydratés du type $2CaO.Al_2O_3.nH_2O$ se forment aussi (surtout dans les échantillons hydratés pendant deux ans) dont la présence est signalée par les raies 2,54 Å; 2,86 Å; 3,58 Å — caractéristiques pour ces composants.

L'hydrate de géhlénite, identifié dans l'échantillon de géhlénite additionnée de clinker, après 28 jours d'hydratation, apparaît aussi dans l'échantillon additionnée de chlorure de calcium, mais après 365 jours d'hydratation (il est mis en évidence par les raies : 3,058 (3,092) Å; 2,53 (2,59) Å; 2,30 (2,35) Å; 2,08 Å.

Les déterminations expérimentales ([13] ont indiqué de faibles valeurs pour le pH (<11) dans le cas de laitiers ayant un contenu au-dessous de 45% CaO, la valeur pH de la pâte de géhlénite additionnée de chlorure de calcium étant par conséquent, elle aussi, inférieure à 11. Donc, dans ce cas, tenir compte de resultats experimentaux de Schwiete [14], la formation de l'hydrate de géhlénite apparaît comme improbable. Toutefois, l'existence des raies qui confirment la présence de ce composant pourrait s'expliquer par le mécanisme suivant: l'hydratation initiale à la surface des granules de géhlénite, avec formation de $2CaO.Al_2O_3.SiO_2.nH_2O$ instable, dans les conditions d'une faible valeur pH ($pH<11$); la décomposition de celui-ci, avec formation de silicate de calcium hydraté — CSH (et qui peut englober Al_2O_3) et d'hydroxyde de calcium et d'aluminium (la présence des additions de chlorure de calcium accélère la formation et la coagulation des gels des silicates hydratés) ; la dissolution de $Ca(OH)_2$, fait qui conduit à l'augmentation de la basicité du milieu, rendant possible, dans ces conditions, la formation d'un hydrate de géhlénite stable par rapport à la solution et pouvant être décelé par l'analyse aux rayons X.

Dans les échantillons de géhlénite activée seulement avec du chlorure de calcium, la présence des granates hydratés et des chloro-aluminates de calcium hydratés n'est pas certaine, quoique certaines raies apparaissent qui pourraient signaler leur existence (1,99 Å et 2,787 Å — pour les granates hydratés et 2,30 Å; 2,87 Å; 3,92 Å — pour les chloro-aluminates de calcium hydratés — $3CaO.Al_2O_3.CaCl_2.10H_2O$).

Si on introduit simultanément du clinker et du chlorure de calcium (15% + 2%), après seulement 7 jours d'hydratation on voit apparaître les raies qui indiquent la présence des silicates hydratés du type CSH (I) — 3,04 Å; 2,80 Å; 1,82 Å, des aluminates hydratés hexagonaux — 2,86 Å; 2,54 Å et de l'hydrate de géhlénite 3,03 Å; 2,59 Å; 2,04 Å.

Aux premières étapes de durcissement, les diagrammes Debye ne signalent pas l'existence de composants chlorurés ; seulement après 90 jours apparaissent des raies, qui pourraient indiquer la formation de combinaisons chlorurées, du type $3CaO.Al_2O_3.CaCl_2.10H_2O$. Dans le cas des échantillons durcis pendant deux ans on met en évidence les raies 3,80 Å et 3,92 Å — raies indiquées dans la littérature [15] comme caractéristiques pour le chloro-aluminate hydraté monochloruré.

L'hydrate de géhlénite formé dans les étapes initiales de l'hydratation se transforme, après 365 jours, en granates hydratés, identifiés par les raies 2,78 Å, 2.02 (2,06) Å.

Dans les échantillons *à activation mixte au clinker et gypse* (15% + 5%) des modifications essentielles n'apparaissent pas en ce qui concerne la nature des nouvelles formations hydratées, par rapport aux échantillons activés avec du clinker ou avec du clinker et du chlorure de calcium, à l'exception du fait que, dans ce cas, ainsi comme on devait s'y attendre, on met en évidence l'existence des sulfates-aluminates de calcium hydratés — produits spécifiques de l'interaction des aluminates avec le gypse. Par exemple, le diagramme Debye-Scherrer obtenue pour un mélange hydraté pendant deux ans rend possible l'identification tant de $3CaO.Al_2O_3.3CaSO_4.31H_2O$ — signalé par les raies 3,42 Å; 2,59 Å — que de $3CaO.Al_2O_3.CaSO_4.12H_2O$ — dont les raies caractéristiques sont 3,99 Å; 2,42 Å 2,06 Å.

Les données des analyses aux rayons X, ainsi que les résultats antérieurement obtenus par les auteurs (concernant les résistences mécaniques des échantillons durcis de géhlénite additionnée de chlorure de calcium et les resistivités électriques des suspensions de laitier et d'activateur [4, 16] ne permettent pas de tirer des conclusions sur l'existence d'une action accélératrice efficace des additions de chlorure de calcium, utilisées seules. Il est difficile de supposer une action activatrice de nature chimique, par l'éffet de la formation de composants chlorurés complexes ; la présence de ces derniers est remarquée seulement après des périodes de durcissement très prolongées (1—2 ans). Une action physique a lieu plutôt, à cause des modifications de l'équilibre ionique du système, déterminées par les additions de chlorure de calcium. Quand on ajoute simultanément du clinker de ciment Portland et du chlorure de calcium, ce dernier, en actionnant sur l'interaction du clinker avec l'eau, intensifie l'hydratation du clinker et, par la présence de $Ca(OH)_2$ résulté, détermine une activation plus intense du laitier que dans le cas des additions simples de clinker. Les diagrammes de rayons X obtenus pour les échantillons à additions mixtes de clinker et de chlorure de calcium mettent aussi en évidence une influence des activateurs sur les transformations de la structure des silicates hydratés (l'intensification du passage aux phases tobér-

moritiques ayant un degré plus élevé de cristallisation), ce qui conduit aux modifications de la texture du laitier durci.

Il faut souligner en même temps que la présence du clinker accentue l'action de nature chimique du chlorure de calcium ; la formation des chloro-aluminates de calcium hydratés est favorisée, grâce à l'apport de $Ca(OH)_2$ déterminée par l'addition de clinker ; les combinaisons chlorurées sont mises en évidence par les diagrammes de rayons X après des périodes d'hydratation sensiblement moins longues.

On a obtenu aussi quelques éclaircissements concernant l'action du chlorure de calcium sur la géhlénite par des déterminations des concentrations des ions Ca^{2+} et Cl^- dans la suspension de géhlénite, pour des périodes courtes d'hydratation. On a pu étudier de cette manière l'évolution de la composition de la phase liquide de la suspension de géhlénite et l'influence que les additions de chlorure de calcium, variant dans un grand intervalle — 2—20% — excercent sur l'hydratation de la géhlénite.

Les résultats obtenus montrent une quasi-constance dans le temps, de la concentration des ions Cl^- dans la suspension (tableau 1) ; par conséquent, on ne peut supposer que le chlore est lié, en formant de nouveaux composants, après des périodes courtes d'hydratation.

La concentration des ions de calcium dans la solution reste aussi invariable dans le temps (dans les 3 premiers jours d'hydratation). Il put remarquer en même temps que, pratiquement, la qauntité des ions de calcium qu'on retrouve dans la solution comme résultat des processus d'hydratation — hydrolise de la géhlénite vitreuse n'est pas modifiée par la présence du chlorure de calcium ; cette constatation met en évidence l'absence d'une quelque influence de l'addition sur la vitesse de dissolution et l'hydratation de la géhlénite au commencement de la période de durcissement.

Les résultats des déterminations chimiques conformément auxquels les additions de chlorure de calcium n'influencent pratiquement pas le processus de durcissement de la géhlénite, à de courts intervalles après le mélange avec l'eau concordent bien avec les données des analyses aux rayons X présentées dans le présent ouvrage, ainsi qu'avec les données sur la résistence mécanique et l'eau liée obtenues par les auteurs dans d'autres ouvrages, (pas même après 28 jours de durcissement, la présence du chlorure de calcium ne provoque de modifications de la valeur de l'eau liée, qui reste inférieure à 1% — par rapport à la géhlénite vitreuse non-hydratée).

Conclusions

Les données présentées font resortir le fait que la géhlénite, qui à l'état pur est un composant pratiquement inerte envers l'eau, peut acquérir des propriétés de durcissement dans la présence d'additions de clinker de ciment Portland, de clinker et de gypse, de clinker et de chlorure de calcium.

Les principaux produits d'hydratation des systèmes de géhlénite à additions d'activateurs (les auteurs se réfèrent aux activateurs utilisés) qu'on peut déceler par analyse aux rayons X sont : des silicates hydratés,

Tableau 1

Nr.	Liant	Quantité de chlore introduite par $CaCl_2$ (g)	Quantité de calcium introduite par $2CaO.Al_2O_3SiO_2$ (g)	Quantité de calcium introduite par le chlorure de calcium (g)	Quantités de chlore et de calcium déterminées dans la solution (g), après :									
					3 heures		6 heures		12 heures		24 heures		36 heures	
					Chlore	Calcium	Chlore	Calcium	Chlore	Calcium	Chlore	Calcium	Chlore	Calcium
1	$2CaO.Al_2O_3SiO_2$	0	0,583	0	—	0,00362	—	0,00220	—	0,00232	—	0,00497	—	0,0038
2	$2CaO.Al_2O_3SiO_2$ + 2% $CaCl_2$	0,5	1,144	0,0281	0,0435	0,03145	0,0423	0,0306	—	0,0271	0,04146	0,0312	0,0432	0,0299
3	$2CaO.Al_2O_3SiO_2$ + 5% $CaCl_2$	0,0639	0,554	0,0360	0,0599	0,0366	0,0547	0,0362	0,04993	0,0344	0,0557	0,0373	0,0542	0,03738
4	$2CaO.Al_2O_3SiO_2$ + 10%$CaCl_2$	0,1278	0,525	0,0719	0,1168	0,0679	0,1184	0,0550	—	0,06989	0,1182	0,0694	0,11537	0,0687
5	$2CaO.Al_2O_3SiO_2$ + 20%$CaCl_2$	0,2556	0,467	0,144	0,2354	0,1309	0,228	0,142	0,2357	0,1288	0,2333	0,1322	0,2347	0,133

NOTE :

Les suspansions ant été la composition suivante :

1. 2 grammes de liant + 100 grammes de l'eau ;
2. 4 grammes de liant + 200 grammes de l'eau ;
3. 2 grammes de liant + 100 grammes de l'eau ;
4. 2 grammes de liant + 100 grammes de l'eau ;
5. 2 grammes de liant + 100 grammes de leau.

des aluminates hydratés hexagonaux (ou leurs solutions solides), l'hydrate de géhlénite, des granates hydratés.

En ce qui concerne le mécanisme d'action du chlorure de calcium sur l'hydratation et le durcissement de la géhlénite, on peut affirmer plutôt qu'il s'agit d'une influence de nature physique, l'apparition de composants chlorurés complexes étant remarquée seulement pour de longues périodes d'hydratation ; même l'influence de nature physique est extrêmement faible.

Laboratoire technologie des silicates et des composés oxydiques
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Iu. M. Butt et coll.* — Tement, nr. 3, 8 (1960).
2. *P. P. Budnikov, V. S. Pankratov* — DAN SSSR **146**, 1, 156 (1962).
3. *P. P. Budnikov et coll.* — Stroitelnîie materialî nr. 5, 29 (1960).
4. *I. Teoreanu, M. Georgescu* — Revue roumaine de chimie **12**, 5, 529, (1967).
5. *P. P. Budnikov, A. F. Cerkasov* — DAN SSSR **102**, 4, 793, (1955).
6. *V. S. Gorşkov, T. A. Hmelevskaia* — Jurnal Prikladnoi Himii nr. 4, 775 (1967).
7. *H. Zur Strassen* — Zement-Kalk-Gips **11**, 4, 137, (1958).
8. *P. Vitagliano et coll.* — L'Industria Italiana del Cemento nr. 8, 785, (1966).
9. *G. Malquori et coll.* — Rend. Acc. Naz. Lincei, Sci. fiz. mat. e nat. XXXVI, 1, 3, (1964).
10. *F. W. Locher* — 4-ii Medjun. Congres po himii ţementa, Gostroiizdat, Moskva 1946, p. 221.
11. *C. Liteanu* — Chimie analitică cantitativă, Bucureşti (1969), p. 488, 601
12. *R. Sersale ş.a.* — Ricerca scient. nr. 6, 600 (1966).
13. *I. Teoreanu, A. Puri* — Ouvrage en cours d'apparition.
14. *H. E. Schwiete ş.a.* — Z.K.G. **22** nr. 4, 154 (1969).
15. *H. E. Schwiete* — Z.K.G. **22**, nr. 5, 225, (1969).
16. *I. Teoreanu, M. Georgescu* — Ouvrage communiqué au XXXVI-ème Congrès de chimie industrielle, Bruxelles, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

C.Z.: 665.52

CONTRIBUȚII PRIVIND UTILIZAREA POLIELECTROLIȚILOR INDIGENI ÎN TRATAREA UNOR APE NECESARE ÎN INDUSTRIA PETROLIERĂ *

GHEORGHE IONIȚĂ

1. *Introducere.* În industria petrolieră apa necesară în rafinăriile petrochimice sau la prelucrarea uleiurilor trebuie să aibă caracteristici fizico-chimice remarcabile. Ea nu trebuie să conțină suspensii, să nu-și modifice compoziția sub influența temperaturii, agitării etc. În scopul asigurării consumului și a obținerii apelor cu calitățile impuse de normele tehnologice din industria petrolieră, s-au experimentat o serie de posibilități de tratarea apelor de suprafață ; în felul acesta s-a căutat să se stabilească condițiile optime de recuperare a unor ape industriale reziduale.

2. *Modul de lucru.* Probele de ape supuse limpezirii pentru realizarea lucrării au fost colectate în urma unei ploi abundente care a provocat antrenarea unei mari cantități de impurități ce au măsurat 200 mg suspensii la litru. Pentru a se reproduce condițiile industriale cît mai fidel, apa a mai avut un conținut permanent de celuloză ; aceasta prezintă un mare inconvenient pentru instalațiile din rafinărie, deoarece împreună cu produsul petrolier antrenat de apele recirculate cu carbonatul de calciu format din cauza temperaturii, din $Ca(HCO_3)_2$, pot produce o pastă care înfundă condensatoarele, răcitoarele și evaporizatoarele.

Pentru tratarea acestor ape s-a utilizat polielectroliți indigeni a căror structură s-a apreciat a fi asemănătoare cu a unor polielectroliți din import.

Pentru a se putea înlocui o parte din polielectroliți din import, în mod special, s-a urmărit eficacitatea poliacrilamidei, la limpezirea apelor de suprafață.

Este important procedeul prin care poliacrilamida (P.A.A.) s-a obținut plecînd de la nitrilul acrilic, ce se poate sintetiza din acetilenă și HCN conform schemei :

$$CH \equiv CH + HCN \xrightarrow[\text{cataliz.}]{} CH_2 = \underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH}}$$

Acest proces este aplicat la uzina de fire și fibre sintetice de la Săvinești pentru a se obține nitrilul acrilic utilizat la fabricarea fibrelor poliacrilice denumite „Melana".

* Manuscris predat la redacție la 30 iunie 1969.

Nitrilul acrilic a fost supus operației de hidroliză în mediu de acid sulfuric ; în aceste condiții s-a obținut acidul acrilic care tratat ulterior cu amoniac a permis obținerea acrilamidei, conform schemei :

$$nCH_2=CH-C\equiv N \xrightarrow[-NH_3]{H_2SO_4\,(+\,2H_2O)} CH_2=CH-C\begin{matrix}=O\\ -OH\end{matrix}$$

$$CH_2=CH-C\begin{matrix}=O\\ -OH\end{matrix} \xrightarrow[-H_2O]{NH_3} CH_2=CH-C\begin{matrix}=O\\ -NH_2\end{matrix}$$

Monomerul (acrilamida) a fost supus operației de polimerizare, în urma căreia s-a obținut poliacrilamida (P.A.A.) :

$$nCH_2=CH-C\begin{matrix}=O\\ -NH_2\end{matrix} \longrightarrow \left[-CH_2-CH(-C(=O)-NH_2)-CH_2-CH(-C(=O)-NH_2)-CH_2-\right]_n$$

În felul acesta, P.A.A. obținută a fost comparabilă cu P.A.A. solidă, (o substanță activă 90%), obținută din import. Din încercările efectuate, P.A.A. a prezentat o eficacitate de limpezire comparabilă și chiar superioară față de a polielectroliților importați. De asemenea, trebuie menționat că sortimentul P.A.A. solidă a prezentat o activitate cu mult superioară tuturor celorlalte substanțe.

3. *Rezultatele experimentale și interpretarea lor.* Eficacitatea P.A.A. asupra celulozei a fost mult mai mare față de activitatea altor produse importate. S-a constatat de asemenea că procesul de limpezire este puțin influențat de cantitatea de suspensii. Aceasta se datorește faptului că majoritatea particulelor, decantează sub acțiunea greutăților proprii, problema limpezirii reducîndu-se la sedimentarea particulelor a căror greutate este aproximativ egală cu a volumului de apă dislocuit ; s-a remarcat de asemenea, că produc o turbulență înaintată, care ar persista fără intervenția polielectroliților. Avînd în vedere că dizolvarea P.A.A. în apă prezintă unele dificultăți, acest proces a fost accelerat prin adăugarea de hidroxid de sodiu, prin ridicarea temperaturii la 60—70°C și prin asigurarea unei agitații puternice. În aceste condiții timpul de dizolvare nu a depășit 60 minute. Sub acțiunea hidroxidului de sodiu, macromoleculele de P.A.A. au fost supuse procesului de hidroliză, în urma căruia unele din grupările amidice s-au transformat în grupări acide ; în aceste condiții, gradul de hidroliză a fost dat de numărul grupărilor acide care s-au transformat în macromoleculele respective, conform schemei :

$$\left[-CH_2-CH(-C(=O)-NH_2)-CH_2-CH(-C(=O)-NH_2)-CH_2-CH(-C(=O)-NH_2)-CH-\right]_n \rightarrow$$

$$\rightarrow \left[-CH_2-CH(-C(=O)-OH)-CH_2-CH(-C(=O)-OH)-CH_2-CH(-C(=O)-OH)-CH-\right]_n$$

P.A.A. nehidrolizată → P.A.A. hidrolizată

Prezența grupărilor polare — COOH au dat poliacrilamidei (P.A.A.) hidrolizate, proprietăți coagulante și ca urmare a acestui fapt, gradul de hidroliză a influențat foarte mult eficacitatea. Cu toate acestea, în experiențele efectuate s-a dovedit, că un grad de hidroliză înaintat a micșorat activitatea de coagulare ; este foarte posibil ca această diminuare să se producă din cauza hidroxidului de sodiu nereacționat care se află liber în soluția de polielectrolit. Din această cauză, în soluție conținutul de hidroxid de sodiu față de P.A.A. trebuie să fie riguros respectat, astfel ca el să nu depășească 25%. Probelor cărora li s-au adăugat cantități variabile de P.A.A., din amestecuri în care raportul NaOH/P.A.A. era mai mare de 1/4, nu a devenit perfect limpezi, ele prezentînd întotdeauna opalescență persistentă.

În laborator, cele mai bune rezultate au fost obținute în cazul probelor de 400 ml H_2O, la care s-a adăugat 2—3 g P.A.A. + 0,5 g NaOH. În toate experiențele efectuate P.A.A. s-a utilizat asociată cu sulfatul de aluminiu, ca și polielectroliții din import. De remarcat, că utilizarea P.A.A. în lipsa sulfatului de aluminiu sau în prezența unei cantități necorespunzătoare, a condus în toate cazurile la rezultate nesatisfăcătoare. Astfel un litru de apă tulbure nu a putut fi limpezit în timp de 60 minute, deși în aceasta s-a introdus 250 mg $Al_2(SO_4)_3$. Același rezultat slab s-a obținut prin utilizarea a 30 mg P.A.A. la 1 l de apă. Pe baza încercărilor de laborator efectuate s-a putut stabili un raport optim P.A.A./$Al_2(SO_4)_3$ a cărui valoare a fost de cca. 1/10.

Cantitățile minime de P.A.A. și $Al_2(SO_4)_3$ care au putut realiza limpezirea unui litru de apă în 15—30 minute, la o cantitate de suspensii de 2000 mg/l au fost de 5 mg P.A.A. și 50 mg $Al_2(SO_4)_3$. Prin mărirea cantității de P.A.A. de la 25—30 mg concentrația de $Al_2(SO_4)_3$ fiind constantă (50 mg) nu s-a obținut o accelerare a procesului de limpezire, fără o creștere corespunzătoare și a cantității de $Al_2(SO_4)_3$ conform raportului stabilit ; în aceste condiții, timpul de limpezire s-a mărit de cca. trei ori (tab. 1). Din această cauză, în toate experiențele, creșterea cantităților

Tabel 1

Modificarea timpului de limpezire în funcție de variația raportului $\frac{\text{P.A.A.}}{Al_2(SO_4)_3}$

Nr. crt.	Cantitatea de P.A.A. mg	Cantitatea de $Al_2(SO_4)_3$ mg	Raportul $\frac{\text{P.A.A.}}{Al_2(SO_4)_3}$	Timpul de limpezire minute
1.	5	50	1/10	15—20
2.	10	50	1/5	25—30
3.	15	50	1/3,3	35—40
4.	20	50	1/2,5	45—50
5.	25	50	1/2	55—60

de P.A.A. și $Al_2(SO_4)_3$, s-au efectuat astfel, încît raportul lor a rămas același de 1/10 ; în aceste condiții s-a putut micșora (aproximativ proporțional) timpul de limpezire (tab. 2). Bazîndu-se pe calitățile dovedite de acest polielectrolit care se fabrică în mod curent la noi în țar(se poate prevede pentru viitor o largă utilizare a sa în tratamentul apelor din industria petrolieră și la tratarea apelor industriale reziduale.

Tabel 2

Modificarea timpului de limpezire în funcție de creșterea cantităților de P.A.A. și $Al_2(SO_4)_3$

Nr. crt.	Cantitatea de P.A.A. mg	Cantitatea de $Al_2(SO_4)_3$ mg	Raportul $\frac{\text{P.A.A.}}{Al_2(SO_4)_3}$	Timpul de limpezire minute
1.	2,5	25	1/10	25—30
2.	5	50	1/10	15—20
3.	15	150	1/10	10—15
4.	20	200	1/10	5—10
5.	25	250	1/10	3— 5

Catedra de tehnologia substanțelor anorganice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *W. Manfray.* La technique de l'eau, 1968, nr. 225, pag. 35—42.

2. *J. Rentena.* La Technique de l'eau, 1969, nr. 267, pag. 25—29.

3. *Clemens M. M.* Weder B.O. Poliplasti Plast Ring. 1969, 17 (142), pag. 11—14.

4. *M. N. Rao. C.A.* Sastry Indian Engineer nr. 4, vol. 13, 1969, pag. 1—7.

5. * * * Utilizarea poliacrilamidei la epurarea apelor reziduale provenite din industria carboniferă. Revista minelor 1968 (19) Nr. 11.

6. * * * Po udobrenie i insectofungicidam 1968, Folosirea poliacrilamidei pentru intensificarea precipitării combinațiilor cu conținut de fosfor. Trud. Tr. N-i Inst. vîp. I (209) 70—78.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

C.Z. : 547

DOZAREA COMPLEXONOMETRICĂ A Fe(III) ÎN AMESTEC CU CATIONI DE MAGNEZIU, CALCIU, ALUMINIU ŞI CROM *

EUFROSINA KRAFT

Metoda se bazează pe formarea instantanee, în soluţie apoasă, a complexului etilendiaminotetracetatul de fier (III), prin titrarea la rece în soluţie apoasă a amestecului de cationi : Fe(III), Mg(II), Ca(II), Al(III), Cr(III), cu ajutorul unei soluţii titrate din acidul etilendiaminotetracetic (complexon III) la pH=2 folosind ca indicator acidul sulfosalicilic.

Analiza se conduce fără separarea ionilor din amestec.

Din studiile întreprinse de mai mulţi autori, asupra echilibrului existent în soluţiile de fier (III) şi complexon III [1], a reieşit clar că se formează compuşi bine definiţi, foarte stabili, solubili în apă şi care pot sta la baza unor metode de titrare complexonometrică a fierului (III). Datorită formării rapide a complexului FeY^- şi a solubilităţii sale mari, majoritatea metodelor de dozare propuse şi aplicate pînă în prezent se bazează pe titrarea directă a fierului (III) cu complexon III, în prezenţa mai multor indicatori metalocromici [2] [3] [4].

Acidul sulfosalicilic utilizat ca indicator metalocromic în cadrul acestei lucrări, a fost propus de Biedermann în 1947 [2] şi a fost folosit în metodele complexonometrice de către Flaschka în 1952 [5] [6], în vederea îmbunătăţirii condiţiilor de titrare. Pentru dozarea unor cantităţi mai mici de fier Patrovsky şi Nuka [7] au propus utilizarea unei cantităţi mai mari de indicator pentru probe cu volum mic, la pH=2—3 şi temp. de 40—50°C. Datorită faptului că stabilitatea complecşilor scade în prezenţa electroliţilor neutri (obţinuţi în analizele la care după neutralizare se acumulează în soluţie cantităţi mari de săruri de sodiu şi amoniu se indică deobicei adausurile de solvenţi organici (de ex. : eter, alcool etc.) care măresc stabilitatea complecşilor, permiţînd aprecierea unui punct de echivalenţă cît mai exact.

Ţinînd seama de aceste considerente teoretice, precum şi de valorile constantelor de stabilitate (pk în tabelul 1) ale EDTA cu cationii care fac obiectul prezentului material, se propune în cele ce urmează, o metodă de dozare a ionilor de fier (III) în prezenţa cationilor Cr(III), Al(III), Ca(II), Mg(II). S-au preparat soluţii 10^{-2} M din săruri p.a. convenabil alese. Pentru determinări s-au pregătit probe de amestecuri,

* Manuscris predat la redacţie la 1 februarie 1969.

în diferite raporturi molare, fie cu toţi cationii, fie binare. Pentru complexon III s-a preparat o soluţie aprox. 10^{-2} M din sarea de sodiu a acidului etilendiaminotetraacetic, la care s-a stabilit titrul în funcţie de o sare de zinc. Amestecul tampon cu pH=2 a fost preparat astfel : 88,1 cm^3 KCl 2.10^{-1} M, +11,9 cm^3 HCl 2.10^{-1} M. Pentru indicator s-a preparat o soluţie apoasă de acid sulfosalicilic 1%.

Tabelul 1

Cation	Complexul cu EDTA	Culoarea complex.	pk
Fe (III)	FeY^-	galben verzui	25,1
Cr (III)	CrY^-	roşu-violet	23,0
Al (III)	AlY^-	incolor	16,13
Ca (II)	CaY^{--}	incolor	10,96
Mg (II)	MgY^{--}	incolor	8,69

Modul de lucru. S-au luat în consideraţie, mai întîi, amestecurile binare de Fe(III) şi Cr(III), cromul putîndu-se afla alături de ionul Fe(III) ca anion cromat şi bicromat, sau cation Cr(III). În cazul prezenţei anionilor de crom s-a redus cromul (IV) cu soluţie saturată de bioxid de sulf al cărui exces a fost îndepărtat din sistem prin fierbere. Deoarece această reducere afectează şi starea de valenţă a fierului (III) s-a procedat la o oxidare a acestuia prin fierbere cu acid azotic concentrat (2—4 picături), excesul fiind îndepărtat prin fierbere. Amestecul binar de fier (III) şi crom (III) în diverse raporturi, a fost titrat în felul următor : soluţiei ce conţine cei doi ioni i se adaugă 10 cm^3 soluţie tampon pH=2, 2 cm^3 soluţie indicator de acid sulfosalicilic şi apă bidistilată, pînă la 100 cm^3. După omogenizarea soluţiei se titrează la rece cu complexon III. În momentul în care începe să devină vizibilă decolorarea complexului fierului cu indicatorul (roşu-violet) se adaugă în soluţie 2—3 cm^3 eter şi se continuă titrarea sub continuă agitare, pînă la slab galben-verzui (în cazul cantităţilor sporite de fier) sau aproape incolor (în cazul cantităţilor mici de fier).

Calculul cantităţilor de fier titrate s-a făcut cu ajutorul relaţiei :

$$g\ Fe(III) = V.F.0{,}0005585$$

în care : V numărul de cm^3 de complexon III folosiţi ; F factorul soluţiei de complexon III.

Rezultatele determinărilor sînt incluse în tabelul 2.

Tabelul 2

Nr.	cm_3 Fe(III) 10^{-2} M	cm_3 Cr(III) 10^{-2} M	cm_3 Fe(III) / cm_3 Cr(III)	cm^3 Complexon III consumații: Fe III independent	Fe III în amestec	mg Fe III luați	mg Fe III găsiți	eroare %
1	50	0,5	1: 0,01	50,91	50,7	28,50	28,31	0,67
2	25	0,25	1: 0,01	25,35	25,50	14,25	14,24	0,06
3	10	1	1: 0,1	10,20	10,1	5,70	5,64	1,06
4	10	1	1: 0,1	10,25	10,15	5,70	5,67	0,54
5	10	10	1: 1	—	10,1	5,70	5,64	0,70
6	10	10	1: 1	—	10,15	5,70	5,67	0,54
7	1	10	1: 10	1,1	1,08	0,57	0,60	(5,00)
8	1	10	1: 10	1,06	1,05	0,57	0,58	1,70
9	0.5	50	1:100	0,50	0,50	0,28	0,28	0,00
10.	0,05	50	1:100	0,50	0,50	0,28	0,28	0,00

Concluziile ce se pot trage sînt legate de eficacitatea dozării în cazul în care proporția dintre cele două elemente variază în limite largi. După cum se poate observa erorile de titrare sînt mici, ele nu mai persistă atunci cînd se titrează cantități mici de fier.

Un al 2-lea grup de determinări se referă la dozarea fierului în amestec cu cationii Mg(II), Ca(II), Al(III) și Cr(III) (Cromul putînd fi reprezentat și ca anion, cînd se reduce la crom (III) ca mai sus). Deoarece complexonatul de aluminiu și de crom se formează la fierbere, iar complexonații respectivi de magneziu și de calciu sînt stabili doar în mediu bazic determinările s-au efectuat păstrînd cantități constante din acești ioni după cum arată datele tabelului 3 (alăturat).

Tabelul 3

Ionul	ionigram x 10^{-3}	grame x 10^{-4}
Mg (II)	1,11	2,70
Ca (II)	1,04	4,17
Al (III)	1,38	3,89
Cr (III)	0,66	5,77
CrO_4 (VI)	0,66	7,73
Cr_2O_7 (VI)	0,33	7,20

Rezultatele obținute în urma dozării fierului (III) în aceste amestecuri, sînt prezentate în continuare în tabelul 4.

Tabelul 4

Nr.	fier (III) luat în analiză		fier (III) găsit în analiză		Eroare %
	10^{-3} ioni g	10^{-4} g	10^{-3} ioni g	10^{-4} g	
1.	0,11	0,625	0,13	0,726	13,00
2.	0,11	0,625	0,14	0,809	22,74
3.	0,22	1,250	0,23	1,284	2,64
4.	0,33	1,875	0,33	1,875	0,00
5.	0,44	2,500	0,44	2,490	0,40
6.	0,55	3,175	0,56	3,105	2,22
7.	1,11	6,250	1,10	6,199	1,35
8.	1,11	6,250	1,11	6,283	0,52
9.	1,66	9,375	1,65	9,205	1,83
10.	1,66	9,375	1,66	9,260	1,22
11.	1,66	9,375	1,69	9,456	0,84

Din datele înscrise în tabelul 4 se poate observa influența cantităților mari de cationi și săruri neutre, la titrarea cantităților mici de fier (III). Cu cît cantitatea de fier crește influența sărurilor asupra stabilirii echivalenței scade, înregistrîndu-se erori admisibile.

Pe baza studiului efectuat, metoda de dozare poate sta la baza întocmirii unei tehnici de lucru adecvate în vederea titrării complexonometrice a fierului (III) în unele minerale, precum și în dolomită sau în deșeurile provenite din diverse fabricații (de exemplu în nămolurile provenite de la fabricarea bicromatului).

Laboratorul de chimie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. G. *Schwarzerbach,* Die Komplexonometrische Titration, II. Aufl. F. Enke Verlag, Stuttgart, 1956.

2. W. *Biedermann,* Die Titration von Metallen mit Hife von Komplexonen, Inaugural Dissertation, Zürich, 1947; citat de H. Flaschka, The EDTA Titration: Nature and Methods of End Point Detection, Phillipsburg, New Jersey, USA, 1957, p. 1—21.

3. *K. L. Cheng, T. Kurtz şi R. H. Bray,* Anal. Chem., 24, 1640 (1952).

4. *C. S. Pande şi T. S. Socivastava,* Z. analyt. Chem., 175, 29 (1960).

5. *H. Flaschka,* Mikrochim, ver. Mikrochim. Acta, 39, 38 (1952).

6. *H. Flaschka,* Mikrochim ver. Mikrochim. Acta, 40, 42 (1952).

7. *V. Patrovski şi M. Nuka,* Chem. listy, 50, 1108 (1956); Coll. Czech. Chem. Comm., 22, 37 (1957).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

MECANICĂ

C.Z. : 629.13

NEUNIFORMITATEA CURENTULUI ÎN LUNGUL PALETAJULUI TURBOMAŞINILOR AXIALE *

C. GUŢĂ

Forţele interne, de vîscozitate care acţionează într-un fluid pot avea în anumite condiţii o influenţă majoră asupra caracterului scurgerii acestuia. Acestea depind în mare măsură de gradul de neomogenitate al cîmpului de viteze, de efecte ale forţelor de inerţie care acţionează precum şi de fenomenul de convecţie.

Un interes practic deosebit reprezintă mişcarea în care efectul forţelor de inerţie predomină în raport cu cel al forţelor de frecare internă. În acest caz se spune că mişcarea se face la numere Reynolds mari $\left(R_e = \frac{Vd}{\nu}\right)$ şi deci se poate neglija efectul forţelor de vîscozitate.

Datorită consideraţiilor de mai sus se poate prezenta următorul model fizic pentru tabloul scurgerii ;

a) O parte însemnată de fluid, mai depărtată de corpul în jurul căruia are loc mişcarea, se găseşte sub efectul forţelor de inerţie. Acesta este *curentul exterior* în care forţele de frecare pot fi neglijate.

b) O parte infimă de fluid se găseşte în imediata apropiere a corpului, care datorită forţelor de frecare, „aderă" la aceasta. În această zonă denumită *strat limită* forţelor de vîscozitate au ponderea mai mare şi se aplică ecuaţiile care definesc mişcarea fluidelor vîscoase.

Datorită grosimii mici a stratului limită, după cum se ştie, ecuaţiile de mişcare ale lui Stokes se pot simplifica substanţial fapt care duce în anumite cazuri particulare, la soluţii exacte. (Soluţii Karman, Prandtl etc.).

Dacă scurgerea în turbomaşini se organizează raţional, atunci se pot întîlni dese cazuri cînd stratul limită este foarte subţire în comparaţie cu dimensiunile corpului şi curentul exterior cuprinde cea mai mare parte din fluid. Se spune în asemenea situaţii că fluiul este ideal.

În turbomaşini fig. 1 se pot ivi cazuri cînd datorită dimensiunilor suprafeţelor în lungul cărora se scurg gazele, stratul limită se extinde asupra curentului exterior, se îngroaşe şi deci, mişcarea trebuie studiată în acest context.

* Manuscris predat la redacţie la 15 august 1969.

La compresoarele axiale, de exemplu, prevăzute cu paletaje de mică alungire și cu număr mare de trepte, forțele de vîscozitate care acționează în zona ultimelor trepte au o pondere mult mai mare decît în cazul primelor trepte, sau a zonei de intrare în compresor.

De aceea trebuiesc concepute metode care să permită dimensionarea optimă a paletajelor, în condiții apropiate de cele reale în care funcționează. Trebuie arătat că mișcarea în curentul exterior (neperturbat) este strîns legată de cea din stratul limită.

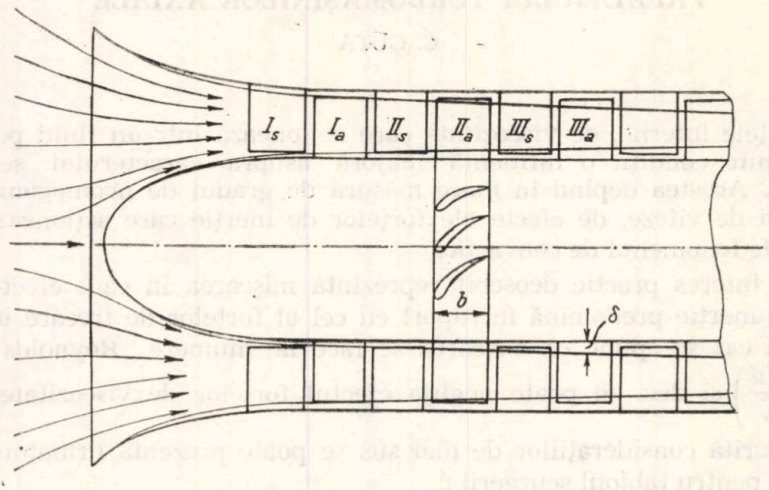


Fig. 1

Această legătură poate fi pusă în evidență, dacă explicăm din punct de vedere fizic, dezvoltarea stratului limită. Astfel, dacă grosimea stratului limită crește pe măsură ce dimensiunile corpului cresc și viteza în curentul neperturbat este mică, înseamnă că suprafața de „separație" între cele două zone se va extinde, va îndesa, comprima, va acționa asupra tuburilor de curent din curentul exterior, modificînd poziția acestora.

De asemenea, dacă viteza de scurgere a curentului este mare, grosimea stratului limită este mai mică, acesta avînd tendința de a se lipi de corp, deci curentul exterior (corespunzător numerelor Reynolds mari) va apăsa asupra stratului limită.

Acțiunea stratului limită asupra curentului exterior poate avea în unele cazuri influență asupra apariției desprinderilor, fenomen deseori întîlnit în teoria suprafețelor portante, în scurgerea prin ajutajele motoarelor mașinilor aeriene etc.

Avem, astfel o problemă mai complexă cînd caracteristicile cîmpului de viteze și presiuni ale mediului „neperturbat" sînt influențate de mișcare din stratul limită, care la rîndul ei este funcție de mișcarea mediului exterior.

De altfel despărțirea mișcării în cele două zone este convențională. Este greu de separat în realitate pînă unde se extinde stratul limită, de unde începe curentul exterior.

De aceea în literatura de specialitate se admite grosimea stratului limită ca întinzîndu-se de la suprafața corpului unde viteza datorită frecărilor mari este nulă, pînă acolo unde viteza în stratul limită reprezintă 99% din cea a curentului neperturbat.

Din prezentarea fenomenelor ce au loc la scurgerea gazelor prin paletajele turbomașinilor rezultă deosebirea ce există între condițiile de scurgere în zona centrală a paletajului și la periferie.

La periferie, atît la exterior, cît și la butuc avem o interacțiune între stratul limită format pe pereți și cel de pe palete care pot fi fixe (aparatul director) sau mobile (paletajul activ).

Datorită acestui fapt, pierderea de presiune și viteză la extremitățile paletelor este foarte mare (fig. 3).

Considerarea în calcule a distribuției exacte a presiunilor și vitezelor este o problemă dificilă, însă posibil a fi rezolvată pe baza unui model simplificat, care să reprezinte din punct de vedere al rigurozității un pas înainte.

Dimensionarea rețelei de profile cu considerarea pierderilor de energie în zonele marginale duce la îmbunătățirea regimului de lucru al paletelor atît în cadrul unei rețele cît și al acesteia în cadrul agregatului. Ecuațiile de bază ce se folosesc derivă din ecuația energiei și pot fi scrise pentru fiecare componență a paletajului aparat director (fix) sau paletaj activ (aflat în mișcare).

Astfel dacă se considera fluidul incompresibil, scriind ecuația energiei între două puncte ale unei linii de curent, alese unul la intrarea în aparatul director, iar celălalt la ieșire (fig. 1) vom avea

$$p_0 + \varrho_1^* \frac{C_0^2}{2} = p_1 + \varrho_1^* \frac{C_1^2}{2} + \frac{1}{2} \xi_{0d} \varrho_1^* U_1^2 \qquad (1)$$

Pentru paletajul activ al compresorului axial, observînd că la trecerea prin treaptă se realizează un anumit grad de compresiune al aerului (gazului), pornind de la parametrii obținuți la ieșirea din aparatul director, se poate scrie :

$$p_1 + \varrho_1^* \frac{C_1^2}{2} + \overline{H}_T \varrho_1^* U_1^2 = p_2 + \varrho_1^* \frac{C_2^2}{2} + \xi_{pa} \varrho_1^* \frac{C_2^2}{2} \qquad (2)$$

În relațiile (1) și (2) C_0 este viteza în curentul neperturbat ; C_1 este viteza la ieșirea din aparatul director și intrarea în paletajul activ ; C_2 este viteza curentului la ieșirea din paletajul activ și intrarea în cea de a doua treaptă.

De asemenea, prin $\overline{H}_T$ s-a însemnat coeficientul teoretic de creștere a presiunii totale în treapta compresorului ; ξ_{ad} , ξ_{pa} , reprezintă coeficienții de pierderi în aparatul director ξ_{ad} respectiv în paletajul activ (ξ_{pa})

Dacă se notează viteza totală prin C și se consideră componentele axiale (C_a) și tangențială (C_u) ale acesteia vom avea :

$$C^2 = C_a^2 + C_u^2 \tag{3}$$

Introducînd mărimile relative (adimensionale), definite de relațiile :

$$\bar{r} = \frac{r}{r_e} \; ; \; \bar{C}_a = \frac{C_a}{U} \; ; \; \bar{C}_u = \frac{C_u}{U}$$

în relația (1) după ce se diferențiază se obține :

$$\frac{1}{\bar{r}^2}\frac{d}{d\bar{r}}\left(\frac{\bar{C}_{ua}^2\bar{r}^2}{2}\right) + \frac{d}{d\bar{r}}\left(\frac{\bar{C}_{a_0}^2}{2}\right) - \frac{d}{d\bar{r}}(\xi_{ad}) = \frac{1}{\bar{r}^2}\frac{d}{d\bar{r}}\left(\frac{\bar{C}_{u_0}^2\bar{r}^2}{2}\right) + \frac{d}{d\bar{r}}\left(\frac{\bar{C}_{a_1}^2}{2}\right) \tag{4}$$

În condițiile de experimentare date ; curentul în fața aparatului director nu are componente tangențiale, deci :

$$\bar{C}_{u0} = 0 \quad \text{și} \quad \frac{d}{d\bar{r}}\left(\frac{\bar{C}_{a_0}^2}{2}\right) = \frac{d}{d\bar{r}}\left(\frac{\bar{C}_{a_1}^2}{2}\right) \tag{5}$$

Relația (4) devine :

$$(\bar{C}_{u1}\bar{r})^2 = -\int \bar{r}^2\left(\frac{d}{d\bar{r}}\xi_{ad}\right)d\bar{r} \tag{6}$$

Pentru evaluarea pierderilor de presiune ξ_{ad} [1, 2] se poate lua

$$\xi_{ad} = A_0 + B_0 y + C_0 y^m \tag{7}$$

unde

$$y = 2\frac{\bar{r} - \bar{r}_m}{1 - \bar{r}_m} \; ; \; \bar{r}_m = \bar{d}_m = \frac{D_m}{D_e} \tag{8}$$

este raza medie relativă a părții de trecere, care se obține din raportul razei respective la raza conturului exterior. În cazul considerat $\bar{r}_m = 0{,}775$.

Ținînd seama de (7) și (8), relația (6) devine :

$$\bar{C}_{u1} = \frac{1}{\bar{r}}\left\{(\bar{C}_{u1}\bar{r})_m - B\left[\bar{r}^2 y^m - \frac{1-\bar{r}_l}{m+1}\bar{r}\,y^{m+1} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{(1-\bar{r}_l^2)\,y^{m+2}}{2(m+1)(m+2)}\right]\right\}^{1/2} \tag{9}$$

unde

$$m = 8\,,\ \bar{r}_i = \frac{r_i}{r_e} = 0{,}55$$

fiind raza butucului paletajului.

$$B = \frac{(\bar{C}_{u1}\,\bar{r})_m}{1 - \dfrac{1-\bar{r}_i}{m+1} + \dfrac{(1-\bar{r})^2}{2\,(m+1)\,(m+2)}} \tag{10}$$

Din aceleaşi considerente :

$$\bar{C}_{a1} = \frac{m+1}{M}\,(\bar{C}_{a1})_m\,(1 - y^m) \tag{11}$$

$(\bar{C}_{a1})_m$ fiind viteza axială relativă, la raza medie.
$(\bar{C}_{u1}\,\bar{r})_m$ reprezintă circulaţia medie relativă.

În felul acesta, unghiul de intrare al curentului în aparatul director va fi :

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\bar{C}_{a1}}{\bar{C}_1} \tag{12}$$

Cu ajutorul relaţiei (9) se poate reprezenta grafic (fig. 3) distribuţia componentelor tangenţiale ale vitezei : $\bar{C}_{u1} = f_1(\bar{r})$ precum şi alte mărimi caracteristice arătate în fig. 2.

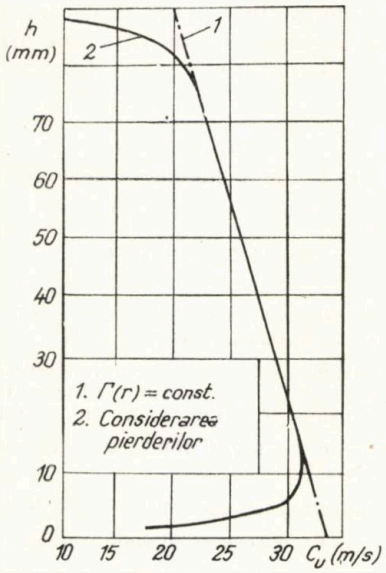


Fig. 2

În fig. 3 a sînt reprezentate caracteristicile geometrice ale rețelei (fig. 3 b), variația acestora în lungul paletelor. S-a considerat, pentru comparație și cazul idealizat al profilării rețelei după legea circulației constante în lungul paletei.

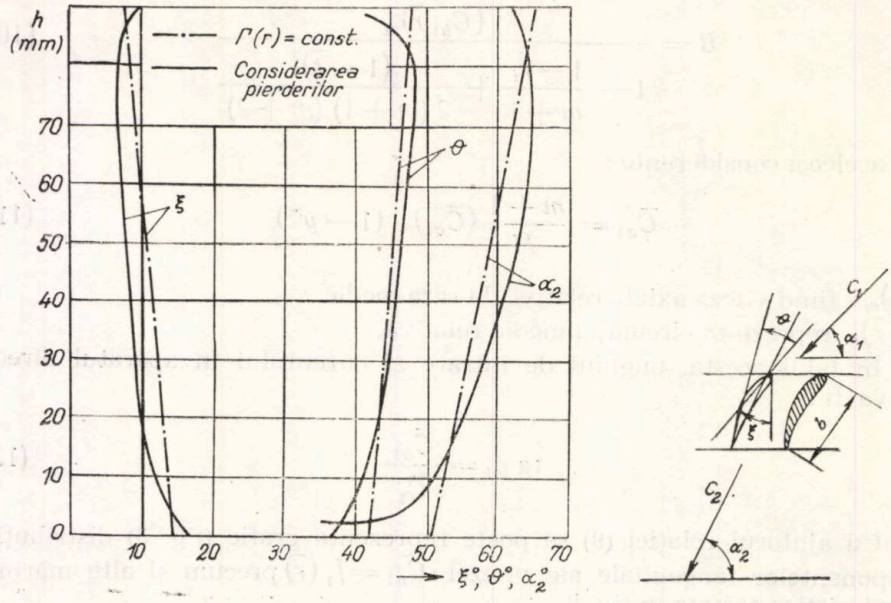


Fig. 3

Se văd deosebiri evidente între cele două metode de profilare. Profilarea care ținea seama de pierderea de presiune spre periferie, în stratul limită, este mai aproape de realitate, paleta lucrînd mai rațional pe toată lungimea sa.

Catedra de aeronave și instalații de bord
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. V. *S. Becnev*, Issledovanie stupeni osevogo compressora, cprofilirovannoi s ucetom poteri po radiusu, Teplonergetica Nr. 1, 1961.
2. C. *Guță*, Cercetarea experimentală a paletajului compresorului axial, profilat cu considerarea pierderilor de energie, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București Nr. 2, 1964.
3. *E. A. Gukasova*, Issledovanie conțevîh poteri v reșetcah turbinnîh profilei, Trudî T K T I, 1954 Nr. 27.
4. V. V. *Uvarov*, C rascetu ghidrodinamiceschih reșetok, Mașghiz. 1946.
5. *T. H. Horloch*, Axial Flow Compressors, London, 1953.
6. C. *Guță*, Influența frontierelor asupra scurgerii prin rețelele de profile de mică alungire ale turbomașinilor axiale, Buletinul Institutului politehnic „Gh Gheorghiu-Dej" Nr. 6, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

TEORIA MECANISMELOR

C.Z. : 621-53

SINTEZA STRUCTURALĂ A LANȚURILOR CINEMATICE PLANE CU CUPLE INFERIOARE ȘI SUPERIOARE ȘI GRAD DE LIBERTATE $L_3 = 4$ *

IOSIF TEMPEA

1. Introducere

Mecanismele plane cu cuple inferioare și superioare cele mai răspîndite în practică sînt mecanismele cu came și mecanismele cu roți dințate. Cele mai simple mecanisme plane cu cuple inferioare și superioare, pe care în cele ce urmează le vom numi „mecanisme elementare" sînt alcătuite din trei elemente : un element conducător, un element condus și un element fix (baza sau batiul).

În fig. 1 a este prezentat mecanismul elementar cu camă alcătuit din cama 1, tachetul 2 și elementul fix 3. În fig. 1 b este prezentat un mecanism elementar cu roți dințate alcătuit din roata motoare 1, roata condusă 2 și suportul fix 3.

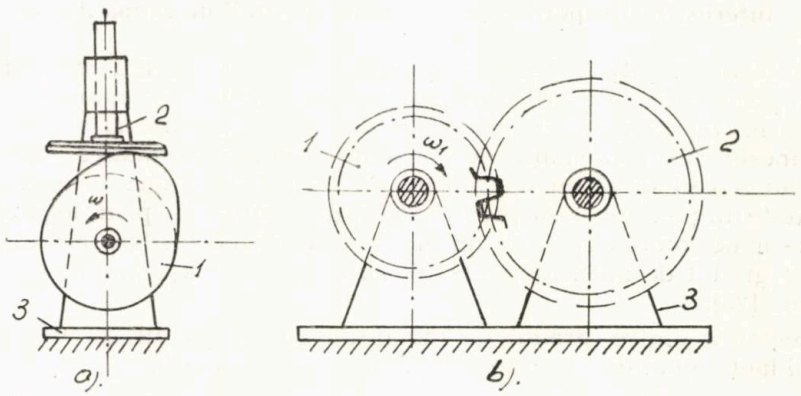


Fig. 1

În lucrările de specialitate din domeniul mecanismelor cu came [3], [4], [5], [6] se subliniază importanța mecanismelor cu came cu mai mult de trei elemente și se dau exemple practice de astfel de mecanisme. De

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice de la Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" 1—3 noiembrie 1968.

asemenea, pentru obținerea de rapoarte mari de transmitere în tehnică se utilizează reductoare cu un număr mare de roți dințate.

Totuși pînă în prezent nu există o sistematizare generală a mecanismelor cu cuple inferioare și superioare. Cercetările din acest domeniu se referă doar la unele cazuri particulare. Astfel, în lucrarea [1] se prezintă mecanismele cu cuple inferioare și superioare cu 3 și 5 elemente, care au în structură o singură cuplă superioară. Autorul ia în considerație și variantele constructive legate de dimensiunile elementelor.

În lucrarea [2] sînt alcătuite mecanismele cu grad de mobilitate $M_3=2$ cu 4 și 5 elemente. Anumite ipoteze adoptate de autor în mod nejustificat au făcut ca rezultatele să nu fie complete.

Autorii lucrării [7] demonstrează posibilitatea obținerii schemelor mecanismelor de transmisie automată de la automobile utilizînd schemele structurale ale lanțurilor plane articulate.

În cele ce urmează se prezintă cîteva metode de alcătuire a lanțurilor cinematice plane cu cuple inferioare și superioare și grad de libertate $L_3=4$. După cum se știe prin fixarea succesivă a unuia din elementele unui astfel de lanț se obțin — după eliminarea variantelor care se repetă — toate mecanismele cu grad de mobilitate $M_3=1$ corespunzătoare lanțului respectiv. Menționăm că pe baza schemelor structurale obținute se pot deduce schemele cinematice posibile, atît pentru mecanismele cu came cît și pentru cele cu roți dințate.

Subliniem că metodele și principiile pe care le vom utiliza sînt unitare cu cele folosite în lucrările din domeniul sintezei structurale a lanțurilor și mecanismelor plane [14], [15], [16], [17], [18], [19] apărute în țara noastră.

2. Sinteza structurală a lanțurilor cinematice plane cu cuple inferioare și superioare cu ajutorul noțiunii de grupa Assur

În lucrarea [14] se prezintă metoda de alcătuire a lanțurilor cinematice plane articulate utilizînd noțiunea de „grupă cinematică". Această noțiune introdusă de L. P. Assur (de aceea este numită și grupă Assur) se definește ca o combinație de elemente și cuple cinematice, care adăugată sau scoasă dintr-un mecanism, nu-i modifică valoarea gradului de mobilitate inițial. Pe baza acestei definiții rezultă că prin legarea grupei Assur de familia „f" *) la un element se obține un lanț cinematic închis cu gradul de mobilitate $M_f=0$. Rezultă astfel așa numitele „ferme" Baranov [23].

Legătura dintre gradul de mobilitate M_f și gradul de libertate L_f al unui lanț de familie „f" este dată de relația cunoscută :

$$M_f = L_f - (6 - f) \tag{1}$$

Deci gradul de libertate al unei „ferme" Baranov de familia „f" va fi :

$$L_f = 6 - f \tag{2}$$

*) Prin familia „f" a unui lanț înțelegem conform cu [21] numărul de condiții comune de legătură impuse tuturor elementelor înainte de legarea lor în lanț cinematic închis. Astfel, mecanismele și lanțurile cinematice plane sînt de familia f=3.

Scoaterea unui element din structura „fermei" Baranov duce la obținerea grupei Assur.

O prezentare generală a grupelor Assur de diferite familii este efectuată în lucrarea [13].

În plan, pentru $f=3$, $M_3=0$ rezultă gradul de libertate al „fermei" Baranov $L_3=3$.

Metodele de alcătuire a grupelor Assur plane articulate sînt prezentate în [16]. În aceeași lucrare sînt alcătuite grupele cinematice cu un număr $n'=2...8$ elemente sistematizate după numărul Z_g de contururi deformabile închise din structura grupelor și clasa $\oint_{zg}$ a acestora.

Un studiu însă al grupelor Assur plane generale *) nu există pînă în prezent. De aceea, în continuare vom indica două metode pentru alcătuirea acestor grupe.

§ 2.1. *Alcătuirea directă a grupelor Assur plane generale*

Prin această metodă „directă" variantele structurale distincte de grupe Assur se alcătuiesc după ce în prealabil pentru un număr dat de elemente se stabilesc : numărul de cuple de clasa a V-a C_5', numărul de cuple de clasa a IV-a C_4' precum și combinațiile între numerele de elemente „n_k" de rang „k" din structura grupei respective.

Relațiile care vor sta la baza alcătuirii grupelor Assur plane generale se obțin prin generalizarea relațiilor stabilite pentru grupele Assur plane articulate, prin luarea în considerație și a cuplelor de clasa a IV-a.

Condiția ca gradul de libertate al lanțului obținut prin legarea grupei cinematice la un element să fie $L_3=3$ se poate scrie :

$$3e - 2C_5' - C_4' = 3 \tag{3}$$

unde :

e — este numărul total de elemente al lanțului închis (numărul de elemente al grupei Assur plus elementul prin care se închide lanțul) ;

C_5' — numărul cuplelor de clasa a V-a din structura grupei Assur ;

C_4' — numărul cuplelor de clasa a IV-a.

Rezultă deci că numărul de elemente ale grupei Assur va fi :

$$n' = e - 1 \tag{4}$$

Pentru mecanismele plane articulate cu grad de mobilitate M_3, rangul maxim al unui element din structura mecanismului a fost stabilit în lucrarea [14] :

$$j = \frac{1}{2}(e + 1 - M_3) \tag{5}$$

*) Prin „grupe Assur plane generale" înțelegem grupele cinematice plane care au în structură atît cuple inferioare cît și cuple superioare. Ca un caz particular al acestora sînt grupele Assur plane cu cuple uniformizate : grupele Assur plane articulate și grupele Assur cu cuple superioare uniformizate. Termenul de „cuple uniformizate" presupune existența unui singur fel de cuple conform terminologiei din [22].

Deoarece o cuplă superioară plană de clasa a IV-a poate fi echivalată printr-un element și două articulații, generalizarea formulei (5) în cazul existenței cuplelor superioare conduce la relația :

$$j = \frac{1}{2}(e + C_4 + 1 - M_3) \tag{6}$$

În cazul grupei Assur $e = n' + 1$, $C_4 = C_4'$, $M_3 = 0$ rezultă :

$$j = \frac{n' + C_4}{2} + 1 \tag{7}$$

Numărul total de elemente e va fi dat de însumarea numerelor de elemente de diferite ranguri din structura lanțului :

$$e = n_2 + n_3 + \ldots + n_j = \sum_{k=2}^{j} n_k \tag{8}$$

Între numărul total de cuple $C_5 + C_4$ și numărul de elemente de diferite ranguri „k" se poate scrie relația :

$$2(C_5 + C_4) = 2\,n_2 + 3\,n_3 + \ldots + jn_j = \sum_{k=2}^{j} kn_k \tag{9}$$

Relațiile (3), (4), (7), (8) și (9) permit stabilirea structurii grupelor Assur plane generale pentru un număr de elemente e dat. Astfel alegînd un număr $e > 1$, cu ajutorul relației (3) se stabilesc combinațiile posibile între numerele de cuple C_4' și C_5'. Relația (4) determină numărul de elemente n' al grupei Assur respective. Cu ajutorul relației (7) se determină rangul maxim „j" al elementelor din structura grupei Assur și apoi din sistemul alcătuit din ecuațiile (8), (9) se determină combinațiile dintre numerele de elemente de diferite ranguri k posibile.

Pentru exemplificare în tabela 1 s-au stabilit variantele structurale de grupe Assur plane generale cu 1 și 2 elemente.

Pe baza acestei tabele s-au alcătuit grupele Assur plane generale corespunzătoare. Schemele structurale ale acestor grupe sînt redate în fig. 2. S-au obținut astfel 2 grupe Assur cu un element și șase grupe Assur cu două elemente. Rezultă prin urmare că pentru $n' = 2$ elemente există în plan o singură grupă Assur articulată (diada) și cinci grupe cu cuple inferioare și superioare.

La operația de alcătuire a grupelor Assur pe baza tabelară, prin legarea elementelor componente se poate distruge mișcarea relativă dintre ele obținîndu-se ansamble rigide. Pentru evitarea acestor cazuri se va ține cont de următoarea teoremă :

Teorema nr. 1. Două elemente ale unui lanț cinematic plan (grupe Assur plane) se pot lega între ele prin cel mult o cuplă de clasa a V-a sau două cuple de clasa a IV-a. Într-adevăr în plan existînd trei posibilități de mișcare, două elemente legate între ele prin cuple cinematice pot avea două posibilități de mișcare relativă (dacă sînt legate printr-o cuplă de clasa a IV-a) sau o singură posibilitate de mișcare (dacă sînt legate printr-o cuplă de clasa a V-a sau două cuple de clasa a IV-a). Nerespectarea numărului maxim de cuple de legătură între două elemente

duce la distrugerea tuturor celor trei posibilități de mișcare relativă dintre cele două elemente obținîndu-se un ansamblu „rigid". Astfel de

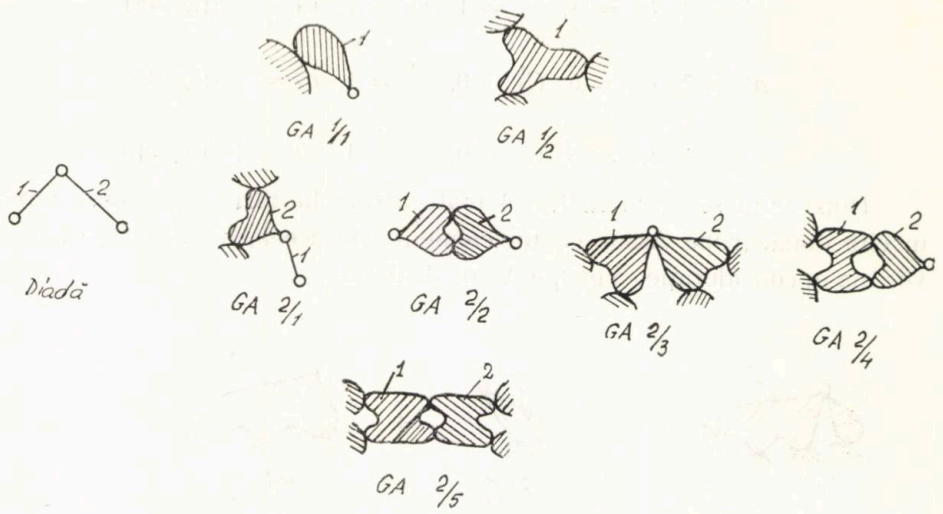


Fig. 2

cazuri au apărut pe baza tabelei 1 pentru $n'=2$, $C'_4=4$, $C'_5=1$, $n'_4=2$ (fig. 3 a, b), pentru $n'=2$, $C'_4=6$, $C'_5=0$, $n'_5=2$ (fig. 3 d) și pentru $n'=2$, $C'_4=6$, $C'_5=0$, $n'_4=1$, $n'_5=1$ (fig. 3 e).

După cum se știe cuplele prin care elementele unei grupe Assur se leagă între ele se numesc cuple interioare, pe cînd cuplele rămase libere, prin care grupa se poate lega la un alt lanț se numesc cuple exterioare. Ca o consecință a teoremei 1 rezultă că un element din structura grupei

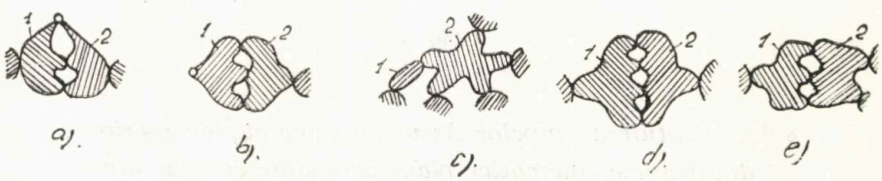


Fig. 3

Assur poate avea ca număr de cuple exterioare cel mult o articulație și o cuplă de clasa a IV-a sau cel mult trei cuple de clasa a IV-a, cu condiția că aceste cuple la adăugarea grupei Assur la un alt lanț cinematic să nu se lege toate la același element. Nerespectarea acestei constatări duce la apariția unor ansamble de elemente ca cel din fig. 3 c ($n'=2$, $C'_4=6$, $C'_5=0$, $n'_2=1$, $n'_5=1$) care legate la un lanț duc la imobilizarea unor părți ale acestuia.

Menționăm posibilitatea apariției unor lanțuri alcătuite prin legarea între ele a unor grupe Assur simple (grupe Assur reductibile).

Sînt cazurile care au apărut pentru

$$n' = 2,\ C_4' = 4,\ C_5' = 1,\ n_2' = 1,\ n_4' = 1 \text{ (fig. 4a)}$$

$$n' = 2,\ C_4' = 6,\ C_5' = 0,\ n_3' = 1,\ n_4' = 1 \text{ (fig. 4b)}$$

$$n' = 2,\ C_4' = 6,\ C_5' = 0,\ n_3' = 1,\ n_4' = 1 \text{ (fig. 4b)}$$

După cum se arată în fig. 4 toate aceste lanţuri se pot descompune în cîte două grupe Assur cu un element. De aceea, aceste lanţuri nu se vor lua în consideraţie ca grupe Assur distincte.

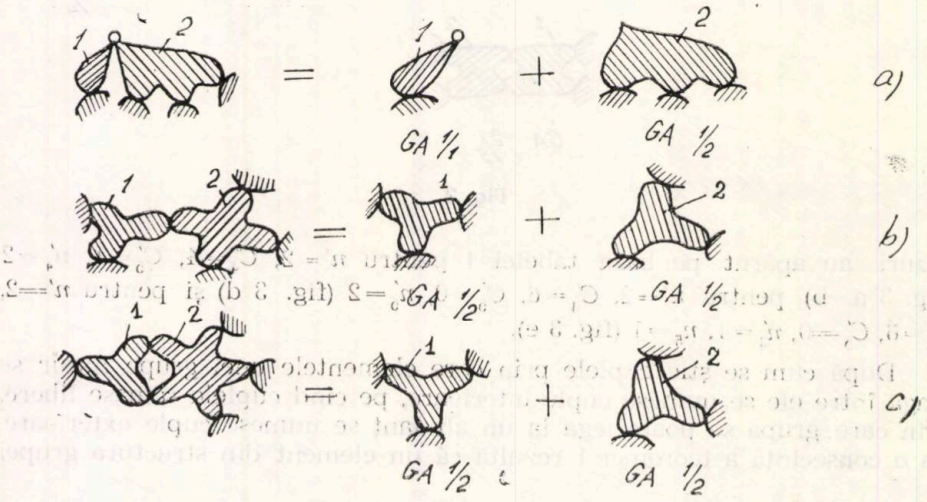


Fig. 4

§ 2.2. *Alcătuirea grupelor Assur plane cu cuple superioare din grupele cinematice plane articulate echivalente*

O cuplă plană de clasa a IV-a este echivalentă din punct de vedere structural cu un element şi două articulaţii. Această „echivalare a cuplelor superioare" este folosită uzual ca metodă de analiză structurală şi cinematică a mecanismelor cu cuple superioare ajungîndu-se la aşa numitele „mecanisme echivalente" sau „înlocuitoare".

Prin „metoda echivalării inverse" [7] se poate trece de la un lanţ plan articulat la un lanţ plan cu cuple inferioare şi superioare prin înlocuirea unuia sau mai multor elemente de rang k=2 (inclusiv articulaţiile sale) printr-o cuplă superioară.

Pentru alcătuirea grupelor Assur plane generale se determină mai întîi pentru un număr n' dat de elemente combinațiile dintre numerele de cuple C'_5 și C'_5 posibile cu ajutorul relației :

$$3\,n' - 2\,C'_5 = C'_4 - 0 \tag{10}$$

obținută prin introducerea formulei (4) în (3).

Apoi pentru o grupă cu structură dată (n', C'_4, C'_5) se determină caracteristicile grupei Assur plane articulate echivalentă cu ajutorul relațiilor :

$$\begin{aligned} n'_e &= n' + C'_4 \\ C'_{5e} &= C'_5 + 2\,C'_4 \end{aligned} \tag{11}$$

S-au notat cu indicele „e" caracteristicile structurale ale grupei echivalente (n'_e — numărul de elemente, C'_{5e} — numărul de articulații).

Deoarece operația de echivalare inversă afectează numai elementele de rang $j=2$ rezultă :

Teorema nr. 2. Grupa Assur plană cu cuple superioare și inferioare are același număr de elemente n_k de rang $k>2$ ca și grupa Assur plană articulată echivalentă.

Matematic această teoremă conduce la relațiile :

$$n'_k = n'_{ke} \qquad k > 2 \tag{12}$$

Evident numărul elementelor de rang $k=2$ ale grupei Assur obținută din grupa plană articulată prin metoda echivalării inverse va fi :

$$n'_2 = n'_{2e} - C'_4 \tag{13}$$

Relațiile (12) și (13) permit determinarea numărului de elemente de diferite ranguri n_j din structura grupelor cinematice plane cu cuple inferioare și superioare cînd se cunosc grupele plane articulate echivalente.

În prezent se cunosc grupele Assur plane articulate pentru :

$n' = 2$, $C'_5 = 3$ o grupă numită diadă (fig. 5 a)

$n' = 4$, $C'_5 = 6$ două grupe (fig. 5 b, c)

$n' = 6$, $C'_5 = 9$ zece grupe (fig. 5 d-m)

$n' = 8$, $C_5' = 12$ 172 grupe alcătuite în [16]. În fig. 5 n-q se dau patru exemple de astfel de grupe

Pentru exemplificare, pe baza metodei expuse mai sus s-au determinat din nou grupele Assur plane generale cu unu și două elemente. Utilizînd relațiile (10), (11), (12) și (13) s-a alcătuit tabela 2.

Tabela nr. 2

Structura grupelor Assur cu unu și două elemente stabilită în funcție de structura grupelor cinematice plane articulate echivalente

Nr. de elemente al grupei ASSUR n'	Nr. de cuple		Grupa Assur plană articulată echivalentă	Nr. elementelor de dif. rang. comp. ale gr. Assur				Notația grupei Assur
	C_4'	C_5'		n_2	n_3	n_4	n_5	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	$n_e' = 2, c_{5e}' = 3$	1	0	0	0	GA 1/1
	3	0	$n_e' = 4, c_{5e}' = 6$	0	1	0	0	GA 1/2
2	0	3	$n_e' = 2, c_{5e}' = 3$	2	0	0	0	Diada
	2	2	$n_e' = 4, c_{5e}' = 6$	1	1	0	0	GA 2/1
				0	2	0	0	GA 2/2
	4	1	$n_e' = 6, c_{5e}' = 9$	0	2	0	0	GA 2/3
				0	1	1	0	GA 2/4
	6	0	$n_e' = 8, c_{5e}' = 12$	0	0	2	0	GA 2/5

Operația practică de obținere a grupelor Assur cu cuple superioare este arătată în fig. 6. Punctat s-au reprezentat grupele cinematice plane articulate echivalente. Se regăsesc astfel grupele Assur determinate la paragraful anterior.

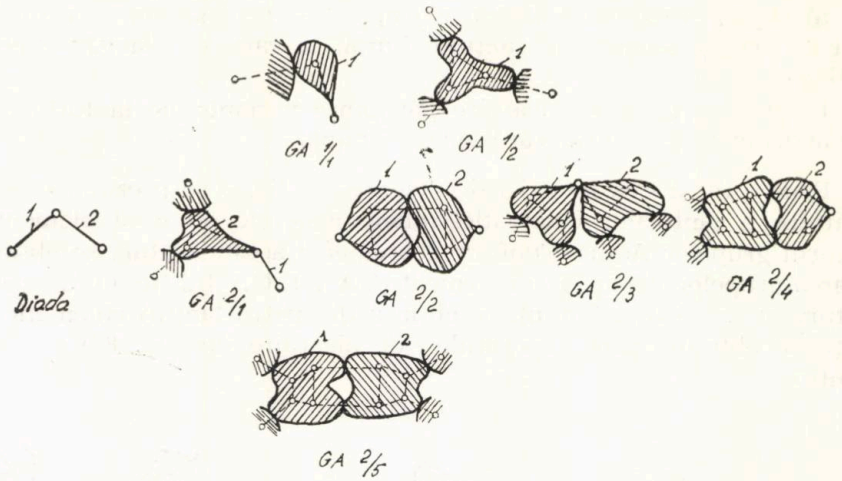


Fig. 6

§ 2.3. *Metoda de alcătuire a lanțurilor cinematice plane cu cuple inferioare și superioare cu ajutorul grupelor Assur*

Principiile de alcătuire a lanțurilor cinematice plane articulate pe baza grupelor Assur au fost dezvoltate în lucrările [14] și [19]. Prin extinderea acestor principii pentru alcătuirea lanțurilor cinematice plane generale se poate formula următoarea teoremă :

Teorema nr. 3. Lanțurile cinematice plane generale cu un număr de elemente e dat și $L_3 = 4$ grade de libertate se pot obține prin legarea la cele mai simple lanțuri cinematice cu $L_3 = 4$ (fig. 7) a diferitelor grupe Assur plane generale pînă la completarea numărului de elemente ale lanțului cinematic respectiv.

Cele mai simple lanțuri cinematice plane cu $L_3 = 4$ sînt :

— lanțul cinematic deschis alcătuit din două elemente legate între ele printr-o cuplă de clasa a V-a (fig. 7 a) ;

— lanțul cinematic închis alcătuit din două elemente legate între ele prin două cuple de clasa a IV-a (fig. 7 b).

La operația de alcătuire a lanțurilor cinematice plane cu ajutorul acestei metode trebuie să se țină cont de următoarele observații :

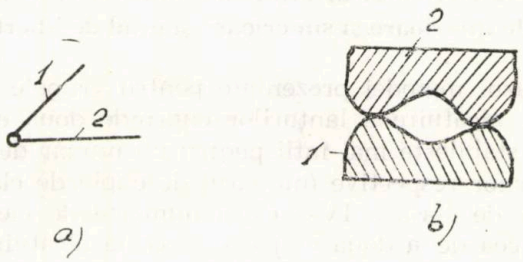


Fig. 7

a) cuplele exterioare ale unei grupe Assur nu se vor lega niciodată toate la același element al lanțului inițial la care se adaugă grupa respectivă ;

b) prin operația de alcătuire pot apare variante de lanțuri cinematice nedistincte structural, care se vor elimina.

Pentru ilustrarea metodei de mai sus, în fig. 8 se prezintă modul de alcătuire a lanțurilor cinematice plane generale cu $e=3$ elemente cu ajutorul grupelor Assur. Conform teoremei 3 aceste lanțuri se obțin prin legarea grupelor Assur cu un element (GA 1/1, GA 1/2 fig. 6) la cele două lanțuri cu $L_3=4$ (fig. 7 a, b). Se obțin astfel patru lanțuri cinematice, dar lanțurile obținute prin operațiile de alcătuire din fig. 8 b și 8 c sînt identice.

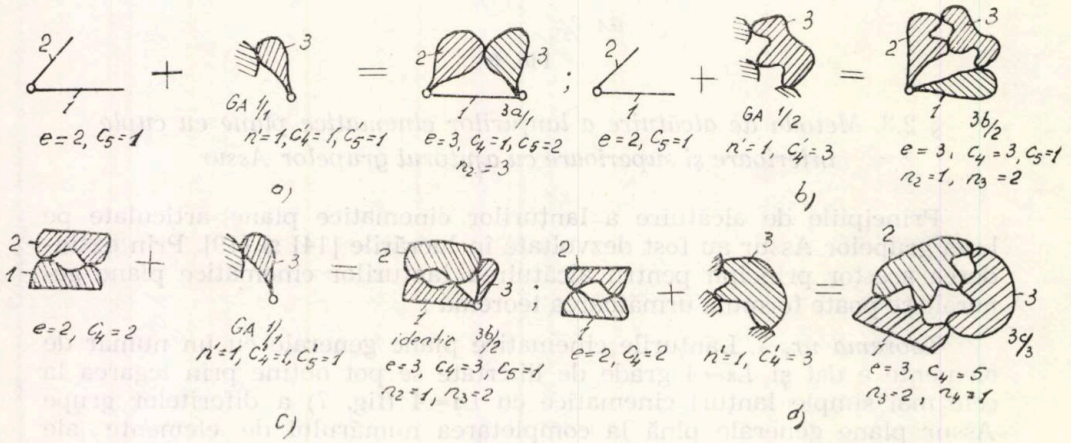


Fig. 8

Lanțurile cu $e=4$ elemente se vor obține prin adăugarea la lanțurile cu $e=3$ elemente a grupelor Assur cu un element și la lanțurile cu $e=2$ (fig. 7 a, b) a grupelor Assur cu două elemente. În mod asemănător se poate aplica această metodă pentru determinarea lanțurilor cu e elemente cu condiția să se cunoască toate grupele Assur cu 1,2..., e—2 elemente.

3. Metoda directă de alcătuire a lanțurilor cinematice plane cu cuple inferioare și superioare și grad de libertate $L_3=4$

Ca și în cazul metodei prezentate pentru grupele Assur (§ 2.1) metoda directă de alcătuire a lanțurilor cuprinde două etape. Astfel, în prima etapă se stabilește mai întîi pentru un număr de elemente „e" dat structura lanțurilor respective (numărul de cuple de clasa a V-a C_5, numărul de cuple de clasa a IV-a C_4 și numărul de elemente de diferite ranguri n_k). În cea de a doua etapă se trece la alcătuirea propriu-zisă a lanțurilor pe baza datelor obținute anterior.

Relațiile analitice utilizate sînt asemănătoare cu cele folosite la studiul grupelor Assur. Astfel condiția ca gradul de libertate al lanțului să fie $L_3=4$ se scrie sub forma :

$$3\,e - 2\,C_5 - C_4 = 4 \tag{14}$$

Pentru un număr de elemente e dat relația (14) permite stabilirea combinațiilor între C_5 și C_4 posibile. Rangul maxim j al elementelor din structura lanțurilor cinematice cu e elemente și C_4 cuple superioare se determină cu ajutorul relației (6) ținînd cont că din lanțurile cinematice cu grad de libertate $L_3=4$ se obțin prin fixarea unui element, mecanisme cu grad de mobilitate $M_3=1$. Rezultă :

$$j = \frac{1}{2}(e + C_4) \tag{15}$$

Sistemul de ecuații (8), (9) care rămîne sub aceeași formă și în cazul de față, permite stabilirea combinațiilor dintre numerele de diferite elemente de rang „k".

Cunoscînd aceste date se poate trece în continuare la alcătuirea practică a lanțurilor. În cadrul acestei operații se va ține cont de teorema 1 privind modul de legare a două elemente pentru evitarea distrugerii posibilităților de mișcare relativă dintre ele.

Menționăm posibilitatea alcătuirii lanțurilor utilizînd teoria grafelor.

4. Alcătuirea lanțurilor cinematice plane * cu cuple inferioare și superioare cu ajutorul lanțurilor cinematice plane articulate echivalente

§ 4.1. *Principii și relații fundamentale*

Metoda echivalării inverse folosită pentru obținerea grupelor Assur plane generale (§ 2.2) poate fi utilizată și pentru alcătuirea L.C.P. generale.

Astfel, după ce cu ajutorul relației (14) pentru un număr de elemente e dat se determină combinațiile între C_5 și C_4 posibile, structura L.C.P. articulate echivalente se va obține cu ajutorul relațiilor :

$$\begin{aligned} e_e &= e + C_4 \\ C_{5e} &= C_5 + 2\,C_4 \end{aligned} \tag{16}$$

unde

e_e este numărul de elemente ale lanțurilor echivalente

C_{5e} — numărul de articulații ale acestor lanțuri.

*) În cele ce urmează pentru ușurința exprimării în scris, vom adopta prescurtarea L.C.P. pentru „lanț cinematic plan" atît la singular cît și la plural, articulat sau nearticulat.

Pornind de la lanţurile echivalente prin înlocuirea prin cuple superioare a unui număr de elemente de rang doi egal cu numărul de cuple C_4 se obţin lanţurile dorite cu e elemente, C_5 articulaţii şi C_4 cuple superioare.

Pentru folosirea acestei metode trebuie cunoscute L.C.P. articulate. Pînă în prezent se cunosc L.C.P. articulate cu grad de libertate $L_3=4$ şi următoarele caracteristici : *) :

$e_e = 4$, $C_{5e} = 4$; patrulaterul articulat (fig. 9 a)

$e_e = 6$, $C_{5e} = 7$; lanţurile tip Watt (fig. 9 b) şi Stphenson (fig. 9 c) cu $n_{2e}=4$, $n_{3e}=2$

$e_e = 8$, $C_{5e}=10$; 16 lanţuri alcătuite în [8], [12], [14] şi care se încadrează în trei combinaţii dintre n_{2e}, n_{3e}, n_{4e} conform tabelei nr. 3.

Aceste lanţuri sînt redate în fig. 10 grupate după combinaţia de elemente şi numărul diadelor din structură.

$e_e = 10$, $C_{5e} = 13$; 230 lanţuri alcătuite în [11], [24], [19] se încadrează în şapte combinaţii ale elementelor de diferite ranguri n_{2e}, n_{3e}, n_{4e}, n_{5e} conform tabelei nr. 4. În fig. 11 sînt prezentate 7 exemple de astfel de lanţuri luate din lucrarea [19].

În lucrarea [19] se indică o metodă simplă de determinare a combinaţiilor dintre numerele elementelor de diferite ranguri pentru L.C.P. articulate cu un anumit număr de elemente şi cuple.

Pe baza acestei metode s-au stabilit combinaţiile dintre numerele de elemente de diferite ranguri pentru lanţurile cu $e_e=12$, $C_{5e}=16$ redate în tabela 5.

La alcătuirea lanţurilor de cuple superioare din lanţurile articulate echivalente o problemă importantă este legată de cunoaşterea numărului maxim de cuple superioare $C_{4\max}$ ale unui lanţ obţinut dintr-un lanţ cinematic echivalent dat. Observăm că două elemente de rang 2 legate între ele (alcătuind o diadă), nu pot fi înlocuite în acelaşi timp prin cuple superioare (fig. 12 a). Astfel din lanţul tip Watt nu pot fi obţinute decît lanţuri cu cel mult două cuple superioare ($C_4=2$) deşi acest lanţ are patru elemente de rang 2 (fig. 12 b).

Dacă un lanţ cinematic plan articulat are în total n_{2e} elemente de rang 2 dintre care un număr $2\,n_d$ sînt legate în n_d diade, rămîn $n_{2e}-2\,n_d$ elemente de rang 2 ce pot fi înlocuite prin cuple superioare. Deoarece din cadrul unei diade un singur element de rang 2 poate fi echivalat printr-o cuplă C_4 rezultă că numărul de cuple superioare va fi :

$$C_4 = (n_{2e} - 2\,n_d) + n_d$$
$$C_4 = n_{2e} - n_d \qquad (17)$$

*) În continure s-a adoptat indicele „e" pentru caracteristicile lanţurilor cinematice plane articulate considerate „echivalente" unor lanţuri plane cu cuple superioare.

Tabela nr. 4

Structura lanțurilor plane articulate cu $e_e = 10$, $C_{5e} = 13$, $L_3 = 4$

Nr. liniei	Notația combinației	Nr. de elemente de diferite ranguri				Nr. de diade posibil	C_1 max
		n_{2e}	n_{3e}	n_{4e}	n_{5e}		
1	2	3	4	5	6	7	8
1	I 10	4	6	0	0	$2 \geqslant nd \geqslant 0$	4
2	II 10	5	4	1	0	$2 \geqslant nd \geqslant 0$	5
3	III 10	6	2	2	0	$3 \geqslant nd \geqslant 0$	6
4	IV 10	6	3	0	1	$3 \geqslant nd \geqslant 0$	6
5	V 10	7	0	3	0	$3 \geqslant nd \geqslant 0$	6
6	VI 10	7	1	1	1	$3 \geqslant nd \geqslant 1$	6
7	VII 10	8	0	0	2	$4 \geqslant nd \geqslant 3$	5

Relația de mai sus dă posibilitatea determinării numărului maxim de cuple superioare din structura unui lanț obținut dintr-un lanț articulat cu n_{2e} elemente de rang 2 și având n_d diade. Lanțurile plane articulate cu e_e elemente, C_{5e} articulații și $L_3=4$ care fac parte dintr-o com-

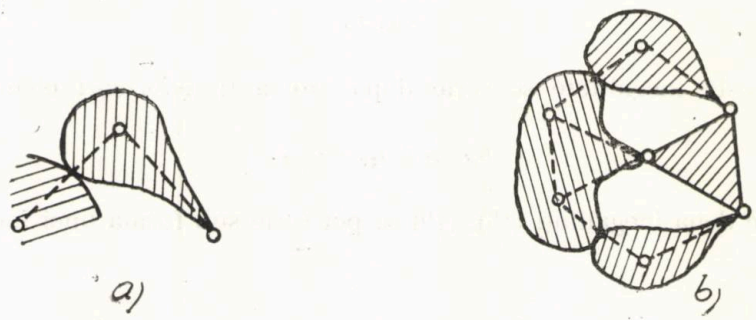


Fig. 12

binație cu n_{2e} elemente de rang 2, pot avea un număr diferit de diade în structură.

Deoarece în alcătuirea unei diade intră două elemente de rang doi rezultă :

$$n_d \leqslant \frac{n_{2e}}{2} \tag{18}$$

Se obține astfel limita superioară a numărului de diade dintr-un lanț. Limita inferioară rezultă în cazul în care pentru legarea directă a elementelor de rang $k>2$ se utilizează un număr minim de articulații. Astfel în cazul lanțului VI$_c$ 10/228 (fig. 13 a) cu $e_e=10$, $C_{5e}=13$, $n_{2e}=7$, $n_3=1$, $n_4=1$, $n_5=1$ elementele de rang $k>2$ nu se leagă direct între ele. Dacă ne imaginăm că desfacem elementele de rang 2 din structura lanțului (fig. 13 b) vom avea :

$(n_{2e} - 2\,n_d)$ elemente de rang 2 mărginite de cîte două articulații,
n_d diade fiecare cu cîte trei articulații.

Rezultă prin urmare :

$$C_5 - [3\,n_d + 2\,(n_{2e} - 2\,n_d)] \geqslant 0 \qquad (19')$$

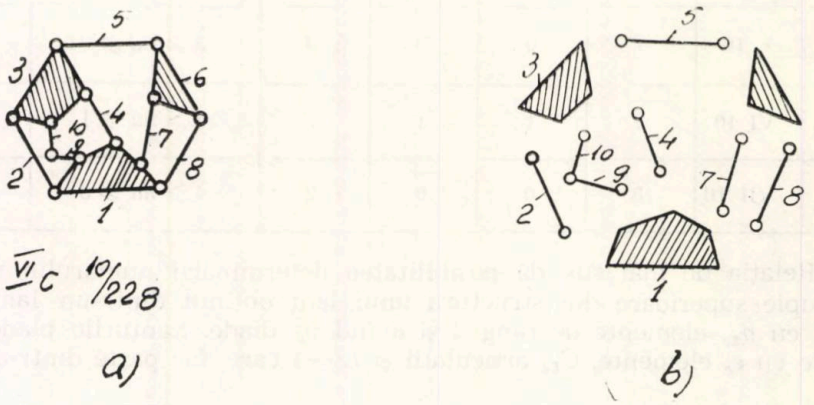


Fig. 13

Această inegalitate se scrie după cîteva transformări elementare :

$$n_d \geqslant 2\,n_{2e} - C_{5e} \qquad (19)$$

Cele două inegalități (18), (19) se pot scrie sub forma unei inegalități duble :

$$\frac{n_{2e}}{2} \geqslant n_d \geqslant 2\,n_{2e} - C_{5e} \qquad (20)$$

Evident numărul maxim de cuple C_4 care se pot obține prin metoda echivalării înverse pornind de la un L.C.P. articulat cu n_{2e} dat, va rezulta introducînd în relația (17) valoarea limită inferioară a lui n_d. În cazul în care $2\,n_{2e}-C_5<0$ se va lua $n_d \geqslant 0$.

Utilizînd inegalitatea dublă (20) și relația (17), în tabelele în care sînt date variantele structurale ale L.C.P. articulate s-au introdus cele două coloane (col. 6, 7 tab. 3, col. 7, 8 tab. 4, col. 8, 9 tab. 5) în care pentru o combinație dată de elemente se indică numărul de diade posibil precum și numărul maxim de cuple C_4 lanțului ce se poate obține prin metoda echivalării invers.

§ 4.2. *Alcătuirea lanțurilor cinematice plane generale cu e=3, 4, 5, elemente cu ajutorul metodei „echivalării inverse"*

Pentru aplicarea practică a metodei de alcătuire a lanțurilor plane cu cuple inferioare și superioare prezentată mai sus se procedează în felul următor :

— pentru un număr e de elemente ale lanțului ce urmează a fi alcătuit relația (14) se poate scrie sub forma :

$$C_5 = \frac{(3e - 4) - C_4}{2} \qquad (14')$$

Dînd valori întregi lui $C_4 \leqslant (3e-4)$ se reține valorile întregi obținute pentru C_5. În cele ce urmează nu se va lua în considerare cazul $C_4 = 0$ care conduce la L.C.P. articulate ale căror principii de alcătuire sînt cunoscute ;

— utilizarea relațiilor (16) permite determinarea numărului de elemente e_e și articulații C_{5e} ale lanțurilor echivalente celor cu e, C_5, C_4 date ;

— se stabilește numărul elementelor de diferite ranguri n_k din structura lanțurilor ce urmează a fi alcătuite, folosind teorema 2 valabilă și în cazul lanțurilor cinematice și relațiile (12), (13) care pentru lanțuri se pot scrie :

$$n_k = n_{ke} \qquad k > 2 \qquad (12')$$

$$n_2 = n_{2e} - C_4 \qquad (13')$$

Pentru stabilirea combinațiilor numerelor de elemente de diferite ranguri se utilizează tab. 3, 4, 5 cu condiția ca lanțul cu cuple superioare obținut să aibă un număr de cuple C_4 mai mic sau egal cu numărul maxim de cuple $C_{4\,max}$ ce se pot obține dintr-un lanț echivalent dat ;

— se trece la alcătuirea practică a lanțurilor cu cuple superioare determinîndu-se toate variantele posibile care se pot obține dintr-un lanț echivalent dat pentru un număr de cuple superioare impus.

Pentru exemplificare vom aplica această metodă pentru lanțurile cu $e=3$ elemente. Pentru lanțurile cu un număr mai mare de elemente se vor indica doar rezultatele centralizate în tabele.

§ 4.2.1. *Alcătuirea lanțurilor cinematice plane generale cu e = 3 elemente*

Relația (14') devine în acest caz :

$C_5 = \frac{5 - C_4}{2}$ Se obțin următoarele soluții de lanțuri :

a) $C_4 = 1$, $C_5 = 2$ Lanțul echivalent este patrulaterul articulat cu $e_e = 4$ și $C_{5e} = 4$. Prin înlocuirea unuia din elementele patrulaterului printr-o cuplă superioară se obține un singur lanț distinct cu $e = 3$, $C_4 = 1$, $C_5 = 2$ ($n_2 = 3$) ;

b) $C_4 = 3$, $C_5 = 1$ Lanțurile echivalente cu $e_e = 6$, $C_{5e} = 7$ sînt lanțul tip Watt (fig. 9 b) și Stephenson (fig. 9 c). Dintre acestea doar lanțul tip Stephenson poate conduce la un lanț cu $C_4 = 3$. Structura lanțului obținut conform relațiilor (12') și (13') este $n_3 = 2$, $n_2 = 1$;

c) $C_4 = 5$, $C_5 = 0$ Lanțurile echivalente cu $e_e = 8$, $C_{5e} = 10$. Dintre acestea doar combinația II_8 cu $n_d = 0$ permite obținerea unui lanț cu $C_4 = 5$ (tab. 3 linia 2). Se găsește ca lanț generator lanțul II_c 8/14 (fig. 10).

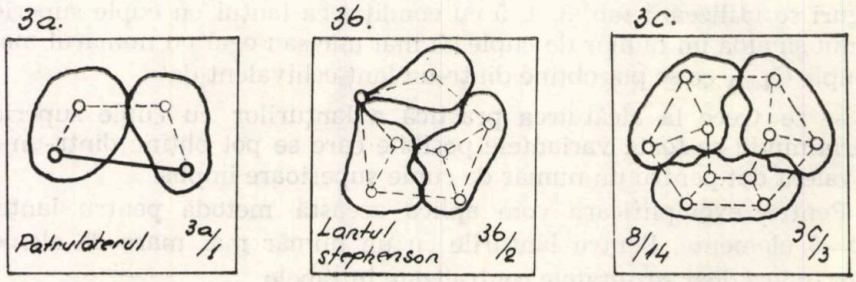
Rezultă deci că există trei lanțuri cinematice plane cu cuple superioare și inferioare cu e = 3 elemente. Pe baza rezultatelor de mai sus s-a întocmit tab. 6. Cele trei lanțuri obținute sînt redate în tab. 7. S-a reprezentat punctat lanțul cinematic plan articulat echivalent. În fiecare rubrică s-a indicat în stînga denumirea sau numărul de ordine ale lanțului echivalent iar în dreapta numărul de ordine al lanțului rezultat. S-au regăsit cele trei lanțuri alcătuite și la § 2.3.

Tabela nr. 6

Structura LCP generale cu e = 3 elemente și grad de libertate $L_3 = 4$

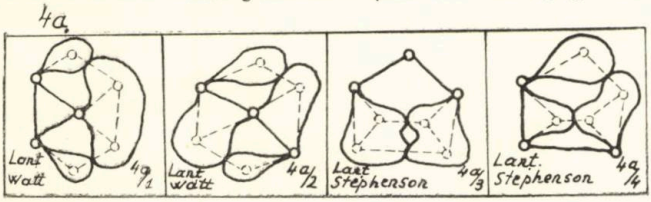
Nr. de elemente	Numărul cuplelor		L.C.P. articulat echival.	Numărul element. de dif. ranguri			Notația lanțurilor
	Cu	C_5		n_2	n_3	n_4	
3	1	2	$e_e = 4$ $c_{5e} = 4$	3	0	0	3 a
	3	1	$e_e = 6$ $c_{5e} = 7$	1	2	0	3 b
	5	0	$e_e = 8$ $c_{5e} = 10$	0	2	1	3 c

L.C.P. generale cu trei elemente și grad de libertate $L_3 = 4$

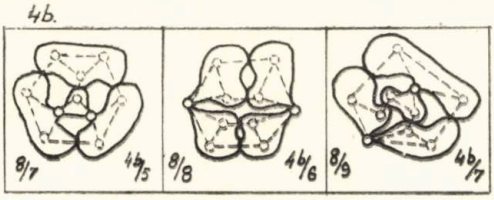


L.C.P. generale cu patru elemente și grad de libertate $L_3 = 4$

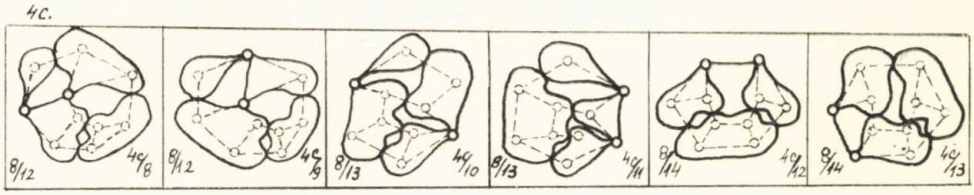
4a.



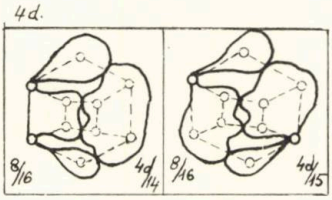
4b.



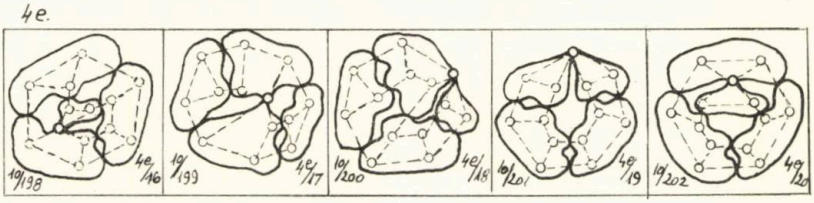
4c.



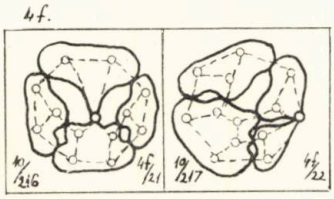
4d.



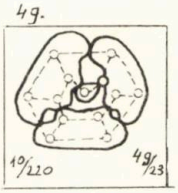
4e.



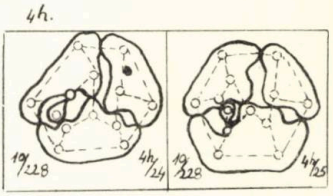
4f.



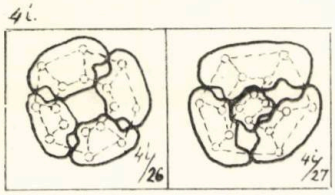
4g.



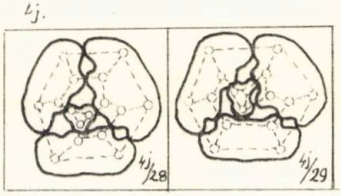
4h.



4i.

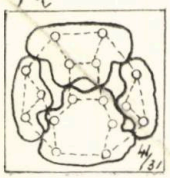


4j.



4k.

4l



§ 4.2.2. *Alcătuirea L.C.P. generale cu e=4 elemente*

Procedînd ca în cazul anterior s-a determinat structura acestor lanțuri redată în tabela 8. În tabela 9 sînt redate schemele structurale ale acestor lanțuri alcătuite pe baza L.C.P. articulate echivalente. Pentru L.C.P. generale care au ca L.C.P. articulate echivalente cele cu $e_e=12$, $C_{5e}=16$ $(4_i...4_j)$ s-au construit mai întîi acestea din urmă. S-au obținut în total 31 de lanțuri.

Tabela nr. 8

Structura LCP generale cu e=4 elemente și grad de libertate $L_3=4$

Nr. elementelor e	Nr. cuplelor C_4	Nr. cuplelor C_5	L.C.P. articulat echival.	Numărul elementelor de diferite ranguri n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	Notația lanțurilor
4	2	3	$e_e=6$ $c_{5e}=7$	2	2	0	0	0	4 a
	4	2	$e_e=8$ $c_{5e}=10$	0	4	0	0	0	4 b
				1	2	1	0	0	4 c
				2	0	2	0	0	4 d
	6	1	$e_e=10$ $c_{5e}=13$	0	2	2	0	0	4 e
				0	3	0	1	0	4 f
				1	0	3	0	0	4 g
				1	1	1	1	0	4 h
	8	0	$e_e=12$ $c_{5e}=16$	0	0	4	0	0	4 i
				0	1	2	1	0	4 j
				0	2	0	2	0	4 k
				0	2	1	0	1	4 l

§ 4.2.3. *Alcătuirea L.C.P. generale cu e=5 elemente*

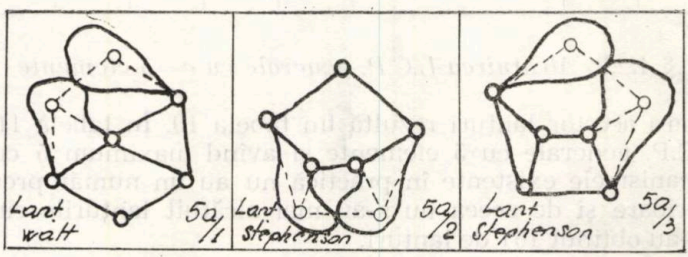
Structura acestor lanțuri rezultă lin tabela 10. În tabela 11 sînt prezentate L.C.P. generale cu 5 elemente și avînd maximum 5 cuple superioare. Mecanismele existente în practică nu au un număr prea mare de cuple superioare și de aceea nu s-au mai alcătuit lanțurile cu $C_4=7$, 9, 11 cuple. S-au obținut 161 de lanțuri.

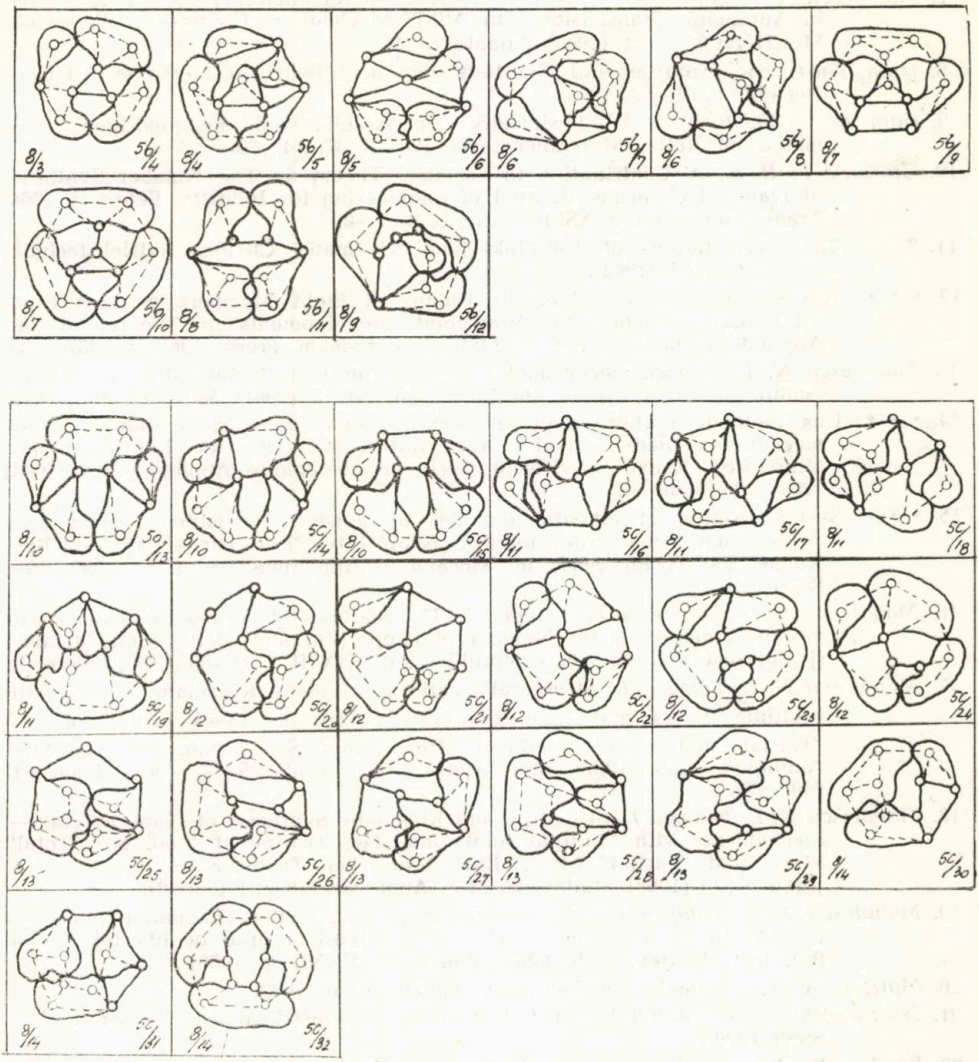
Tabela nr. 10

Structura LCP generale cu e=5 elemente și grad de libertate $L_3=4$

Nr. elementelor e	Nr. cuplelor C_4	Nr. cuplelor C_5	L.C.P. articulat echival.	Numărul elementelor de diferite ranguri n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	Notația lanțurilor
5	1	5	$e_e = 6$ $c_{5e} = 7$	3	2	0	0	0	5*a*
	3	4	$e_e = 8$ $c_{5e} = 10$	1	4	0	0	0	5*b*
				2	2	1	0	0	5*c*
				3	0	2	0	0	5*d*
	5	3	$e_e = 10$ $c_{5e} = 13$	0	4	1	0	0	5*e*
				1	2	2	0	0	5*f*
				1	3	0	1	0	5*g*
				2	0	3	0	0	5*h*
				2	1	1	1	0	5*i*
				3	0	0	2	0	5*j*
	7	2	$e_e = 12$ $c_{5e} = 16$						
	9	1	$e_e = 14$ $c_{5e} = 19$						
	10	0	$e_e = 16$ $c_{5e} = 22$						

L.C.P. generale cu cinci elemente și grad de libertate $L_3=4$





Catedra de teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Hain Kurt*, Systematik und Umlauffähigkeit drei- und mehrgliedriger Kurvengetriebe, Konstruktion 10, 379—388 (1967).
2. *Kiper G.*, Kurvendifferentialgetriebe, Konstruktion 2, 41—48 (1968).
3. *Rothbart, H. A.*, Cams — Design, Dynamics and Accuracy, New York, 1956.
4. *Jensen P. W.*, Cam Design and Manufacture, New York, 1965.
5. *Levitskii N. I.*, Culacicoviie mehanizmî, Moscova, Mașinostroienie 1964.
6. *Tutunaru D.*, Mecanisme cu came. Edit. tehnică 1959.

7. *Manolescu N. I., Antonescu P.*, Structural Synthesis of Planetary Mechanisms Used in Automatic Transmision 10th ASME Mechanisms Conference (Paper 68-MECH-44) 6—9 oct. (1968), Atlanta, SUA.

8. *Hain Kurt*, Die Analyse und Synthese der achtgliedrigen Getriebe, VDI — Berichte 5, 81—93 (1955).

9. *Hain Kurt, Zielstorff A. W.*, Systematik der zwanläufigen achtgliedrigen kinematischen Kette, Maschinenmarkt 1964 87.37, 14—20.

10. *Crossley F. R. E.*, A Contribution to Grübler Theory in The Number Synthesis of Plane Mechanisms. Journal of Engineering for Industry, February 1964. Transactions of the ASME, serie B, p. 1—8.

11. * * * The Permutations of Ten-Link-Plane Kinematic Chains, Antriebstechnik, 3, 5, 181—185 (1964).

12. * * * The Permutations of Kinematic Chains of Eight Members or Less From the Graph — Theoretic Viewpoint, Developments in Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 2, Oxford, Pergamon Press, 1965, p. 467—486.

13. *Manolescu N. I.*, Asupra mecanismelor formate din lanțuri cinematice de diferite familii. Studii și Cercet. de Mec. Apl. XII 3 (1961) 589—615, București,

14. * * * Une méthode unitaire pour la formation des chains cinématiques et des mecanismes plans articulés avec differents degrés de liberté et mobilité. Rev. Roum. Sci. Techn. Série de Mécanique Appliquée 9.6 (1964) 1263—13 București.

15. * * * Systematisation et classification des mécanismes — moteurs plans articulés, a deux degrés de mobilité „total" ($M_3=2$) et „partial" ($M_3=2$) Rev. Roum. Sci. Techn. Série de Mécanique Appliquée 10.4 (1963) 999—1042 București.

16. *Manolescu N. I., Antonescu P., Erceanu I.*, The Methods of Formation of the Assur Groups Function of the Number of Loops (Zg) and of the Rank of Links (j) Bul. Inst. Politeh. „Gh. Gheorghiu-Dej" XXVIII 3, 59—83 (1966) București.

17. *Manolescu N. I., Tempea I.*, Structural Synthesis of Plane Kinematic Chains with Multiple Joints and Five Degrees of Freedom $L_3=5$ "Total", $\alpha_3^P=5$ "Partial" and $L_3=5$ "Fractional". Rev. Roum. Sci. Techn. Série de Méc. Appliquée 12.5 (1967). Stud. Cerc. Mec. Appl. 25. 3 (1967) București 549—572.

18. *Manolescu N. I., Tempea I.*, Structural and Kinematic Synthesis of Plane Driving — Mechanisms with Multiple Joints and Two Degree of Mobility; "Total" $M_3=2$ and "Partial" $M_3=2$. Rev. Roum. Sci. Techn. Série de Méc. Appliquée 13.1 (1968). Stud. Cerc. Mec. Appl. 25.5 (1967) București.

19. *Manolescu N. I., Tempea I.*, Sinteza structurală a lanțurilor cinematice plane articulate cu $e=10$ elemente, $C_5=13$ articulații și grad de libertate $L_3=4$. Bul. Inst. Politeh. „Gh. Gheorghiu-Dej", XXXI, 4 (1969).

20. *Malîșev A. P.*, Kinematika mehanizmov, Ghizlegprom, 1933.

21. *Dobrovolski V. V., Artobolevski I. I.*, Structura i klassificația mehanizmov A.N. SSSR 1939.

22. *Bogdan R., Bugaevschi E., Pelecudi C.*, Contribuții la clasificarea mecanismelor spațiale. Stud. și Cerc. Mec. Appl., VIII, 8, 404 (1957) București.

23. *Baranov G. G.*, Klassificația, stroenie, kinematika u kinetostatika ploskih mehanizmov c parami pervogo roda. Trudî seminara po T.M.M., A.N. SSSR, T.V.V. 20/1948.

24. *Woo S.*, Type synthesis of plane linkage, J. Engng. Ind. 89, 153—173 (1967).

*) Fig. 5, fig. 9, fig. 10, fig. 11 și tabela 1, tabela 3, tabela 5 și tabela 11 (partia) pot fi consultate la redacție.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

TERMOTEHNICĂ

C.Z.: 621.165

POSIBILITĂȚILE DE RIDICARE A RANDAMENTULUI CAZANELOR PRIN PREÎNCĂLZIREA COMBUSTIBILULUI (LICHID SAU GAZOS) CU GAZELE DE ARDERE *

MIRCEA POSTELNICESCU

1. Introducere

Consumul de combustibil la un cazan va fi minim pentru randamentul maxim al acestuia, ceea ce implică, în primul rînd, reducerea la minim a temperaturii de evacuare a gazelor de ardere din agregat. Este astfel evident interesul de a se preciza, care-i limita pînă la care gazele de ardere pot fi răcite la evacuarea lor dintr-un cazan ?

În cele ce urmează se consideră, pentru generalitate, că nu există limitări în coborîrea temperaturii gazelor de ardere evacuate dintr-un cazan în scopul evitării coroziunii schimbătoarelor finale de căldură, evitarea acestui fenomen putînd fi în fond realizată și pe alte căi decît prin ridicarea temperaturii pereților schimbătoarelor de căldură respective.

Coborîrea temperaturii de evacuare a gazelor de ardere este însă limitată de agenții de răcire a gazelor de ardere care se introduc în schimbătoarele finale de căldură ale cazanului precum și de temperaturile lor.

Printre agenții de răcire a gazelor de ardere în partea finală a traseului lor prin cazan, în afară de apa de alimentare și de aerul de ardere, trebuie luat în considerare și combustibilul. În fond, efectele sînt aceleași preîncălzind, cu ajutorul unei cantități de căldură cedată de gazele de ardere, fie aerul de ardere fie combustibilul. Preîncălzind și aerul necesar arderii și combustibilul, apare posibilitatea reducerii temperaturii de evacuare a gazelor de ardere din cazan sub limita realizabilă prin echiparea agregatului numai cu economizor și cu preîncălzitor de aer, așa precum se practică obișnuit.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 29—31 mai 1969.

2. Temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din cazanele echipate cu economizor, cu preîncălzitor de aer și cu preîncălzitor al combustibilului (gazos sau lichid)

Preîncălzirea combustibilului cu ajutorul gazelor de ardere poate să fie făcută pe cale directă, în cazan, sau pe cale indirectă, cu ajutorul unui circuit auxiliar, închis, de apă.

Avînd în vedere faptul că îmbunătățirea randamentului centralelor termoelectrice cu abur necesită — printre altele — preîncălzirea apei de alimentare cu abur prelevat de la turbine, temperatura acesteia este, de regulă, mai mare decît temperaturile aerului de ardere și combustibilului la introducerea lor în cazan. Ca urmare, se consideră că după economizor sau treapta inferioară a lui urmează, într-o primă dispoziție care se analizează, preîncălzitorul de aer construit într-o treaptă sau prima treaptă a lui și apoi preîncălzitorul combustibilului (sau schimbătorul de căldură gaze de ardere — apă din circuitul auxiliar în cazul preîncălzirii indirecte a combustibilului). Aerul de ardere și combustibilul circulă în totalitate, fără recirculare, prin schimbătoarele de căldură respective și în sens invers cu gazele de ardere, aceasta fiind soluția care oferă posibilitățile cele mai mari de scădere a temperaturii gazelor de ardere la evacuare.

Se notează :

t_{ev} — temperatura gazelor de ardere la evacuarea din cazan, °C ;

t_g — temperatura gazelor de ardere la intrarea în preîncălzitorul combustibilului, °C ;

t'_g — temperatura gazelor de ardere la intrarea în prima treaptă a preîncălzitorului de aer, °C ;

t_{aa} — temperatura apei de alimentare a cazanului, °C ;

t_a, t'_a — temperaturile aerului la intrarea și respectiv la ieșirea din prima treaptă a preîncălzitorului de aer, °C ;

t_b, t'_b — temperaturile combustibilului la intrarea și respectiv la ieșirea din preîncălzitor, °C ;

V_g — volumul mediu al gazelor provenite din arderea efectivă în focar a unității de combustibil și care trec prin ultimele două schimbătoare de căldură ale cazanului, $\frac{Nm^3}{kg}$ sau $\frac{Nm^3}{Nm^3}$;

V_a — volumul aerului necesar arderii efective în focar a unității de combustibil și care trece prin prima treaptă a preîncălzitorului de aer, $\frac{Nm^3}{kg}$ sau $\frac{Nm^3}{Nm^3}$;

c_g — căldura specifică medie a gazelor de ardere, la presiune constantă, între temperaturi t_{ev} și t'_g, $\frac{kcal}{Nm^3 \cdot °C}$;

c_a — căldura specifică medie a aerului, la presiune constantă, între temperaturile t_a și t'_a, $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 \cdot °\text{C}}$;

c_b — căldura specifică medie a combustibilului, la presiune constantă, între temperaturile t_b și t'_b, $\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot °\text{C}}$ sau $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 \cdot °\text{C}}$.

Din egalitatea dintre cantitatea de căldură cedată de gazele de ardere și cantitatea de căldură primită de combustibil, neglijînd pierderea de căldură prin pereții cazanului în dreptul preîncălzitorului combustibilului și eventualele pătrunderi de aer fals în aceeași zonă, rezultă

$$t_{ev} = t_g - \frac{c_b}{V_g c_g}(t'_b - t_b). \qquad (1)$$

Pentru stabilirea temperaturii t_{ev} minime este necesar a se observa, mai întîi, că raportul $c_b/V_g c_g$ este subunitar, pentru toate temperaturile și orice coeficient de exces de aer. Acest lucru se constată imediat în „diagrama specială *I*, *t''* (*I* reprezentînd entalpia gazelor de ardere provenite din arderea unității de combustibil), completată cu variația entalpiei unității de combustibil.

Spre exemplificare, au fost calculate diagramele din fig. 1, 2 și 3 pentru gaz de furnal (H_i = 930 kcal/Nm³), păcură (H_i = 9890 kcal/kg) și gaz natural (H_i = 8535 kcal/Nm³). În diagramele construite, I_g reprezintă entalpia gazelor de ardere pentru diverși coeficienți de exces de aer α, i_b entalpia unității de combustibil, iar I_a^0 entalpia aerului teoretic necesar arderii unității de combustibil.

Se constată apoi că, în domeniul temperaturilor relativ joase din zona ultimelor schimbătoare de căldură ale unui cazan, variația entalpiei gazelor de ardere — pentru un anumit coeficient de exces de aer — și a entalpiei combustibilului cu temperatura pot fi considerate ca liniare. Ca urmare, variațiile raportului $c_b/V_g c_g$ cu temperatura, pentru un combustibil dat și un coeficient de exces de aer fixat, pot fi, practic, neglijate.

Revenind la formula (1), se deduce că temperatura t_{ev} va putea fi cu atît mai coborîtă cu cît temperatura t_g va fi mai scăzută și temperatura t'_b mai ridicată. Cum raportul $c_b/V_g c_g$ este subunitar, rezultă că se va putea obține cea mai redusă valoare a temperaturii t_{ev} coborînd mai întîi temperatura t_g la minim și apoi ridicînd la maxim valoarea temperaturii t'_b.

Pentru stabilirea temperaturii t_g minime, analog formulei (1), și în condiții similare, se poate scrie

$$t_g = t'_g - \frac{V_a c_a}{V_g c_g}(t'_a - t_a). \qquad (2)$$

Raportul $V_a c_a/V_g c_g$ este subunitar, pentru toate temperaturile și orice coeficient de exces de aer, iar pentru un anumit combustibil și coeficienți de exces de aer fixați, variațiile raportului cu temperatura pot fi, practic,

neglijate. Cele de mai înainte se pot demonstra folosind „diagrama specială I, t", în care variațiile I_g și I_a^0 cu temperatura, pentru domeniile de temperaturi relativ joase intervenind la preîncălzitorul de aer, pot fi considerate, cu suficientă exactitate, ca liniare. Astfel, dacă

φ_a^0 este unghiul dreptei I_a^0 cu axa absciselor ;

φ_g^0 — unghiul dreptei I_g^0 (entalpia gazelor de ardere la $\alpha=1$) cu aceeași axă ;

α_1, α_2 — coeficientul mediu de exces al aerului de ardere, respectiv coeficientul mediu de exces de aer corespunzător gazelor de ardere care trec prin prima treaptă a preîncălzitorului de aer ;

c_g^0 — căldura specifică medie a gazelor de ardere ce rezultă la arderea teoretică, între aceleași temperaturi ca și c_g, $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 \cdot °\text{C}}$,

atunci se va putea scrie succesiv :

$$\frac{V_a c_a}{V_g c_g} = \frac{\alpha_1 V_a^0 c_a}{V_g^0 c_g^0 + (\alpha_2 - 1) V_a^0 c_a} = \frac{\alpha_1 \operatorname{tg} \varphi_a^0}{\operatorname{tg} \varphi_g^0 + (\alpha_2 - 1) \operatorname{tg} \varphi_a^0}.$$

Cum $\alpha_2 \geqslant \alpha_1$ și $\varphi_g^0 > \varphi_a^0$, rezultă $V_a c_a / V_g c_g < 1$. Acest lucru a fost dovedit pe altă cale și în lucrarea [1].

Asemănător raționamentului de stabilire a temperaturii t_{ev} minime pe baza formulei (1), din relația (2) rezultă că cea mai joasă temperatură t_g se va obține prin scăderea la minim a temperaturii t_g' și ridicarea apoi la maxim a temperaturii t_a'. Valoarea minimă a temperaturii t_g' este t_{aa} plus o diferență optimă de temperatură $\Delta t'$, °C. Temperatura t_a' trebuie să rămînă inferioară temperaturii t_g' și ca urmare, pentru cea mai coborîtă temperatură t_g', valoarea maximă a temperaturii t_a' va fi $t_{aa} + \Delta t'$ minus o diferență optimă de temperatură $\Delta t''$ °C. Ca urmare, pe baza formulei (2) și a considerentelor anterioare, se deduce

$$t_{g,\min} = \left(1 - \frac{V_a c_a}{V_g c_g}\right)(t_{aa} + \Delta t') + \frac{V_a c_a}{V_g c_g}(t_a + \Delta t''). \qquad (3)$$

Formula (3) exprimă temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din cazanele echipate numai cu economizor și cu preîncălzitor de aer, relație stabilită direct pentru acest caz și în lucrarea [1].

Revenind la condițiile ce determină temperatura t_{ev} minimă în situația care se analizează, rezultă că, pentru cea mai coborîtă temperatură t_g, valoarea maximă a temperaturii t_b' va fi $t_{g,\min}$ minus o diferență optimă de temperatură $\Delta t'''$ °C.

Introducînd în ecuația (1) valoarea temperaturii minime t_g dată de ecuația (3) și valoarea de mai înainte a temperaturii t'_b, se deduce că temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din cazan este

$$t_{ev,\,min} = \left(1 - \frac{V_a c_a}{V_g c_g}\right)\left(1 - \frac{c_b}{V_g c_g}\right)(t_{aa} + \Delta t') + \frac{V_a c_a}{V_g c_g}(t_a + \Delta t'') + \\ + \frac{c_b}{V_g c_g}(t_b + \Delta t''') - \frac{V_a c_a}{V_g c_g} \cdot \frac{c_b}{V_g c_g}(t_a + \Delta t''). \qquad (4)$$

Printr-un raționament similar sau direct observînd structura formulei (4), dacă s-ar schimba poziția considerată a preîncălzitorului combustibilului, acesta montîndu-se imediat după economizor, în sensul curgerii gazelor de ardere, și apoi s-ar dispune prima treaptă a preîncălzitorului de aer, temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din cazan va fi

$$t_{ev,\,min} = \left(1 - \frac{V_a c_a}{V_g c_g}\right)\left(1 - \frac{c_b}{V_g c_g}\right)(t_{aa} + \Delta t') + \frac{V_a c_a}{V_g c_g}(t_a + \Delta t'') + \\ + \frac{c_b}{V_g c_g}(t_b + \Delta t''') - \frac{V_a c_a}{V_g c_g} \cdot \frac{c_b}{V_g c_g}(t_b + \Delta t'''). \qquad (5)$$

$\Delta t'$, $\Delta t''$, $\Delta t'''$ din relațiile (4) și (5) au aceeași semnificație și anume, supra-ridicările optime de temperatură ale gazelor de ardere față de temperaturile agenților de răcire în următoarele puncte de pe traseul gazelor de ardere : la ieșirea din economizor, la intrarea în prima treaptă a preîncălzitorului de aer și respectiv la intrarea în preîncălzitorul combustibilului.

Din formule rezultă, că temperatura $t_{ev,\,min}$ va fi cu atît mai coborîtă cu cît temperaturile t_{aa}, t_a și t_b sînt mai reduse. De asemenea, că se va putea obține scăderea maximă a temperaturii de evacuare a gazelor de ardere din cazan plasînd după economizor mai întîi preîncălzitorul agentului de răcire (aerul de ardere sau combustibilul) pentru care $t_a + t''$, respectiv $t_b + \Delta t'''$ are valoarea cea mai mare. Dacă aerul de ardere și combustibilul au o temperatură la intrare t_a, respectiv t_b, astfel ca $t_a + \Delta t'' = t_b + \Delta t'''$, atunci efectul final ce s-ar putea realiza va fi același, indiferent de ordinea montării ultimelor două schimbătoare de căldură ale cazanului.

Presupunînd $t_a + \Delta t'' > t_b + \Delta t'''$ și luînd în considerare formula (4), sau presupunînd $t_b + \Delta t''' > t_a + \Delta t''$ și luînd în considerare formula (5), se poate ușor arăta că $t_{ev,\,min}$ va avea o valoare cu atît mai scăzută cu cît rapoartele $c_b / V_g c_g$, $V_a c_a / V_g c_g$ sînt mai mari.

3. Temperaturile minime realizabile la evacuarea gazelor de ardere în cazul folosirii unor combustibili lichizi sau gazoși

Pentru aprecierea cantitativă a posibilităților de reducere a temperaturii de evacuare a gazelor de ardere prin preîncălzirea, cu ajutorul gazelor de ardere, nu numai a apei de alimentare și a aerului de ardere ci

și a combustibilului, se dau în tabela ce urmează valorile rapoartelor $V_a c_a / V_g c_g$, $c_b / V_g c_g$ calculate pentru combustibilii pentru care au fost construite diagramele din fig. 1, 2 și 3, cu precizarea că s-au considerat coeficienți de exces de aer folosiți în mod curent în construcțiile obișnuite de cazane cu focarul și canalele de gaze de ardere cu depresiune.

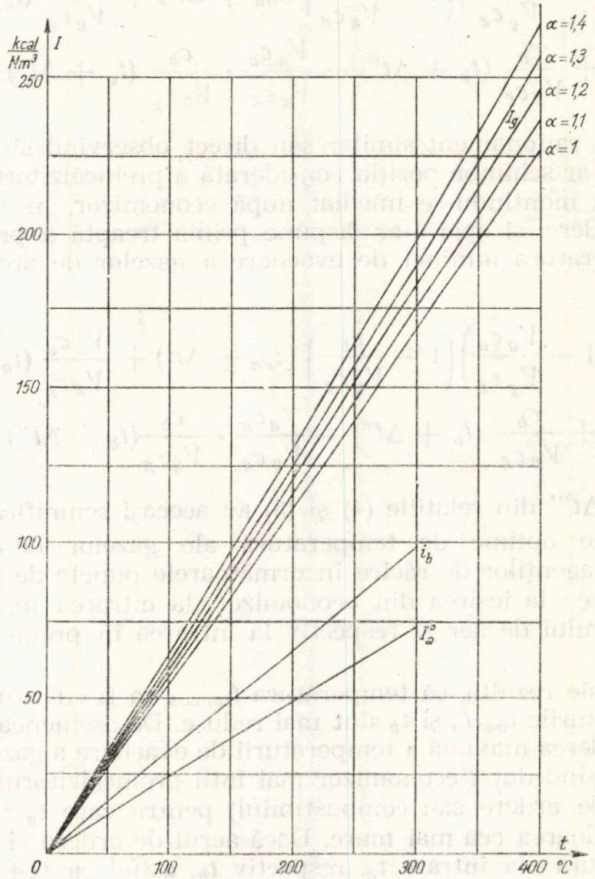


Fig. 1. Diagrama I, t pentru gaz de furnal.

Tabela 1

Combustibilul	$V_a c_a / V_g c_g$	$c_b / V_g c_g$
Păcură	0,74	0,10
Gaz natural	0,72	0,092
Gaz de furnal	0,42	0,51

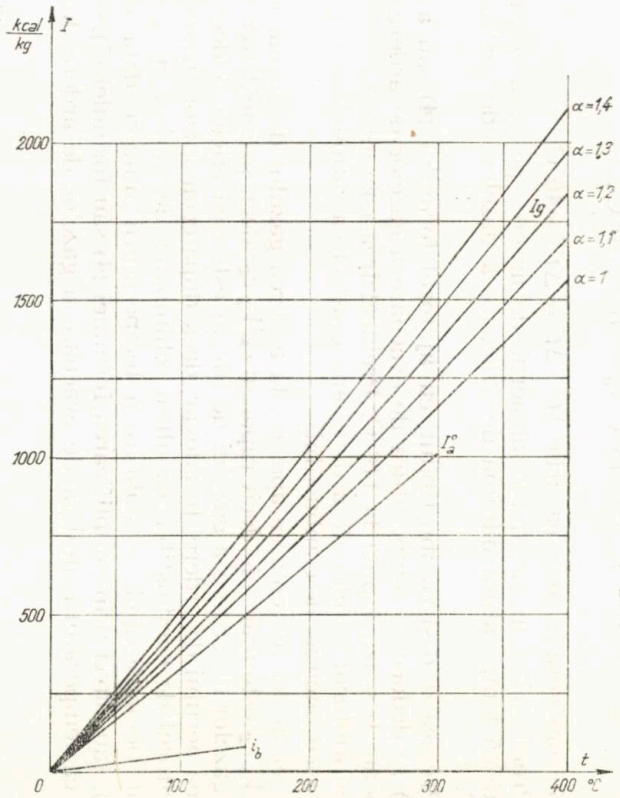


Fig. 2. Diagrama I, t pentru păcură

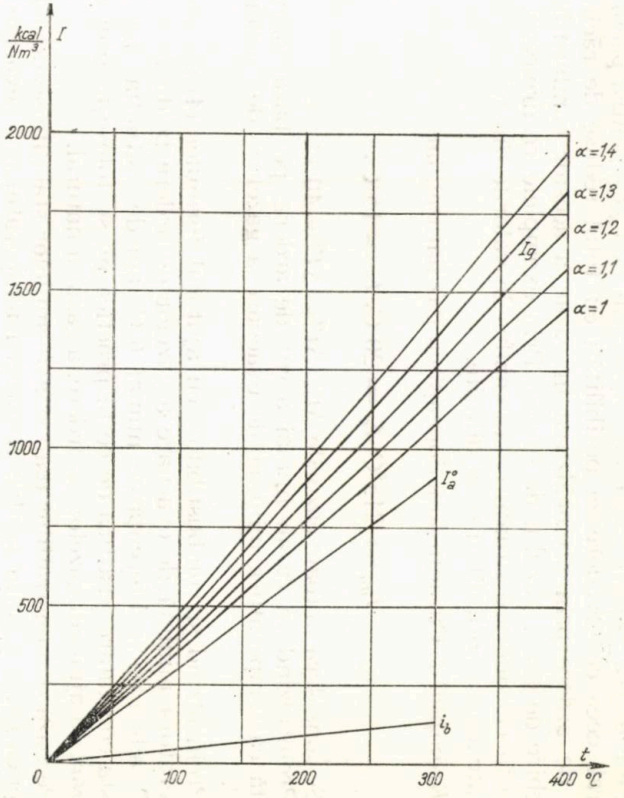


Fig. 3. Diagrama I, t pentru gaz natural.

Se remarcă valorile mici ale raportului $c_b/V_g c_g$ pentru păcură și gaz natural, ceea ce învederează posibilități cu totul reduse de răcire a gazelor de ardere prin preîncălzirea în cazan a acestor combustibili, spre deosebire de cazul gazului de furnal. Prin exemplele ce urmează, în care se iau în considerare situații ce-au condus la valorile din tabelă, sînt evidențiate aceste posibilități total diferite.

Exemplul 1. Cazanul funcționează cu gaz natural, iar

$$t_{aa} = 215°C,\ t_a = 20°C,\ t_b = 15°C.$$

Se consideră în toate cazurile $\Delta t' = \Delta t'' = \Delta t''' = 40°C$.

Preîncălzind în cazan numai aerul de ardere, pe baza formulei (3) rezultă că temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere este 115°C.

Preîncălzind și combustibilul, cu ajutorul formulei (4) se deduce că temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere poate fi scăzută la 109°C, adică cu o diferență de numai 6°C față de situația precedentă. Această constatare justifică de ce în practică nu se folosește preîncălzirea în cazan, cu ajutorul gazelor de ardere, a gazului natural.

Pe baza demonstrațiilor date și a formulelor stabilite se dovedește de asemenea că, cel puțin pentru reducerea temperaturii de evacuare a gazelor de ardere din cazan, preîncălzirea păcurii, cu ajutorul gazelor de ardere, nu este nici ea eficientă.

Exemplul 2. Cazanul funcționează cu gaz de furnal, iar

$$t_{aa} = 215°C,\ t_a = t_b = 20°C.$$

Se consideră în toate cazurile $\Delta t' = \Delta t'' = \Delta t''' = 40°C$.

Preîncălzind în cazan numai aerul de ardere, pe baza formulei (3) rezultă că temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere este 173°C.

Preîncălzind și combustibilul, cu ajutorul formulei (4) sau a formulei (5) se deduce că temperatura de evacuare a gazelor de ardere din cazan poate fi scăzută pînă la 116°C. Preîncălzirea gazului de furnal în cazan, cu ajutorul gazelor de ardere, apare astfel ca rațională din punct de vedere a economiei de combustibil.

Trebuie să se remarce apoi că, la arderea gazului de furnal raportul $V_a c_a/V_g c_g$ este mai mic decît raportul $c_b/V_g c_g$; deci, preîncălzirea cu ajutorul gazelor de ardere a gazului de furnal este mai eficientă decît preîncălzirea aerului de ardere. În adevăr, dacă după economizor urmează preîncălzitorul de combustibil, ca ultim schimbător de căldură al cazanului, similar demonstrației de stabilire a temperaturii minime dată de relația (1), sau direct prin simplificarea formulei (4) sau formulei (5), se dovedește că temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din cazan este

$$t_{ev,\,\min} = \left(1 - \frac{c_b}{V_g c_g}\right)(t_{aa} + \Delta t') + \frac{c_b}{V_g c_g}(t_b + \Delta t'''). \qquad (6)$$

Comparînd ecuațiile (3) și (6) se constată că, preîncălzind gazul de furnal se poate realiza o temperatură de evacuare a gazelor de ardere mai mică decît prin preîncălzirea aerului de ardere, la aceeași temperatură $t_{aa}+\Delta t'$ și o temperatură $t_a+\Delta t''=t_b+\Delta t'''$ (dar evident nu mai coborîtă decît în cazul în care se preîncălzește și aerul de ardere și combustibilul). De exemplu, pentru condițiile din exemplul 2 ,preîncălzind gazul de furnal se poate obține o temperatură $t_{cv,\,min}=156°C$, în timp ce preîncălzind aerul de ardere nu se poate coborî decît la $t_{cv,\,min}=173°C$.

Prin preîncălzirea gazului de furnal rezultă implicit că se poate transmite o cantitate mai mare de căldură de la gazele de ardere la fluidul încălzit decît prin preîncălzirea aerului de ardere, ceea ce conduce la o temperatură teoretică în focar mai ridicată, constatare care trebuie de asemenea avută în vedere, mai ales în cazul gazului de furnal, combustibil cu putere calorică redusă.

4. Concluzii

Prin preîncălzirea în cazan, cu ajutorul gazelor de ardere, nu numai a apei de alimentare și a aerului de ardere, așa cum se practică în mod obișnuit, ci și a combustibilului (lichid sau gazos), există posibilitatea ridicării randamentului cazanului, prin coborîrea temperaturii de evacuare a gazelor de ardere din agregat.

În lucrare se stabilește, mai întîi, temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din cazanele echipate cu economizor, cu preîncălzitor de aer și cu preîncălzitor al combustibilului. Sînt evidențiate apoi temperaturile minime realizabile la evacuarea gazelor de ardere în cazul folosirii păcurii și gazului natural, combustibili larg folosiți în țara noastră, precum și a gazului de furnal, combustibil care prezintă importanță pentru combinatele siderurgice.

Catedra de cazane și turbine cu abur și gaze
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" — București

BIBLIOGRAFIE

1. *Postelnicescu, M.* — Asupra temperaturii minime de evacuare a gazelor de ardere din cazane; Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 2/1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

C.Z. : 621.16

O NOUĂ METODĂ DE INTRODUCERE ȘI DETERMINARE A CANTITĂȚILOR DE ADITIVI ÎN FLĂCĂRILE COMBUSTIBILILOR GAZOȘI *

AL. DĂNESCU, M. MARINESCU

Introducere

Studiul proprietăților electrice ale flăcărilor prezintă un interes deosebit legat mai ales, de procedeul de obținere a energiei electrice cu ajutorul generatorilor termoionici, în procese de reglare automată a arderii sau, telecomunicații privind perturbarea undelor radio de către jeturile gazelor fierbinți ale mașinilor reactive.

Prezența ionilor de origină strict termică în flăcările combustibilor gazoși nu este prea numeroasă pentru domeniul uzual de obținere a temperaturilor în tehnică, numărul lor fiind determinant în obținerea unei conductivități electrice convenabile. Singurul mijloc pentru mărirea numărului de ioni liberi în flacără este introducerea de elemente chimice cu energie scăzută de ionizare (metale alcaline).

Deși mărirea conductivității electrice a flăcărilor prin introducerea metalelor alcaline s-a studiat pe larg în ultimii 15 ani, metodelor de introducere în flacără a acestor metale s-a acordat o atenție mai mică.

Introducerea în flacără a unor metale cu potențial scăzut de ionizare este o operație dificilă datorită necesității de a controla strict cantitățile, fiind tot odată necesară și o dispersie fină în amestecul combustibil.

Principalele metode utilizate pentru introducerea aditivilor în flăcările combustibililor gazoși sînt :

a) pulverizarea pneumatică a soluției de sare a metalului alcalin ;

b) injectarea de sare în stare solidă ;

c) spumarea soluției lichidă de sare a metalului alcalin și antrenarea ei ;

d) generarea de hidrogen în stare născîndă în soluția care conține sarea metalului ;

e) injectarea de vapori ai metalului ;

f) injectarea de aerosoli care conțin metalul alcalin.

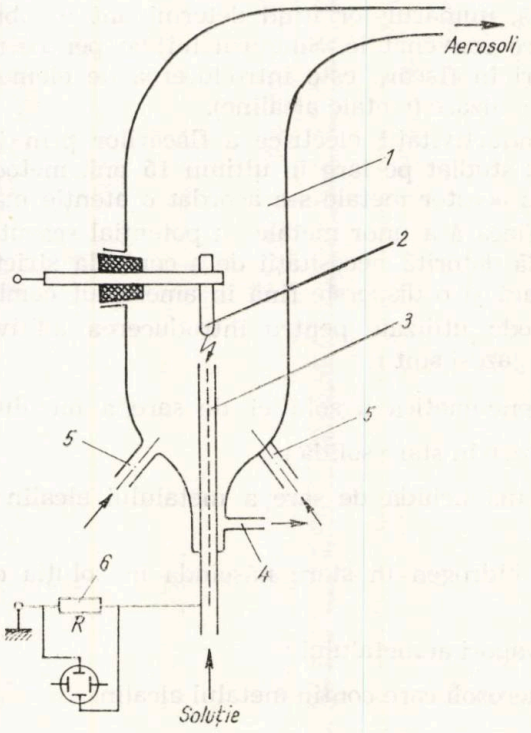
* Manuscris primit la redacție la 30 mai 1970.

Prima metodă este utilizată cînd, nu este strict limitată cantitatea de metal alcalin și prezintă dezavantajul că introduce o cantitate ridicată de apă în flacără, ceea ce conduce la „răcirea" ei. Metoda (b) este preferată numai atunci cînd sarea metalului alcalin poate fi transformată într-o pulbere fină și nu este higroscopică. Introducerea aditivilor cu ajutorul metalelor (c) și (d) necesită o aparatură dificilă și prezintă dificultatea de a nu avea în permanență un control precis asupra cantităților introduse, iar problema menținerii la temperaturi ridicate a pereților pe lîngă care trece amestecul combustibil, reprezintă principalul dezavantaj al metodei (e).

Lucrarea prezintă o metodă electrică de pulverizare a unei soluții în care se găsește metalul alcalin, care poate fi încadrată în categoria (f), precizîndu-se tot odată și fundamentele teoretice ale procesului de pulverizare pe cale electrică.

Instalația experimentală

Pulverizarea pe cale electrică a soluției în care se găsește metalul alcalin a fost realizată de autori, cu ajutorul unei descărcări electrice de înaltă tensiune, în curent alternativ, între un electrod de wolfram și soluția apoasă de sare a metalului. Schema vasului de descărcare din figura 1, cuprinde electrodul de wolfram 2, țeava centrală 3 prin care se



1. Vas de descărcare
2. electrod wolfram
3. racord introducere soluție
4. racord soluție retur
5. racord gaz inert
6. rezistență de sarcină

Fig. 1

introduce un debit constant de soluție $\dot{m}_1$ de concentrație inițială ξ_1 și racordul de descărcare 4, prin care se culege debitul $\dot{m}_2$ de soluție retur, cu o concentrație ξ_2.

Din ecuația de bilanț material al debitelor de solvent și dizolvat introduse, respectiv extrase, în ipoteza că masa de soluție pulverizată reprezintă o funcțiune monoton crescătoare de timp (ceea ce ulterior a fost verificat experimental), rezultă următoarea expresie de calcul a debitului extras de dizolvat :

$$\delta \dot{m}_d = \left(\dot{m}_1 - \dot{m}_2\right)\left\{1 - \left(1 - \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}\right)\left(1 - \frac{\lg \dfrac{1-\xi_1}{1-\xi_2}}{\lg \dfrac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1}}\right)\right\} \qquad (1)$$

în care :

$\dot{m}_1$ debitul de soluție introdusă $\left[\frac{kg}{s}\right]$

$\dot{m}_2$ debitul de soluție retur $\left[\frac{kg}{s}\right]$

ξ_1 concentrația inițială a soluției $\left[\frac{\%}{100}\right]$

ξ_2 concentrația soluției retur $\left[\frac{\%}{100}\right]$

În cazul cînd dizolvatul reprezintă o sare a metalului alcalin, cu masa moleculară M_d, debitul de metal extras este :

$$\delta \dot{m} = \frac{M}{M_d}\,\delta \dot{m}_d \qquad (2)$$

în care M reprezintă masa atomică a metalului alcalin.

Procesul de extragere a dizolvatului din soluția apoasă supusă descărcării, este complex și din punct de vedere calitativ depinde de : concentrația inițială, temperatură, tensiunea superficială, frecvența și intensitatea descărcărilor.

Autorii au făcut experimentări, privind posibilitatea de pulverizare a soluțiilor prin acest procedeu, folosind soluții apoase de K_2CO_3 în concentrații cuprinse între 8 și 12%.

Debitul de potasiu extras, s-a arătat experimental că se mărește odată cu creșterea frecvenței de descărcare și a concentrației inițiale (figurile 2 și 3).

Prin descărcare se extrage atît metalul alcalin (în acest caz potasiu), cît și o parte de solvent (apă); din reprezentarea grafică a raportului între cantitățile de potasiu și apă extrase $\left(\frac{\delta \overset{\circ}{m}_K}{\delta \overset{\circ}{m}_{H_2O}}\right)$ funcție de frecvența de descărcare (fig. 2), rezultă că valoarea acestui raport, independentă de concentrația inițială, scade odată cu creșterea frecvenței, atingîndu-se în final o valoare de palier (cca. 0,3), independentă de frecvența de descărcare. Aceasta arată că debitul de solvent extras crește mai repede decît debitul de potasiu, atingîndu-se în final un echilibru determinat de forțele de greutate.

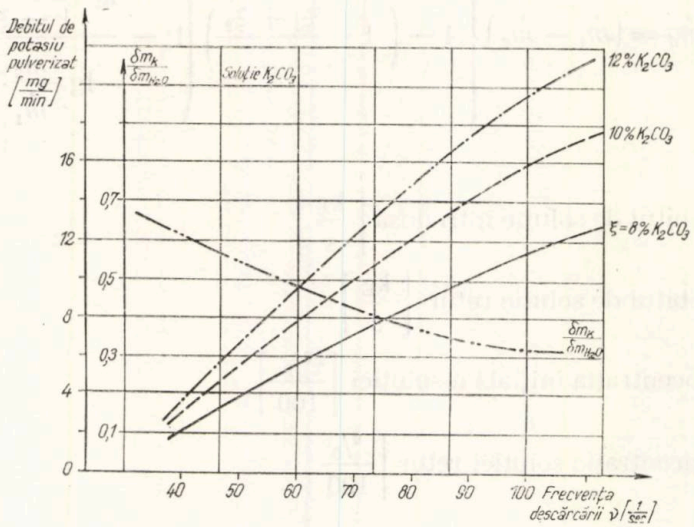


Fig. 2

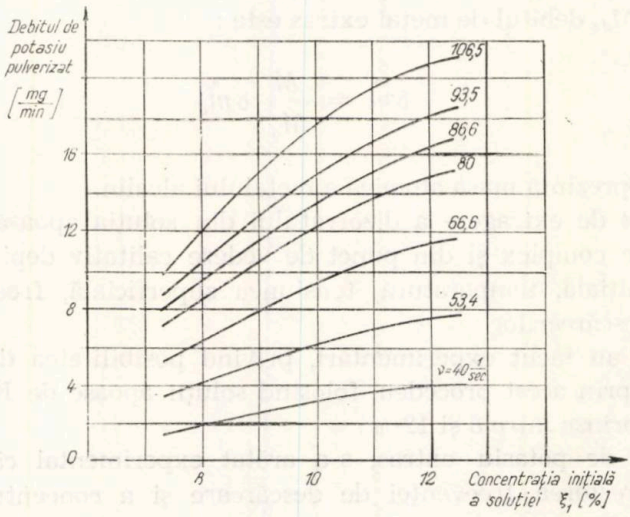
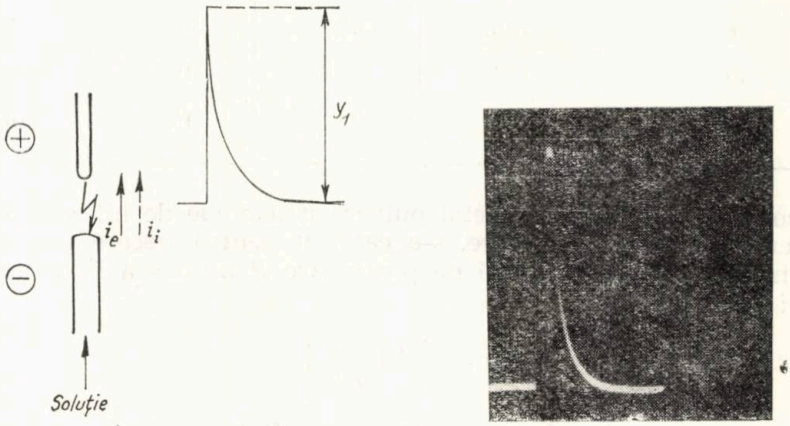


Fig. 3

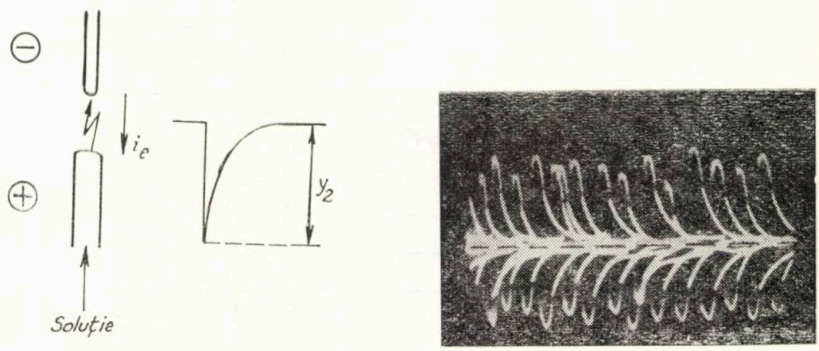
Forma de variație a intensității curentului în circuit determină prin oscilografierea căderii de potențial la bornele rezistenței de sarcină (fig. 4 b), arată că atingerea tensiunii de străpungere a spațiului între electrodul de wolfram și soluție, determină un salt brusc al intensității curentului, aceasta fiind urmată de o scădere exponențială.



a *b*

Fig. 4

În cazul încărcării cu sarcină electrică pozitivă a electrodului de wolfram (fig. 4 a), fluxul de sarcini electrice negative este mai mare decît în cazul încărcării cu polaritate inversă, datorită aportului de sarcini negative date de soluție. Aceasta face ca amplitudinea maximă a curentului în cazul încărcării pozitive a electrodului de wolfram y_1, să fie mai mare decît amplitudinea corespunzătoare încărcării cu polaritate inversă y_2, ceea ce este confirmat și de oscilograma din fig. 4 d.



c *d*

Fig. 4

Valoarea medie a intensității, curentului de descărcare (pentru alternanța de amplitudine y_1), crește odată cu mărirea concentrației inițiale și a frecvenței de descărcare, conform tabelului 1.

Tabelul 1

I_m [mA]

ξ_1 % \ [ν Hz]	66	80	93	106
8	12,8	13,7	14,6	15,4
10	13,1	14,0	15,4	15,9
12	13,2	14,2	15,8	16,3

Deoarece cantitatea de metal pulverizat depinde de intensitatea medie a curentului de descărcare, s-a calculat pentru fiecare frecvență și concentrație valoarea indicelui de puverizare P propus a fi definit prin relația :

$$P = \frac{\delta \mathring{m}}{I_m} \left[\frac{mg}{Cb} \right] \tag{3}$$

Pentru soluția K_2CO_3, reprezentarea grafică a indicelui de pulverizare P, funcție de frecvența descărcărilor și concentrația inițială a soluției este prezentată în fig. 5.

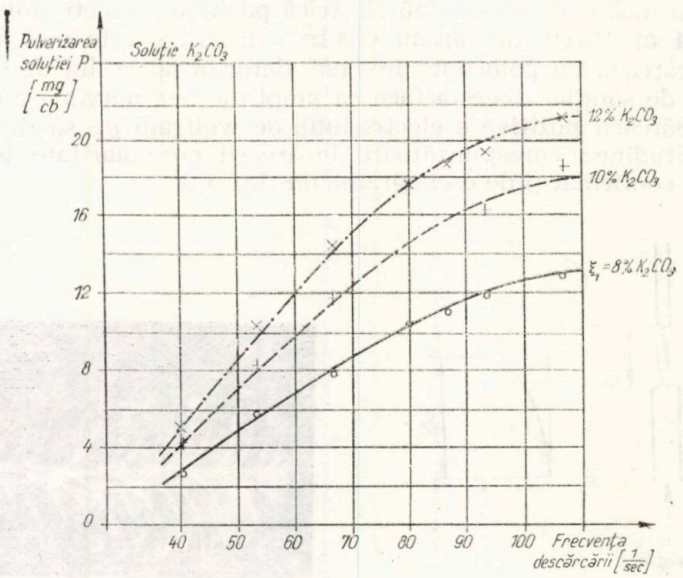


Fig. 5

În acest fel, curbele indicate în figura 5 au un caracter general pentru soluții de carbonat de potasiu, ele fiind independente de caracteristica electrică a alternatorului utilizat. Chiar mai mult, cantitatea de metal alcalin extras este independentă de distanța între electrozi (în limitele

menținerii ei sub distanța maximă de amorsare a descărcării, corespunzătoare tensiunii aplicate). Aceasta se poate explica prin faptul că valoarea maximă a drumului parcurs de un ion pînă la inversarea sensului cîmpului electric, de mărime maximă E_0 și pulsația ω, are expresia : $l_{max} = A \frac{2 k_- E_0}{w}$ și este superioară distanței maxime de amorsare (k_- este mobilitatea electronilor, iar A este o constantă care ține seamă de posibilitatea micșorării parcursului ca urmare a ciocnirilor cu alte particule).

Explicația fenomenului de pulverizare electrică a soluțiilor

Prin dizolvarea unei substanțe într-un lichid polar apare fenomenul de disociere care determină hidratarea anionilor metalului alcalin sau înconjurarea lui cu molecule polare de solvent.

Apariția unui transport de sarcini electrice între soluție și electrodul de wolfram determină antrenarea moleculelor polare de solvent și ioni din soluție, aceste particule luînd o formă sferică imediat ce părăsesc suprafața soluției și fiind supuse concomitent la trei presiuni :

— presiunea electrostatică p_{es}, determinată de existența unui cîmp electric exterior ;

— presiunea p_{ts}, determinată de acțiunea tensiunii superficiale σ a soluției ;

— presiunea p_a, exercitată de mediul ambiant din vasul de descărcare.

O particulă sferică de rază a, care conține sarcini electrice și se găsește într-un cîmp electric exterior de intensitate $E = E_0 \sin \omega t$, suferă prin influență electrostatică, o modificare a poziției sarcinilor electrice din interior, potențialul electric intern rămînînd nul (fig. 6). Particula obține astfel un moment electric echivalent $\mathfrak{M}_e$ care se poate determina din condiția ca valoarea potențialului electric intern, să fie nul :

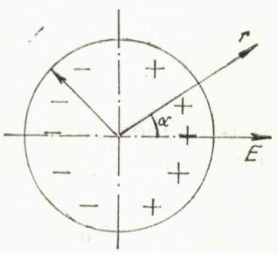


Fig. 6

$$U = -E \cdot a \cdot \cos \alpha + \frac{\mathfrak{M}_e \cos \alpha}{4 \pi \varepsilon a^2} = 0 \qquad (4)$$

ε este permitivitatea particulei $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$.

Din relația (4) rezultă expresia momentului electric echivalent

$$\mathfrak{M}_e = 4\pi\varepsilon a^3 E = 3\varepsilon E V_{\text{particulă}} \tag{5}$$

Presiunea electrostatică care se exercită la interiorul particulei ca urmare că se găsește într-un cîmp electric exterior, se determină cunoscînd valoarea componentei electrice a inducției pe direcție normală, D_n:

$$p_{es} = \frac{D_n^2}{2\varepsilon} \tag{6}$$

iar inducția pe direcție normală are expresia :

$$D_n = \varepsilon E_n = \varepsilon E \cos\alpha + \frac{2\mathfrak{M}_e \cos\alpha}{4\pi a^3}$$

sau folosind relația (5) :

$$D_n = 3\varepsilon \cdot E \cdot \cos\alpha \tag{7}$$

Relația de calcul a presiunii electrostatice (6), devine :

$$p_{es} = \frac{9\varepsilon E^2 \cos^2\alpha}{2} \tag{8}$$

Presiunea electrostatică exercitată pe suprafața interioară a particulei, prezintă o repartiție cosinusoidală, ceea ce determină alungirea picăturilor, iar valoarea maximă se obține pentru α=0 sau π (fig. 7).

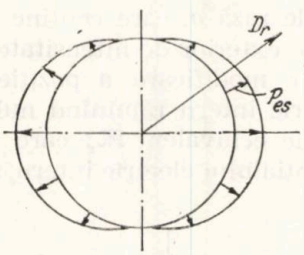


Fig. 7

Presiunea exercitată de tensiunea superficială σ asupra particulelor de soluție, acționează în sens contrar presiunii electrostatice p_{es} și are expresia :

$$p_{ts} = \frac{2\sigma}{a} \tag{9}$$

Pentru ca o picătură de rază a să se găsească în echilibru trebuie ca în orice punct al suprafeței să fie respectată ecuația Laplace :

$$p_i = p_a + p_{ts} - p_{es} = \text{constant} \tag{10}$$

unde p_i reprezintă presiunea internă a particulei.

Integritatea picăturii se menține atît timp cît orice variație a presiunii electrostatice determinată de modificarea intensității cîmpului electric exterior E, poate fi compensată prin schimbarea corespunzătoare a presiunii p_{ts}, ca urmare a modificării formei.

În cazul unei particule sferice de rază a, se poate considera că valoarea presiunii interne p_t este apropiată de mărimea presiunii exercitată de mediul ambiant p_s, astfel că relația (10) devine :

$$p_{ts} = p_{es_m} \tag{11}$$

Valoarea maximă a presiunii electrostatice medii, p_{es_m} exercitată asupra unei semisfere a particulei este :

$$p_{es_m} = \frac{F_{es_m}}{\frac{1}{2} S} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi a^2 p_{es} \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha}{2\pi a^2} = \frac{3}{2} \varepsilon E_0^2 \tag{12}$$

Prin înlocuirea presiunilor în relația (11), rezultă valoarea razei a pe care trebuie să o aibă particula pentru a se găsi în echilibru :

$$a = \frac{4\sigma}{3\varepsilon E_0^2} \tag{13}$$

Raza maximă a picăturilor de soluție extrase, trebuie să verifice în afară de relația (13) și condiția de plutire, adică forța ascensională trebuie să depășească greutatea particulei : $F_a \geqslant G$ sau :

$$B \frac{\varrho_a}{2} S_t W^2 \geqslant \frac{4\pi}{3} a^3 g \varrho_p \tag{14}$$

Raza particulei rezultă :

$$a \leqslant \sqrt[3]{\frac{3 B \varrho_a S_t W^2}{8 \pi g \varrho_p}} \tag{15}$$

în care :

B este cofecient aerodinamic,
S_t secțiunea transversală a particulei,
W viteza de antrenare a particulei.

Concluzii

Metoda prezentată poate fi aplicată pentru colorarea flăcărilor în vederea măsurării temperaturii cu ajutorul metodei de inversie a liniei spectrale a sodiului, cît și pentru mărirea gradului de ionizare prin introducerea unor cantități controlate de Li, Na, K sau Cs. Avantajul me-

todei prezentată constă în faptul că permite o reglare fină a cantității de aditiv introdus, prin modificarea corespunzătoare a frecvenței de aplicare a tensiunii de descărcare pe cei doi electrozi.

Metoda poate fi aplicată și în medicină, pentru realizarea de aerosoli care să conțină antibiotice, în vederea tratamentelor de inhalații.

Catedra de termotehnică și mașini termice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Ian Fells, M.A., Harker, J.N.*, Journal of the Institute of Fuel, oct. 1967, p. 477.
2. *Pauthenier, M., Duhaut, G., Demon, L.*, Revue Générale de l'Electricité, nr. 3 1950, p. 133.
3. *Devime, R., Poncelet, J., Pozwolki, A., Querand, A.*, M.H.D. Compte Rendu d'un Symposium International tenu à Paris, iulie 1964, p. 61.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

CENTRALE ELECTRICE

C.Z.: 621.311.2

INFLUENȚA TIPULUI DE REGULATOR DE EXCITAȚIE ASUPRA CONDIȚIILOR DE STABILITATE STATICĂ A UNUI SISTEM ELECTRIC *

C. DINCULESCU, H. LAZĂR

În cazul sistemelor nereglate, studiul stabilității statice se reduce la obținerea unor relații între parametri de bază (parametri elementelor de bază din sistem — generator, transformator, linie) și parametri de regim (parametri care caracterizează regimul staționar al sistemului electric), relații din care rezultă condiția de stabilitate. Problema care se pune, de regulă, în astfel de cazuri este de a determina, pentru valori date ale parametrilor de bază, valorile limită ale parametrilor de regim (P_{max} și δ_{max}) pentru care sistemul ajunge la limita de stabilitate.

În cazul sistemelor nereglate problema se pune într-un mod diferit. În acest caz se impun parametri de bază și parametri de regim și se încearcă obținerea stabilității și a rezervei de stabilitate necesară prin modificarea celorlalți parametri. Evident că în primul rînd se ajustează, în scopul arătat, parametri reglabili aferenți regulatoarelor de excitație (factori de amplificare, constante derivative etc.). Dacă în acest mod nu se ajunge la rezultatul scontat se trece la modificarea parametrilor constructivi (de exemplu constanta de timp a sistemului de excitație) și numai în ultimă instanță la modificarea parametrilor de bază. În proiectare se tinde să se evite ultimele două soluții ca fiind necorespunzătoare din punct de vedere economic. Evitarea lor presupune obținerea stabilității și a rezervei de stabilitate necesare numai în contul ajustării parametrilor reglabili, soluție care impune utilizarea unor regulatoare de excitație cu posibilități sporite în această direcție.

În prezenta lucrare se analizează modul în care unul sau altul din tipurile de regulatoare cunoscute satisface această cerință în ipoteza că sistemul analizat este format dintr-un generator conectat prin intermediul unui transformator și al unei linii de transport la barele de tensiune constantă ale unui sistem de putere cu mult superioară puterii generatorului conectat. Analiza stabilității se face pornind de la funcțiile de

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 1—3 noiembrie 1968.

transfer ale sistemului electric considerat, stabilite de autori într-o lucrare precedentă (L-1).

1. Analiza stabilității sistemului electric cînd parametrul controlat este unghiul δ

La stabilirea funcției de transfer a sistemului electric analizat, s-a considerat că sistemul de reglare al excitației generatorului este realizat cu ajutorul unui regulator care reglează excitația în funcție de variația unghiului și de derivatele I-a și a II-a ale aceluiași unghi (δ' și δ'') și care are funcția de transfer de forma :

$$Y_R = K_{\delta_0} + K_{\delta_1} S + K_{\delta_2} S^2 \tag{1}$$

În această ipoteză funcția de transfer a sistemului electric considerat, stabilită în (L-1), are forma

$$Y_0 = \frac{B_2 S^2 + B_1 S + B_0}{A_4 S^4 + A_3 S^3 + A_2 S^2 + A_1 S + A_0} \tag{2}$$

în care :

$$\begin{aligned} &B_0 = 1;\ B_1 = T'_d + T_f;\ B_2 = T'_d T_f \\ &A_0 = S_{\delta(E_{d_0})} + K_d K_f K_{\delta_0} S_{E_d \delta_0)} \\ &A_1 = T'_d S_{\delta(E'_{d_0})} + T_f S_{\delta(E_{\delta_0})} + K_d K_f K_{\delta_1} S_{E_{d(\delta_1)}} \\ &A_2 = T_J + T'_d T_f S_{\delta(E'_{d_0})} + K_d K_f K_{\delta_2} S_{E_{d(\delta_2)}} \\ &A_3 = T_J (T'_d + T_f);\ A_4 = T'_d T_f T_J \end{aligned} \tag{3}$$

1 a. *Sistemul de reglare a excitației generatorului realizat cu un regulator de tip P*

Regulatorul cu acțiune proporțională (P) are funcția de transfer de forma

$$Y_R = K_{\delta_0}$$

care se obține din (1) în care constantele derivative K_{δ_1} și K_{δ_2} se egalează cu zero.

În acest caz funcția de transfer a sistemului este tot de forma (2) cu observația că în expresiile coeficienților constantele derivative K_{δ_1} și K_{δ_2} se iau egale cu zero, devenind :

$$\begin{aligned} &B_0 = 1;\ B_1 = T'_d + T_f;\ B_2 = T'_d T_f \\ &A_0 = S_{\delta(E_{d_0})} + K_d K_f K_{\delta_0} S_{E_{d(\delta_0)}} \\ &A_1 = T'_d S_{\delta(E'_{d_0})} + T_f S_{\delta(E_{d_0})} \\ &A_2 = T_J + T'_d T_f S_{\delta(E'_{d_0})};\ A_3 = T_J (T'_d + T_f);\ A_4 = T'_d T_f T_J \end{aligned} \tag{4}$$

Conform criteriului de stabilitate algebric (Routh-Hurwitz) (L-2) pentru ca sistemul considerat să fie stabil este necesar să fie îndeplinite următoarele condiții :

$$\begin{aligned} &A_0 > 0;\ A_1 > 0;\ A_2 > 0;\ A_3 > 0;\ A_4 > 0 \\ &A_1(A_2A_3 - A_1A_4) - A_0A_3^2 > 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Înlocuind în (5) coeficienții A_1 cu expresiile lor din (4) și ținînd cont de faptul că inegalitățile $A_3>0$ și $A_4>0$ sînt oricum îndeplinite, condițiile de stabilitate ale sistemului considerat sînt următoarele :

$$\begin{aligned} &\text{a)}\ K_{\delta_0} > -\frac{S_{\delta(E_{d_0})}}{K_dK_fS_{Ed(\delta_0)}} \\ &\text{b)}\ T_fS_{\delta(E_{d_0})} + T'_dS_{\delta(E_{d_0})} > 0 \\ &\text{c)}\ T_J + T'_dT_fS_{\delta(E'_{d_0})} > 0 \\ &\text{d)}\ K_{\delta_0} < \frac{S_{\delta(E'_{d_0})} - S_{\delta(E_{d_0})}}{K_dK_fS_{Ed(\delta_0)}}\left[\frac{T'_d}{T'_d + T_f} + T'_d\frac{T'_dS_{\delta(E'_{d_0})} + T_fS_{\delta(E_{d_0})}}{T_J\left(1+\frac{T'_d}{T_f}\right)^2}\right] \end{aligned} \tag{6}$$

Din inegalitățile de mai sus rezultă că în cazul utilizării regulatorului acțiune proporțională, două din cele patru condiții de stabilitate (6 b) și (6 c) nu includ parametrul reglabil (factorul de amplificare al regulatorului) și deci nu pot fi influențate prin modificarea valorii acestuia. Celelalte două condiții de stabilitate (6 a) și (6 b) permit să se obțină valoarea minimă respectiv valoarea maximă a factorului de amplificare al regulatorului (K_{δ_0}) pentru care respectivele condiții mai sînt îndeplinite.

O dată cu creșterea unghiului δ numărătorul fracției din dreapta a inegalității (6 a) scade și devine negativ pentru valori ale unghiului δ apropiate de 90°. Pentru aceleași valori ale unghiului δ numitorul fracției respective își păstrează semnul pozitiv și deci inegalitatea (6 a) poate fi satisfăcută prin mărirea corespunzătoare a valorii factorului de amplificare K_{δ_0}. În acest mod, prima condiție de stabilitate poate fi satisfăcută pentru valori ale unghiului $\delta>90°$. Însă, pentru valori ale unghiului δ apropiate de 90° nu mai sînt îndeplinite condițiile (6 b) și (6 c). Totodată trebuie subliniat faptul că și posibilitatea de creștere a valorii factorului de amplificare este limitată, limita superioară a valorii acestua rezultînd din inegalitatea (6 d).

Din ultima condiție rezultă că limita superioară a valorii factorului de amplificare a regulatorului depinde — celelalte condiții fiind egale — de valorile pe care le iau parametrii de regim $S_{\delta(E_{d_0})}$, $S_{\delta(E'_{d_0})}$ și $S_{Ed(\delta_0)}$ adică depinde de regimul de funcționare al sistemului electric considerat. Pri-

mul termen din paranteza pătrată (6 d) este pozitiv și subunitar, valoarea micșorîndu-se cu creșterea constantei de timp a sistemului de excitație T_f Pentru valori ale unghiului $\delta > 90°$, adică pentru valori negative ale puterii sincronizante $S_{\delta(E_{d_0})}$, al doilea termen din paranteza pătrată se va micșora și poate să devină chiar negativ, în special la valori mari ale constantei de timp T_f. În aceste condiții deci ($\delta > 90°$ și T_f mare) valoarea maximă admisă a factorului de amplificare se micșorează foarte mult, putînd să devină chiar negativă. Din cele de mai sus rezultă că din punctul de vedere al acestei ultime condiții (6 d) o funcționare la valori ale unghiului $\delta > 90°$ are drept consecință necesitatea micșorării valorii factorului de amplificare al regulatorului de excitație ; această consecință este cu atît mai accentuată cu cît constanta de timp T_f a sistemului de excitație este mai mare.

Situația se prezintă în mod diferit pentru valori ale unghiului $\delta < 90°$. În acest caz puterea sincronizantă $S_{\delta(E_{d_0})} > 0$ și prin urmare creșterea valorii constantei de timp a sistemului de excitație T_f duce la creșterea valorii maxime admisibile a factorului de amplificare al regulatorului de excitație K_{δ_0}, iar micșorarea valorii constantei de timp T_f atrage după sine micșorarea valorii limită superioară a factorului de amplificare K_{δ_0}. La limită, cînd $T_f \cong 0$ (cazul sistemelor de excitație fără inerție) valoarea maximă admisibilă a factorului de amplificare k_{δ_0}, obținută din ultima inegalitate (6 d), pentru valori ale unghiului $\delta < 90°$ poate să fie insuficientă pentru obținerea unor performanțe acceptabile ale însuși sistemului de reglare automată a excitației.

Din analiza de mai sus se pot trage următoarele concluzii :

a) utilizarea regulatoarelor cu acțiune proporțională face, practic, puțin probabilă funcționarea stabilă a sistemului electric considerat la valori ale unghiului $\delta > 90°$;

b) utilizarea regulatoarelor cu acțiune proporțională pentru reglarea excitației generatoarelor prevăzute cu sisteme de excitație fără inerție nu se recomandă chiar dacă, în timpul funcționării sistemului electric considerat, valorile unghiului δ nu trec de 90° ;

c) utilizarea regulatoarelor cu acțiune proporțională poate fi luată în considerație în cazul în care generatoarele sînt prevăzute cu sisteme de excitație cu inerție ; chiar și în acest caz, utilizarea regulatoarelor proporționale limitează funcționarea generatorului la valori ale unghiului $\delta < 90°$, iar valoarea limită superioară a factorului de amplificare al regulatorului (K_{δ_0}), rezultată din ultima condiție de stabilitate ar putea fi insuficientă pentru obținerea performanțelor impuse însăși sistemului de reglare al excitației generatorului.

Pentru eliminarea inconvenientelor arătate se poate, atunci cînd este cazul, înlocui regulatorul cu acțiune proporțională cu alte tipuri de regulatoare care posedă posibilități sporite în direcția creșterii domeniului de stabilitate al sistemului electric și a îmbunătățirii performanțelor sistemului de reglare automată a excitației generatorului deservit.

1 b. *Sistemul de reglare a excitației generatorului realizat cu un regulator de tip PD*

Funcția de transfer a regulatorului cu acțiune proporțional-diferențială (*PD*) care asigură reglarea excitației în funcție de variația unghiului δ și de derivata I-a a aceluiași unghi (δ') are forma

$$Y_R = K_{\delta_0} + K_{\delta_1} S \tag{7}$$

care se obține din (1) în care constanta derivativă se ia egală cu zero.

Și în acest caz funcția de transfer a sistemului electric considerat este tot de forma (2) cu observația că în expresiile coeficienților A_i constanta derivativă K_{δ_2} este egală cu zero. Se obțin astfel expresiile :

$$\begin{aligned} &B_0 = 1;\ B_1 = T'_d + T_f;\ B_2 = T'_d T_f \\ &A_0 = S_{\delta(E_{d_0})} + K_d K_f K_{\delta_0} S_{E_{d(\delta_0)}} \\ &A_1 = T'_d S_{\delta(E'_{d_0})} + T_f S_{\delta(E_{d_0})} + K_d K_f K_{\delta_1} S_{E_{d(\delta)}} \\ &A_2 = T_J + T'_d T_f S_{\delta(E'_{d_0})};\ A_3 = T_J (T'_d + T_f);\ A_4 = T'_d T_f T_J \end{aligned} \tag{8}$$

Dacă se presupun cunoscuți toți parametri sistemului și se cere verificarea stabilității lui în condițiile date, se poate aplica criteriul de stabilitate algebric obținîndu-se următoarele patru condiții de stabilitate :

$$\begin{aligned} &\text{a)}\ S_{\delta(E_{d_0})} + K_d K_f S_{E_{d(\delta_0)}} > 0 \\ &\text{b)}\ S_{\delta(E_{d_0})} + T'_d S_{\delta(E'_{d_0})} + K_d K_f K_{\delta_1} S_{E_{d(\delta_0)}} > 0 \\ &\text{c)}\ T_J + T'_d T_f S_{\delta(E'_{d_0})} > 0 \\ &\text{d)}\ A_1(A_2 A_2 - A_1 A_4) - A_0 A_3 > 0 \end{aligned} \tag{9}$$

Introducîndu-se valorile parametrilor sistemului analizat în inegalitățile (9) se poate verifica dacă sistemul este stabil. În practică însă poate să apară mai curînd situația cînd se impun numai o parte din parametri sistemului și se cere să se stabilească dacă, prin modificarea adecvată a celorlalți parametri ai lui (parametri reglabili sau numai o parte din ei), se poate obține stabilitatea acestuia.

Răspunsul la această problemă se poate obține, relativ comod, cu ajutorul criteriului algebric cînd, pentru obținerea stabilității se are la dispoziție un singur parametru reglabil. În cazul în care parametri reglabili sînt doi este mai comod a se utiliza alte criterii de stabilitate mai adecvate cum ar fi, de exemplu, metoda separării domeniului de stabilitate în spațiul parametrilor reglabili respectivi [L-7].

În cazul particular considerat se pune problema a se obține informații asupra modului în care trebuie ajustați factorul de amplificare K_{δ_0} și constanta derivativă K_{δ_1} pentru a se obține stabilitatea sistemului electric, în ipoteza că s-au impus, din alte considerente decît acele de stabilitate, parametri de bază de regim și constructivi.

Dacă în spațiul parametrilor K_{δ_0} și K_{δ_1} nu se poate separa un domeniu de stabilitate se poate trage concluzia că sistemul electric considerat nu este stabil și nu poate fi stabilizat prin modificarea valorilor parametrilor reglabili. Această situație impune fie utilizarea unui alt tip de regulator, fie modificarea unora din restul de parametri ai sistemului ; ultima soluție este adesea mai puțin convenabilă și poate fi adoptată numai în cazul în care prima nu dă rezultate.

Dacă sistemul electric poate fi stabilizat prin modificarea parametrilor reglabili K_{δ_0} și K_{δ_1} atunci în spațiul parametrilor respectivi se separă un domeniu de stabilitate care, într-un caz particular, poate avea forma din fig. 1.

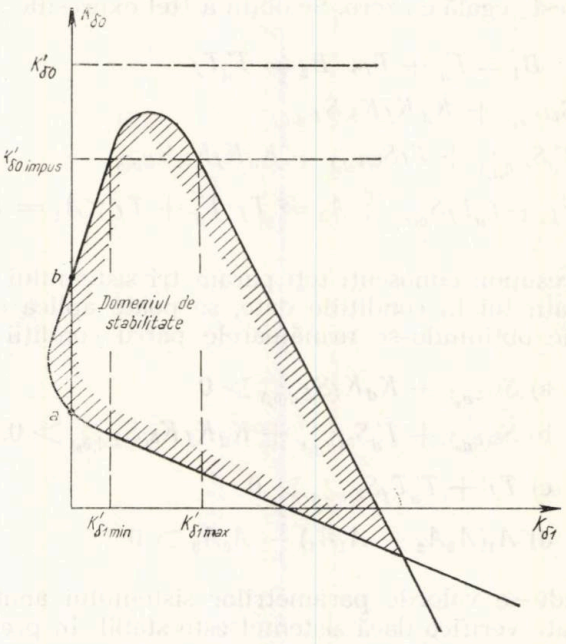


Fig. 1

Uneori și valoarea factorului de amplificare este impusă din considerente de asigurarea a unor performanțe acceptabile pentru însuși sistemul de reglare a excitației. În acest ultim caz se pot ivi două situații :

— dreapta paralelă cu axa K_{δ_1} (fig. 1) și care trece prin punctul K'_{δ_0} (factorul de amplificare impus) nu intersectează domeniul de stabilitate ; aceasta indică, că regulatorul de tip *PD* nu satisface condițiile de stabilitate statică a sistemului electric considerat ;

— dreapta paralelă cu axa K_{δ_1} care trece prin punctul K'_{δ_0} (factorul de amplificare impus) intersectează domeniul de stabilitate ; în acest caz stabilitatea statică a sistemului electric se poate obține prin ajutorarea coeficientului de amplificare K_{δ_1} astfel încît el să fie cuprins în limitele $K_{1\delta\min} < K_{\delta_1} < K_{\delta_1 \max}$.

În acest ultim caz, precum și în cazul în care domeniul de stabilitate nu există, se recurge fie la modificarea parametrilor impuși, ceea ce nu reprezintă o soluție acceptabilă, fie la adoptarea altui tip de regulator. Din analiza stabilității sistemului electric considerat se pot trage următoarele concluzii :

a) utilizarea regulatorului *PD* crează, în comparație cu regulatorul *P*, mai multe posibilități în ceea ce privește obținerea unei funcționări stabile a sistemului electric, prin aceea că introduce încă un parametru reglabil (K_{δ_1} reducînd astfel de la două la una condițiile de stabilitate care nu pot fi influențate prin modificarea parametrilor reglabili (9 c) ;

b) crează premisele ca în unele cazuri să se poată adopta o valoare necesară pentru factorul de amplificare K_{δ_0} (valoare rezultată din considerente altele decît cele de stabilitate), în contul modificării valorii constantei derivative K_{δ_1};

c) nu mai apare ca imposibilă funcționarea sistemului electric la valori ale unghiului $\delta > 90^\circ$ [în cazul cînd condițiile (9) sînt îndeplinite] [L-3] ;

d) inegalitatea (9 c) indică, că una din condițiile de stabilitate nu cuprinde parametri reglabili și deci rămîne în afara posibilităților de a o influența prin modificarea acestora ;

e) dacă, așa cum s-a arătat, din anumite considerente, altele decît cele de stabilitate, se impune un factor de amplificare K_{δ_0} relativ mare, se poate întîmpla ca prin modificarea valorii singurului parametru reglabil K_{δ_1} să nu se poată obține stabilitatea sistemului.

Ultimele două concluzii arată limitele regulatorului *PD* și necesitatea ca în unele cazuri să se renunțe la el în favoarea altui tip de regulator.

1 c. *Sistemul de reglare a excitației generatorului realizat cu un regulator de tip PDD*[2]

În acest caz reglarea excitației se face în funcție de variația unghiului δ și de derivatele I-a și a II-a ale aceluiași unghi (δ' și δ'').

Funcția de transfer a regulatorului este aceea indicată în (1), iar funcția de transfer a sistemului electric este aceea dată în expresia (2).

Aplicînd criteriul de stabilitate algebric rezultă următoarele condiții de stabilitate :

$$\begin{aligned} A_0 &= S_{\delta(E_{d_0})} + K_d K_f K_{\delta_0} S_{Ed(\delta_0)} > 0 \\ A_1 &= T_f S_{\delta(E_{d_0})} + T'_d S_{\delta(E'_{d_0})} + K_d K_f K_{\delta_1} S_{Ed(\delta_0)} > 0 \\ A_2 &+ T_J + T'_d T_f S_{\delta(E_{d_0})} + K_d K_f K_{\delta_1} S_{Ed(\delta_0)} > 0 \\ A_1(A_2 A_3 &- A_1 A_4) - A_0 A_3^2 > 0 \end{aligned} \tag{10}$$

Inegalităţile obţinute arată că, spre deosebire de cazurile precedente, în cazul utilizării regulatorului *PDD*² toate condiţiile de stabilitate intră în raza de acţiune a parametrilor reglabili, ceea ce, desigur, măreşte posibilitatea de intervenţie în sensul asigurării sau îmbunătăţirii stabilităţii sistemului numai prin modificarea acestora.

Aplicînd metoda separării domeniului de stabilitate în spaţiul parametrilor reglabili K_{δ_1} şi K_{δ_2} se poate stabili, în primul rînd, dacă sistemul electric considerat căruia i s-au impus, din alte considerente decît cele de stabilitate, parametri de regim constructivi de bază, precum şi parametrul reglabil K_{δ_0} poate deveni stabil prin modificarea constantelor derivative K_{δ_1} şi K_{δ_2} adică dacă există domeniul de stabilitate în spaţiul parametrilor reglabili respectivi.

Dacă răspunsul este pozitiv (de exemplu fig. 2) se vor putea stabili limitele între care pot să varize parametri reglabili K_{δ_1} şi K_{δ_2} pentru ca sistemul electric să mai rămînă din domeniul de stabilitate.

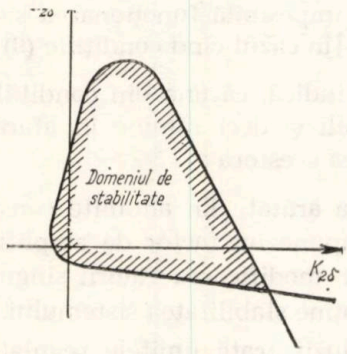


Fig. 2

Utilizarea regulatorului PDD² face mai probabilă funcţionarea stabilă a sistemului electric cînd acesta lucrează în domeniul stabilităţii artificiale ($\delta > 90°$), cînd puterea transportată pe linie este apropiată de puterea limită corespunzătoare liniei şi cînd factorul de amplificare K_{δ_0} este suficient de mare pentru ca să se asigure performanţele necesare ale sistemului de reglare a excitaţiei.

Din analiza stabilităţii sistemului considerat rezultă :

a) posibilitatea extinderii domeniului de stabilitate statică a generatorului la valori ale unghiului $\delta > 90°$, adică în domeniul stabilităţii artificiale ;

b) posibilitatea transportării pe linia electrică a unei puteri mai mari şi egale, la limită, cu puterea limită a liniei, eliminîndu-se, în acest mod, necesitatea utilizării, în acelaşi scop, a unor generatoare şi transformatoare cu parametri îmbunătăţiţi de dimensiuni mari şi scumpe ;

c) posibilitatea de a se obţine performanţe superioare ale sistemului de reglare a excitaţiei generatorului prin înlăturarea restricţiilor privind valoarea maximă a factorului de amplificare K_{δ_0}.

2. Analiza stabilității sistemului electric cînd parametrul controlat este tensiunea la bornele generatorului

Funcția de transer a sistemului electric analizat s-a stabilit în ipoteza că sistemul de reglare a excitației generatorului comportă un regulator care reglează excitația în funcție de abaterea tensiunii la bornele generatorului de la valoarea prescrisă, precum și de derivatele I-a și a II-a ale aceleiași tensiuni a cărui funcție de transfer are forma :

$$y_R = -(k_{u0} + k_{u1}\, s + k_{u2}\, s^2) \tag{11}$$

În această ipoteză funcția de transfer a sistemului electric considerat este [L-1]

$$y_0 = \frac{B_3 S^3 + B_2 S^2 + B_1 S + B_0}{A_5 S^5 + A_4 S^4 + A_3 S^3 + A_2 S^2 + A_1 S + A_0} \tag{12}$$

în care :

$$\left.\begin{aligned} B_0 &= 1 + k_d\, k_f\, k_{u0}\, T''_d \\ B_1 &= 2\,T'_d + T_f + k_d\, k_f\, k_{u0}\, T''_d (k_{u0}\, T'_d + k_{u1}) \\ B_2 &= T'_d (T'_d + 2\,T_f) + k_d\, k_f\, T''_d\, (k_{u1}\, T'_d + k_{u2}) \\ B_3 &= T'^2_d\, T_f + k_d k_f k_{u2} T'_d\, T''_d \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= S_{\delta(E_{d0})} + k_d\, k_f\, k_{u0}\, [T''_d\, S_{\delta(E_{d0})} - N'\, S_{Ed(\delta_0)}] \\ A_1 &= (2\,T'_d + T_f)\, S_{\delta(E_{d0})} - N\, S_{Ed(\delta_0)} + k_d\, k_f\, (k_{u0}\, T'_d + k_{u1}) \times \\ &\quad \times [T''_d\, S_{\delta(E_{d0})} - N'\, S_{Ed(\delta_0)}] \\ A_2 &= T'_d (T'_d + 2\,T_f)\, S_{\delta(E_{d0})} + N\, S_{Ed(\delta_0)}\, (T_f - T'_d) + k_d\, k_f\, k_{u0}\, T''_d\, T_f + \\ &\quad + k_d\, k_f\, k_{u1}\, [T'_d\, T''_d\, S_{\delta(E_{d0})} - T'_d\, N'\, S_{Ed(\delta_0)}] \\ A_3 &= T'_d\, T_f\, [T'_d\, S_{\delta(E_{d0})} - N\, S_{Ed(\delta_0)}] + T_f (T'_d + T_f) + \\ &\quad + k_d\, k_f\, T''_d\, T_f\, (k_{u0}\, T'_d + k_{u1}) + k_d\, k_f\, k_{u2}\, T'_d\, [T''_d\, S_{\delta(E_{d0})} - N'] \\ A_5 &= T'_d\, T_f\, (T'_d\, T_f + k_d\, k_f\, k_{u2}\, T''_d) \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Primele regulatoare de excitație care au apărut în centralele electrice au fost regulatoarele cu acțiune proporțională care realizează reglarea excitației generatorului în funcție de abaterea tensiunii la bornele acestuia de la valoarea prescrisă. Ulterior, o largă răspîndire au cunoscut-o și regulatoarele de excitație ce reglează excitația în funcție de abaterea tensiunii la bornele generatorului, precum și de derivata I-a a acesteia.

Introducerea în legea de reglare a excitației a celei de a doua derivate a tensiunii nu este uzuală și de aceea, regulatorul *PDD*² nu va fi luat în considerație.

Din considerente de comoditate în expunere, în prezentul capitol ordinea de analizare a stabilității sistemului va fi inversată, abordîndu-se în primul rînd sistemul prevăzut cu un regulator *PD*.

2 a. *Sistemul de reglare al excitației generatorului realizat cu un regulator de tip PD*

Funcția de transfer a regulatorului are în acest caz forma

$$y_R = -(k_{u0} + k_{u1} S) \tag{14}$$

și se obține din relația (11) făcînd constanta derivativă k_{u2} egală cu zero.

Funcția de transfer a sistemului electric este de aceeași formă cu (12) cu observația că coeficienții A_i și B_i sînt diferiți și se obțin din (13) și (14) egalînd constanta derivativă k_{u2} cu zero ; ei devin în acest caz :

$$\left.\begin{aligned}
B_0 &= 1 + k_d k_t k_{u0} T_d'' \\
B_1 &= 2T_d' + T_f + k_d k_f k_{u0} T_d'' (k_{u0} T_d' + k_{u1}) \\
B_2 &= T_d' (T_d' + 2T_f) + k_d k_f k_{u1} T_d' T_d'' \\
B_3 &= T_d'^2 T_f
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
A_0 &= S_{\delta(E_{d0})} + k_d k_f k_{u0} [T_d'' S_{\delta(E_{d0})} - N' S_{Ed(\delta_0)}] \\
A_1 &= (2T_d' + T_f) S_{\delta(E_{d0})} - N S_{E_d(\delta_0)} + k_d k_f (k_{u0} T_d' + k_{u1}) \times \\
&\quad \times [T_d'' S_{\delta(E_{d0})} - N' S_{E_d(\delta_0)}] . \\
A_2 &= T_d' (T_d' + 2T_f) S_{\delta(E_{d0})} + N S_{Ed(\delta_0)} (T_f - T_d') + \\
&\quad + k_d k_f k_{u0} T_d'' T_j + k_d k_f k_{u1} [T_d' T_d'' S_{\delta(E_{d0})} - \\
&\quad - T_d' N' S_{E_d(\delta_0)}] \qquad (15') \\
A_3 &= T_d' T_f [T_d' S_{\delta(E_{d0})} - N S_{E_d(\delta_0)}] + T_j (T_d' + T_f) + \\
&\quad + k_d k_f T_d'' T_j (k_{u0} T_d' + k_{u1}) \\
A_4 &= T_d' T_j (T_d' + 2T_f) + k_d k_f k_{u1} T_d' T_d'' \\
A_5 &= T_d'^2 T_f T_j
\end{aligned}$$

Aplicînd criteriul de stabilitate algebric se obțin următoarele condiții de stabilitate :

$$\begin{aligned}
&A_0 > 0 ;\ A_1 > 0 ;\ A_2 > 0 ;\ A_3 > 0 :\ A_4 > 0 \\
&A_3 A_4 - A_2 A_5 < 0 \qquad (16) \\
&(A_3 A_4 - A_2 A_5)(A_1 A_2 - A_0 A_3) - (A_1 A_4 - A_0 A_5)^2 > 0
\end{aligned}$$

Cu ajutorul inegalităților de mai sus se poate, cunoscînd toți parametri sistemului electric, să se verifice dacă acesta este stabil.

Toate relațiile de mai sus conțin parametrii reglabili k_{u0} și k_{u1} de unde se poate trage concluzia că ar exista posibilitatea stabilității sistemului prin modificarea acestora.

Pentru a avea certitudinea în această direcție și pentru a stabili domeniul de variație al parametrilor reglabili pentru care sistemul electric este stabil, se poate utiliza metoda separării domeniului de stabilitate în spațiul parametrilor variabili k_{u0} și k_{u1}.

Pot să apară în acest mod două cazuri distincte.

a. *Cazul în care nu există un asemenea domeniu.* În funcție de premize, din lipsa domeniului de stabilitate se pot trage două concluzii :

— dacă se consideră că în afară de parametrii reglabili toți ceilalți parametrii ai sistemului sînt impuși, atunci lipsa domeniului de stabilitate indică că utilizarea regulatorului PD nu este corespunzătoare și că trebuie să se recurgă la un alt tip de regulator ;

— dacă, din contra, regulatorul *PD* este impus, atunci trebuie modificați unii dintre parametrii nereglabili ai sistemului pînă cînd apare un domeniu de stabilitate în spațiul parametrilor reglabili k_{u0} și k_{u1} deoarece, din considerente economice nu este indicată modificarea parametrilor de bază, trebuie modificați parametri de regim (de exemplu încărcarea generatorului) sau mai bine, acolo unde este posibil parametri constructivi (de exemplu constanta de timp a excitatoarei).

b. *Cazul în care există un domeniu de stabilitate.* Probabilitatea ca pentru un regim dat, real, al sistemului electric considerat, să existe, de la început, un domeniu de stabilitate este mare deoarece regulatoarele de tip PD sînt utilizate în multe centrale și ele asigură, într-un mare număr de cazuri, stabilitatea statică a generatorului, la parametri de regim convenabili. În cazul existenței lui, domeniul de stabilitate poate avea forme diferite în funcție de valoarea parametrilor sistemului. O formă posibilă a lui, într-un caz particular, ar putea fi aceea din fig. 3.

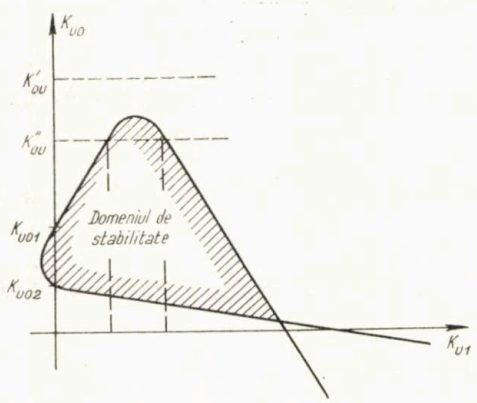


Fig. 3

Dacă, ca urmare a performanţelor impuse însăşi sistemului de excitaţie, rezultă un factor de amplificare al regulatorului minim admisibil s-ar putea ivi mai multe situaţii :

— dreapta paralelă cu axa absciselor, care trece prin punctul K'_{u0} de pe axa ordonatelor, corespunzător valorii minime admise pentru factorul de amplificare respectiv, nu intersectează domeniul de stabilitate ; în acest caz, regulatorul *PD* adoptat nu poate asigura stabilitatea sistemului electric şi pentru a ieşi din această situaţie trebuie, fie să se adopte un alt tip de regulator, fie să se modifice o parte din parametri nereglabili ai sistemului ;

— dreapta paralelă cu axa absciselor, care trece prin punctul K''_{u0} de pe axa ordonatelor, corespunzător valorii minime admise pentru factorul de amplificare respectiv, intersectează domeniul de stabilitate ; în acest caz regulatorul PD studiat asigură stabilitatea sistemului electric considerat, punctul de funcţionare trebuind să fie în domeniul de stabilitate.

2 b. *Sistemul de reglare al excitaţiei generatorului realizat cu un regulator de tip P*

Forma funcţiei de transfer a regulatorului este

$$y_R = -k_{u0} \tag{17}$$

care rezultă din relaţia (11) în care constantele derivative k_{u1} şi k_{u2} sînt considerate nule.

Funcţia de transfer a sistemului electric considerat are aceeaşi formă cu aceea din relaţia (12) cu observaţia că coeficienţii A_i şi B_i sînt diferiţi şi se obţin din relaţiile (13) şi (14) egalînd constantele derivative k_{u1} şi k_{u2} cu zero ; ei devin în acest caz :

$$B_0 = 1 + k_d k_f k_{u0} T''_d ; \quad B_1 = 2T'_d + T_f + k_d k_f k_{u0} T'_d T''_d$$

$$B_2 = T'_d (T'_d + 2T_f) ; \quad B_3 = T'_d T_f$$

$$A_0 = S_{\delta (E_{d0})} + k_d k_f k_{u0} \frac{S_{Ed (\delta_0)}}{S_{u_{Gd} (\delta_0)}} S_{\delta (U_{Gd0})} \tag{18}$$

$$A_1 = T_f S_{\delta (E_{d0})} + T'_d [S_{\delta (E_d)} - S_{\delta (E'_{d0})}] + k_d k_f k_{u0} \frac{S_{E_d (\delta_0)}}{S_{u_{Gd} (\delta_0)}} S_{\delta (E_{d0})}$$

$$A_2 = 3T'_d T_f S_{\delta (E_{d0})} + (1 + T'_d) S_{\delta (E'_{d0})} + k_d k_f k_{u0} T_f \frac{S_{E_d (\delta_0)}}{S_{u_{Gd} (\delta_0)}}$$

$$A_3 = T_f (T'_d + T_f) + T'^2_d T_f S_{\delta (E'_{d0})} + k_d k_f k_{u0} T'_d T_f \frac{S_{E_d (\delta_0)}}{S_{u_{G0} (\delta_0)}}$$

$$A_4 = T'_d T_f (T'_d + 2T_f)$$

$$A_5 = T'^2_d T_f T_t$$

Condițiile de stabilitate conform criteriului algebric, sînt următoarele :

$$A_0 > 0; \quad A_1 > 0; \quad A_2 > 0; \quad A_3 > 0$$
$$A_3 A_4 - A_2 A_5 > 0 \tag{19}$$
$$(A_3 A_4 - A_2 A_5)(A_1 A_2 - A_0 A_3) - (A_1 A_3 - A_0 A_5)^2 > 0$$

Inegalitățile obținute permit să se verifice dacă sistemul este stabil în cazul în care sînt impuși toți parametri sistemului.

Tot din inegalitățile de mai sus s-ar putea obține unele informații cu privire la limitele între care trebuie să fie cuprins factorul de amplificare k_{u0} pentru ca sistemul să rămînă în domeniul de stabilitate. Însă obținerea, în acest mod, a acestor limite ar fi dificilă. Informații în această direcție se pot obține mai comod din fig. 3 și anume :

— dacă domeniul de stabilitate intersectează axa k_{u0}, sistemul electric poate să funcționeze stabil în condițiile date, dotat fiind numai cu un regulator cu acțiune proporțională (P), însă numai în cazul în care factorul de amplificare al regulatorului k_{u0}) este cuprins între limitele k_{u0_2} k_{u0} k_{u0_1}

— dacă domeniul de stabilitate nu intersectează axa atunci utilizarea unui regulator cu acțiune proporțională nu asigură stabilitatea sistemului.

Din cele arătate anterior, precum și din fig. 3 rezultă posibilitățile sporite ale regulatorului cu acțiune proporțional diferențială (*PD*) în comparație cu acele ale regulatorului cu acțiune proporțională (*P*), în ceea ce privește asigurarea stabilității sistemului electric considerat. Astfel, regulatorul *PD* poate să asigure stabilitatea în unele cazuri în care regulatorul *P* nu poate realiza acest lucru (cînd domeniul de stabilitate nu intersectează axa k_{u0}).

Utilizarea regulatorului PD crează premisele pentru obținerea unor performanțe superioare ale sistemului de reglare a excitației prin posibilitățile pe care le oferă de a adopta un factor de amplificare al regulatorului mai mare decît k_{u0_1} (fig. 3) valoarea maximă a respectivului factor în cazul utilizării regulatorului de tip *P*.

Totodată, din fig. 3 mai rezultă și limitele regulatorului *PD*. Principalul inconvenient al său — în ipoteza că în spațiul parametrilor reglabili se separă un domeniu de stabilitate — ar putea să consiste în aceea că pentru anumite sisteme electrice și pentru anumite regimuri ale acestora, el nu ar permite să se adopte valoarea necesară a factorului de amplificare al regulatorului de excitație (k_{u0}) care să asigure performanțele impuse pentru sistemul de reglare a excitației generatorului.

3. Condițiile de stabilitate ale sistemului electric cînd parametri controlați sînt tensiunea la bornele generatorului și unghiul δ

În acest caz se consideră că generatorul este dotat cu un regulator care reglează excitația acestuia în funcție de abaterea componentei longitudinale a tensiunii ΔU_{Gd} și de derivatele I-a și a II-a ale unghiului δ (δ' și δ''). Ecuația care caracterizează comportarea în regim dinamic a regulatorului este :

$$k_{u0} \Delta U_{Gd} + (k_{\delta_1} S + k_{\delta_2} S^2) \Delta \delta = \Delta U_r \tag{20}$$

Funcția de transfer a sistemului electric are forma [L-1]

$$y_0 = \frac{B_4 S^4 + B_3 S^3 + B_2 S^2 + B_1 S + B_0}{A_6 S^6 + A_5 S^5 + A_4 S^4 + A_3 S^3 + A_2 S^2 + A_1 S + A_0} \tag{21}$$

în care :

$$\begin{aligned}
B_0 &= 1 + k_f k_d k_{u0} T''_d \\
B_1 &= (T'_d + T_f)\ (2 + k_d k_f k_{u0} T''_d) \\
B_2 &= T'^2_d + T_f^2 + 4 T'_d T_f + k_d k_f k_{u0} T'_d T''_d T_f \\
B_3 &= 2 T'_d T_f\ (T'_d + T_f) \\
B_4 &= T'_d T_f^2 \\
A_0 &= (T'_d + T_f)\ (1 + k_d k_f k_{u0} T''_d)\ S_{\delta\,(E_{d0})} \\
A_1 &= (T'_d + T_f)^2\ S_{\delta\,(E_{d0})} - k_d k_f k_{\delta_1} (1 + k_d k_f k_{u0} T''_d)\ S_{E_d(\delta_0)} \\
A_2 &= T_f (1 + k_d k_f k_{u0} T''_d) + T'_d T_f (1 + k_d k_f k_{u0} T''_d + T'_d + \\
&\quad + T_f)\ S_{\delta\,(E_{d0})} \\
A_3 &= T_f (T'_d + T_f)\ (2 + k_d k_f k_{u0} T''_d) + T'_d T_f\ (T'_d + T_f)\ S_{\delta\,(E_{d_2})} - \\
&\quad - k_d k_f [k_{\delta_2} (T'_d + T_f) + k_{\delta_1} T'_d T_f]\ S_{E_d(\delta_0)} \\
A_4 &= T'_d T_f T_f (2 + k_d k_f k_{u0} T''_d) + T_f (T'_d + T_f) + \\
&\quad + T'^2_d T_f^2\ S_{\delta\,(E_{d0})} - k_d k_f k_{\delta_2} T_f S_{E_d} T'_d T_f S_{E_d(\delta_0)} \\
A_5 &= 2 T'_d T_f T_f (T'_d + T_f) \\
A_6 &= T'^2_d T_f^2 T_f
\end{aligned} \tag{22}$$

Aplicînd criteriul de stabilitate algebric se pot obține următoarele condiții de stabilitate

$$A_0 > 0;\quad A_1 > 0;\quad A_2 > 0;\quad A_3 > 0;\quad A_4 > 0$$

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} A_4 & A_2 & A_0 & 0 & 0 \\ A_5 & A_3 & A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_4 & A_2 & A_0 & 0 \\ 0 & A_5 & A_3 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_4 & A_2 & A_0 \end{vmatrix} > 0;\quad \Delta_4 \begin{vmatrix} A_4 & A_2 & A_0 & 0 \\ A_5 & A_3 & A_1 & 0 \\ 0 & A_4 & A_2 & A_0 \\ 0 & A_5 & A_3 & A_1 \end{vmatrix} > 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} A_4 & A_2 & A_0 \\ A_5 & A_3 & A_1 \\ 0 & A_4 & A_2 \end{vmatrix} > 0\ ;\quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} A_4 & A_2 \\ A_5 & A_3 \end{vmatrix} > 0$$

Utilizînd metoda separării domeniului de stabilitate se poate obține, dacă acesta există, domeniul de stabilitate al sistemului electric considerat în spațiul constantelor derivative K_{δ_1} și K_{δ_2}.

Domeniul de stabilitate respectiv pentru un sistem concret, oarecare, căruia i se impun toți parametri nereglabili plus factorul de amplificare al regulatorului în raport cu abaterea tensiunii de la valoarea prescrisă (k_{u0}) poate să aibă aspectul din fig. 4.

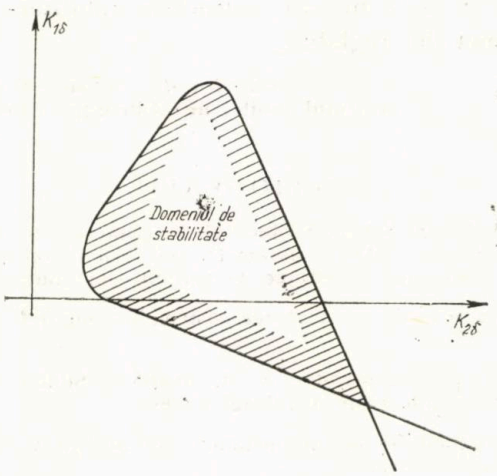


Fig. 4

Deoarece regulatoarele de acest tip sînt eficiente din punctul de vedere al obținerii stabilității statice, probabilitatea de existență a unui asemenea domeniu de stabilitate, în cazul unui sistem real este mare.

Din cele de mai sus rezultă că, în multe din cazuri, utilizarea unui regulator de tipul indicat permite să se obțină stabilitatea statică a sistemului electric considerat numai în contul modificării valorii parametrilor reglabili ; mai mult încă, permite să se impună și valoarea unuia din parametri reglabili — factorul de amplificare al regulatorului de excitație k_{u0} — care influențează în mod hotărîtor unele din performanțele ale însuși sistemului de excitație a generatorului.

Concluzii

1. În lucrare s-au prezentat condițiile de stabilitate statică ale sistemului electric generator-transformator-linie-bară de tensiune constantă pentru diferite tipuri de regulatoare de excitație.

2. S-a arătat influența pe care o are tipul de regulator asupra condițiilor de stabilitate statică a sistemului ajungîndu-se la concluzia că utilizarea unor regulatoare care asigură introducerea în condițiile de sta-

bilitate statică a mai multor parametrii reglabili, permit să se impună mai mulţi parametrii de altă natură (de bază, constructivi, de regim) cu efecte economice şi tehnice favorabile.

3. S-au arătat posibilităţile şi limitele regulatoarelor luate în consideraţie.

4. S-au prezentat unele elemente necesare pentru ajustarea regulatoarelor de excitaţie de diferite tipuri în scopul obţinerii stabilităţii statice a sistemului în cazul în care obţinerea stabilităţii este posibilă prin modificarea parametrilor reglabili.

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. C. *Dinculescu, H. Lazăr,* Schemele bloc şi funcţiile de transfer ale unui sistem electric, pentru diferiţi parametri de regim controla'i. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, nr. 4, 1970.

2. C. *Penescu,* Automatica şi telemecanica sistemelor energetice. Vol. 1, Edit. Academiei, 1959.

3. V. *A. Venikov, S. R. Gherţenberg, S. A. Sokolov,* Silnoe regulirovanie vozbujdenia sinhronnîh maşin. Izd. Nauka, 1964.

4. V. *A. Venikov,* Perehodnîie elektromehaniceskie protesî v elektriceskih sistemah. Izd. Energhia,, 1964.

5. V. *A. Venikov, I. V. Litkens,* Matematiceskie osnovî teorii avtomaticeskovo upravlenia regimami elegtrosistem. Izd. vîsşaia şkola, 1964.

6. G. V. *Mihnevici,* Sintez structură sistemî avtomaticeskovo regulirovania vozbujdenia sinhronnît maşin. Izd. Nauka, 1964.

7. M. *A. Aizerman,* Teoria avtomaticeskovo regulirovania. Izd. Nauka, 1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

TEHNOLOGIA METALELOR

C.Z. : 669-162

CERCETĂRI ASUPRA VIBRAȚIILOR SUBARMONICE ALE ELECTRODULUI DE SUDURĂ TRATAT CU OSCILAȚII ULTRASONORE *

P. SONEA, I. SONEA

Introducere

Tratamentul arcului electric de sudură cu oscilații din spectrul acustic, sau ultraacustic este o metodă nouă de influențare a granulației obținută în structura îmbinărilor sudate. Plecînd de la constatarea experimentală că granulația fină a structurii îmbunătățește parametrii mecanici ai îmbinării, numeroși cercetători și-au îndreptat atenția asupra posibilităților optime de tratament prin suprapunerea unor oscilații mecanice peste arcul electric de sudură. Necunoscutele procedeului sînt numeroase: puterea sursei excitatoare, frecvența, modul de aplicare a excitației, influența vîscozității mediului și a densității materialului de aport etc.

Unele dintre acestea au fost studiate de autori în lucrări mai vechi [1] [2] [3]. În lucrarea de față se propune *studiul influenței gradului de neliniaritate al sistemului vibrator asupra amplitudinei de oscilație a electrodului,* pe baza observației experimentale că la amplitudini mari granulația este mai fină.

De altă parte, experiența arată că oscilațiile longitudinale pot intra în rezonanță cu sursa excitatoare, întrucît frecvența proprie de oscilație a electrozilor folosiți la sudura automată, este situată la limita superioară a spectrului acustic. Uneori această limită este depășită și frecvența de rezonanță are loc în spectrul ultraacustic.

Tratamentul arcului electric cu oscilații longitudinale este însă nepractic, din punct de vedere tehnic, datorită uzurilor mari care apar în capul de vibrație [3]. Mult mai comod și cu rezultate bune se pot folosi vibrațiile transversale, care nu dau uzuri exagerate în capul de vibrație [1], cu condiția ca amplitudinile oscilațiilor electrodului să fie suficient de mari. Dar electrodul în vibrația transversală are o frecvență proprie situată în banda inferioară a spectrului acustic, de aceea fenomenul de rezonanță nu poate avea loc.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 29—31 mai 1969.

Pentru a se obține totuși amplitudini mari, se exploatează proprietatea de vibrație neliniară a electrodului, punînd astfel în valoare acest tip de tratament cu consecințe practice deosebit de importante.

Întrucît se cunoaște că un sistem neliniar schimbă modul fundamental de vibrație de la o frecvență la alta, în funcție de transferul de energie de la sursa excitatoare, pentru problema propusă prezintă interes numai apariția subarmonicilor pentru care energia excitației se transferă în gama frecvențelor joase. Astfel studiul influenței gradului de neliniaritate al sistemului vibrator este reductibil la găsirea condițiilor de stabilitate ale subarmonicilor, ceea ce ne propunem în prezenta lucrare.

1. Răspunsul subarmonic al vibrațiilor electrodului la o excitație nesimetrică în regim permanent

Se consideră fig. 1 a care determină experiențele fundamentale de tratament cu oscilații acustice transversale ale arcului electric de sudură. Avînd în vedere jocurile inerente trecerii electrodului prin capul de vibrație, atît pentru oscilațiile longitudinale cît și cele transversale forța crește mai repede decît deplasarea de aceea ecuația mișcării trebuie scrisă sub forma :

$$M_{om}\ddot{x} = -R_{em}\dot{x} - F_r + F_0 \cos \omega t + F_1 \qquad (1)$$

unde F_r este o funcție nealineară de x care să se încadreze cît mai bine în fenomen, F_1 este termenul constant, M_{om} este masa echivalentă a electrodului și R_{em} este rezistența mecanică, sau coeficientul de disipație.

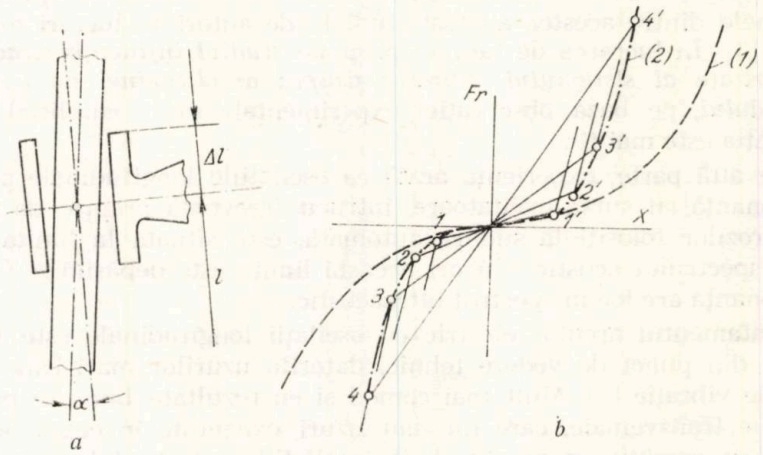


Fig. 1

În fig. 1 a este schițată principala cauză a nelinearității între forță și deplasare. Astfel oricît de bine ar fi potrivită coaxialitatea electrodului și a capului de vibrație, între cele două se formează un unghi α în general variabil atît din cauza vibrațiilor electrodului cît și din cauza vi-

brațiilor capului de vibrație. Relația între F_r și x la un moment dat poate fi urmărită pe curba $F_r(x)$ din fig. 1 b care reprezintă locul geometric al vîrfurilor drepte 1—1′, 2—2′, 3—3′, etc. Se poate constata că în timpul, vibrației lungimea electrodului pînă la capătul liber poate varia de la $l+\Delta l$ pînă la $l-\Delta l$, abaterea fiind dependentă de mărimea jocului.

Pentru jocuri mari abaterile Δl sînt și ele mari, iar relația între forță și deplasare urmărește aproximativ o parabolă antisimetrică. Pentru jocuri mai mici forța crește din ce în ce mai repede în raport cu deplasarea, iar curba $F_r(x)$ urmărește aproximativ o parabolă cubică antisimetrică. Astfel pentru F_r se pot utiliza următoarele forme :

$F_r = -a_1x$ (2) — pentru variația lineară

$F_r = -a_2x^2$ (3) — pentru variația parabolică simetrică

$F_r = -a_1x - a_2x^2$ (4) — pentru variația parabolică

$F_r = -a_3x^3$ (5) — pentru variația parabolică cubică antisimetrică

$F_r = -a_1x - a_2x^2 - a_3x^3$ (6) — pentru variația parabolică cubică antisimetrică

$F_r = -a_1x - a_3x^3 - a_5x^5$ (7) — pentru variația parabolică nesimetrică oarecare.

Se pot găsi și alte expresii pentru F_r mai complexe dar trebuie subliniat că relația de nelinearitate se introduce pe baza observațiilor experimentale, iar variația $F_r(x)$ se aproximează cu o curbă a cărei ecuație este cunoscută. De exemplu pe cale experimentală s-a determinat curba cu linie plină din fig. 2. Curba aceasta se apropie cel mai mult de parabola cubică antisimetrică a cărei ecuație este :

$$F_r = -0{,}4\,x - 0{,}75\,x^3 \qquad (8)$$

reprezentată cu linie întreruptă. Ecuația se determină prin încercări de aceea metoda este foarte laborioasă și lipsită de precizie, cu atît mai mult cu cît curba experimentală diferă și ea în funcție de constanta elastică a electrodului, de poziția sa față de capul de vibrație etc. Din încercările efectuate curba F_r reprezentată cu linie plină mai poate fi aproximată prin ecuația $F_r = x^3$ reprezentată în fig. 2 cu linie cu punct, sau cu $F_r = 0{,}3\,x + 0{,}2\,x^2 + 0{,}5\,x^3$.

Ecuațiile acestor parabole au importanță asupra ordinului subarmonicelor care apar în timpul vibrației. Astfel dacă se oscilografiază vibrația pot apărea pe oscilograma subarmonicei de ordinul 1/2 și 1/3.

Studiul subarmonicilor se poate face simetric scriind ecuația diferențială a mișcării, introducînd una din formele apropiate de experiență pentru F_r date de relațiile 2~7. Se caută apoi o soluție armonică particulară și 1, 2 sau mai multe soluții particulare pentru fiecare subarmo-

nică în parte. Pentru exemplificare se consideră ecuația diferențială (1) unde $F_r = -\frac{1}{C_{em}} x^3$, unde C_{em} este coeficientul de elasticitate în m/N :

$$M_{em}\ddot{x} + R_{em}\dot{x} + \frac{1}{C_{em}} x^3 = F_r \cos \omega t + F_1 \tag{9}$$

punînd

$$K = \frac{R_{em} C_{em}}{M_{em}}; \; A = F_0 \frac{C_{em}}{M_{em}}; \; A_0 = F_1 \frac{C_{em}}{M_{em}} \tag{10}$$

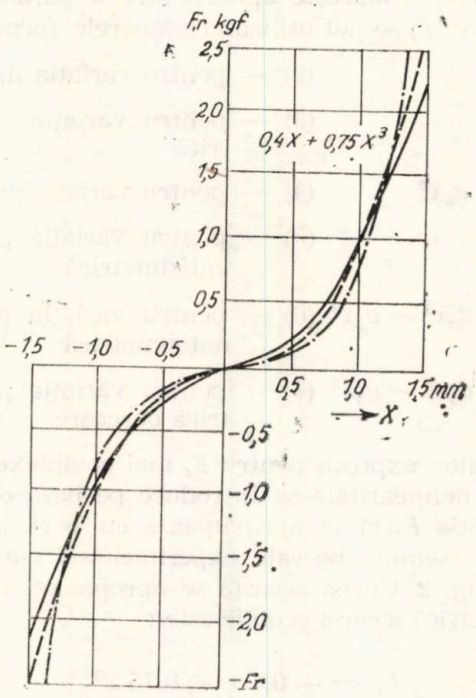


Fig. 2

se obține o formă simplificată a ecuației Duffing [7]

$$\ddot{x} + k\dot{x} + x^3 = A \cos \omega t + A_0 \tag{11}$$

corespunzător metodei expuse pentru aflarea răspunsului armonic și subarmonic al electrodului la excitația $A_0 \cos \omega t$ se caută o soluție armonică de forma

$$x(,\omega t) = X_1 \sin \omega t + Y_1 \cos \omega t + Z_0 \tag{12}$$

și două soluții pentru subarmonica 1/2 respectiv 1/3 avînd forma :

$$x^{1/2}\left(\frac{\omega}{2}, t\right) = X_{1/2} \sin \frac{\omega}{2} t + Y_{1/2} \cos \frac{\omega}{2} t + X_1 \sin \omega t + Y_1 \cos \omega t + Z_0 \tag{13}$$

$$X^{1/3}\left(\frac{\omega}{3}, t\right) = X_{1/3} \sin \frac{\omega}{3} t + Y_{1/2} \cos \frac{\omega}{2} t + X_1 \sin \omega t + Y_1 \cos \omega t + Z_0 \tag{14}$$

Dacă se caută răspunsul unei subarmonici de ordinul $1/K$ acest lucru este posibil căutîndu-se în prealabil toate soluțiile pare și impare care preceda subarmonica $1/K$.

Cu ajutorul acestor soluții se determină condițiile de stabilitate ale subarmonicilor de ordinul 1/2 și 1/3 precum și stabilitatea răspunsului armonic.

Fie pentru aceasta o variație mică $\varepsilon(t)$ a soluțiilor propuse, definită prin relația

$$X(t) = x_0(t) + \varepsilon(t) \tag{15}$$

$$X(t) = X_0(t) + \varepsilon(t) \tag{16}$$

Procedînd la schimbarea funcției $X(t)$ într-o altă funcție $u(t)$ definită de relația

$$\varepsilon(t) = -e^{-\frac{1}{2}kt}, u \tag{17}$$

și înlocuind în 13 se obține ecuația variațională :

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \left(-\frac{1}{4}K^2 + 3X_0^2\right)u = 0 \tag{18}$$

Înlocuind x_0 cu soluția dată pentru una din subarmonici [5] de exemplu pentru subarmonica 1/3 din relația 14 se obține ecuația Hill avînd forma

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \left[\theta_0 + 2\sum_{n=1}^{3}\theta_n \cos\left(2n\frac{t}{3} - \psi\right)\right]u = 0 \tag{19}$$

unde :

$$\theta_0 = -\frac{1}{4}K^2 + \frac{3}{2}(\sigma_1 + \sigma_{1/2}) \; ; \quad \sigma_1 = X_1^2 + Y_1^2$$

$$\theta_n = \theta_{ns}^2 + \theta_{nc} \qquad ; \quad \sigma_{1/3} = X_{1/3}^2 + Y_{1/3}^2$$

$$\left.\begin{aligned}
\theta_{1s} &= \frac{3}{2}(X_1 Y_{1/3} - Y_1 X_{1/3} + X_{1/3} Y_{1/3}) \\
\theta_{2s} &= \frac{2}{3}(X_1 Y_{1/3} + X_1 Y_{1/3} + Y_1 X_{1/3}) \\
\theta_{3s} &= \frac{3}{2} X_1 Y_1
\end{aligned}\right\} \text{ pentru } n = 1, 2, 3 \tag{20}$$

$$\left.\begin{aligned}
\theta_{1c} &= \frac{3}{2}\left(X_1 X_{1/3} + Y_1 Y_{1/3} - \frac{1}{2}X_{1/3}^2 + \frac{1}{2}Y_{1/3}^2\right) \\
\theta_{2c} &= \frac{3}{2}(-X_1 X_{1/3} + Y_1 Y_{1/3}) \\
\theta_{3c} &= \frac{3}{2}\left(-\frac{1}{2}X_1^2 + \frac{1}{2}Y_1^2\right)
\end{aligned}\right\} \text{ pentru } n = 1, 2, 3$$

$$\psi = \operatorname{ctg}\frac{\theta_{ns}}{\theta_{nc}} \text{pentru } n = 1, 2, 3$$

Soluția ecuației Hill se poate pune sub forma generală [5] [6]

$$u(t) = c_1 e^{\mu t}\, \varphi_1(t) + c_2 e^{-\mu t}\, \varphi_2(t) \tag{21}$$

unde μ este un coeficient caracteristic care depinde de parametrii θ, $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ fiind în același timp și periodic în raport cu t. Din relațiile 17 și 21 se deduce că variația $\varepsilon(t)$ tinde spre zero cînd t tinde spre infinit, dar mai trebuie îndeplinită condiția suplimentară

$$\frac{k}{2} > \mu > 0 \tag{22}$$

Această relație conduce la condiția de stabilitate pentru $x_0(t)$:

$$\mu \leqslant \frac{1}{2} k \tag{23}$$

Înlocuind 21 în 19 condiția de stabilitate devine :

$$\left[\theta_1 - \left(\frac{n}{3}\right)^2\right]^2 + \frac{k^2}{2}\left[\theta_0 + \left(\frac{n}{3}\right)^2\right] + \left(\frac{k}{2}\right)^4 > \theta_n \text{ cu } n = 1, 2, 3 \tag{24}$$

sau cu primele relații din 20 avem în sfîrșit

$$\left(\sigma_1 + \sigma_{1/3} - \frac{2}{27}\right)^2 - \left(\sigma_1 + \frac{1}{4}\sigma_{1/3} + \frac{2}{9} A_{1/3}\right) + \frac{4}{81} k^2 > 0 \qquad \text{pt. } n = 1 \tag{25}$$

$$\left(\sigma_1 + \sigma_{1/3} - \frac{8}{27}\right)^2 \sigma_1 \sigma_{1/3} + \frac{16}{81} k^2 > 0 \qquad \text{pt. } n = 2 \tag{26}$$

$$\left(\sigma_1 + \sigma_{1/3} - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{4}\sigma_1^2 + \frac{4}{9} k^2 > 0 \qquad \text{pt. } n = 3 \tag{26 a}$$

$$A_{1/3} = \frac{1}{3} - \frac{9}{4}(2\sigma_1 - \sigma_{1/3})$$

2. Condiția de stabilitate a răspunsului pe armonica fundamentală

Aceste relații conduc la condiția de stabilitate pentru răspunsul armonic, observînd că pentru aceasta amplitudinile în sinus și cosinus ale subarmonicilor trebuie să fie nule $X_{1/3}=0$ și $Y_{1/3}=0$ sau $\sigma_{1/3}=0$ din ultima relație din 26 se obține

$$\frac{27}{16}\sigma_1^2 - 3\sigma_1 + k^2 + 1 > 0 \tag{27}$$

Aceasta este condiția de stabilitate pentru ca răspunsul sistemului vibrator să aibe aceeași frecvență cu excitație. Revenind la notațiile din 20

$$\sigma_1\left(\frac{48}{27} - \sigma_1\right) + \frac{16}{27} > \frac{64}{27}\delta^2 \tag{28}$$

unde s-a notat cu δ factorul de amortizare al sistemului oscilator

$$k^2 = 4\delta^2 = \frac{2R_{em}^2}{M_{em}^2} \tag{29}$$

Dacă răspunsul sistemului nu are componente în sinus atunci condiția (28) devine

$$Y_1(1{,}78 - \sigma_1) + 0{,}59 > 2{,}37\,\delta^2 \tag{30}$$

Din această relație și din 28 se deduce că existența amplitudinilor diferite de zero ale răspunsului armonic depinde numai de factorul de amortizare. Pentru valori mari ale factorului de amortizare condiția de stabilitate 28 sau 30 nu poate fi îndeplinită și ca urmare răspunsul armonic nu este posibil.

3. Condițiile de stabilitate pentru subarmonica 1/2

Din soluția 13 se pot determina condițiile de stabilitate ale subarmonicii 1/2 făcînd notațiile

$$X_1 = \frac{k(4\sigma_1 + \sigma_{1/2})}{4A}; \quad Y = \frac{-(4A_1\sigma_1 - A_{1/2}\sigma_{1/2})}{4A} \tag{31}$$

unde A este amplitudinea excitației din 11, iar

$$\begin{aligned} &\sigma_1 = X_1^2 + Y_1^2; \quad \sigma_{1/2} = X_{1/2}^2 + Y_{1/2}^2; \quad \xi = Z^2 \\ &A_1 = 1 - 3/4\,(\sigma_1 + 2\sigma_{1/2} + 4\xi) \\ &A_{1/2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}(2\sigma_1 + \sigma_{1/2} + 4\xi) \end{aligned} \tag{32}$$

corespunzător soluției propuse pentru subarmonica 1/2 cu aceste notații se obțin următoarele ecuații

$$\begin{aligned} &(4A_1\sigma_1 - A_{1/2}\sigma_{1/2})^2 + k^2(4\sigma_1 + \sigma_{1/2})^2 - 16A^2\sigma_1 = 0 \\ &A_{1/2}^2 + k^2 - 36\sigma_1\xi = 0 \\ &\frac{3}{2}\left(\sigma_1 + \sigma_{1/2} + \frac{2}{3}\xi\right)Z_0 + \frac{A_{1/2}\sigma_{1/2}}{8Z_0} - A_0 \end{aligned} \tag{33}$$

De aici rezultă condițiile de stabilitate pentru existența armonicii 1/2.

$$\begin{aligned} &\left(\sigma_1 + \sigma_{1/2} + 2\xi - \frac{1}{24}\right)^2 + \left(\sigma_1 + \sigma_{1/2} - \frac{1}{3}\right)\sigma_{1/2} + \frac{1}{36}k^2 > 0 \qquad \text{pt. } n = 1 \\ &\left(\sigma_1 + \sigma_{1/2} + 2\xi + \frac{1}{6}\right)^2 - \left(4\sigma_1\xi + \frac{1}{4}\sigma_{1/2}^2 + \frac{1}{3}A_{1/2}\sigma_{1/2}\right) + \frac{1}{2}k^2 > 0 \quad \text{pt. } n = 2 \\ &\left(\sigma_1 + \sigma_{1/2} + 2\xi - \frac{3}{8}\right)^2 - \sigma_1\sigma_{1/2} + \frac{1}{4}k^2 > 0 \\ &\left(\sigma_1 + \sigma_{1/2} + 2\xi - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{4}\sigma_1^2 + \frac{2}{9}k^2 > 0 \end{aligned} \tag{34}$$

Punînd și aici condiția ca la apariția subarmonicii 1/2 armonica fundamentală să fie nulă rezultă cea mai simplă condiție pentru $x=3$ și $\xi=0$

$$\left(\frac{3}{8}-\sigma_{1/2}\right)^2>\delta^2 \tag{35}$$

comparînd această condiție cu 30 rezultă că singurul factor care influențează existența subarmonicii 1/2 este amortizarea. Condiția este mai restrictivă întrucît la amortizări mai mici decît în cazul 30 amplitudinile răspunsului subarmonic în sinus sau în cosinus se anulează.

4. Condițiile de stabilitate pentru subarmonicile 1/3

Din soluția 14 condiția de stabilitate se determină analog cazului precedent, dar trebuie făcute alte notații. Astfel se notează

$$\begin{aligned}
X_1 &= \frac{k(9\sigma_1+\sigma_{1/3})}{9A};\quad Y_1=\frac{-(9A_1'\sigma_1-A_{1/3}\sigma_{1/3})}{9A}\\
A_1' &= 1-\frac{3}{4}(\sigma_1+2\sigma_{1/3}+4\xi)\\
A_{1/3} &= \frac{1}{3}-\frac{9}{4}(2\sigma_1+\sigma_{1/3}+4\xi)\\
\sigma_1 &= X_1^2+Y_1^2;\ \sigma_{1/3}=X_{1/3}^2+Y_{1/3}^2;\ \xi=Z
\end{aligned} \tag{36}$$

se rezolvă și aici σ_1, $\sigma_{1/3}$ și ξ din sistemul de ecuații

$$\begin{aligned}
&(9A'\sigma_1-\sigma_{1/3}A_{1/3})^2+k^2(9\sigma_1+\sigma_{1/3})-81A^2\sigma_1=0\\
&A_{1/3}^2+k^2-\frac{81}{16}\sigma_1\sigma_{1/3}=0\\
&\frac{2}{3}\left(\sigma_1+\sigma_{1/3}+\frac{2}{3}\xi\right)Z-A=0
\end{aligned} \tag{37}$$

De aici se deduc condiții de stabilitate

$$\left(\sigma_1+\sigma_{1/3}+2\xi-\frac{1}{54}\right)^2-4\sigma_{1/3}\xi+\frac{1}{81}k^2>0 \qquad \text{pt. } n=1$$

$$\left(\sigma_1+\sigma_{1/3}+2\xi-\frac{2}{27}\right)^2-\left(\sigma_1+\frac{1}{4}\sigma_{1/3}+\frac{2}{9}A_{1/3}\right)\sigma_{1/3}+\frac{4}{81}k^2>0 \qquad \text{pt. } n=2$$

$$\left(\sigma_1+\sigma_{1/3}+2\xi-\frac{1}{6}\right)^2-4\sigma_1\xi+\frac{1}{9}k^2>0 \qquad \text{pt. } n=3$$

(38)

Punînd condiția de existență a subarmonicii 1/3 din $n=3$ pentru $\sigma_1=0$ și $\xi=0$ se obține

$$\left(\frac{1}{6}-\sigma_{1/3}\right)^2 > 0{,}445\,\delta^2 \tag{39}$$

Aceasta este condiția de stabilitate a subarmonicei 1/3. Din relația (39) se desprinde, comparativ cu (35), că subarmonica 1/3 începe să apară la amortizări de aproximativ două ori mai mici decît a subarmonicii 1/2 și aproximativ de trei ori mai mici decît a armonicii fundamentale.

Din examinarea condițiilor de stabilitate a răspunsului armonic și subarmonic se desprinde concluzia că răspunsul armonic este cel mai favorizat în ceea ce privește amortizarea. La un factor de amortizare constant apariția subarmonicilor începe cu ordinul cel mai mic și continuă pînă ce amortizarea nu împiedică complet apariția subarmonicii de ordin superior. Întrucît la același sistem vibrator răspunsul conține armonica fundamentală, subarmonici impare, din suprapunerea lor sistemul vibrator are tendința de a-și schimba modul de vibrație pe o frecvență mai mică, corespunzător gradului de amortizare, pentru care amplitudinile de oscilație ale sistemului vibrator sînt suficient de mari și pot fi determinate pe cale clasică [7].

5. Concluzii

1. Datorită nelinearității sistemului vibrator vibrațiile electrodului sînt însoțite de una sau mai multe subarmonici.

2. Numărul de subarmonici care apar în sistem depind numai de factorul de amortizare, la o formă de undă dată.

3. În prezența subarmonicilor sistemul vibrator nu intră în rezonanță pe una din ele, cum se întîmplă în cazul supraarmonicilor, ci își modifică modul fundamental de vibrație. Corespunzător modului fundamental de vibrație amplitudinile cresc cu cît numărul de noduri este mai mic. La rîndul său numărul de noduri este cu atît mai mic, cu cît apar mai multe subarmonici în sistem.

4. Prin folosirea subarmonicilor se pun în valoare oscilațiile transversale, care pînă în prezent nu au fost folosite la tratamentul arcului electric.

5. La folosirea oscilațiilor transversale pentru tratamentul arcului este avantajos ca să apară cît mai multe subarmonici în sistem, de aceea factorul de amortizare trebuie să fie cît mai mic, ceea ce se obține prin folosirea gazelor protectoare în locul granulelor, zgura trebuie să fie cît mai fluidă etc.

Catedra de tehnologia metalelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Popovici, V., Sonea, I., Sonea, P.* — Recherches concernant l'influence des oscillation, pour l'amelioration de la structure des cordons soudés automatique ment sous les floux. Inst. Int. de la Soudure. London 1967.

2. *Sonea, P., Sonea, I.* — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXIX 1967.

3. *Sonea, P., Sonea I.* — Revista Constr. de mașini nr. 11655 — 1966.

4. *Sonea, P., Sonea I.* — Comunicările celei de a 5-a Conferințe internaționale de sudură, p. 107—118 (1965).

5. *Hill, G. W.* — On the Part of the Motion of the Lunar Perige. Acta Matt. 8 p. 1—36, 1966.

6. *Hayashi, C.* — Non linear Oscillations in Physical Systems. Mc Graw-Hill. New-York, 1964.

7. *Harris, C., Crede, C.* — Șocuri și vibrații E.T. 1968, vol. I și II.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

METALURGIE

C.Z. : 661.8.511 : **546.817**

REDUCEREA CU GAZ METAN A SULFURII DE PLUMB

MOISE IENCIU

Stadiul actual al problemei

Cercetări asupra reducerii sulfurii de plumb cu reducători solizi, lichizi sau gazoşi sînt puţine, ele fiind efectuate mai ales în scopul stabilirii unor constante termodinamice.

Procesul de reducere a sulfurii de plumb cu hidrogen a fost studiat de Jellinek [1], Zakovski [2], Sudo [3, 4], Gerasimov [5], Watanabe [6] etc., prin metoda trecerii curentului de hidrogen peste proba de redus la diferite temperaturi, determinîndu-se sulful plecat prin analiza continuă a gazelor care părăsesc camera de reacţie.

Pe baza cercetărilor efectuate s-au stabilit condiţiile de echilibru şi au fost determinate expresiile potenţialelor termodinamice pentru această reacţie. Din aceste date rezultă că procesul de reducere a sulfurii de plumb cu hidrogen se desfăşoară cu uşurinţă numai la temperaturi ridicate.

Lucrările experimentale care au studiat condiţiile de reducere a sulfurii de plumb cu carbon au arătat că pe cale industrială nu este posibil să se realizeze acest proces.

Conform datelor termodinamice obţinute asupra echilibrului reacţiei de reducere a sulfurii de plumb cu carbon după metoda propusă de Paraveno şi Malquori [7] :

$$C_{(amorf)} + S_2 = CS_2 \qquad K_1 = \frac{P_{CS_2}}{P_{S_2}}$$

$$PbS + H_2 = Pb + H_2S \qquad K_2 = \frac{P_{H_2S}}{P_{H_2}}$$

$$2\,H_2S \longrightarrow 2\,H_2 + S\,2 \qquad K_3 = \frac{P^2_{H_2} \cdot P_{S_2}}{P^2_{H_2S}}$$

$$C_{(amorf)} + 2\,PbS = 2\,Pb + CS_2 \qquad K_4 = P_{C_{S_2}}$$

adică :

$$K_4 = K_1 \cdot K_2^2 \cdot K_3$$

acest proces se desfăşoară numai la temperaturi mai mari de 1100°C

* Manuscris predat la redacţie la 14 martie 1969.

În lucrarea de față în scopul verificării datelor termodinamice calculate [8] și explicării mecanismului și cineticii procesului de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan s-a folosit ca metodă de cercetare, trecerea curentului de reducător cu o viteză determinată, peste proba de redus la diferite temperaturi. În vederea calculării continue a vitezei și gradului de reducere a acestui proces, s-a efectuat analiza rezidiului și s-a determinat iodometric sulful din precipitatul obținut în urma absorbției hidrogenului sulfurat și a sulfurii de carbon într-un solvent adecvat.

Instalația de reducere

Încercările experimentale s-au efectuat într-o instalație cu circulație continuă a gazului metan. Această metodă dinamică prezintă avantajul de a asigura un curent neîntrerupt de reducător, determină eliminarea continuă a gazelor rezultate în urma reacțiilor principale și secundare ale procesului de reducere și menține în jurul probei o compoziție omogenă a reducătorului.

Partea principală a instalației de reducere — camera de reacție — este formată dintr-un tub de silice cu Ø interior de 30 mm, avînd o lungime de 1000 mm, în care a fost introdusă nacela cu sulfura de plumb pentru reducere. Proba supusă procesului de reducere avea greutatea de 2 grame ± 0,2 și se încălzea pînă la temperatura dorită, cu ajutorul unui cuptor electric cu rezistență de silită, într-un timp relativ scurt 10—15 minute. Temperatura a fost menținută constantă în mod automat cu ajutorul unui regulator de temperatură, fiind măsurată cu un termocuplu de Pt-Pt-Rd, așezat pe peretele exterior al tubului de reacție, exact deasupra probei de redus. Abaterile de temperatură în cursul experiențelor au fost de ± 5°C.

Pentru experiențe, cele mai adecvate nacele sînt din silice sau porțelan, avînd Ø=15 mm și lungimea de 40—60 mm. Nacela cu proba de redus a fost introdusă în tubul de reacție de unde aerul era evacuat cu ajutorul unei pompe de vid cu diafragmă și înlocuit cu gaz metan. În timpul desfășurării reacțiilor de reducere instalația fiind ermetică s-a evitat pătrunderea aerului evitîndu-se pe această cale modificarea rezultatelor experimentale. Timpul de menținere a probei în cuptor a variat de la 15 minute pînă la 2 ore, luîndu-se periodic probe sau făcînd analiza continuă a gazelor care părăsesc zona de reacție. Pentru analizarea gazelor rezultate în urma procesului de reducere s-a folosit un absorbant de următoarea compoziție : acetat de sodiu 40 g/l, acetat de zinc 16 g/l acetat de plumb 4 g/l, acid acetic 0,7 cm^3/l. Valoarea pH-ului soluției, încercat pe hîrtie indicatoare era de 5,5.

Cantitatea de sulf reținută în urma absorbției hidrogenului sulfurat și a sulfurii de carbon a fost determinată prin metoda iodometrică, adică după adăugarea soluției de iodură de potasiu și a acidului clorhidric diluat, iodul în exces a fost titrat cu soluție standard de tiosulfat de sodiu.

Materiale inițiale

Gazul metan necesar reducerii înainte de intrarea în camera de reacție a fost purificat de umiditate și oxigen în vase spălătoare conținînd pirogalol, H_2SO_4, $CaCl_2$, P_2O_5. În majoritatea experiențelor s-a lucrat cu

debit de gaz metan constant — 3,06 l/h, cu excepția celor în care s-a căutat să se determine influența debitului asupra gradului de reducere la o anumită temperatură. Măsurarea debitului de gaz metan s-a realizat cu fluometru etalonat, în așa fel încît eroarea de măsurare să nu depășească 0,05 ml/min.

Sulfura de plumb folosită în experiențele de reducere a fost preparată în felul următor : cristalele de acetat de plumb pure, purificate prin recristalizare, au fost dizolvate în apă distilată, iar în soluție s-a barbotat hidrogen sulfurat pentru a precipita sulfura de plumb ; după fierbere, precipitatul a fost spălat și uscat într-o etuvă obișnuită la cca. 200°C pentru a se înlătura complet umiditatea. După mojarare, precipitatul obținut a fost supus operației de clasare obținîndu-se mai multe sorturi care apoi au fost așezate într-o nacelă de porțelan. Materialul astfel pregătit s-a introdus într-un cuptor din care în prealabil era evacuat aerul cu ajutorul unei pompe de vid cu diafragmă și menținut timp de o oră la temperatura de 400°C.

Rezultate experimentale

În scopul analizării influenței diferiților factori asupra procesului de reducere, s-au menținut constante toate condițiile de lucru, variind pe rînd temperatura, debitul de gaz metan, durata și cantitatea de sulfură supusă reducerii.

Condițiile experimentale au fost următoarele : temperatura 600—1100°C, debitele de gaz metan 1,2—4,3 l/h, cantitatea de sulfură 2—6 grame, durata 15 minute—2 ore.

Datele experimentale obținute pentru reducerea sulfurii de piumb cu gaz metan sînt prezentate în tabela 1 și în figurile 1 și 2.

Gradul de reducere fiind cea mai importantă caracteristică este determinat de factorii care influențează procesul de reducere și de aceea a fost necesar să-l verificăm riguros prin efectuarea mai multor experiențe în aceleași condiții.

Curbele care reprezintă gradul de reducere pentru diferite temperaturi (fig. 1) au o formă în S, mai accentuată la temperaturi coborîte, fiind caracteristice reacțiilor topochimice autocatalitice [9] și [10]. La temperaturi mai ridicate, curbele devin aproape liniare cînd procesul de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan se desfășoară cu viteze extrem de ridicate. Astfel, la temperaturi mai mari de 950°C, caracterul autocatalitic al reacțiilor nu mai este predominant, reducerea începînd în același timp pe întreaga suprafață deosebit de activă a cristalelor de sulfură. În aceste condiții continuarea procesului este determinată de factorii de difuzie.

Aspectul acestor curbe, precum și întreaga desfășurare a procesului de reducere depinde de natura sulfurii, de viteza de alimentare a gazului metan și de temperatură.

Tabela 1

Rezultatele experimentale obținute la reducerea sulfurii de plumb cu gaz metan

Nr. crt.	Temp. °C		Durata minute										Debit gaz metan l/h	Greut. probei g
			5	10	15	30	45	60	75	90	105	120		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1.	600	Viteza mg S_2/min.	—	—	0,04	0,057	0,3	0,4	0,47	0,55	0,36	0,35	3,06	2
		η %	—	—	0,22	0,53	2,23	4,43	7,03	10,03	12,02	13,92	3,06	2
2.	650	Viteza mg S_2/min.	—	—	0,57	0,71	0,78	1	1,07	0,8	0,63	0,58	3,06	2
		η %	—	—	3,2	7	11,3	16,9	22,8	27,3	30,4	34	3,06	2
3.	700	Viteza mg S_2/min.	—	—	1,06	1,03	1,28	1,41	1,36	1,2	1,1	1,08	3,06	2
		η %	—	—	5,9	11,7	18,8	26,8	34,5	41,2	47,3	53,3	3,06	2
4.	750	Viteza mg S_2/min.	—	—	4,31	4,98	3,69	2,38	0,87	0,63	0,55	0,39	3,06	2
		η %	—	—	24,1	52	72,7	86	90,8	94,3	97,4	99,5	3,06	2
5.	750	Viteza mg S_2/min.	—	—	3,67	3,75	5,4	1,9	1,27	0,5	0,3	0,25	2,4	2
		η %	—	—	20,5	41,4	71,7	82,2	92,4	96,7	98,8	99,6	2,4	2

6.	750	Viteza mg S_2/min.	—	—	7,2	2,66	2,1	1,5	1,2	1,13	0,9	0,4	4,3	2
		η %	—	—	40,1	54,9	66,1	74,3	80,8	87,1	92	94,4	4,3	2
7.	800	Viteza mg S_2/min.	—	—	6,74	5,17	3,33	1,5	0,71	0,58	0,07	—	3,06	2
		η %	—	—	36,6	65,5	84,1	92,4	96,4	99,6	99,9	—	3,06	2
8.	850	Viteza mg S_2/min.	—	—	10,08	4,48	2,06	0,78	0,23	0,13	0,07	—	3,06	2
		η %	—	—	56,4	81,5	92,8	97,1	98,4	99,5	99,8	—	3,06	2
9.	850	Viteza mg S_2/min.	—	—	10,23	4,25	1,36	0,65	0,36	0,33	0,315	0,29	3,06	4
		η %	—	—	57,1	80,9	88,4	92	94	95,9	97,7	99,4	3,06	4
10.	850	Viteza mg S_2/min.	—	—	9,42	4,1	1,69	1,36	0,69	0,34	0,2	0,15	3,06	6
		η %	—	—	52,7	74,4	83,8	91,3	95,1	97	98,1	98,9	3,06	6
11.	900	Viteza mg S_2/min.	—	—	10,9	4,88	0,93	0,67	0,42	0,04	0,04	—	3,06	2
		η %	—	—	61	88,3	93,5	97,2	99,5	99,7	99,9	—	3,06	2
12.	950	Viteza mg S_2/min.	—	—	12,27	4,22	1,01	0,26	0,07	0,01	—	—	3,06	2
		η %	—	—	68,6	92,2	97,9	99,4	99,8	99,9	—	—	3,06	2

continuare *(Tabela 1)*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
13.	950	Viteza mg S_2/min.	21,98	10,46	8,06	1,8	1,53	0,58	0,3	0,2	—	—	3,06	4
		η %	40,19	60,4	75,4	85,4	93,9	97,1	98,8	99,6	—	—	3,06	4
14.	950	Viteza mg S_2/min.	19,3	16,11	6,8	0,84	0,75	0,63	0,35	0,33	0,23	—	3,06	6
		η %	35,7	65,6	78,2	82,9	87,1	90,6	92,6	94,4	96	—	3,06	6
15.	1000	Viteza mg S_2/min.	19,58	15,8	11,2	2,2	0,22	0,06	—	—	—	—	3,06	2
		η %	35,6	64,8	85,5	98,4	99,6	99,9	—	—	—	—	3,06	2
16.	1050	Viteza mg S_2/min.	26,28	16,34	8,84	0,46	0,22	0,13	—	—	—	—	3,06	2
		η %	48,3	78,8	95,2	97,8	99	99,8	—	—	—	—	3,06	2
17.	1100	Viteza mg S_2/min.	28,28	18,36	5,68	0,23	0,15	—	—	—	—	—	3,06	2
		η %	52,8	87,3	98,2	99,5	99,9	—	—	—	—	—	90'ε	2

În ceea ce privește variația vitezei de reducere în funcție de timp (fig. 2) se constată o creștere inițială urmată după înregistrarea unui maxim de o scădere progresivă. Cu cît temperatura la care se desfășoară procesul de reducere este mai înaltă, cu atît viteza de reducere are o va-

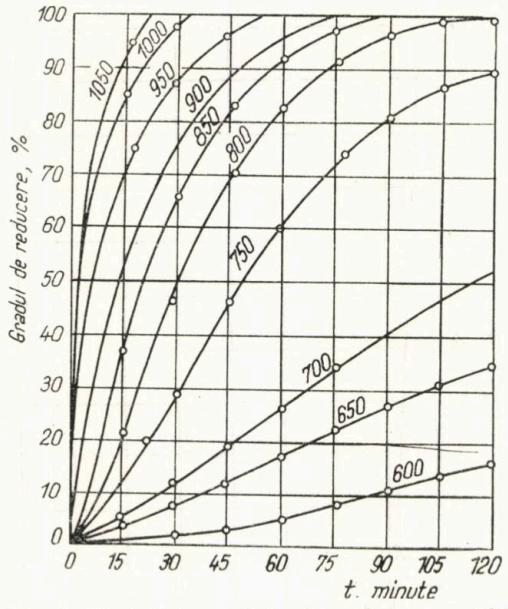


Fig. 1. Variația gazului de reducere a PbS cu gaz metan în funcție de timp

loare mai ridicată, iar maximul de pe curbă se atinge după o durată a procesului mai mică.

Pentru exprimarea gradului de reducere o relație care concordă bine cu datele experimentale are forma :

$$\eta = \frac{1}{1 + c^{\frac{-t-A}{B'}}}$$

unde :

η = gradul de reducere,
t = timpul.

A și *B*, două constante, care depind atît de temperatură cît și de natura sulfurii supusă procesului de reducere.

Această ecuație exprimă forma în „S" a curbelor de reducere și corespunde (prin simetria pe care o implică) unui regim cinetic ideal ; adică unui regim cinetic peste care nu se suprapun alți factori, cum ar fi de exemplu difuzia.

Pentru a determina gradul de reducere după această ecuație este necesar să calculăm constantele A și B, luînd pentru γ două valori experimentale în funcție de t.

Cu ajutorul relației, au fost determinate teoretic, gradele de reducere pentru mai multe experiențe (tabela 2), iar comparativ gradele de

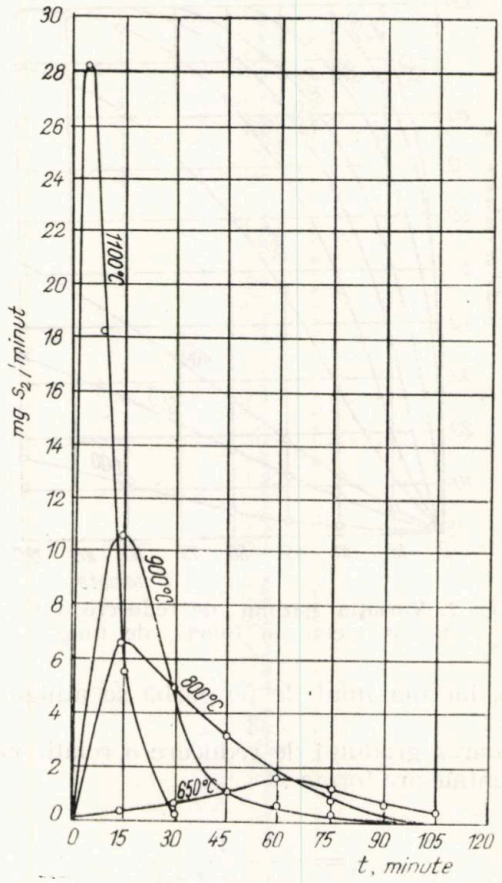


Fig. 2. Variația vitezei procesului de reducere a PbS cu gaz metan în funcție de timp

reducere teoretice și practice sînt prezentate în fig. 3, 4 și 5). Conform fig. 3, 4 și 5 în majoritatea cazurilor cele două curbe aproape coincid, mai ales în porțiunile inițiale și finale. Cu cît experiența este condusă la o temperatură mai ridicată, cu atît diferențele dintre gradele de reducere determinate experimental și calculate teoretic sînt mai mici. La unele experiențe se constată diferențe care pot să ajungă pînă la 5% și ele pot fi atribuite erorilor experimentale sau influenței altor factori (difuzie, depunerile de negru de fum la suprafața probei de redus etc.), care se suprapun regimului cinetic.

Tabela 2

Gradele de reducere calculate teoretic și obținute experimental

Durata min.	Grad reduc. exp.	Grad reduc. teor.	Grad reduc. exp.	Grad reduc. teor.	Grad reduc. exp.	Grad reduc. teor.	η % exp.	η % teor.	η % exp.	η % teor.	η % exp.	η % teor.
5	—	—	—	—	—	—	—	—	35,6	35,6	52,8	52,8
10	—	—	—	—	—	—	—	—	64,8	64,4	87,3	87,3
15	5,9	5,9	24,1	24,1	56,4	56,4	68,6	68,6	85,5	85,5	98,2	98,1
30	11,7	9,3	52	47,1	81,5	78,3	92,2	92,2	98,4	98,5	99,5	99,7
45	18,8	14,2	72,7	69,6	92,8	91,5	97,9	97,6	99,6	99,8	99,9	99,9
60	26,4	24,4	86	86	97,1	97,1	99,4	99,7	99,9	99,9	—	—
75	34,5	30,8	90,8	94,3	98,4	98,5	99,8	99,9	—	—	—	—
90	41,2	44,2	94,3	97,8	99,5	99,6	99,9	99,9	—	—	—	—
105	47,3	53	97,4	99,2	99,8	99,9	—	—	—	—	—	—
120	53,3	64,1	99,5	99,7	—	—	—	—	—	—	—	—

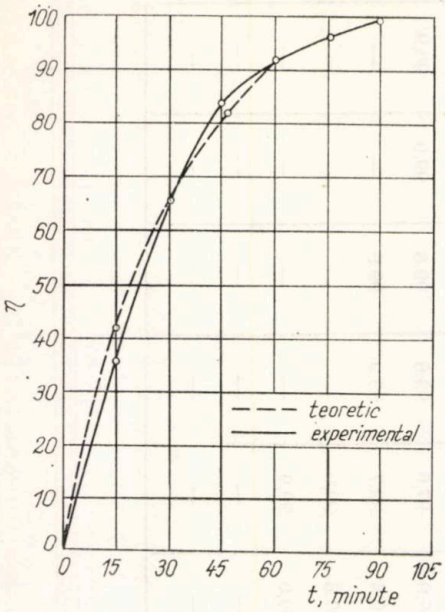
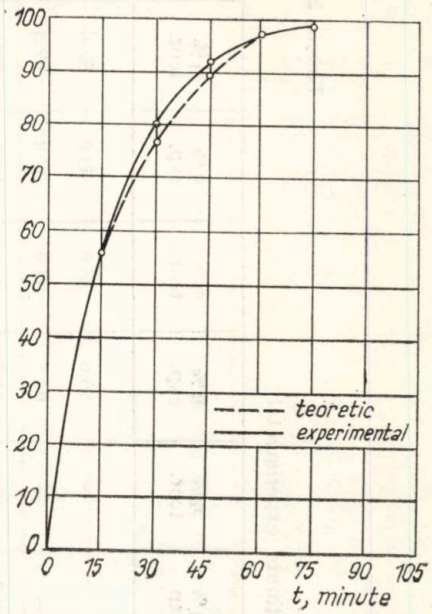


Fig. 3. Variaţia gradului de reducere experimental faţă de cel teoretic la reducerea PbS cu gaz metan.



Fif. 4. Variaţia gradului de reducere experimental faţă de cel teoretic la reducerea PbS cu gaz metan

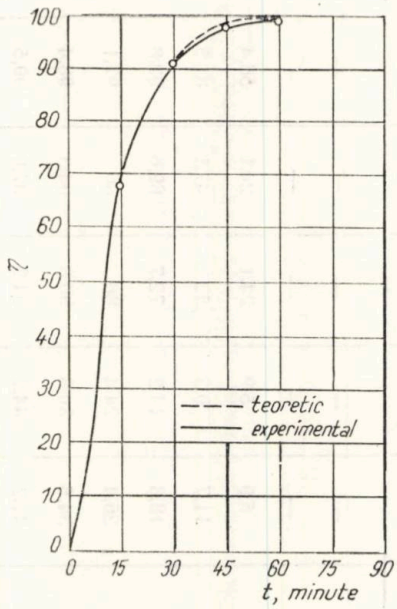


Fig. 5. Variaţia gradului de reducere experimental faţă de cel toeretic la reducerea PbS cu gaz metan.

Influența temperaturii. Menținînd constante toate condițiile (debit 3,06 l/oră, durata 2 ore, greutatea probei ~ 2 g., aceeași granulație), se constată că reducerea sulfurii de plumb cu gaz metan începe cu viteze mici (neînsemnate) pentru temperaturi cuprinse între 600—800°C, indiferent de durata procesului. Experiențele au arătat că în urma unei încălziri prealabile a sulfurii la temperaturi superioare celei la care se efectuează reducerea, reactivitatea suprafeței se mărește ; în aceste cazuri, randamentele obținute cresc în mod simțitor, chiar la temperaturi sub 800°C.

Peste 800°C, se observă o creștere puternică a vitezei reacției de reducere mai accentuată în intervalul 900—950°C. La 900°C s-a constatat o depunere intensă de negru de fum, nu numai la suprafața probei de redus ci și în straturile inferioare. Acest cărbune în stare fin dispersată a împiedicat sinterizarea materialului, permițînd un bun contact al gazelor reducătoare cu proba de redus și o viteză de difuzie a lor corespunzătoare.

Pentru intervalele cercetate, viteza de reducere crește diferit cu temperatura, creșterea fiind mai accentuată la temperaturi ridicate. La temperaturi joase, reducerea sulfurii de plumb cu gaz metan decurge destul de lent. Astfel, din tabela 1 se constată că pentru o reducere aproape totală a probei de sulfură, la temperatura de 750°C, sînt necesare 120 minute, pe cînd la 900°C sau 1000°C numai 60 minute, respectiv 30 minute.

Rezultatele prezentate în tabela (3) arată că în primele 30 de minute ale procesului, gradul de reducere la 600°C are valoarea de 0,53%, pe cînd la 900°C de 88,5%.

Tabela 3

Gradele de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan funcție de temperatură la o durată de 30'

Temperatura °C	700	800	850	900	950	1000
Gradul de reducere, %	11,7	65,5	81,5	88,5	92,2	98,4

Pentru temperatura de 900°C reducerea se desfășoară foarte intens, durata procesului micșorîndu-se sensibil la ridicarea în continuare a temperaturii.

Pe baza cercetărilor experimentale efectuate se constată că randamentul optim de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan se obține la 950—1000°C, temperaturi inferioare temperaturilor utilizate în mod curent, la reducerea aglomeratelor plumboase.

Influența debitului. Influența debitului de gaz metan se poate constata în tabela (4). Mărirea debitului de gaz metan pînă la o anumită valoare a sa, are ca rezultat accelerarea vitezei recției de reducere și micșorarea duratei procesului. Astfel de exemplu, randamentul de reducere în primele 30 minute, la debitul de 2,4 l/h gaz metan, are valoarea de

41.4%, pe cînd la debitul de 4,3 l/h de 54,9% (celelalte condiţii fiind constante). Peste o anumită valoare a debitului de gaz reducător, gradul de reducere va rămîne aproape constant.

Pentru debitul de 3,06 l/h cu care s-a lucrat curent în experienţe, în condiţii ideale, durata reducerii totale a două grame de sulfură de plumb cu gaz metan ar trebui să fie de 4 minute (0,4 l gaz metan consumat). Datele experimentale prezentate, arată că această condiţie nu poate fi atinsă. La părăsirea instalaţiei, gazele au conţinut întotdeauna gaz metan nedisociat şi o cantitate mare de hidrogen care nu a intrat în reacţie. Mai aporape de această cerinţă a fost reducerea efectuată la temperatura de 1100°C cînd după 10 şi 15 minute se obţin randamentele 87,3% şi respectiv 98,2%.

Tabela 4

Influenţa debitului de gaz metan asupra gradelor de reducere a sulfurii de plumb la temperatura de 750°C

Debit de CH_4	2,4 l/h			3,06 l/h			4,3 l/h		
Durata reducerii minute	15	30	60	15	30	60	15	30	60
Scăderea S_2 în mg	55,1	111,3	222,07	64,6	139,2	230,25	108,4	148,2	271,8
Viteza de reducere mg S_2/min.	3,67	3,75	1,9	4,31	4,98	2,38	7,2	2,66	1,5
Gradul de reducere	20,5	41,4	71,7	24,1	52	86	40,1	54,9	74,3

Corelaţia dintre energia de activare şi viteza reacţiilor de reducere

Experienţele şi calculele termodinamice efectuate permit enunţarea unor consideraţii în legătură cu mecanismul procesului de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan.

Din datele obţinute se remarcă faptul că viteza de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan după reacţiile : $PbS+CH_4=Pb+C+H_2+H_2S$; $2PbS+CH_4=2Pb+C+2H_2S$ şi viteza de reducere a sulfurii de plumb cu hidrogen sînt mult mai mari decît viteza de disociere a sulfurii de plumb. Valorile constantelor termodinamice calculate pentru aceste reacţii la temperatura de 1000°K (prezentate în tabela 5) arată că reacţia, care din punct de vedere termodinamic are cea mai mică probabilitate de desfăşurare este reacţia de disociere a sulfurii de plumb. De asemenea, creşterea vitezei de reducere pe măsura dezvoltării suprafeţei de reacţie pînă la un maximum, urmată de scăderea proporţională a sa, dependenţa vitezei de valoarea debitului de gaz metan, sînt argumente în favoarea ipotezei potrivit căreia combinarea reducătorului cu sulful nu are loc în faza gazoasă, ci în stratul de adsorbţie.

Tabela 5

Valorile constantelor termodinamice pentru temperatură de 1000°K

Reacția	ΔG	$\log K_p$	K_p
$PbS+CH_4=Pb+C+H_2+H_2S$	2705	— 0,59047	0,25675
$2PbS+CH_4=2Pb+S+2H_2S$	10.073	— 2.2013	$0,2910^{-3}$
$PbS+H_2=Pb+H_2S$	7,375	— 1,39358	$4,04510^{-2}$
$PbS \rightarrow Pb+1/2\ S_2$	36.910	— 8,066	$6,5910^{-9}$

Un alt argument care poate să confirme ipoteza conform căreia combinarea reducătorului cu sulful nu are loc în faza gazoasă, ci în stratul de adsorbție, sînt și valorile energiilor de activare necesare reacțiilor de reducere.

Constanta de viteză a reacțiilor chimice este reprezentată în mod satisfăcător de ecuația :

$$K = BT\alpha e^{-\frac{E}{RT}}$$

în care :

B — factori de frecvență

E — energie de activare

α — un coeficient cu valoarea cuprinsă între (0—1).

În ipoteza că $\alpha=1$ și că energia de activare este constantă în domeniul temperaturilor considerat, relația de mai sus se transformă în ecuația lui Arrhenius cu ajutorul căreia se poate determina constanta vitezei :

$$K = A\, e^{-\frac{E}{RT}}$$

Pentru a calcula energia de activare, s-a considerat că viteza de reacție V se poate exprima printr-o expresie asemănătoare cu ecuția lui Arrhenius :

$$V = K\, c^{-\frac{E}{RT}} \qquad K \neq A$$

Cunoscînd două valori ale vitezelor și temperaturilor (V_1 la T_1 și V_2 la T_2) pe baza acestei ecuații se obține sistemul :

$$V_1 = K\, e^{-\frac{E}{RT_1}}$$

$$V_2 = K\, e^{-\frac{E}{RT_2}}$$

$$\log \frac{V_2}{V_1} = \frac{E}{4,576} \frac{T_2 - T_1}{T_1 - T_2}$$

În această relație, dacă se înlocuiesc valorile corespunzătoare din tabela 1 pentru temperaturile de 700—750°C, 800—850°C și 1000—1050°C se obțin pentru energiile de activare ale procesului de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan valorile de 25.670, kcal/mol, 10.927 kcal/mol și respectiv 4276 kcal/mol.

Cu ajutorul datelor experimentale obținute la reducerea sulfurii de plumb cu gaz metan, în domeniul temperaturilor de 1000—1050°, 800—850°C și 700—750°C s-au dedus următoarele relații pentru viteza procesului de reducere.

$$\log V = -\frac{E}{4{,}576\,T} + 2{,}112 \qquad (1000—1050°C)$$

$$\log V = -\frac{E}{4{,}576\,T} + 3{,}815 \qquad (800°C—850°C)$$

$$\log V = -\frac{E}{4{,}576\,T} + 8{,}039 \qquad (700—750°C)$$

Așa cum se cunoaște, reacțiile cu o energie de activare sub 10 kcal/mol decurg cu o viteză foarte mare, iar cele cu o energie de activare superioară valorii de 70 kcal/mol au o viteză practic nulă.

Concluzii

1) Studiul cinetic al procesului de reducere a sulfurii de plumb cu gaz metan, efectuat prin metoda trecerii curentului de gaz reducător peste proba de redus, la diferite temperaturi a confirmat mecanismul autocatalitic al procesului.

2) Viteza procesului de reducere determinată izoterm a arătat că reacțiile se accelerează de la sine, rolul de autocatalizator avîndu-l metalul (care a apărut în sistem) pe suprafața căruia se absoarbe activat reducătorul.

3) Așa cum se constată în fig. 2, viteza crește continuu și atinge un maxim în momentul cînd suprafața de reacție este cea mai mare și scade apoi o dată cu micșorarea surpafeței de reacție pînă la valoarea zero.

4) Forma de „S" a curbelor cinetice, fig. (1), pot fi calculate teoretic cu ajutorul următoarei relații :

$$\eta = \frac{1}{1 + e^{-\frac{t - A}{B'}}}$$

5) Valorile calculate ale energiei de activare (25.670, 10.927 și 4276 cal/mol T) au permis determinarea următoarelor expresii pentru viteza procesului :

$$\log V = -\frac{E}{4{,}576\,T} + 2{,}112 \qquad (1000 - 1050\ °C)$$

$$\log V = -\frac{E}{4{,}576\,T} + 3{,}815 \qquad (800 - 850\ °C)$$

$$\log V = -\frac{E}{4{,}576\,T} + 8{,}039 \qquad (700 - 750\ °C)$$

6) Din cercetările efectuate rezultă că sînt realizate condițiile optime pentru următorii parametrii : debit de gaz metan 3,06 l/oră durata procesului de reducere 60 minute, greutatea probei 2 grame, la temperatura de 950—1000°C.

7) Gazele rezultate în urma procesului de reducere fiind formate în principal din hidrogen sulfurat, hidrogen, negru de fum și gaz metan nedisociat, după valorificarea sulfului sau acidului sulfuric pot să fie reutilizate ca agent de reducere sau combustibil.

Catedra de metalurgia metalelor neferoase
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *K. Jellinek, J. Zakowski,* Y anorg. allgem. chem. 142 (1925) F.
2. *K. Jellinek, A. Deubely,* Elektrochem. angem. physik. chem. 35 (1929).
3. *K. Sudo,* Sci. Rep. R.T.T.U. A 2 (1950) 305.
4. *K. Sudo,* Sci. Rep. R.I.T.U. A 2 (1950) 312.
5. *Gerasimov,* Vosstanovlenie cernietogo cvința vodorodom Sb. teoreticescih rabot Sințvetmeta O.N.T.I. 1934.
6. *Watanabe,* Bull. Inst. Phys. Chem. Res. (Abstracts) 2, 112—113, 1929.
7. *Parravano, Malquori,* Gazz chem. Ital. 58, 279, 1928.
8. *Ienciu Moise,* Teza de doctorat, Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 1969.
9. *Ciufarov G. I., Tatievskaia R. T.,* Izvest. Akad. Nauk. SSSR, O.T.N. 8, 1935, 1949.
10. *Ciufarov G. I. alții,* Jurn. fiziceskoi himii 1, 56, 1952.
11. *Oprea Florea,* Teoria proceselor metalurgice. Editura didactică și pedagogică, 1966.
12. *Oprea Florea,* Dizertație, Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 1960.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXII — 1970. Numărul 6

TRANSPORTURI

C.Z.: 621.391

CONTRIBUTIONS TO THE STUDY OF DECISIONAL INFORMATICS

A. CARABULEA, GH. RUȘITORU, GH. ANTON

1. Presentation and formulation of the problem

In the conditions of the contemporary technical and scientific revolution, a reasonable organization of production and labour may be achieved only on ground of efficient information on all the phenomena, by applying the methods with which decisional informatics operates. The evolution of electronic computers and of mathematical modelling has brought about a spectacular leap in the field of the speed record concerning the passing from laboratory to production. Informatics studies and follows the creation of restricted and enlarged informational systems, which should permit the collecting and spreading of the data required to take decisions.

The informational system in the restricted sense contains the multitude of input and output data of an enterprise. The informational system in the enlarged sense of the term also includes, beside informations, the outfits used to convert and (or to process and) or to transmit informations. The informational system in the enlarged sense of the term may be an informational cyclic, questioning and mixed system. In the first system, the circulation, respectively the processing of the sequences of informations is periodical ; in the second system the circulation, respectively the information is carried out upon request, and in the mixed system, the circulation, respectively the processing of information may be both periodical and upon request.

There are two types of information processing systems, i.e. ; integrated data-processing systems and conventional information-processing systems. In the integrated system, information appear, only once at the input, in a single processing point of the informational system within a given period. In the conventional system, the condition within the integrated data-processing system is not fulfilled.

The informational system has three main features ; the accuracy of collecting an ensemble of data in view of preparing the decision, the aptitude of delivering at any moment the necessary data to meet the requirements imposed, and the capacity of performing with increased effi-

ciency compatible works in view of ensuring the rythmical activity of the enterprise and to reach the performances imposed when executing the products.

In the content of an informational system we distinguish ; execution informations, decision informations and informations concerning the estimate of situations. The first type of informations refer to the operation of the enterprise, the second type permits to analyse the evolution and makes it easier to compare the results of several execution lines, and the third type of informations refer to the profitableness of activities.

The scope of the work consists in systematizing the elaborated models of decisional informatics, the critical analysis of the informational system of the machine-building representative enterprises, the indication of the implementation conditions of an integrated data-processing system by using the digital electronic computers and the construction of an algorithm in view of optimalizing the series production within the machine-building enterprises. The mathematical model and logical computation diagram are presented in order to determine the production expenses, by using the concepts of operational research and electronic computers. The worked out mathematical models express both the determinist and the probabilist processes within the series-production processes of machine-building enterprises. In the annex an example of testing the new algorithm worked out in the context of the *prompt* information processing and transmission system.

2. Devised models for decisional informatics and their method of application

The decisional informatics processes constitute complex activities and operating methods to the end of receiving, storing, processing and spreading informations which permit to select the optimal variant when alternatives appear. Decisional informatics aims at scientifically organizing production by using the mathematical modelling of the determinist and probabilist phenomena and the electronic computation method. Whitin this concept, the informational decision system, being an ensemble of outfits and proceedings, of men and operations, permits to solve some problems of a technical and economical character at the level of the enterprise and creates the premises for the introduction of technical progress in view of the optimal utilization of material and human resources. The decisional informatics processes may be studied considering the enterprises as cybernetic systems operating on ground of the feedback. Such a cybernetic system is influenced by the cybernetic system of the supplier of material and human resources and by that of the cybernetic system of the consumer of goods manufactured in the enterprises.

For the optimal co-ordination of the activity of the enterprise, considered as a cybernetic production system, and in order to eliminate the disturbances occuring in the correlation supplier-enterprise-consumer, a concretized effort of thinking is required for the devising of some rational decisions, which should facilitate the application of an algorithm for the minimalization of the enterprise expenses, in the conditions of developing

the production processes. The study of the structure of a technical and economic process within the enterprise may be carried out by means of the theory of graphs. Such an informational graph includes archs and knots on which appear the quantities of informations and their ways of transsmision in view of taking the decisions. On such a graph it is possible to study the input flows(x) and the output flows(y) as well as the correlation between them on ground of the transfer function, as follows :

(1) $$y(1) = M(t)\ X(t)$$

$$F(t) = \frac{M(t)}{1 + M(t) \cdot F_r(t)}$$

where :

$M(t)$ = operational matrix

$Fr(t)$ = feedback function

By means of the transfer function the process is regulated and the phenomenon is quantified. In order to achieve the correction of the input magnitudes (x) according to the requirements imposed by the output magnitudes (y) we use the effectory functions as well as the directing functions and the efficiency functions of a cybernetic system.

The efficiency function of a cybernetic system may be written as follows :

(2) $$F_e(t) = \frac{\| M(t_l) \| - \| M(t\,i-1) \|}{t_i - t_{i-1}}$$

If $Fe(ti) < Fe(ti\text{-}1)$ we are faced with regressive systems

If $Fe(ti) = Fe(ti\text{-}1)$ then the systems are called static

If $Fe(ti) > Fe(ti\text{-}1)$ then the systems are developing

Relations (1) and (2) form the conceptual models of the decisional informatics of an enterprise considered as a cybernetic production system : their application calls for studies to be carried out on the informational-decisional flow concerning the analysis, design and supplementing of some decisional information circuits so as to increase the economic efficiency of the whole activity. As the informational relations within a cybernetic system aim at directing the systems towards the proposed end, in what follows considerations are made on the premises of the decisional informatics in order to point out how the amount of informations are determined at the input and output if an enterprise considered as a cybernetic production system in view of injecting the concept of total or partial optimum by means of the determinist and/or probabilist mathematical models.

The amount of informations, removing a state of uncertainty concerning the development of phenomena within a cybernetic system, may be determined by means of the Shannon formula written as follows :

(3) $$H = -\sum_{i \in n} p(x_l) \log 2\, p(x_l)$$

where : n = number of possible states of a system

p_i = the probability that each of the (n) states occurs.

Relation (3) expresses also the uncertainty reigning before the information is received, in which case it represents the entropy of the system. It measures the own information of the event (x_i) to which the probabilist of occurence $p(x_i)$ is associated.

The industrial enterprises may be considered in general as dynamic cybernetic systems, the development of which is governed by first order differential equations with a unique solution when the initial data have a determinist character and with some solution, in case of initial aleatory conditions. In the latter case the whole evolution of the dynamic system has an aleatory character. In this case we search for that probabilist repartition of initial conditions which renders the information maximal.

The principle of maximal information is an extension of the principle of insufficient reason of Laplace, which shows that the repartition rendering the information maximal in the case of the (n) events (states) about which we have no data whatever, is the uniform distribution, which implies that all events are equally probable (1/n).

If the mathematical hope of some aleatory variables is known, then the maximal information is obtained by solving some problems of maximum with links (connections) which means finding the maximum of entropy. In this case it is possible to apply the informational model of Jaynes from the statistic mechanics and to obtain the maximum of informations of a fields of aleatory probabilities. The principle of maximal information which is a determination algorithm of the probabilist distribution of aleatory initial conditions and the theory of some dynamic systems with aleatory initial conditions, includes the decision theory and the estimation theory. Any enterprise — cybernetic system — is a reunion of transmission elements of informtaions which are reciprocally conditioned so that the output magnitudes act upon the input magnitudes permitting the self-setting of the systems and facilitating the elimination of disturbances.

In the information transmission system we disitnguish the signal generating source, the transmission channels, the disturbances and information receiver. The mathematical information theory which appeals to the probability concept and to the amount of informations, formulates the problem of communications as follows : a source being given which emits certain signals as support for informations, how should the data be transmitted between source and receiver so that, while some disturbances occur on the transmission channels, the message may be received in optimal conditions. As the disturbance has an aleatory character, the signal emitted by the source when entering in the communication channels may be disturbed with a certain probability which is felt upon reception. The probability that message (B_1) is recorded at the reception when message (A_1) is transmitted at the source may be computed with the Bayes formula:

$$(4) \qquad p(A_i/B_i) = \frac{p(A_i)\, p(B_i/A_i)}{\sum\limits_{i \in n} p(A_i)\, p(B_i/A_i)}$$

The information transmission systems may be : discrete systems, continous systems and mixed systems. The valuation of the mean amount if informations after carrying out an experiment (Y_i) in the fieled of events (X_i) is made with the following relation :

$$C_i(x_i y_i) = \sum_{i \in n} \sum_{i \in m} p(x_i, y_i) \log \frac{p(x_i/y_i)}{p(x_i)} \tag{5}$$

where : n = total number of events in field (X)

m = total number of events in field (Y).

Relation (5) allows us to compute the mutual information obtained by achieving event (X_1) and receiving event (Y_1). The application of relation (5) to various practical situations shows that the maximum ratio between information and time is approximately the same for various categories of men and equal to 50 bits/s. The fundamental law of the occurence of events in a succession of phenomena permitting the computation of probabilities from relation (5) refers to : the binominal or Bernoulli law, the Laplace law, the Poisson law (Bernoulli law (6) ; the Laplace law (7) and the Poisson law (8)) allow to compute the probabilities with relations having the following form :

$$p_n(m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m (1-p)^{n-m} \tag{6}$$

$$p_n(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot n \cdot p \cdot g \cdot}} l^{-0,5\left(\frac{m-np}{\sqrt{n \cdot p \cdot g \cdot}}\right)^2} =$$

$$= (2\pi \cdot n \cdot p \cdot g \cdot)^{-\frac{1}{2}} l^{-0,5\left(\frac{m-np}{\sqrt{n \cdot p \cdot g \cdot}}\right)^2} \tag{7}$$

$$p_n(m) = \frac{(np)^m}{m!} l^{-np}, \tag{8}$$

On ground of these relations we determine the probability of an event occuring (m) times in (n) attempts at (q) events. The Laplace relation applies in case of a large number of attempts.

The information is transmitted by means of energy in the form of useful waves called signals. The signals may be determinist and probabilist. In the case of the determined signal, it is considered that all parameters are constant. The determinist signals may be periodic and aperiodic and the Fourier and Laplace transforms are applied to study them, which permit us to formulate the convolution theory or periodic and aperiodic functions and facilitate the determination of the energy required for the transmission of an amount of informations. The signals determined are particular cases of aleatory signals. An aleatory signal is a statistics pro-

cess developing indefinitely in time, being governed by probabilist laws. Most aleatory signals present themselves in the shape of fortuituous continuous or discreete processes in time.
In the practice of information transmission, both the probabilist and the determinist signals interfere, therefore statistic and probabilist methods are applied to solve such problems. In the process of information transmission, to each system a functional operator is associated which transforms the input magnitudes in output magnitudes, If the operator is linear (stationary or non-stationary) or non-linear (parametric), then the system acquires the same features as the functional operator. In stationary systems the operators are non-varying, and in the non-stationary ones, one or several parameters vary with time. For each of these situations, the information theory allows to determine the function of self-relation and that of spectral power density and of energy for the transmission of mesages. Upon transmission, useful signals and disturbances occur which may be ergodic, gaussian and non-normal. At ergodic noises (distrubances) the statistic probabilities are equal to the temporary mean, and at the gaussian ones the distribution probability is normal and has the same dispersion. Ergodic noises are disturbances which can be characterized by means of the probability laws.

The sources which generate the messages may be discreet, with or without memory, stationary sources, ergodic sources and sources with controlled or uncontrolled output. Discreet sources generate messages in the form of impulses. They are whitout memory when the probability that a symbol may appear does not depend of the other symbols, and with memory, when the probability that a symbol appears depends of the other symbols. In the case of stationary sources, the probability of the various symbols does not depend of the origin of time, but only of their relative position. Ergodic sources are stationary sources with finite memory, to which typical symbol sources appear. Sources with controllable flow generate messages at an external indication, and those with uncontrollable flow generate messages with fixed output, conditioned by the inner structure of the source. Knowing the types of sources, we determine the number of successions of informations which can be formed and transmitted by a source with a certain capacity.

In order to know the amount of information transmitted in time (t) by a probabilist compulsion source with (n) messages, we compute the information flow bq means of the following relation :

$$D_i = -\, n\, t \sum_{i \in n} p(x_i) \log p(x_i) \tag{9}$$

We know that the application by Ludwig Boltzmann of the notions of probability in physics to the interpretation of the second thermodynamics principle has resulted in the determination of the entropy of a physical system, as follows :

$$S = -\, 1{,}38 \times 10^{-16} \sum_{i \in n} p_i \log p_i , \tag{10}$$

where : p_i = the probability that the system be in state (i).
For a closed system the entropy given by relation (10) is incremental.

The analogy between thermodynamic entropy and informational entropy is only formal and in order to cancel this eventual uncertainty, the notion of comentropy has been suggested for informational entropy. Comentropy is maximal if the states of the system are equally probable. Marginal comentropies of the events field input (x) and output (y) considered separately (11) and united (12) cab be written as follows :

$$(11) \qquad C_i(x) = -\sum_{i \in n} p(x_i) \log p(x_i); \quad C_i(y) = \sum_{j \in n} p(y_i) \log P(y_i)$$

$$(12) \qquad C_i(x, y) = -\sum_{i \in .} \sum_{i \in m} p(x_i, y_i) \log p(x_i, y_i)$$

The comentropy of the output field(y), conditioned by the input field(x), can be written as follows :

$$(13) \qquad C_i(y/x) = -\sum_{i \in n} \sum_{j \in m} p^{(x_i, y_j)} \log p^{(y_j/x_i)}$$

By means of the relation (13) we determine the mean error of the output field when the input field is known. In order to establish the ambiguity existing on the input field when the output field is known, we apply the relation :

$$(14) \qquad C_i(x/y) = -\sum_{i \in n} \sum_{j \in m} p^{(x_i, y_j)} \log p^{(x_i/y_j)}$$

The mean value of the mutual information transmitted through the communication channel connecting the source to the receiver, called transinformation, is computed as follows :

$$T_i(x,y) = -\sum_{j \in n} \sum_{j \in m} p(x_i, y_i) \log \frac{p(x_i, y_i)}{p(x_i)\, p(y_i)} = -\sum_{i \in n} p(x_i \log p(x_i) +$$

(15)

$$+ \sum_{j \in n} \sum_{j \in m} p(x_i, y_i) \log p(x_i/y_i)$$

Keeping into account these relations, we may compute the total flow of informations transmitted in an enterprise during one year with the formula :

$$D_i^t = \sum_{v \in n_p} \sum_{s \in l_t} \sum_{r \in g_t} n_{grv} \sum_{k_t \in t_a} [- t_k \sum_{i \in n} p(x_i) \log p(x_i) +$$

(16)

$$+ t_k \sum_{i \in n} \sum_{j \in m} p(x_i, y_i) \log p(x_i/y_i)]$$

D_i^t = total information flow taking into account the time (t_a) when the enterprise is working and the number and type of transmitted messages. n_{arv} = number of messages by categories, taking into account the type of activities ($r=1...g_t$) the number of departments ($a=1...t_t$) and the number of products ($v=1...n'_p$) which are carried out in the enterprise.

The capacity of a discrete channel to transmit informations is determined by maximizing the transformation, starting from a function of form :

$$f = C_i(x, y) + \lambda \left[\sum_{i \in n} p(x\,i) - 1 \right] = 0 \tag{17}$$

By deriving function (17) and taking into account the Lagrange multiplicators, we deduce the capacity of the information transmission channel as follows :

$$C_{e_d} = \max \cdot \left[- \sum_{i \in n} p(x\,i) \log p(x\,i) + \right. \tag{18}$$

$$\left. + \sum_{i \in n} \sum_{j \in m} p(x_i, y_i) \log p(x_i/y_i) \right]$$

On ground of relations (16—18) we can determine the amounts of informations, the transmission channels capacities and we can design the circuits required to carry out a rational informational flow at the level of the enterprises.

The theory of the informational systems applied in enterprises supposes the dynamical analysis, on one hand of the production processes, and on the other hand of the informational-decisional processes.

The analysis aims at establishing the conditions concerning the implementation of an integrated system of information processing which should permit to take decision in useful time, keeping into account the execution times, disturbance propagation times and the technologic process going-through times in view of improving the situation. The analysis stresses the rational connection diagram between the various sections considered as cybernetic subsystems, the input and output magnitudes of which are reciprocally conditioned and permits the determination of the minimum time (t_d) in which a decision has to be taken, so that the disturbance does not completely upset the production process.

$$t_d = t_p - t_s - t_c\, t_z = \text{minim} \tag{19}$$

where : t_p — mean disturbance time ; t_s — information storage time : t_c — time of control over process ; t_z — time for the process to go through.

The analysis of the informational system permite to establish the flow diagram of the new data processing system with insertion of the processing points, and facilitates the determination of the leading circuits in view of determining the optimal solution.

A study as complete as possible of the informational system in an enterprise should not overlook the problems concerning stocks, supplies included, the execution decision, delivery of products, as well as a series of problems related to the flow charts of productive sections and functional services, including the management, problems concerning the rational mode of collecting, storing, processing and transmitting informations ; problems concerning the cost price, investments, profits and profitableness of the enterprise, and finally, it should include reference on the rational management an organization of the material and human resources required to implement the new informational system.

As there is no generally valid recipe available for data processing, a series of methods corresponding to a certain level of development of the production processes have been worked out. Among these, the following retain our attention :

— The SOP (Study Organization Plan) method, worked out by IBM in two versions (the french version and the austrian one), enables us to analyse step by step the process of production.

— The Autosade (Automated Data Systems Analyses Technique) method, elaborated by the Rand Corporation, uses the data collected, processes them on the computer, analyses them and indicates the measures of bettering the situation.

— The PRESTE method enables us to simulate the versions on the computer and facilitates a rapid analysis of the situations.

— The PROMPT method, elaborated by ICT, enables us to analyse the informational system, taking into account the phase successions of the process of production. In order to apply this method within an enterprise in our country it has been necessary to apply a series of modifications to the concepts upon which the method is grounded and to enlarge the possibilities of analysis it contained initially.

The informational-system design study includes five phases in which the following problems are solved ;

— In the first phase, the activities are planned and the graph for the development in time of the works in view of establishing the material and human means, is built. A study is worked out, concerning the general characteristics of the enterprise, the evolution of the main technical and economic indices, the construction of the enterprises flow-chart and the valuation of the means to complete the undertaken action.

— In the second phase, the technologic organigram is rationalized and methods are recommended to improve the activity. A simplified model of the enterprise structure is presented for the various activities (supply, execution decision, repairs, book-keeping and financial activity) and the information flows pertining to these actions.

— In the third phase, the requirements of the new data processing system are established and the necessities are determined, taking into account the enterprise development prospects. Thus, the modifications of the production volume, technology changes, evolution of the correlation production-consumption are considered when the structure of the new informational system is specified.

— In the fourth phase, the recommended new informational system is designed and the characteristics of the electronic computer required for the data processing are specified.

— In the fifth phase, the principles upon which is based the implementation of the new system are definitized and the partial or total operation of the designed informational-decisional system are followed. The analysis of the informational-decisional processes of enterprises in our country is being developed and it has stressed a series of drawbacks sent to the management of these productive units. Thus, at the level of the analysed enterprise management decisions are taken on ground of incom-

plete informations, without correlating between them phenomena occuring o various hierarchical degrees. The filtering and control of information are made more difficult because of the decentralized data-processing system, to which is added the large number of documents arriving by various ways, which results in a series of managers loosing their time in selecting informations.

This situation generates the premises of management the base of which is not actually scientific and which has a very low efficiency. Thus, out of the total time of managers, only 30% is given to actual management, the remaining 70% is consumed with unessential problems which sould be performed by other persons in the conditions of a centralized data-processing system.

The discontinuous character of series production (high volume of products, multiple items) results in an impossibility of achieving a rational operative planning. The plan is carried out without that the loading of the machines be checked. Adopting some production targets below or above the possibilities cannot result in a scientific verification, as there is no available perfected mathematical model for the production process neither for the informational decisional process, which should permit to achieve a concordance between the achievements obtained and the production capacities existing in the enterprises.

The large volume of information, short term works, the lack of possibilities to establish accurately the production supply and execution decision result in stock breaks for some materials and redundant stocks for other materials. Long waiting times occur in production between operations and there is no activity co-ordination from one end of the production process to the other, so that the total production expenses at the enterprise level be minimal. These shortcomings may be eliminated if a centralized data processing system is introduced, in order to facilitate the supply of full informations on the activities of catering, planning, programming and control of the production performances on the whole enterprise, the elimination of the intermediate and parallel documentation which is about 50% in some works, and the creation of some actual supports for the introduction of an integral system of electronic information processing.

The data processing PROMPT system refers to the detailed analysis of production, stock control, execution-decision operative planning control showing the short and long term loading possibilities of the outfit, the product delivery control and ensuring the enterprise supply with material and human resources.

The new system of electronic information processing will concentrate, select, transmit and spread useful data organized on card-indexes, keeping account of the structure of production activities, so that at the level of each link in the enterprise, conceptual models be available on the input and output data, which should reproduce truly the correlation between the sections of the technical-industrial and financial plan, in view of determining and applying the optimal solutions for certain given restrictions.

After introducing a rational informational flow, determinist and probabilist mathematical models are worked out in view of the optimalization of the technically and economically advantageous solution for which the total production expenses are minimal.

Planning Organization Chair
Polytechnical Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES

1. *Shannon C. B.* — A Mathematical Theory of Communication. In : Bell System Tech. I.27 (1948) nr. 3, p. 379—423 şi 28 (1948) nr. 4, p. 623—656.
2. *N. Wiener* — Cybernetics of Control and Communication in the Animal and the Machine. New-York — 1948.
3. *F. M. Brem* — An Introduction to Information Theory. New-York — 1948.
4. *A. Spătaru* — The Information Transmision Theory. Editura Tehnică, Bucharest — 1965.
5. *Stengal I.* — Informational Economic Programing Systems. Paris-Dunod — 1965.
6. *Patrik Carol* — Concept and Development of a Total Information Sistem of the Enterprise. In : Cost and Management Comande Tag. — 1969.
7. *Kaufman A.* — Operational Reaserch Methods and Models. Vol. I—II, Dunod-Paris — 1965.
8. *Roy B. S.* — Les problèmes d'ordonantement avec contraintes disjunctives. In : S.E.M.A. nr. 9 bis — 1964.
9. *Miller D. W. and Starr M. K.* — Executive Decisions and Operations Research. Printince Hall, 1960.
10. *Elmaghroby S. S.* — Proiectarea sistemelor de producţie. Designing of Production Systems. Ed. Tehnică, Bucharest, 1968.
11. *Gridenco B. V.* — Metode matematice în teoria siguranţei. Mathematical Methods in the Reliability Theory. Ed. Tehnică, Bucharest 1968.
12. *Arrow K. I.* — Mathematical Methods in the Social Sciences. Proceeding of the First Stanfort Symposium, Stanford University Press, 1959.
13. *Fishburn P. C.* — Utility Theory. In : Management Science, Vol. 14, no. 5, 1968.
14. *Popa A., Carabulea A.* — Mathematical Models and Logical Diagrams for Railway Electrifying and Diesel Drive Optimizing. In : Buletinul I.P.B. no. 2/March-April 1968, p. 127—143 ; 13 references.
15. *Boldur Gh.* — Procese informaţionale şi de decizie (Informational and Decision Processes), Ed. Ştiinţifică, Bucharest 1969.

SUMMARY OF THE 1970 REVIEW

POLITICAL-ECONOMY

Rozalia Soare. Concerning the Economic Efficiency of Electric Drive in Agriculture (1 — 1970).

MATHEMATICS

V. Bogdan. Methods for Transformations of the Figures Represented Into an Oblique Projection System (2 — 1970).

D. Filipescu. On Certain Geometrical Transformations in Optics (2 — 1970).

D. Pirgow, L. Stoitschew. On a Polynom Class of Irreductible Whole Numbers (3 — 1970).

N. Mirescu. A Generalization of Revolving (3 — 1970).

Gh. D. Ionescu. About Some Classes of Equations Represented by Nomograms with Superposed Planes, with Three Degrees of Liberty for the Moving Plane, Using in One of the Planes Only Undimensioned Elements (4—1970).

C. Udrişte. Groups of Motions and the Directions of Lines of Curvature (4—1970).

P. Stavre, I. Vîrlan. Concerning Codazzi's Equations for V_{n-1} from V_n (4—1970).

C. Ionescu-Bujor. On Central Plane Translations (5 — 1970).

I. M. Miu. Contributions Regarding the Real Zeros of Some functions (5 — 1970).

J. Moncea, I. Enache, V. Bogdan. The Mobile Method Utilization for the Curve of Intersection Determination between the Curved Surfaces (6 — 1970).

PHYSICS

Diana Moisil — Concerning the Method Used in an Ellipsometric Photomultiplier Arrangement (1 — 1970).

Amelita Vogel — The Statistics Determination of Mean Lipe-times for a Radioactive Species (2 — 1970).

M. Oncescu, I. Petriu, M. Tănăsescu. Study of Level Measurement Through the Differential Method (3 — 1970).

G. C. Moisil. Image Theorem in the Case of Uniax Anizotropic Media (4 — 1970).

CHEMISTRY

Gr. Teodorescu. Method of Determination for the N-β-hidraxyethyl-piperidine (2 — 1970).

Gr. Theodorescu. Method of 1,4-di-(N, N-dimethyl-amino)2-butine, Determination (4 — 1970).

TECHNOLOGICAL CHEMISTRY

D. Camboli Maria Stoia, L. Papahagi, D. Braşoveanu. Synthesis and Structure of New Combinations of Pd^{2+} and Cu^{2+} with Mercaptiazoline (1 — 1970).

Gh. Constantinescu. About the Technical Humification of Annual Plants (3—1970).

Fl. Em. Daneş. Filter bed Permeability (3 — 1970).

I. Teoreanu, Tran van Huynh. The Intensification of the Processes for Obtaining Chinkers Using Mineralizers (4 — 1970).

I. Constantinescu, O. Creangă, Irina Constantinescu. Procedure for Extracting Manganase ont of Poor Ores by Means of Diluted Sulphurous Gases (4 — 1970).

I. Ştefănescu. The Study of the Formation of Coke by Means of Microscopy and Roentgen Rays Diffraction (5 — 1970).

Cornelia Bejan. The Study of Interfacial Tension of Multicomponent Systems (5 — 1970).

I. Teoreanu, Maria Georgescu. Chemical and Roentgenographical Studies Concerning the Hydration of the Vitreous Gehlenit in the Presence of Activateurs (6 — 1970).

Gh. Ioniţă. Contributions Concerning the Indigenous Polyelectrolytes Utilisation in the Treatment of Certain Needed in the Oil Industry Waters (6 — 1970).

Eufrosina Kraft. The Complexometric Dosage of Iron in Mixture with Magnesium, Calcium, Aluminium and Chromium Cations (6 — 1970).

STRENGTH OF MATERIALS

St. Bratu. Study of the Rectangular Cross-section Bar Twisting by the Method of Analogy with the Elecric Networks (1 — 1970).

Vasilica Cosac. Vertical Vibrations of Girders Pendulum Supported on Several Rests Taking into Consideration the Effects of Dynamic Buckling (4—1970).

MECHANICS

C. Guţă. Concerning the Threedimensional Bonudary Layer Formed on the Active Blades of Axial Turbomachines (2 — 1970).

I. Roşca. Outline Conditions on a Cylinder Liner Acted Upon by a Symmetric Axial Temperature Field (2 — 1970).

C. Guţă. Concerning the Orbit Pacing of Artificial Satellites (3 — 1970).

C. Guţă. The Current Uneveness Along the Axial Flow Turbomachines Blading (6 — 1970).

GEAR THEORY

N. I. Manolescu, I. Tempea. Structural Synthesis of the Plane Kinematic Chains Joined with e=10 Links, e=13 Joints, and Degree of Liberty $L_3=4$ (1—1970).

I. Tempea. Structural Synthesis of the Flat Kinematic Chains Having Upper and Lower Couples and a Degree of Freedom $L_3=4$ (6 — 1970).

HEAT ENGINE

Al. Dănescu, I. Iordache, E. Dămăceanu. The Ionization of Diffusively Turbulent Flawes — the Determination of the Area of Maximum Concentration of Ions in Diffusively Turbulent Naked Flames (1 — 1970).

Al. Dănescu, I. Iordache. Ionization of Diffusely Turbulent Flames — Determination of the maximum concentration area of ions in limited diffusely turbulent flames (2 — 1970).

C. Neaga. Avoiding Corrosion of the Air Preheater Using Burned Gas Recirculation (4 — 1970).

M. Postelnicescu. The Boilers Efficiency Increasing Possibilities by Fuel (liquid geseus) Preheating with the Combustion Gases (6 — 1970).

Al. Dănescu, M. Marinescu. A New Method of Introduction and Determination of Additive Quantities in the Gaseous Fuel Flames (6 — 1970).

MACHINES BUILDING TECHNOLOGY

C. Dumitraş. Contributions to the Establishment of Equations Concerning the Calculation of Specific Forces in the Process of Chipping (1 — 1970).

P. A. Mameddow. On the Actual Contact Surface of the Special Connecting Piece Thnead (3 — 1970).

P. Sonea, I. Sonea. Pulsatory Motion of Metal Particles within the Welding Arc Under the Influence of an Acoustic Exitation Field (4 — 1970).

A. Oprean. Researches on Pumps and Multirotor Geared Hydraulic Motors (5—1970).

P. Sonea, I. Sonea. Some Researches on the Subarmonic Vibrations of the Welding Electrode Treated with Ultrasonic Osciliations (6 — 1970).

DETAILS OF MACHINES

Gh. Manea, N. Boicu, M. Pascovici, I. Voica. The Position of the Radial Axle in Bushings Made of a Material of Reduced Elasticity Modulus (Plastic Material) (3 — 1970).

PLANNING ORGANIZATION

G. Lelescu. Contributions to the Determination of the Economic Efficiency of Investments in the Railway Transport (2 — 1970).

ELECTRICAL NETWORK

C. Dinculescu, P. Buhuş. A Mehod for the Study of Safety in the Technical Systems Operation (1 — 1970).

E. Constantinescu. Contributions to the Study of the Economical Effects of Fortuitous Elecric Failures (2—1870).

C. Dinculescu, H. Lazăr. Block Diagrams and Transfer Functions of an Electric System for Various Controlled Regime Parameters (4 — 1970).

E. Potolea. The Computation of the Electro-Energy Networks Permanent Regime (5 — 1970).

C. Dinculescu, H. Lazăr. The Type of Excitation Regulator Influence upon the Static Stability Conditions of Generator-line-constant-Voltage Bar Electric System (6 — 1970).

AUTOMATION

V. Găburici. Introduction in the Matricial Treatment of the Fluidic Elements Inerconnection (3 — 1970).

HYDRAULICS

Gh. Zidaru. Any Straight-cascade of Thin and Small Curved Profiles in Potential Flow (2 — 1970).

Julieta Florea, Marc de Somer. The Application of the Hydraulic — Axis Theory (5 — 1970).

C. Iancu. The Flowing of a Fluid an Infinitely Plane Reservoir Through a Bottom Duct (5 — 1970).

ELECTRONICS

Al. Spătaru. A Synthesis Method for Fire Bursterror Correcting Codes (3—1970).

I. Constantin, E. Neguț, St. Bircă-Gălățeanu. Single Diode Balanced Modulator (3 — 1970).

METALLURGY

M. Ienciu. Thermodynamic Study of the PbS-CH_2 System (1 — 1970).

N. Geru. Concerning the Strucutural Modifications of Iron and Solid Iron Solutions (2 — 1970).

Suzana Gâdea, D. Drimer, C. Dumitrescu. New Materials for Piezoelectric Generators (3 — 1970).

M. Ienciu. Reduction of Zinc Sulphide by Means of Methane Gas (4 — 1970).

Fl. Oprea, P. Moldovan. Considerations Concerning the Dynamics of the Distribution of the Elements in the Refining of Copper (5 — 1970).

M. Ienciu. Reduction of Lead Sulfide with Methane Gas (6 — 1970).

TRANSPORT

Al. Popa. Optimization of the Train Tonnage (1 — 1970).

N. I. Manolescu, M. F. Pielmuș. A New Method of Studying the Automatic Setting System on Electric — Diesel Engine, 060-D.A. in the Romanian Railway Rolling Stock (2 — 1970).

Al. Popa, A. Carabulea. Algorithm Concerning the Railway Electrification Optimilization by Means of Operational Research and Digital Electronic Computers (3 — 1970).

Al. Popa, A. Carabulea. Contributions to the Study of the Optimization of the Electrification of Railways by Means of Mahematic Modelling (5 — 1970).

A. Carabulea, Gh. Ruşitoru, Gh. Anton. Contributions to the Study of Decisional Informatics (6 — 1970).

REVIEW

C. Bălă. Practical Calculation of Alternators and Asynchronous Motors of Simon Loutzky (4 — 1970).

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 7551

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele şi iniţialele de prenume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1911 NOV 3